Algorytmy i struktury danych – podstawowe informacje

Zawartość

[Złożoność obliczeniowa 3](#_Toc486264920)

[Szacowanie wydajności 3](#_Toc486264921)

[Przykładowe zadanie 4](#_Toc486264922)

[Algorytmy sortowania 5](#_Toc486264923)

[Sortowanie bąbelkowe (bubble sort) 5](#_Toc486264924)

[Zasada działania 5](#_Toc486264925)

[Implementacja: 5](#_Toc486264926)

[Rozrysowanie 5](#_Toc486264927)

[Sortowanie przez wstawianie (karciane, insert sort) 6](#_Toc486264928)

[Zasada działania 6](#_Toc486264929)

[Implementacja 6](#_Toc486264930)

[Rozrysowanie 7](#_Toc486264931)

[Sortowanie przez wybieranie (selection sort) 7](#_Toc486264932)

[Zasada działania 7](#_Toc486264933)

[Implementacja 7](#_Toc486264934)

[Sortowanie przez zliczanie (counting sort) 8](#_Toc486264935)

[Zasada działania 8](#_Toc486264936)

[Implementacja 8](#_Toc486264937)

[Sortowanie przez scalanie (merge sort) 8](#_Toc486264938)

[Zasada działania 8](#_Toc486264939)

[Implementacja 9](#_Toc486264940)

[Rozrysowanie 9](#_Toc486264941)

[Szybkie sortowanie (quick sort) 11](#_Toc486264942)

[Zasada działania 11](#_Toc486264943)

[Implementacja 11](#_Toc486264944)

[Rozrysowanie 11](#_Toc486264945)

[Podsumowanie 13](#_Toc486264946)

[Tabela złożoności (szeregowanie algorytmów) 13](#_Toc486264947)

[Algorytmy stabilne 13](#_Toc486264948)

[Algorytmy niestabilne 13](#_Toc486264949)

[Definicje 13](#_Toc486264950)

[Sortowanie w miejscu 13](#_Toc486264951)

[Sortowanie stabilne 13](#_Toc486264952)

[Złożoności obliczeniowe 13](#_Toc486264953)

[Stos 14](#_Toc486264954)

[Odwrotna notacja polska na przykładach 14](#_Toc486264955)

[Kolejka 14](#_Toc486264956)

[Haszowanie 15](#_Toc486264957)

[Haszowanie liniowe i obsługa kolizji 15](#_Toc486264958)

[Haszowanie łańcuchowe 17](#_Toc486264959)

[Haszowanie kwadratowe 17](#_Toc486264960)

[Haszowanie podwójne 18](#_Toc486264961)

[Haszowanie kukułcze 18](#_Toc486264962)

[Pojęcia związane z haszowaniem 19](#_Toc486264963)

[Drzewo 19](#_Toc486264964)

[Przeszukiwanie 19](#_Toc486264965)

[Podstawowe pojęcia 19](#_Toc486264966)

[Kopce 20](#_Toc486264967)

[Tworzenie kopca 20](#_Toc486264968)

[Funkcja heapify. 20](#_Toc486264969)

[Funkcja build heap 21](#_Toc486264970)

[Heapsort 21](#_Toc486264971)

[Dodawanie elementu 22](#_Toc486264972)

[Usuwanie elementu na określonym indeksie 22](#_Toc486264973)

[Grafy 23](#_Toc486264974)

[Graf skierowany (zorientowane) 23](#_Toc486264975)

[Graf nieskierowaniy (niezorientowane) 23](#_Toc486264976)

[Macierze sąsiedztwa 23](#_Toc486264977)

[Listy sąsiedztwa 23](#_Toc486264978)

[Macierze incydencji 23](#_Toc486264979)

[Przeszukiwanie BFS (w szerz) 23](#_Toc486264980)

[Przeszukiwanie DFS (w głąb) 23](#_Toc486264981)

[Złożoność pamięciowa grafu 24](#_Toc486264982)

[Kompresja danych 24](#_Toc486264983)

[Podstawowe dane 24](#_Toc486264984)

[Algorytm Huffmana 24](#_Toc486264985)

[Średnia długość słowa 25](#_Toc486264986)

[Entropia 25](#_Toc486264987)

[Redundancja 26](#_Toc486264988)

[Kompresja RLE 26](#_Toc486264989)

[LZ77 26](#_Toc486264990)

[Stringologia: 27](#_Toc486264991)

[Długość Hamminga 27](#_Toc486264992)

[Bit parzystości 27](#_Toc486264993)

[Kontrola parzystości 27](#_Toc486264994)

[LCS – Longest common subsequence 28](#_Toc486264995)

[Odległość Levenshteina (edycyjna) 30](#_Toc486264996)

[Geometria obliczeniowa 30](#_Toc486264997)

[Otoczka wypukła 30](#_Toc486264998)

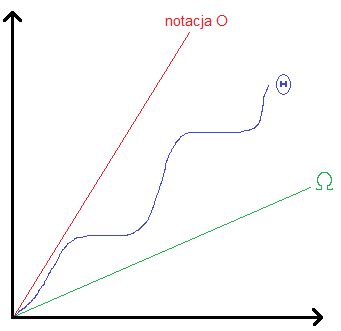
[Algorytm Jarvisa 30](#_Toc486264999)

[Algorytm Grahama 33](#_Toc486265000)

**Ważne!**

# Złożoność obliczeniowa

## Szacowanie wydajności



Rys. 1 szacowanie wydajności

Wzór do szacowania [teta]

### 

### Przykładowe zadanie

Udowodnij używając definicji, że

Liczenie ograniczenia górnego:

Liczenie ograniczenia dolnego:

*Szukamy najmniejszego naturalnego n, dla którego równanie jest większe od 0.*

|  |  |
| --- | --- |
| 1) metoda: podstawianie po kolei  …  Więc | 2) metoda: przyrównanie do zera  Zawsze dodajemy do wyniku 1. Więc |

Odp.: Udowodniłem, że funkcja f(n) jest ograniczona funkcją dla

# Algorytmy sortowania

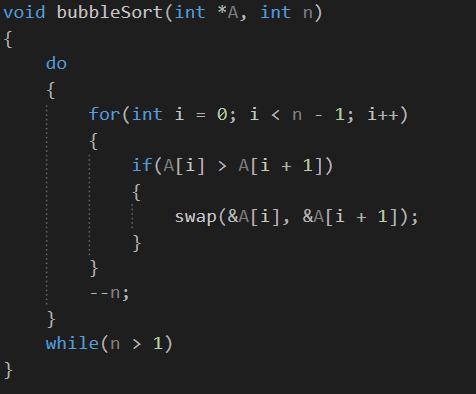
## Sortowanie bąbelkowe (bubble sort)

### Zasada działania

Porównuje sąsiadujące ze sobą elementy, aż cała tablica nie będzie posortowana.

* Złożoność obliczeniowa:
* Złożoność pamięciowa:
* Zalety: sortowanie w miejscu, stabilny, łatwy w implementacji
* Wady: powolny

### Implementacja:



Rys. 2 sortowanie bąbelkowe

### 

### Rozrysowanie

Dla danych 8 4 5 60 22 30 66 50

0) 8 4 5 60 22 30 66 50

1) 4 8 5 22 60 30 66 50

2) 4 5 8 22 60 30 66 50

3) 4 5 8 22 60 30 66 50

4) 4 5 8 22 60 30 66 50

5) 4 5 8 22 30 60 66 50

6) 4 5 8 22 30 60 66 50

7) 4 5 8 22 30 60 50 66 – po pierwszym przejściu przez wszystkie elementy

0) 4 5 8 22 30 60 50 66

1) 4 5 8 22 30 60 50 66

2) 4 5 8 22 30 60 50 66

3) 4 5 8 22 30 60 50 66

4) 4 5 8 22 30 60 50 66

5) 4 5 8 22 30 60 50 66

6) 4 5 8 22 30 50 60 66 – po drugim przejściu (wersja którą mamy się nauczyć w tym miejscu by się nie zatrzymała tylko sprawdziła wszystkie kolejne przestawienia pomimo tego, że już widzimy iż jest posortowany)

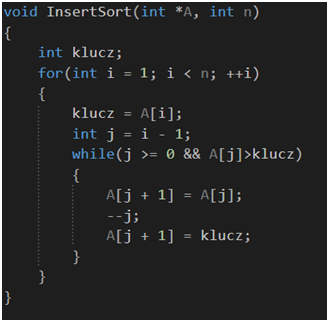
## Sortowanie przez wstawianie (karciane, insert sort)

### Zasada działania

Łap po kolei elementy i przesuwaj je tak długo w lewo aż nie znajdziesz elementu od niej większego (mniejszego).

* Złożoność obliczeniowa:
* Złożoność pamięciowa:
* Zalety: stabilny, szybki dla małej ilości danych, szybki dla wstępnie posortowanych danych
* Wady: powolny dla rzeczywistych danych (średniego przypadku)

### Implementacja



Rys. 3 sortowanie przez wstawianie

### Rozrysowanie

Dla danych 6 5 3 1 8 7 2 4

0) 6 5 3 1 8 7 2 4

1) 5 6 3 1 8 7 2 4

2) 3 5 6 1 8 7 2 4

3) 1 3 5 6 8 7 2 4

4) 1 3 5 6 8 7 2 4

5) 1 3 5 6 7 8 2 4

6) 1 2 3 5 6 7 8 4

7) 1 2 3 4 5 6 7 8

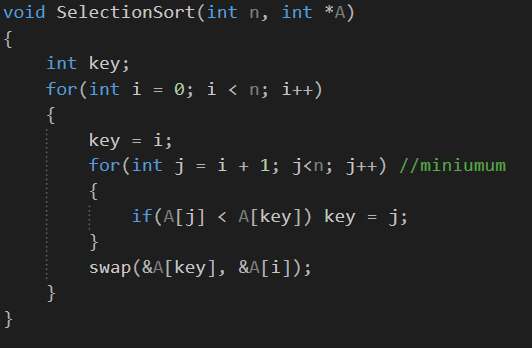
## Sortowanie przez wybieranie (selection sort)

### Zasada działania

Znajdź najmniejszy element i zamień go z tym na początku (ważne zamień a nie przestawiaj), a potem wyszukuj od kolejnego elementu który jest traktowany jako pierwszy. Często mylony z sortowaniem przez wstawianie można sobie skojarzyć, że wybieramy sobie najmniejszy lub największy element żeby go przestawić na początek.

* Złożoność obliczeniowa:
* Złożoność pamięciowa:
* Zalety: sortowanie w miejscu, łatwy w implementacji
* Wady: niestabilny, powolny

### Implementacja



Rys. 4 sortowanie przez wybieranie

## Sortowanie przez zliczanie (counting sort)

### Zasada działania

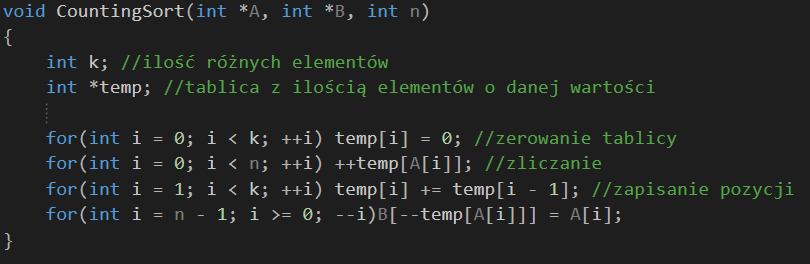
Zapisuje do dodatkowej tablicy ilość wystąpień poszczególnych wartości. Np. pod indeksem 2 jest ilość wystąpień liczby 2.

* Złożoność obliczeniowa:
* Złożoność pamięciowa:

*gdzie k – rozpiętość danych (różnica pomiędzy najmniejszą a największą wartością danych)*

* Zalety: szybki, dobry dla danych z dużą ilością powtórzeń, stabilny
* Wady: wykorzystywana dodatkowa pamięć (nie jest w miejscu), słaby dla zróżnicowanych danych

### Implementacja



Rys. 5 sortowanie przez zliczanie

UWAGA: powyższa implementacja nie zawiera funkcji alokujących pamięć.

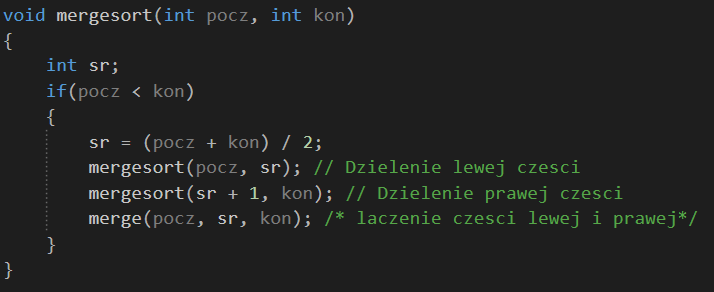
## Sortowanie przez scalanie (merge sort)

### Zasada działania

Dzieli tablice na pół tak długo aż nie zostanie jeden element i potem łączy od dołu sortując poszczególne podtablice używając funkcji do scalania posortowanych ciągów.

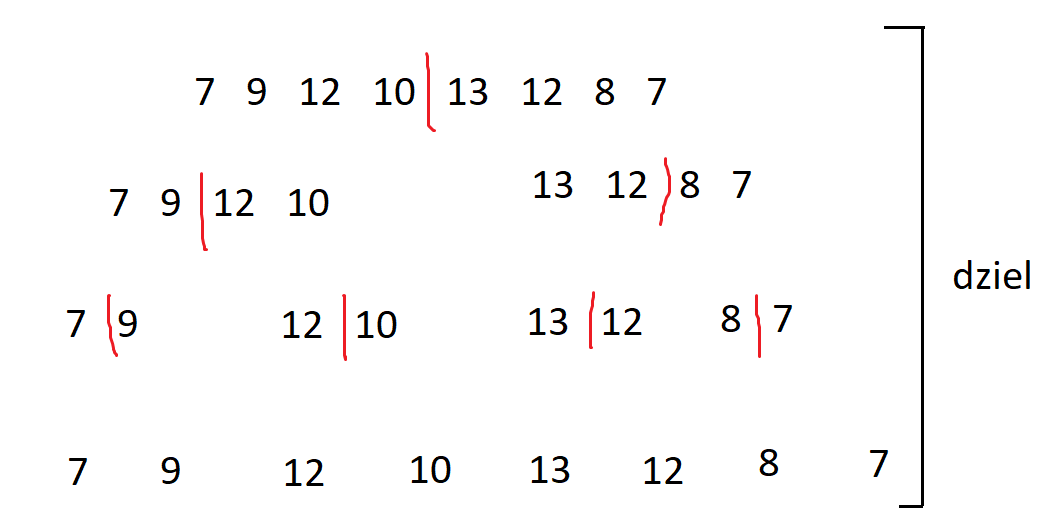
* Złożoność obliczeniowa:
* Złożoność pamięciowa:
* Zalety: stabilny, prosty, szybki także w praktyce
* Wady: potrzeba dodatkowej pamięci

### Implementacja

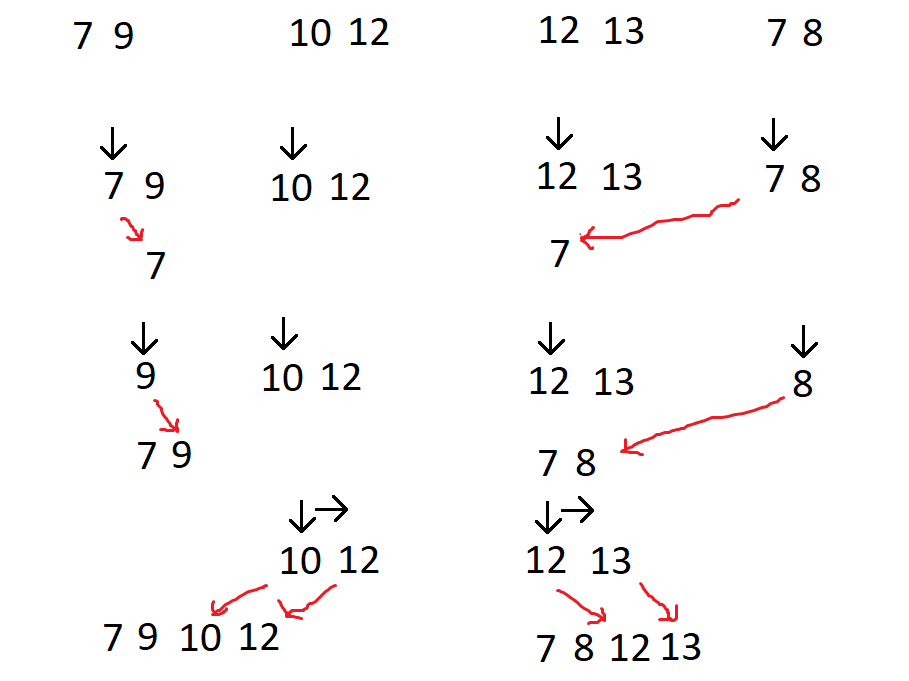


Rys. 6 sortowanie przez łączenie

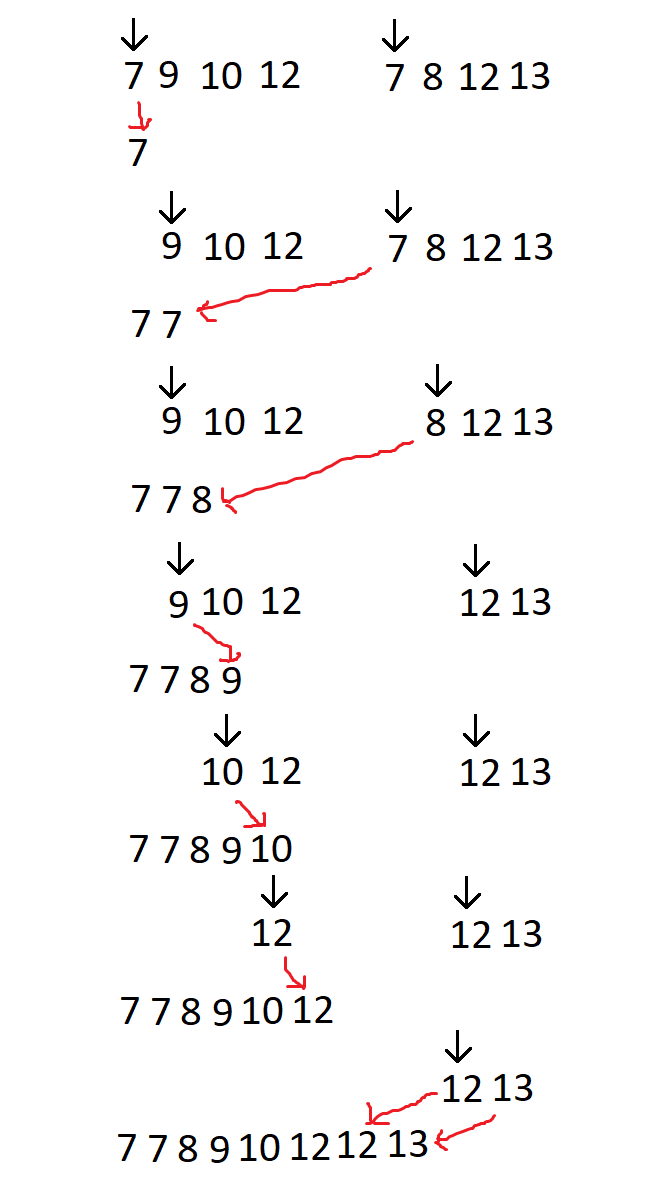
### Rozrysowanie



Rys. 7 faza dzielenia w algorytmie sortowania przez scalanie



Rys. 8 faza łączenia w algorytmie przez scalanie



Rys. 9 faza łączenia w algorytmie przez scalanie ostatnie łączenie

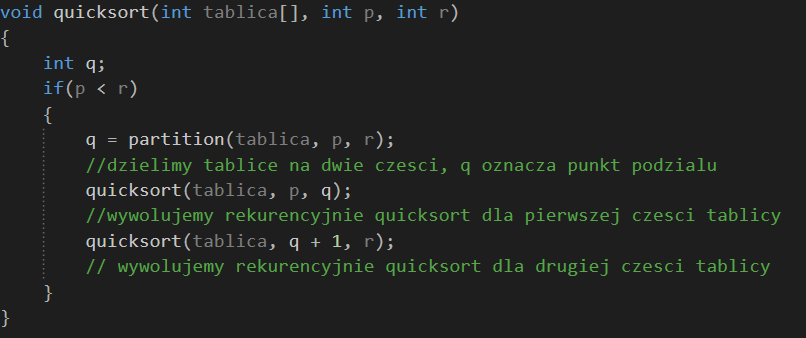
## Szybkie sortowanie (quick sort)

### Zasada działania

Wybieramy arbitralnie jakiś punkt i przerzucamy na lewo mniejsze, a na prawo większe bądź równe od danego elementu. Potem wchodzimy do każdej z podzielonych części i powtarzamy aż nie zostanie tylko jeden element.

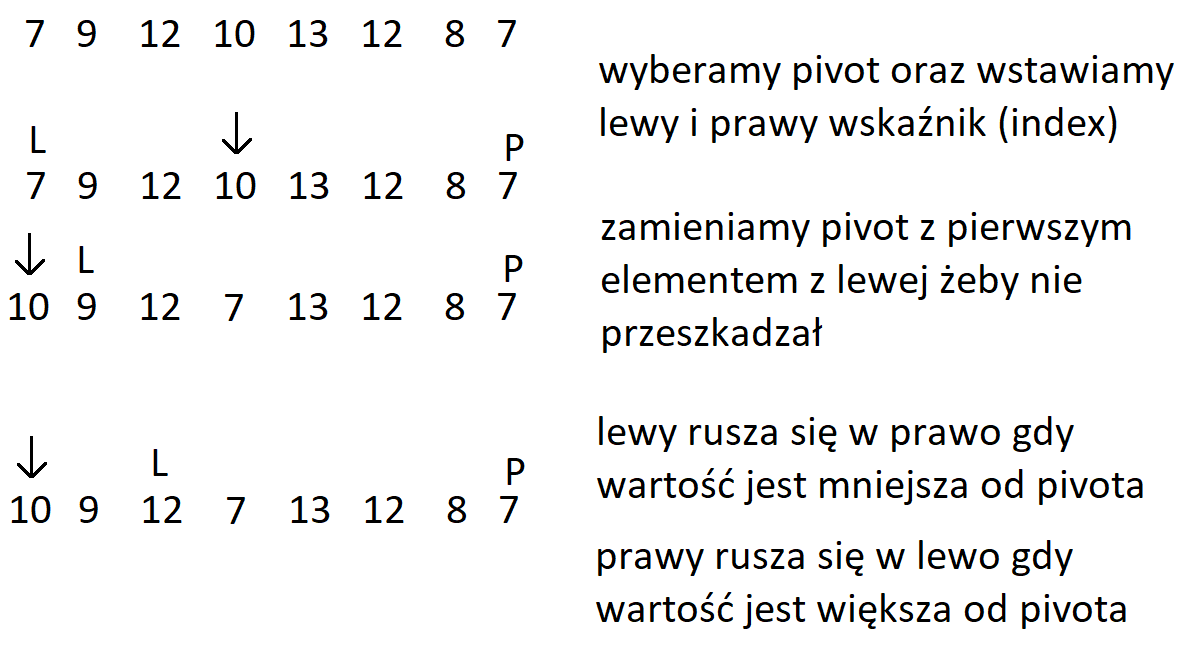
* Złożoność obliczeniowa:
* Złożoność pamięciowa:
* Zalety: szybki także w praktyce, sortuje w miejscu
* Wady: w pesymistycznych sytuacjach złożoność obliczeniowa , niestabilny

### Implementacja

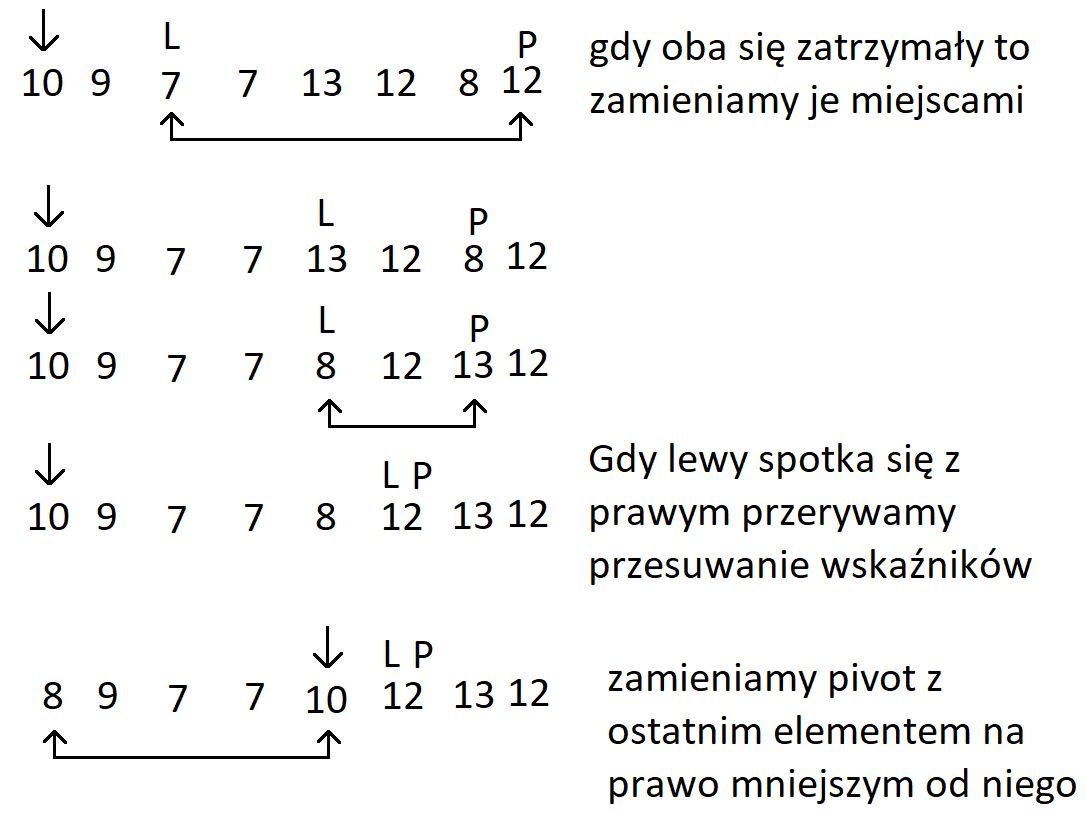


Rys. 10 implementacja sortowania szybkiego

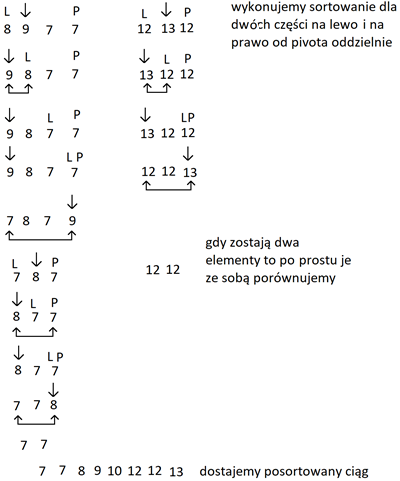
### Rozrysowanie



Rys. 11 sortowanie szybki graficzne rozwiązanie cz1



Rys. 12 sortowanie szybki graficzne rozwiązanie cz2



Rys. 13 sortowanie szybki graficzne rozwiązanie cz3

## Podsumowanie

### Tabela złożoności (szeregowanie algorytmów)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nazwa | optymistyczna | typowa | pesymistyczna | stabilność | w miejscu | Pamięć |
| Bąbelkowe | O(n2) | O(n2) | O(n2) | TAK | TAK | O(1) |
| Wstawianie | O(n) | O(n2) | O(n2) | TAK | TAK | O(1) |
| Wybieranie | O(n2) | O(n2) | O(n2) | NIE | TAK | O(1) |
| Zliczanie | O(k + n) | O(k + n) | O(k + n) | TAK | NIE | O(n + k) |
| Scalanie | O(n\*logn) | O(n\*logn) | O(n\*logn) | TAK | NIE | O(n) |
| Szybkie | O(n\*logn) | O(n\*logn) | O(n2) | NIE | TAK | O(1) |

### Algorytmy stabilne

* bąbelkowe
* przez wstawianie
* przez scalanie
* przez zliczanie
* kubełkowe
* pozycyjne

### 

### Algorytmy niestabilne

* przez wybieranie
* Shella
* szybkie
* przez kopcowanie

## Definicje

### Sortowanie w miejscu

Algorytm nie potrzebuje dodatkowej pamięci na obliczenia. Ewentualnie niewielką stałą niezależną od ilości danych.

### Sortowanie stabilne

Gdy wśród elementów do sortowania występują takie, które się powtarzają to po sortowaniu jest zachowana ich pierwotna kolejność. Czyli ta która wystąpiła jako pierwsza nadal będzie pierwsza.

# Złożoności obliczeniowe

Każdy kolejny algorytm jest słabszy od poprzedniego. Należy czytać od góry do dołu.

* 1
* log log n
* log n
* n
* n log log n
* n log n

# 

# Stos

Stos jest interfejsem, w którym mamy określone funkcję. Możemy podglądać tylko element, który położyliśmy, jako ostatni.

Operacje:

* push() – dokładamy nowy element do stosu.
* pop() - która pozwala na zdjęcie i odczytanie ostatnio położonego elementu.
* isEmpty() – sprawdza czy stos jest pusty
* pick() – pobranie wartości bez ściągania jej ze stosu. (opcjonalnie)
* size() – zwraca rozmiar stosu. (opcjonalnie)

Nie mylić stosu z listą czy kolejką. Stos może być zrealizowany na dowolnej strukturze danych (tablica, tablica dynamiczna, lista dwukierunkowa) i może być dla dowolnego typu (int, float char).

# Odwrotna notacja polska na przykładach

1) AB\*CD\*E/-

(A\*B)-((C\*D)/E)

2) 6 5\*3 7+8 4-2/\*+

Gdy natrafiamy na liczbę dokładamy ją do stosu, gdy na trafimy na działanie ściągamy dwie liczby i wykonujemy na nich działanie, a wynik wrzucamy na stos.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Lp. | wejście | stos |
| 1 | 6 | 6 |
| 2 | 5 | 6 5 |
| 3 | \* | 30 |
| 4 | 3 | 30 3 |
| 5 | 7 | 30 3 7 |
| 6 | + | 30 10 |
| 7 | 8 | 30 10 8 |
| 8 | 4 | 30 10 8 4 |
| 9 | - | 30 10 4 |
| 10 | 2 | 30 10 4 2 |
| 11 | / | 30 10 2 |
| 12 | \* | 30 20 |
| 13 | + | 50 |

(6 \* 5) + ((3 + 7) \* ((8 – 4) / 2)) = 50

# Kolejka

Kolejka podobnie jak stos nie jest strukturą danych tylko interfejsem. Z kolejki możemy, jeśli jest jednostronna to zabierać i odczytywać element, który został położony, jako pierwszy, a dokładamy elementy na sam koniec. W dwustronnej możemy zabierać elementy jeszcze z góry, ale nie ze środka.

Operacje:

* Init(q) – opróżnia kolejkę i przygotowuje pamięć
* isEmpty(q) – sprawdza czy kolejka jest pusta
* Enqueue(q, x) – dokłada element **x** na koniec kolejki **q**
* Dequeue(q) – zabiera element z początku kolejki

# Haszowanie

## Haszowanie liniowe i obsługa kolizji

Mamy tablicę 8-elementową:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 13 | 0 | 7 | 6 | 8 | 10 | 12 | 5 |

Zakładamy że funkcja haszująca to . Zwraca ona wartości od 0 do 9, więc tworzymy 10-elementową tablicę haszującą. Zwrócona wartość to nr docelowego indeksu w tablicy.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  | **13** |  |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** |  |  |  |  |  | **13** |  |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** |  |  |  | **7** |  | **13** |  |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** |  | **6** |  | **7** |  | **13** |  |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

Występuje konflikt, więc przesuwamy się w prawo tak długo aż znajdziemy wolne miejsce.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** |  | **6** |  | **7** |  | **13** | **8** |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

Występuje konflikt, więc przesuwamy się w prawo tak długo aż znajdziemy wolne miejsce.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **10** | **6** |  | **7** |  | **13** | **8** |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

Występuje konflikt, więc przesuwamy się w prawo tak długo aż znajdziemy wolne miejsce.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **10** | **6** |  | **7** | **12** | **13** | **8** |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

Występuje konflikt, więc przesuwamy się w prawo tak długo aż znajdziemy wolne miejsce.

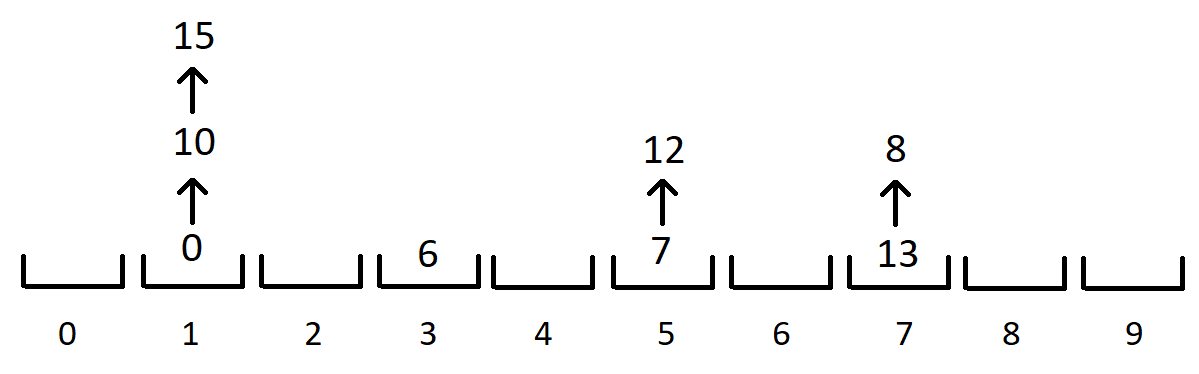
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** | **10** | **6** | **5** | **7** | **12** | **13** | **8** |  |
| *0* | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* |

## Haszowanie łańcuchowe

Dla ułatwienia i pokazania różnic użyjemy tablicy z poprzedniego zadania

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 13 | 0 | 7 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 |
| 7 | 1 | 5 | 3 | 7 | 1 | 5 | 1 |

Drugi rząd to już obliczone pozycje do tablicy za pomocą tego samego wzoru co w poprzednim przykładzie



Haszowanie łańcuchowe zamiast nie jest tablicą przechowującą dane wartości tylko tablicą list.

Te które były jako pierwsze są niżej na liście. Nie ma różnicy czy narysujemy to pionowo (tak jak tu) czy poziomo (jak było na prezentacji).

## Haszowanie kwadratowe

Jeszcze raz rozważmy te same dane dla tej samej funkcji haszującej .

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 13 | 0 | 7 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 |
| 7 | 1 | 5 | 3 | 7 | 1 | 5 | 1 |

Rozważmy liczby 0, 10 oraz 15 ponieważ mają kolizje na pozycji 1.

Zastąpmy naszą liczbę 1 w funkcji przez i:

Przy każdej kolizji używamy następującego wzoru poczym wykonujemy ++i

Każda następna kolizja jest przesuwana o kwadrat danej liczby, a nie o jeden jak w liniowym

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **0** |  | **6** |  | **7** |  | **13** |  |  |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Pierwsza kolizja to 8 bo chcemy ją postawić na indeks 7 który jest zajęty przez liczbę 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **8** | **0** |  | **6** |  | **7** |  | **13** |  |  |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Druga kolizja to 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **8** | **0** |  | **6** | **10** | **7** |  | **13** |  |  |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Trzecia kolizja to 12.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 0 |  | 6 | 10 | 7 |  | 13 | 12 |  |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Czwarta kolizja to 15.

Tu następuje kolejna kolizja więc dodajemy do jeszcze 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **8** | **0** |  | **6** | **10** | **7** |  | **13** | **12** | **15** |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# Haszowanie podwójne

Mamy dwie funkcje haszujące h(k) oraz h’(k)

Używamy pierwszej funkcji haszującej, a w przypadku kolizji wykorzystujemy wzór:

Gdzie **i** to ilość kolizji.

# Haszowanie kukułcze

Mamy dwie tablice równej wielkości oraz oddzielną funkcję haszującą do każdej

Jak wygląda wrzucanie elementów do tablicy: (za każdym razem używamy odpowiedniej funkcji haszującej)

1. Sprawdzamy czy mamy wolne miejsce w pierwszej tablicy
2. Jeżeli nie, to wstawiamy do drugiej tablicy
3. Jeśli w drugiej też jest zajęte to, to co było na miejscu, które chce zająć wrzucany element to go zabieramy i próbujemy wstawić do pierwszej
4. Jeśli w pierwszej jest zajęte to wstawiamy element na jego miejsce na pałę, a ten wypchany element próbujemy wrzucić do drugiej
5. Jeśli wystąpi jakiś cykl czy blokada to masz pecha chyba, że zrobisz jakiś limit przerzuceń to wtedy np. może ci coś nie wejść do którejś z tablic

## Pojęcia związane z haszowaniem

* O(1) wyszukiwanie w optymistycznym przypadku
* O(n/m + 1) wyszukiwanie w średnim przypadku
* **n** – ilość elementów w ciągu **m** – długość haszowanej tablicy
* O(n) wyszukiwanie w pesymistycznym przypadku
* współczynnik przeładowania (load factor)
* oczekiwana liczba prób do znalezienia oczekiwanej wartości

# Drzewo

* Drzewo (wolne): graf spójny acykliczny nieskierowany. Jeśli graf jest nieskierowany i acykliczny, ale niekoniecznie spójny, to nazywamy go lasem.
* Drzewo z korzeniem (drzewo ukorzenione): drzewo wolne z jednym wyróżnionym wierzchołkiem, tzw. korzeniem (oznaczamy go zwykle przez *r*).
* Drzewo uporządkowane: drzewo ukorzenione, w którym dzieci każdego węzła są uporządkowane.
* Regularne drzewo binarne: każdy węzeł ma 0 lub 2 dzieci.
* Pełne drzewo binarne: wszystkie liście są na tej samej głębokości *h*(dla pewnego h), a wszystkie węzły wewnętrzne mają stopień 2.(Innymi słowy, pełne drzewo binarne jest regularne.)

## Przeszukiwanie

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **INORDER** | **PREORDER** | **POSTORDER** |
| * Lewe dziecko * Węzeł * Prawe dziecko | * Węzeł * Lewe dziecko * Prawe dziecko | * Lewe dziecko * Prawe dziecko * Węzeł |

## Podstawowe pojęcia

* **Liść -** Węzeł drzewa, z którego nie wychodzi żadna krawędź. Nie ma dzieci
* **Korzeń -** Węzeł początkowy drzewa znajdujący się, jako jedyny na wysokości 0 i nie ma rodzica
* **Bracia –** Węzły wychodzące z tego samego rodzica
* **Wysokość -** Odległość między korzeniem, a najodleglejszym liściem. Do wysokości drzewa nie wlicza się korzenia (jest na głębokości 0).
* **Głębokość -** Odległość miedzy korzeniem, a konkretnym wierzchołkiem
* **Drzewo binarne -** Drzewo, w którym stopień każdego wierzchołka jest nie większy od 3.
* **Drzewo BST (przeszukiwań binarnych) -** To takie drzewo, w którym prawe dzieci są większe od rodzica, a lewe mniejsze od niego.

# Kopce

Kopiec jest strukturą opartą na drzewie.

Wszystkie liście są umieszczone z lewej strony drzewa i róznica między poziomami liści nie jest większa niż 1. Liście w tablicy są umieszczone na końcu. (Dla każdego i > floor(n/2))

Cechuje się tym że zachowana jest relacja między węzłem i jego dziećmi (zwykle wartość węzła jest większa/mniejsza niż wartości obu jego dzieci). Dzięki temu dobrze nadaje się do implementacji kolejki priorytetowej.

Wiemy, że element największy (najmniejszy) jest zawsze na górze kopca, więc zdejmowanie kolejnych elementów z góry kopca zawsze da ciąg posortowany. Jest to heapsort.

## Tworzenie kopca

Kopiec jest strukturą bezwskaźnikową. Oznacza to że informacja o relacjach między elementami jest zawarta w kolejności tych elementów w tablicy.

(indeksy liczymy od 1) (floor: zaokrąglenie w dół) (H: tablica zawierająca kopiec)

funkcje ustalające pozycje elementów związanych z elementem na pozycji i

parent

return floor(i/2)

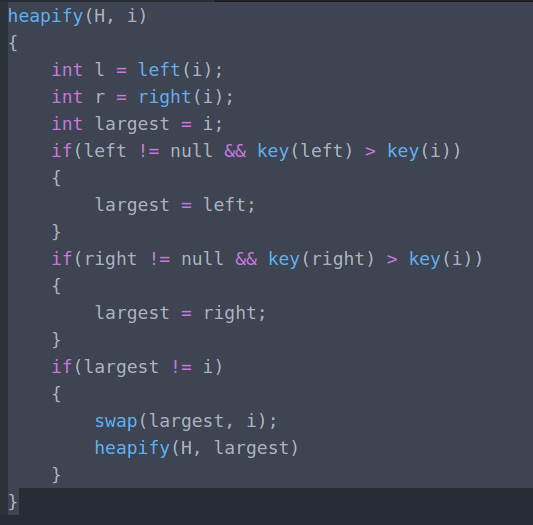
left

return 2\*i

right

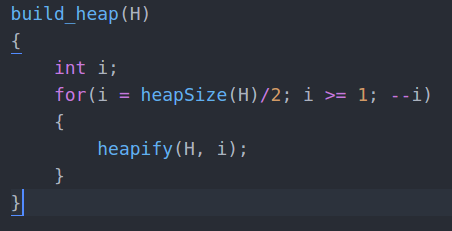
return 2\*i + 1

## Funkcja heapify.

Służy do naprawy własności kopca względem jednego elementu. Po heapify zostaje utworzony podkopiec z rootem w węźle i.

## Funkcja build heap

Służy do przemieszczenia elementów w tablicy w taki sposób aby stanowiła ona kopiec. Z własności kopca polegającej na zachowaniu relacji między ojcem i synami wynika wniosek że każde poddrzewo kopca jest kopcem. Należy więc wykonać funkcję heapify dla każdego elementu który ma dzieci (nie jest liściem)

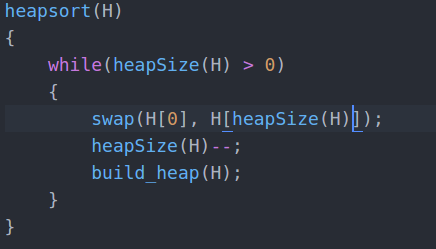


## Heapsort

Skoro wiemy że największy(najmniejszy) element jest na samej górze kopca można wykorzystać ten fakt do sortowania.

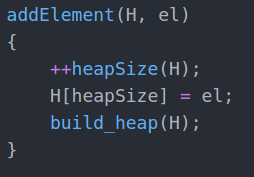
Procedura heapsort

1. zamień element ostatni z pierwszym
2. zmniejsz rozmiar kopca o jeden. (końcówka tablicy nie należy teraz do kopca i jest posortowanym ciągiem)
3. napraw kopiec (build heap)
4. jeśli rozmiar kopca jest większy niż 0 wróć do kroku 1



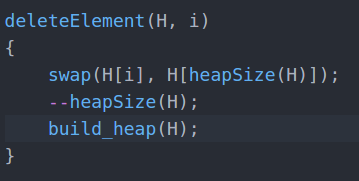
## Dodawanie elementu

1. zwiększ rozmiar kopca o 1
2. Dodaj element na koniec tablicy
3. napraw kopiec



## Usuwanie elementu na określonym indeksie

Analogicznie do dodawania elementu

1. zamień element usuwany z ostatnim
2. zmniejsz rozmiar kopca o jeden
3. napraw kopiec

# Grafy

## Graf skierowany (zorientowane)

To para G = (V, E) zbiorów skończonych gdzie V to zbiór węzłów (wierzchołków), a E to zbiór uporządkowanych par wierzchołków (krawędzi, łuków, pętli).

## Graf nieskierowaniy (niezorientowane)

To para G = (V, E) zbiorów skończonych gdzie V to zbiór węzłów (wierzchołków), a E to zbiór dwuelementowych zbiorów wierzchołków (krawędzi, łuków, pętli).

## Macierze sąsiedztwa

Dwuwymiarowa (V2), jest jedna dla całego grafu. Wypełniona 0 (brak połączenia) lub 1 (połączenie).

* Dla grafów skierowanych: diagonalna nie musi być z samych 0.
* Dla grafów nieskierowanych: diagonalna jest z samych 0, oraz jest symetryczna względem diagonalnej.

Diagonalna to ta przekątna od góry po lewo do dołu po prawo.

## Listy sąsiedztwa

Jednowymiarowa (V), przechowuje informację o tym, do których wierzchołków prowadzi droga z danego wierzchołka. Jest listą wskaźników.

## Macierze incydencji

Dwuwymiarowa (V\*E) prostokątna, niesymetryczna i przyjmuje wartości -1, 0, 1 oraz 2.

-1 oznacza krawędź w grafie skierowanym w przeciwnym kierunku do wierzchołka (wychodzi z niego), 0 to brak połączenia, 1 to krawędź wchodząca do danego wierzchołka, a 2 to pętla.

## Przeszukiwanie BFS (w szerz)

* wrzucamy wierzchołek startowy do kolejki
* sprawdzamy wszystkich sąsiadów i wrzucamy do kolejki każdego, który nie został jeszcze odwiedzony.
* po dorzuceniu wierzchołków wierzchołka na dole kolejki wyrzucamy go

Lub

* Na początku wszystkie wierzchołki są białe.
* Wierzchołki szare są przechowywane w kolejce FIFO.
* Po jej opuszczeniu kolorujemy je na czarno.

## Przeszukiwanie DFS (w głąb)

* badamy wszystkie krawędzie ostatnio odwiedzonego wierzchołka v
* gdy wszystkie krawędzie v są zbadane przechodzimy wierzchołka v, z którego przeszliśmy do obecnego
* kontynuujemy do momentu, gdy wszystkie wierzchołki osiągalne z wierzchołka startowego zostaną odwiedzone

## Złożoność pamięciowa grafu

Złożoność pamięciowa grafu jest

* **Graf spójny -** gdy do każdego wierzchołka prowadzi krawędź i da się dojść od niego do każdego innego. Graf spójny może być słabo lub silnie spójny.
* **Graf słabo spójny -** gdy do każdego wierzchołka prowadzi krawędź i da się dojść od niego do każdego innego z tym, że gdy graf jest skierowany to by trzeba było iść pod prąd.
* **Graf silnie spójny -** gdy zawsze da się dojść z każdego do dowolnego innego wierzchołka uwzględniając kierunki dróg.

# Kompresja danych

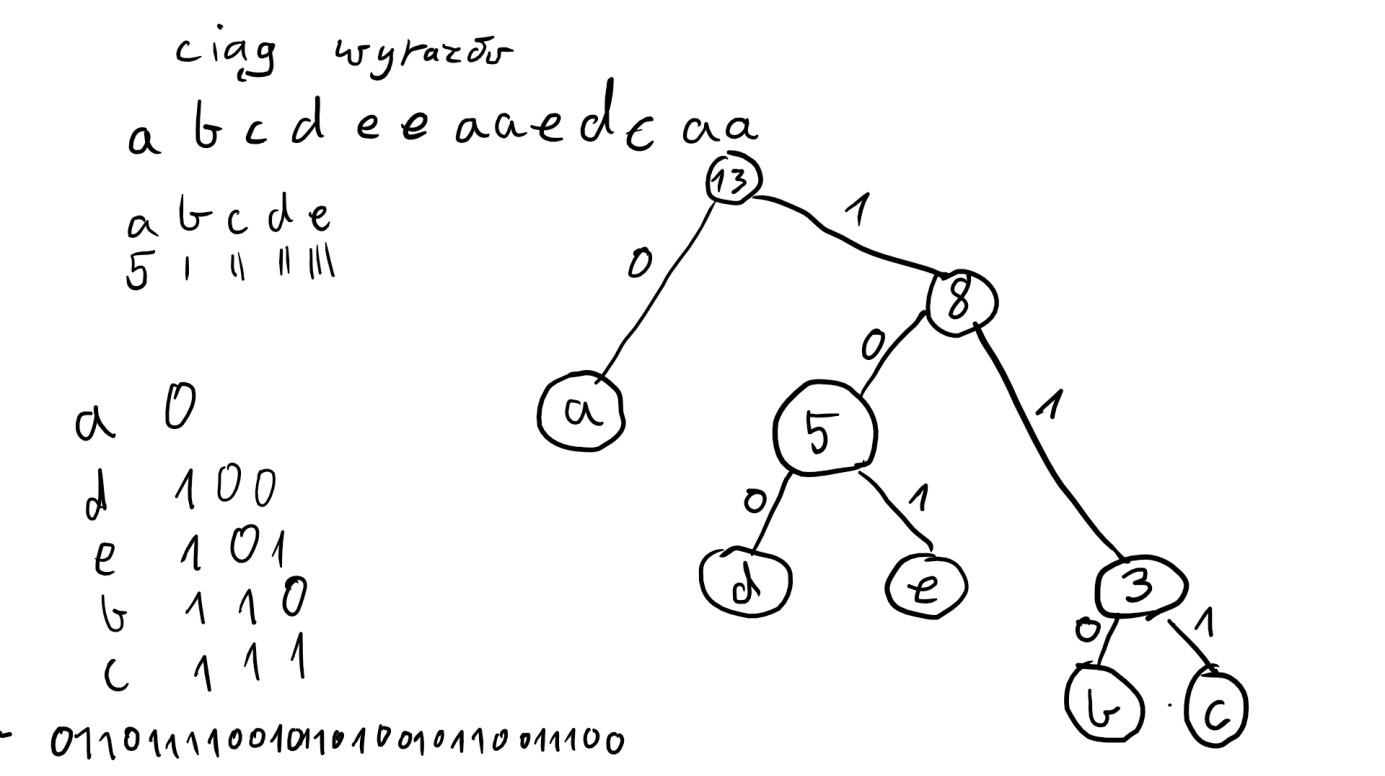
## Podstawowe dane

|  |  |
| --- | --- |
| **KOMPRESJA BEZSTRATNA**  (dane są w pełni zgodne z początkowymi) | **KOMPRESJA STRATNA**  (część informacji jest tracona) |
| * Tekst * Programy * Bazy danych | * Muzyka * Filmy * Zdjęcia |

## Algorytm Huffmana

Jest to algorytm kompresji danych, który polega na jak największym skróceniu danych które najczęściej występują.

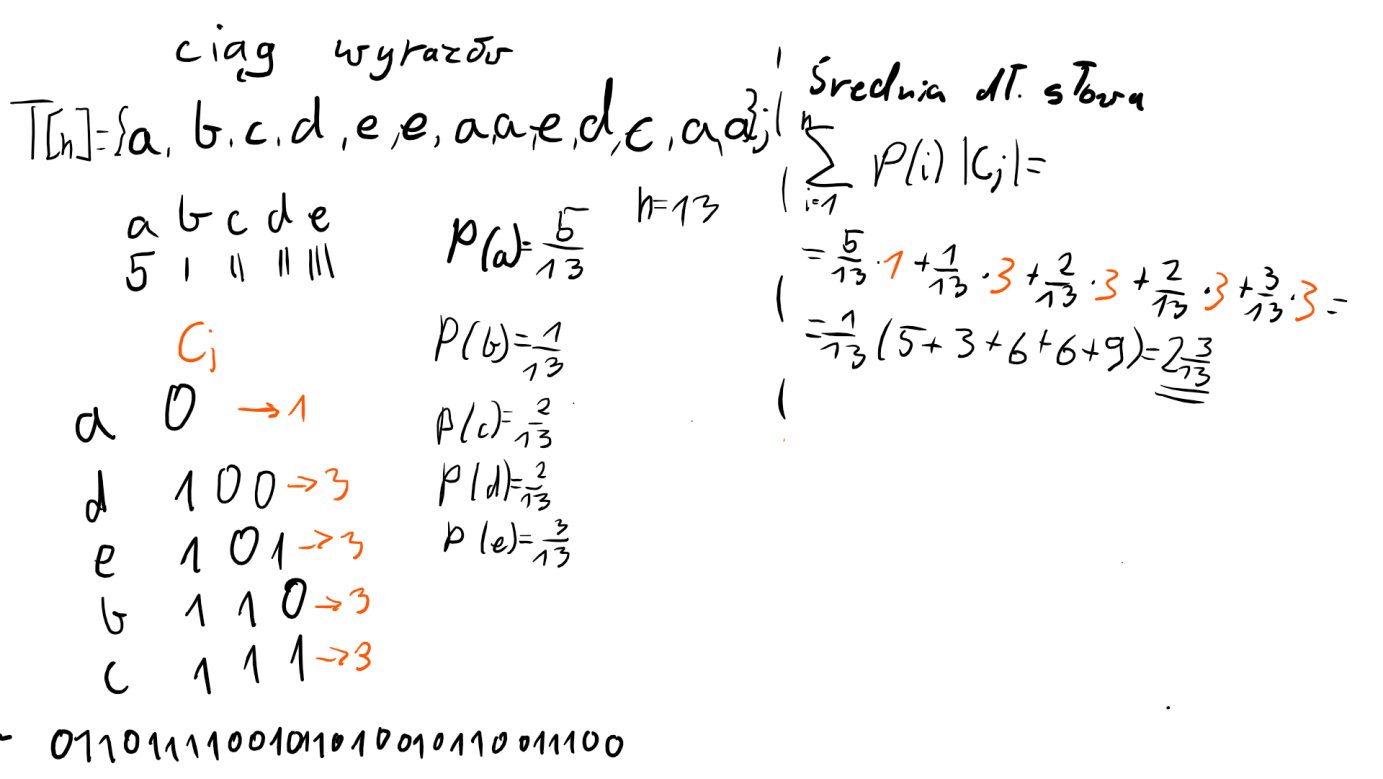
W dowolnym ciągu liczymy ilość wystąpienia poszczególnych znaków i budujemy na ich podstawie drzewo tak by na samym dole znajdowały się najrzadziej występujące, a im wyżej tym częściej występujące.

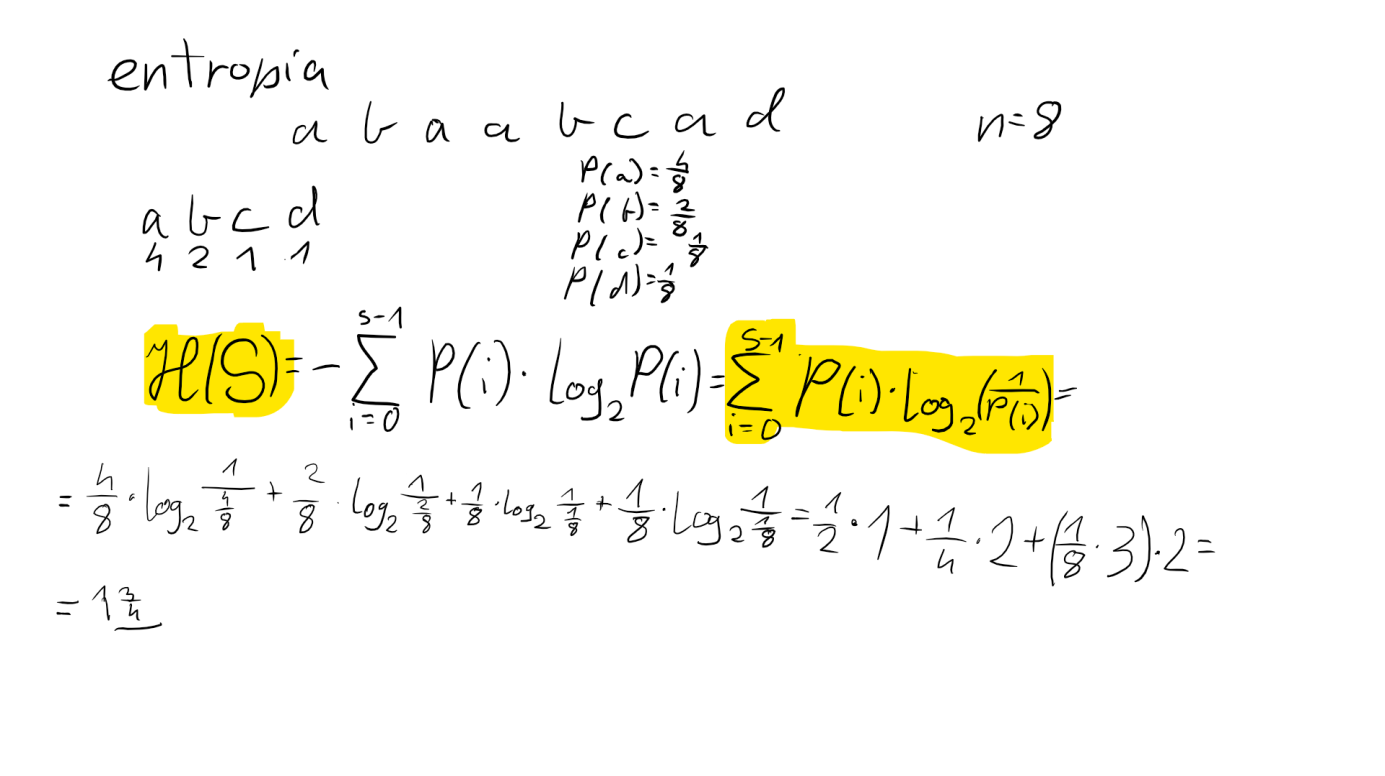


Typowa litera zajmuje pamięć 8 bitów czyli 1 bajt. Zauważmy, że tu poszczególne litery zajmują od 1 do 3 bitów, a kod jest jednoznacznie odczytywalny, np. jeśli litera zacznie się od **0** to od razu wiemy, że to **a**, zaś gdy od **11** to będzie to **b** lub **c.**

Algorytm bardzo dobrze działa dla danych o **małej ilości różnych znaków** w tym przypadku było tylko 5 różnych liter. Do algorytmu jest potrzebna dodatkowa pamięć przetrzymująca drzewo, oprócz samej sekwencji.

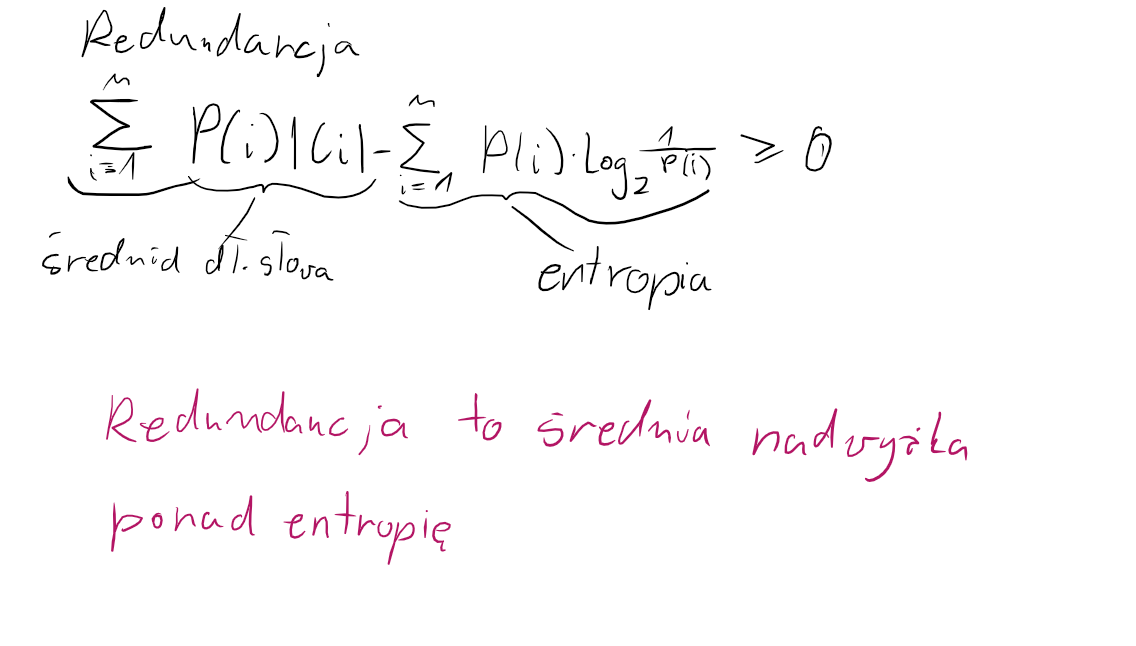
## Średnia długość słowa



Entropia

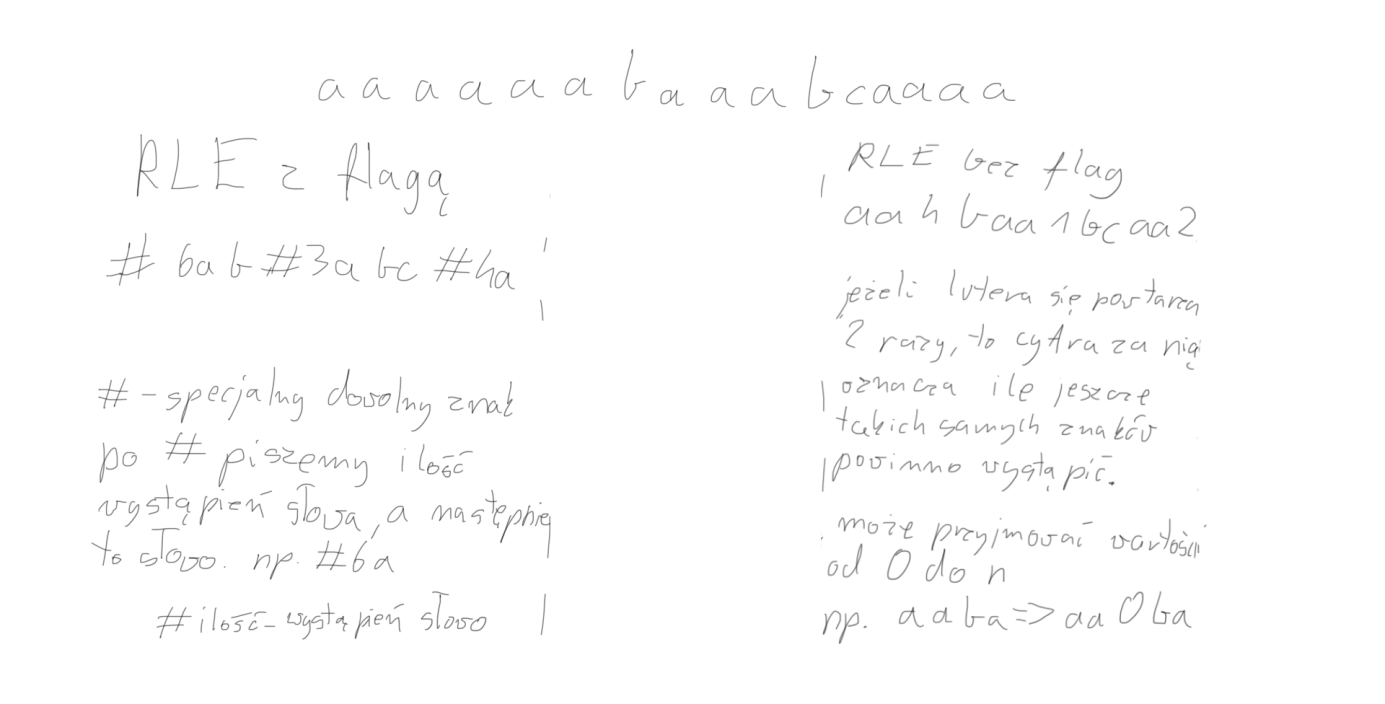
Entropia jest miarą rozrzutu danych. Określa ona czy warto kompresować badane dane. Im mniejsza entropia, tym lepiej dane powinny się skompresować.

## Redundancja



Redundancja to średnia nadwyżka ponad entropię. Jest miarą przeciwną do entropii jest to wartość tego jak dużo jest nadmiarowych danych. Im wyższa redundancja, tym lepiej dane powinny się skompresować.

## Kompresja RLE



Run-length encoding to algorytm kompresji bezstratnej gdzie znaki zapisujemy zliczając ich ilość i pisząc np. 10g zamiast gggggggggg.

W praktyce mało przydatny. Dobry dla danych, w których jest dużo powtarzających się **znaków następujących po sobie.**

## LZ77

Algorytm kompresji, w którym wykorzystujemy powtarzający się ciąg, i zamiast go pisać drugi raz wskazujemy gdzie on wystąpił i jakiej jest długości.

Przykład

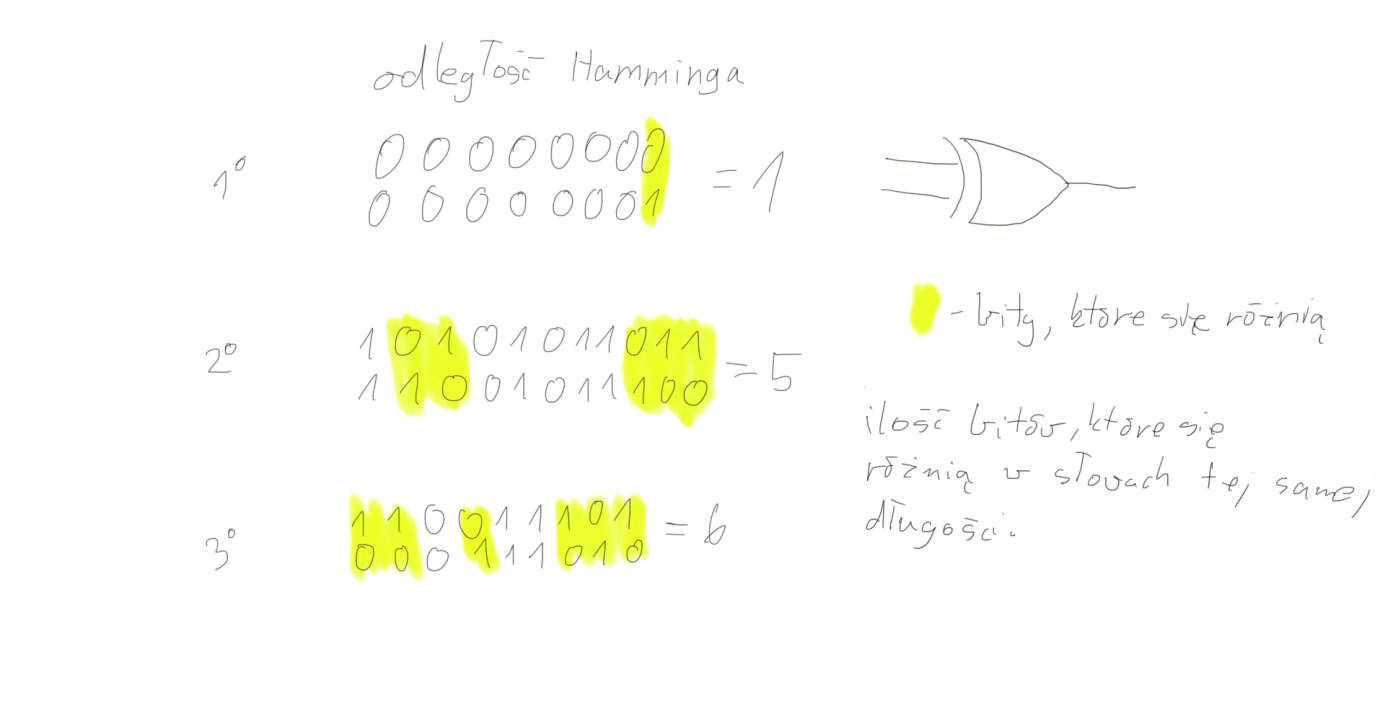
* Wczoraj wieczorem Hamming garał w golfa z Hammingway’em
* Wczoraj wieczorem Hamming garał w golfa z <24, 7>way’em

Oznacza to, że 24 znaki wcześniej jest siedmioliterowe powtórzenie.

Dobry dla długich ciągów znaków, które się powtarzają. Przydatny także w praktyce.

# Stringologia:

## Długość Hamminga



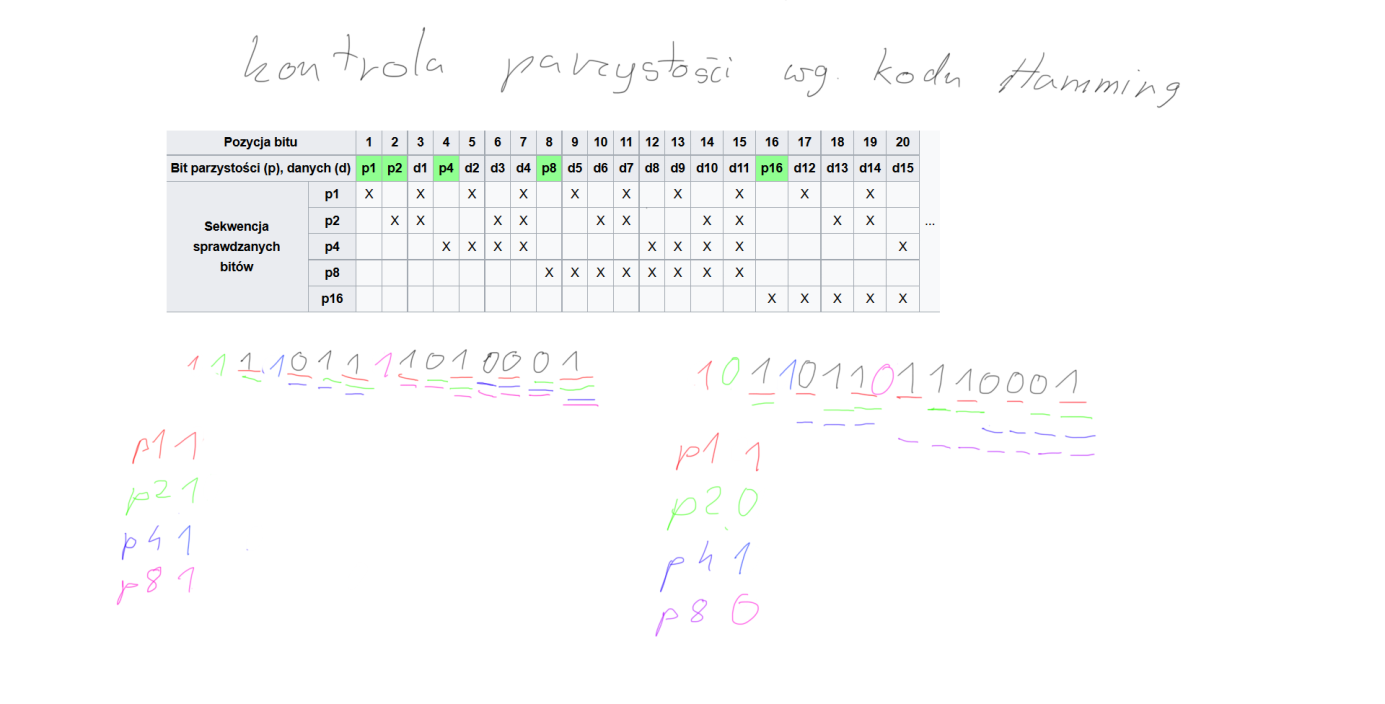
## Bit parzystości

By sprawdzić czy dane są poprawne często dodaje się do nich sztuczne dane które pokazują, że Informacje są zgodne z tym co się przesłało.

Na początku lub na końcu dodaje się jeden bit którego wartość oznacza ilość jedynek w całym pozostałym ciągu.

0 to nieparzysta ilość jedynek, 1 to parzysta ilość jedynek.

## Kontrola parzystości



Gdy wysyłamy dane przez sieć i nie chcemy by nam jakieś dane się zgubiły lub co gorsze przekłamały.

Do policzenia ilości bitów potrzebnych do korekcji bierzemy ilość wartości, które chcemy wysłać. Liczbę 7 można zapisać jako gdy r = 3, bo

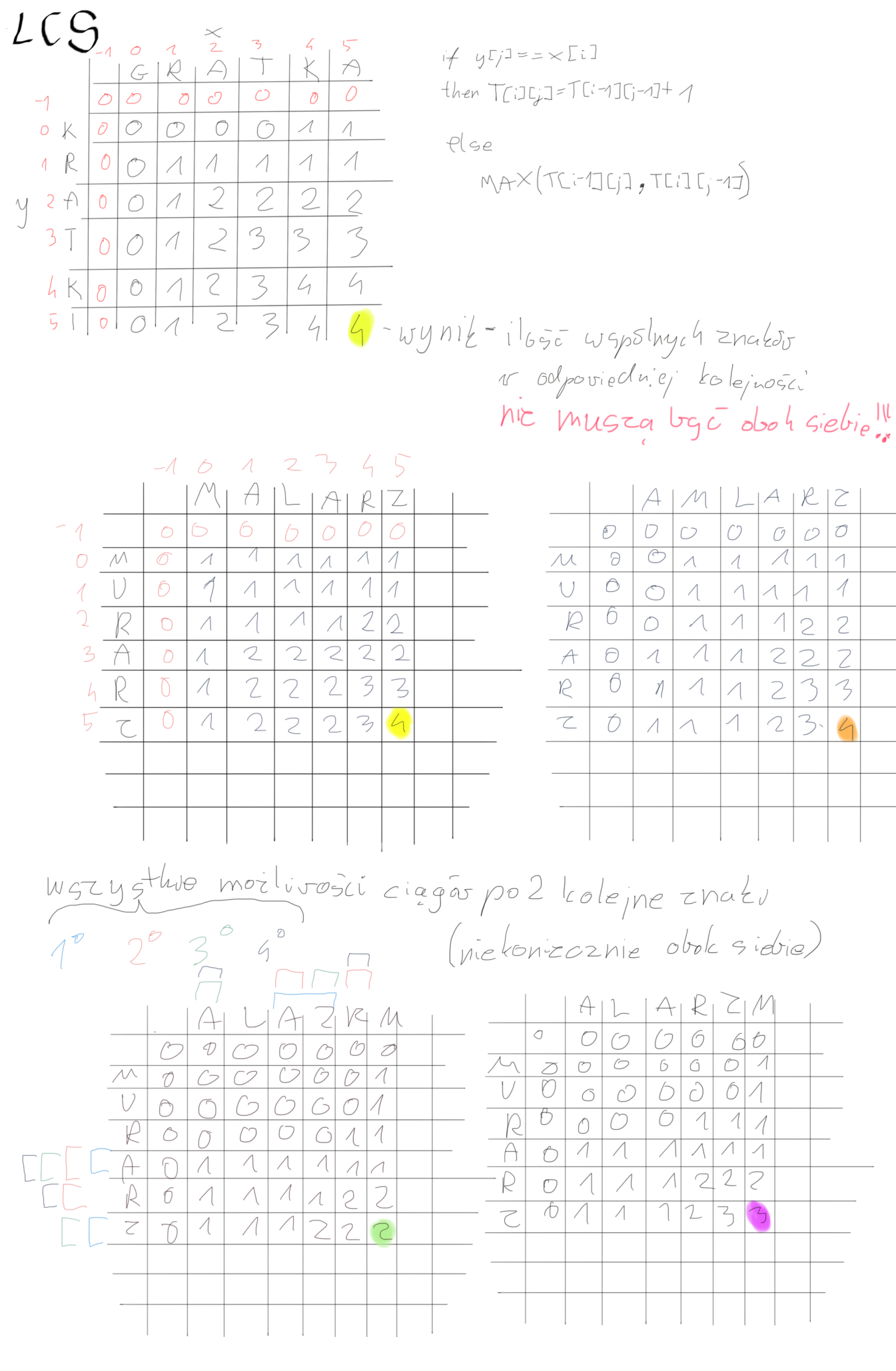
Więc potrzeba 3 bitów, by można było skorygować.

Liczbę 9 można zapisać jako gdy r = 5, bo

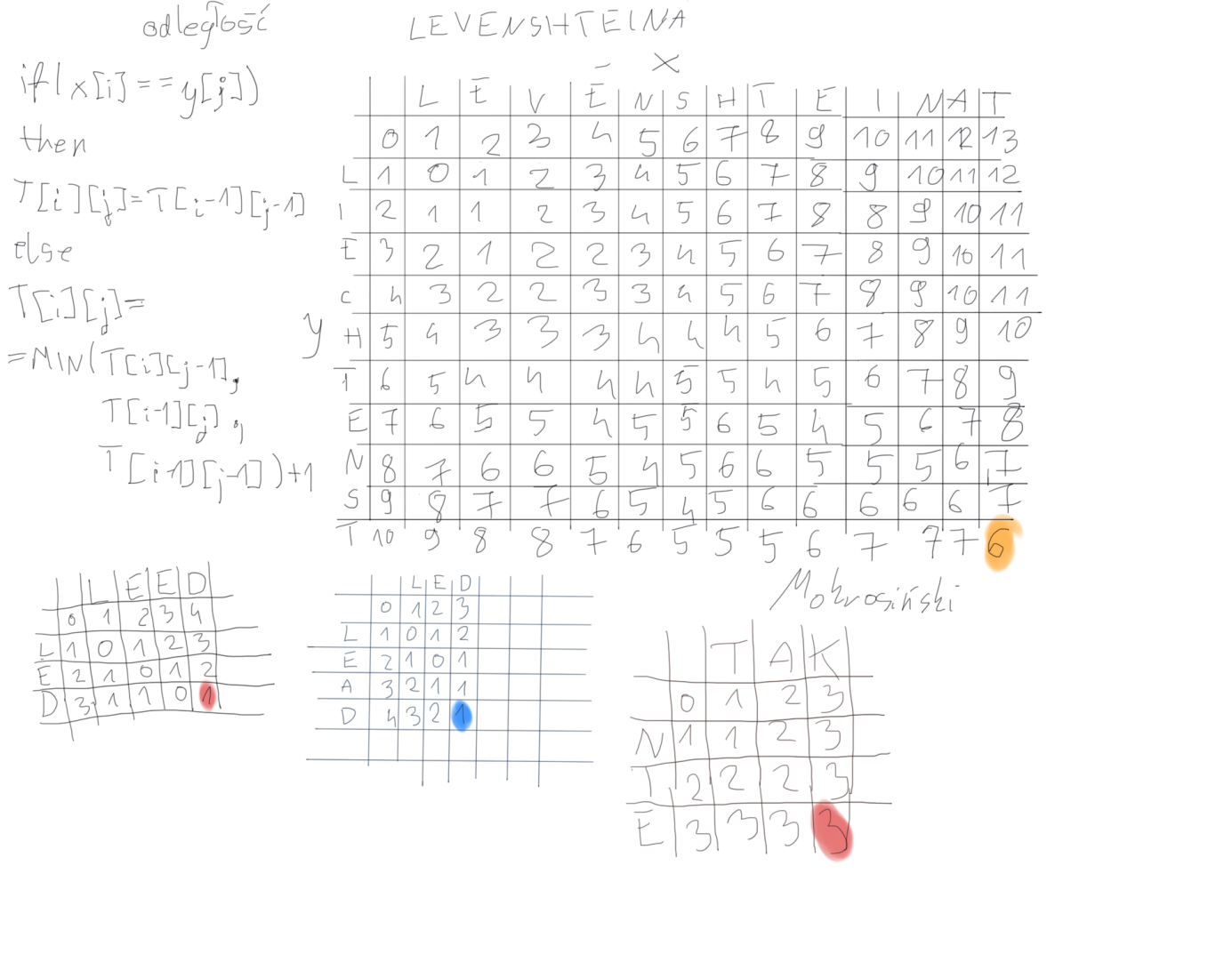
Więc potrzeba 4 bitów, by można było skorygować. W tym przypadku trzeba dać trochę nadmiaru.

## LCS – Longest common subsequence

Najdłuższa wspólna podsekwencja. Algorytm jest stosowany np.: w repozytoriach do sprawdzania różnic między poszczególnym wersjami plików.



## Odległość Levenshteina (edycyjna)



Służy do wyznaczania różnić między poszczególnymi wyrazami

Mówi nam o tym ile minimalnie znaków musimy **usunąć, przestawić** lub **zastąpić,** aby jeden wyraz zamienić w drugi.

Algorytm ten może służyć jako podpowiedzi w słownikach np.: gdy zrobimy jakąś literówkę zjemy jakąś jedną literę możemy sobie obliczyć do jakich wyrazów ze słownika jest podobny ten, w którym się pomyliliśmy.

# Geometria obliczeniowa

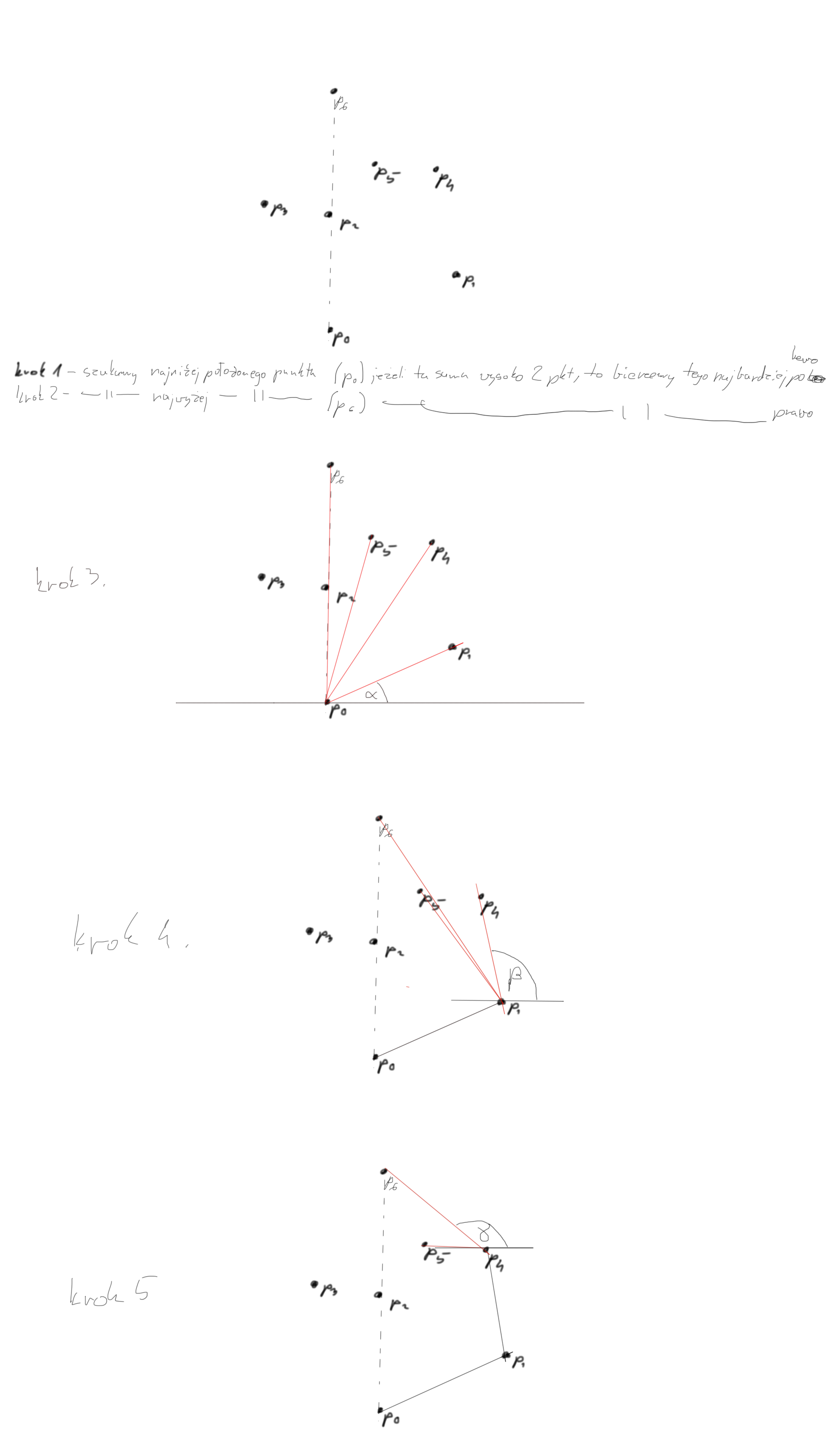
## Otoczka wypukła

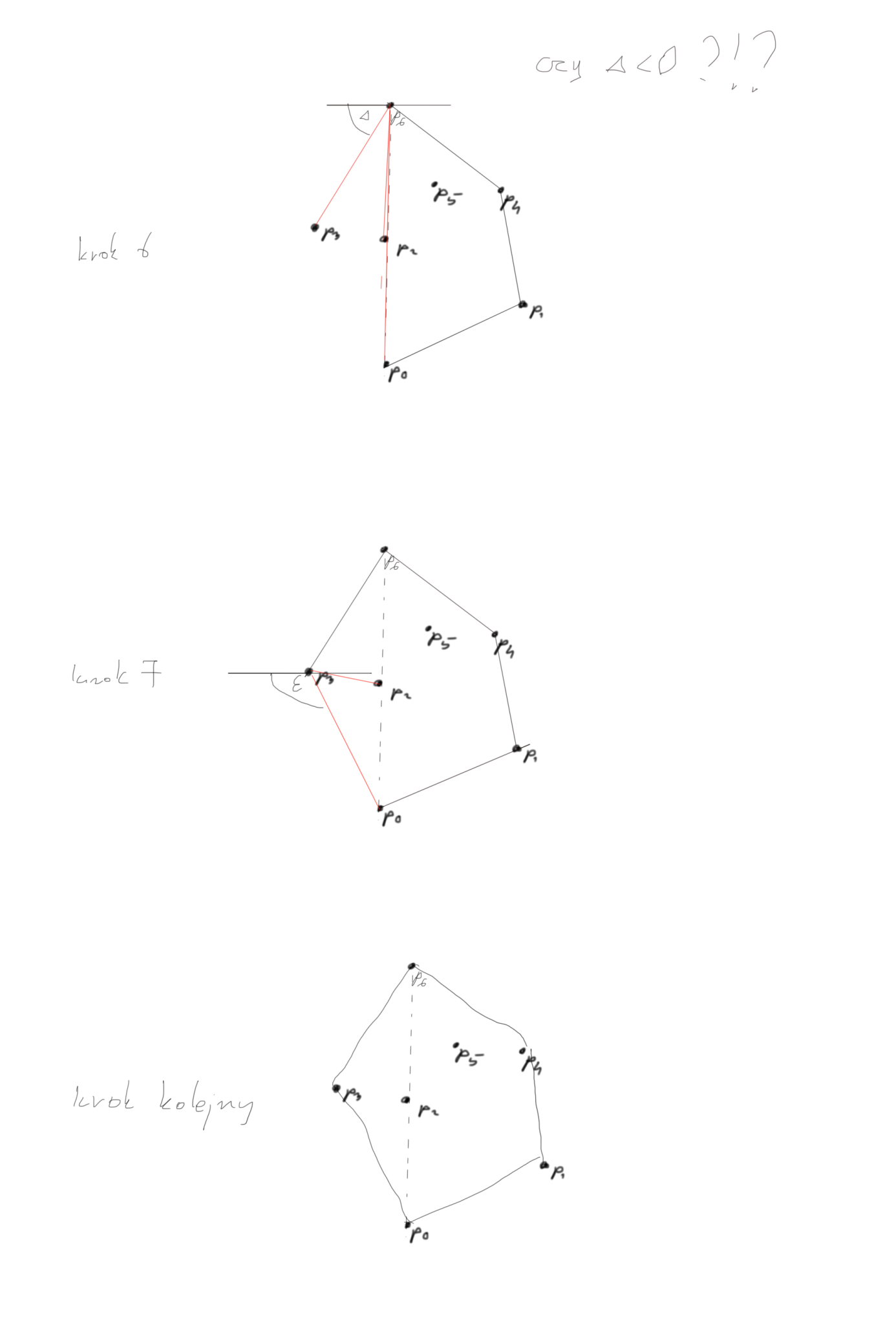
Najmniejszy wielokąt wypukły otaczający zbiór punktów.

## Algorytm Jarvisa

Złożoność obliczeniowa O(n)+O(nh) ogólnie O(nh)

W najgorszym przypadku O(n^2) gdy h jest bliskie n





Krok 1 i 2: Wyszukujemy najniższy i najwyższy punkt i dzielimy punkty na prawe i lewe.

Krok 3 – 5: Porównujemy punkty z nie niższymi punktami i szukamy te które są pod najmniejszym kątem

Krok 6: Gdy dojdziemy na samą górę zaczynamy patrzeć kąt w drugą stronę.

## Algorytm Grahama

Wyszukujemy najniższy punkt.

Sortujemy punkty względem kąta od najniższego punktu odwrotnie do wskazówek zegara.

Wrzucamy pierwsze trzy na stos.

Jeśli kolejny punkt jest na lewo względem dwóch najwyższych punktów ze stosu to dorzucamy do stosu.

Jeśli kolejny punkt jest na prawo względem dwóch najwyższych to wywalamy ten, który był na górze i sprawdzamy ten warunek aż nie będzie skrętu w lewo.

Jeśli będzie już skręcało w lewo to dorzucamy do stosu.

Złożoność obliczeniowa O(n) + O(n log n) + O(1) + O(n)

Wyszukanie najniższego + sortowanie + dorzucenie do stosu + przejście po wszystkich elementach

W praktyce O(n log n)

Rysunki na prezentacji 12 z algorytmów dość dobrze pokazują działanie tego algorytmu.