

# 搜 索

2019年度南京大学“专创融合”特色示范课程培育项目

高 阳

<http://cs.nju.edu.cn/rl>, 2019.9.10

# 搜索

状态空间搜索

# 状态空间搜索

**搜索** — 一种问题求解方法

动机：理解AI中的静(不变, Statics)和动(变, Dynamics)

静：知识表示(Knowledge Representation)

动：推断或推理(Inference or Reasoning)

状态空间搜索 — GOFAI(Good Old-Fashioned Artificial Intelligence, Pre-statistical AI)的主要推断范型

由Newell和Simon在上世纪60年代，在通用问题求解器中发展起来的主要范型。

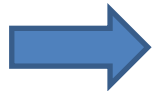
# 状态空间表示

状态空间图：节点  $N$  和连接(弧)  $A$

初始状态：  $S$  是  $N$  的非空子集

目标状态：  $G$  是  $N$  的非空子集

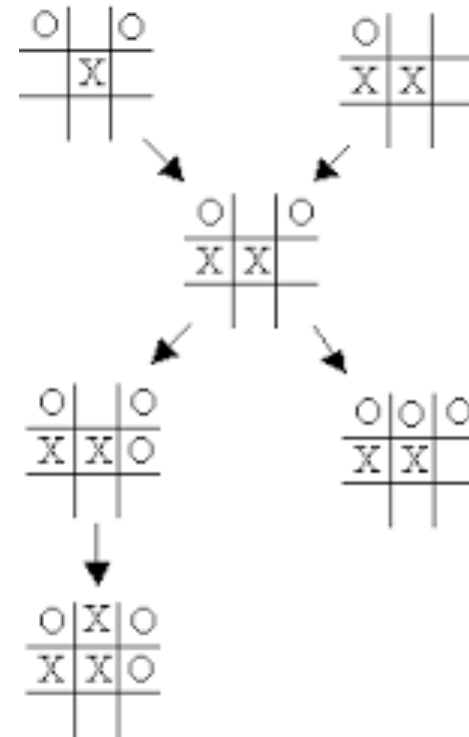
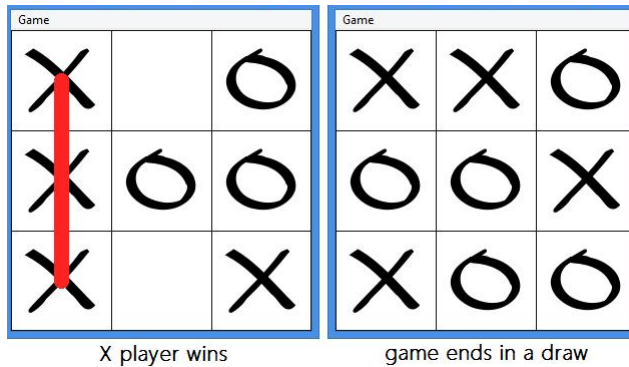
状态空间搜索： 寻找从初始状态到目标状态的解路径(Solution Path)



复杂问题求解的结构和策略

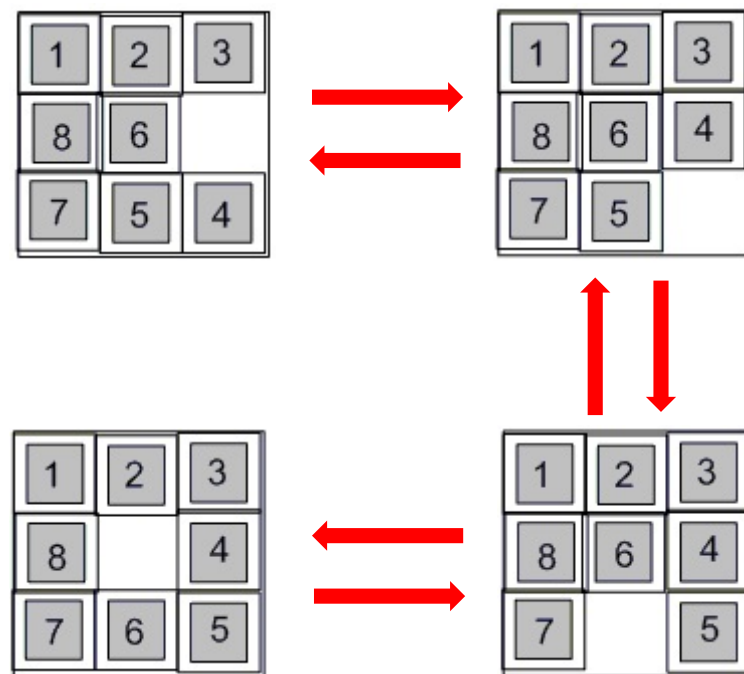
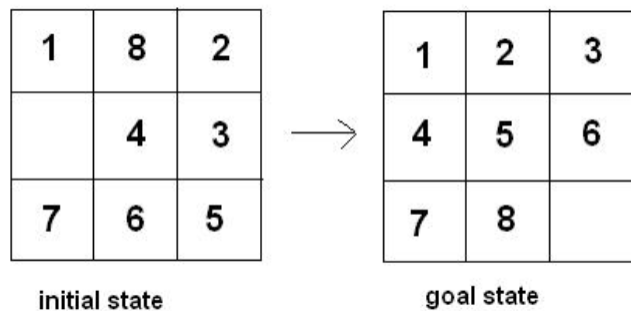
图和树的区别？

# 井字棋 (Tic-Tac-Toe)



状态转移图：有向非循环图DAG

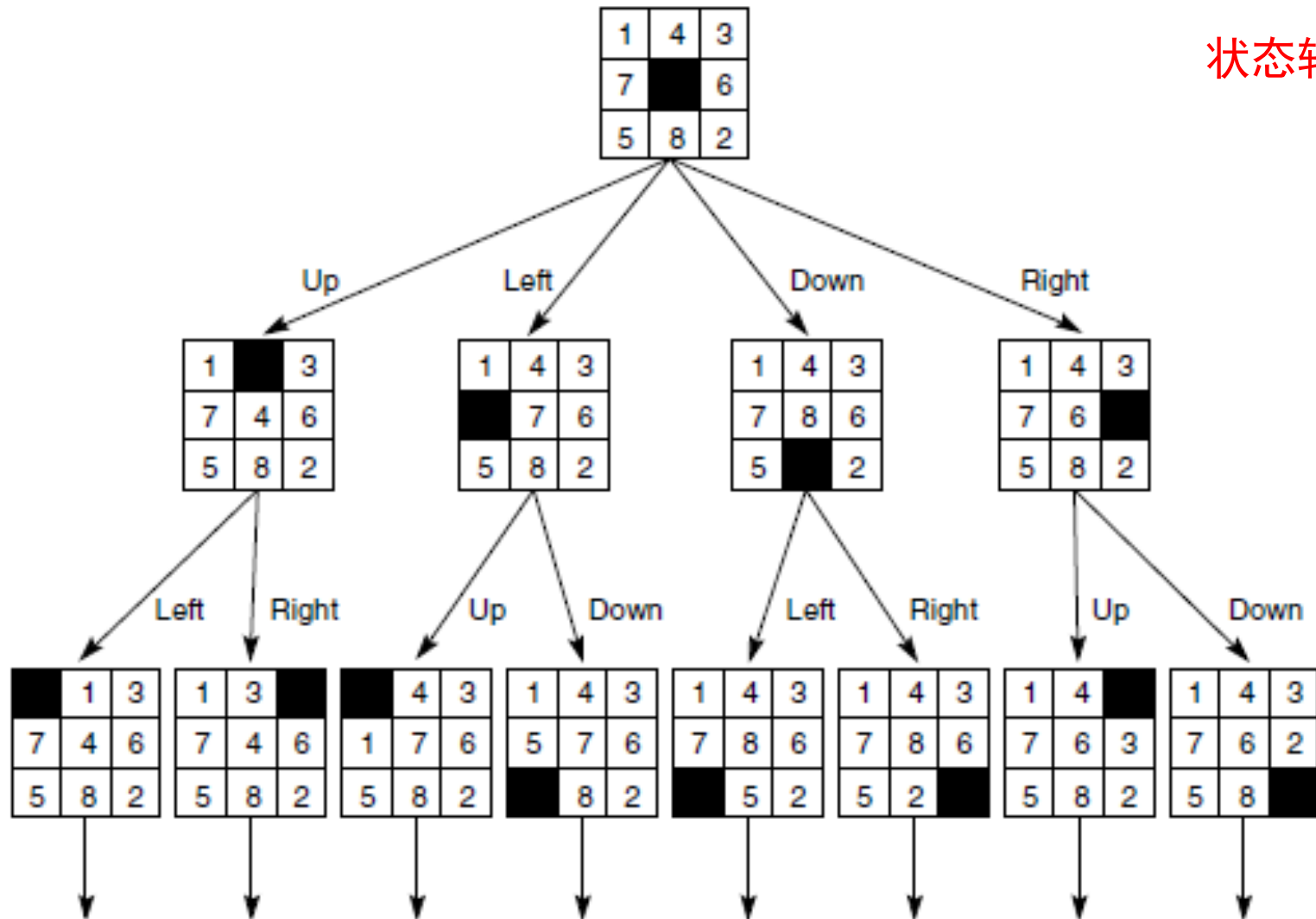
# 拼图游戏 (8-Puzzle)



状态转移图：存在回路

# 拼图游戏 (8-Puzzle)

状态转移树



# 状态空间表示

状态空间图：节点  $N$  和连接(弧)  $A$

初始状态：  $S$  是  $N$  的非空子集

目标状态：  $G$  是  $N$  的非空子集

状态空间搜索： 寻找从初始状态到目标状态的解路径(**Solution Path**)

**图搜索：** 需要检测和消除解路径上的循环

**树搜索：** 免除检测的开销



# 搜索树

**根节点**：初始状态

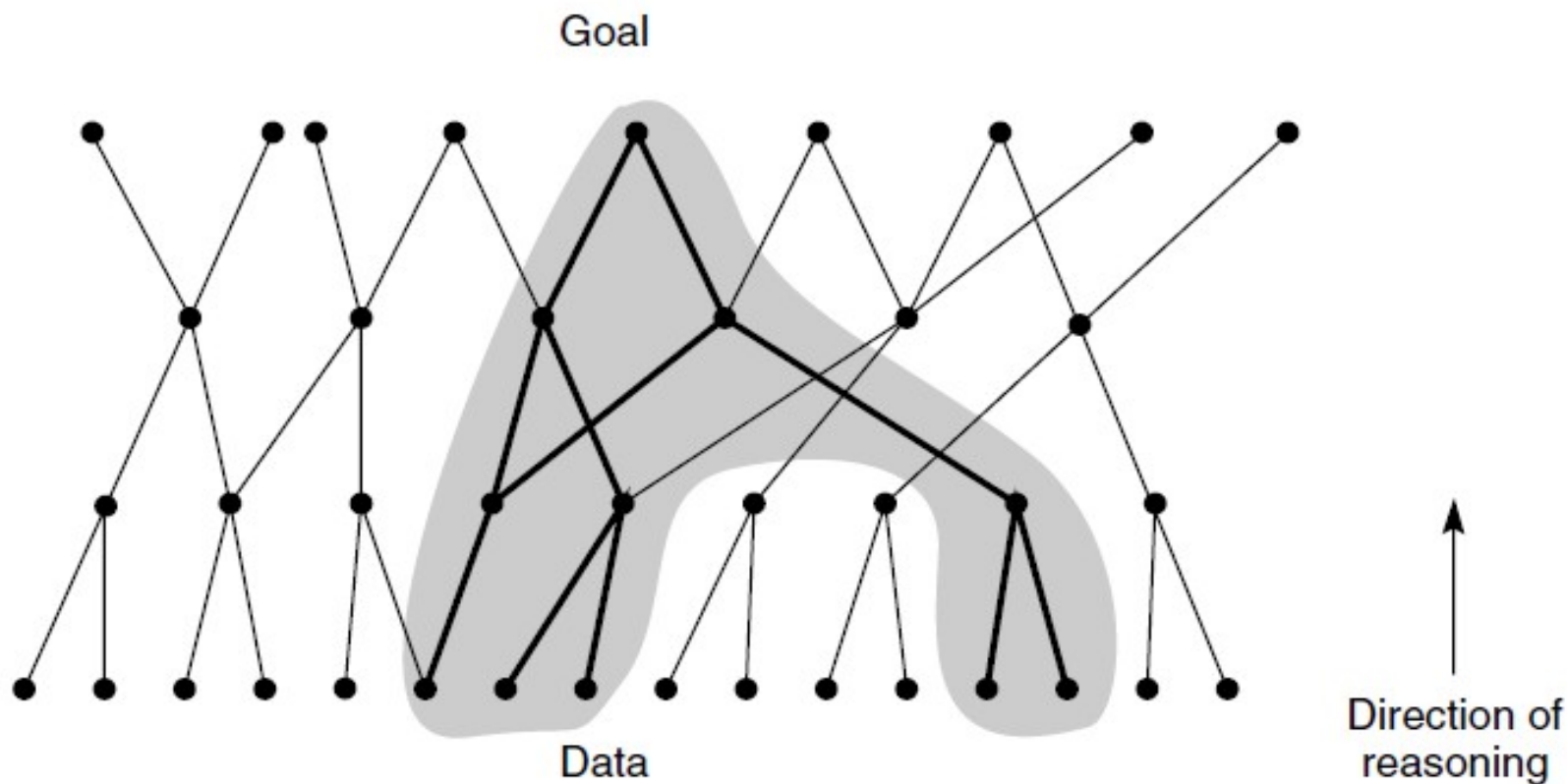
**连 接**：父节点上的合法动作

**后 继**：在父节点上采用合法动作所达到的子节点

**搜索树**：删除后继节点中已经出现的等价状态，所形成的树

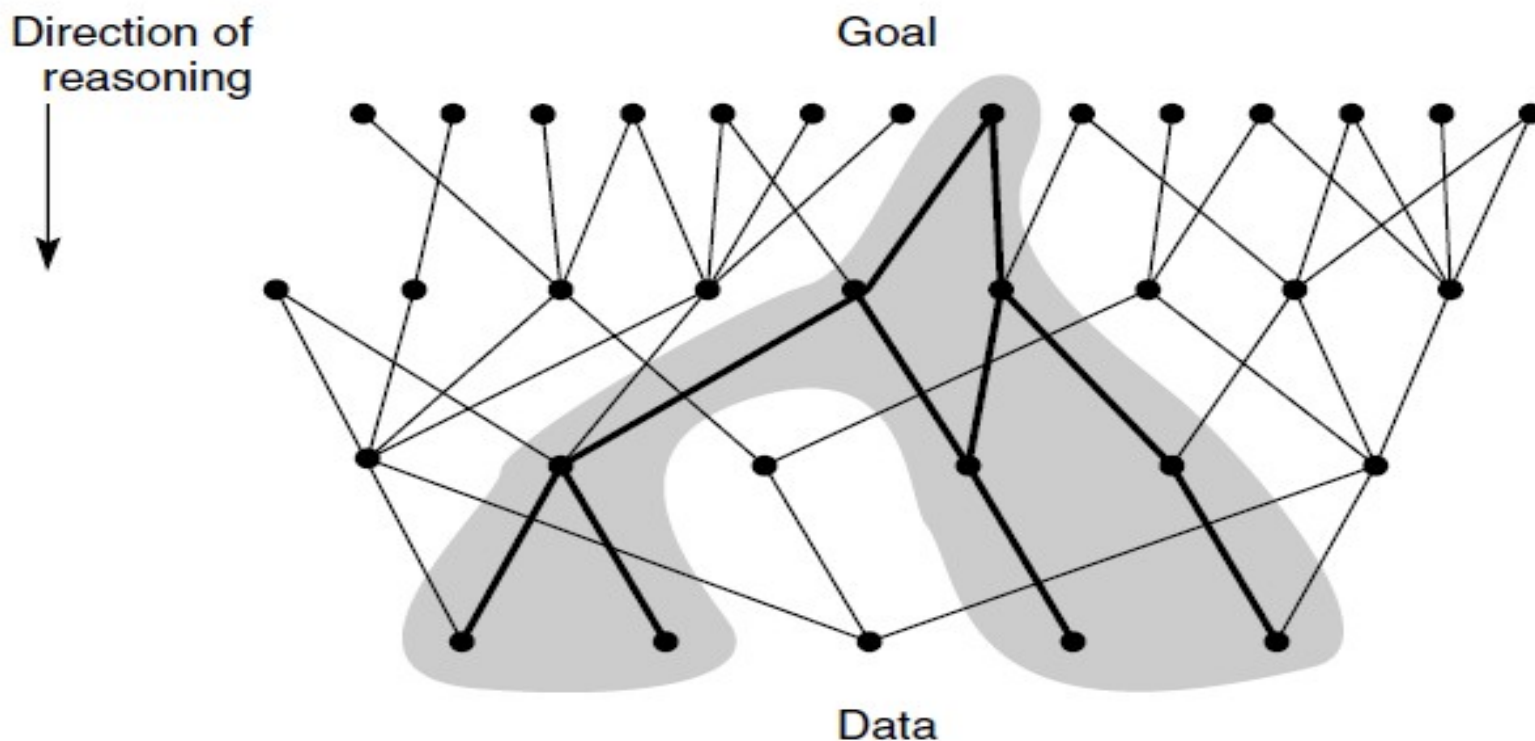
**搜索方向，搜索次序，数据结构/算法**

# 状态空间的搜索方向



数据驱动 - 前向搜索

# 状态空间的搜索方向



目标驱动 - 后向搜索

# 数据驱动 VS 目标驱动

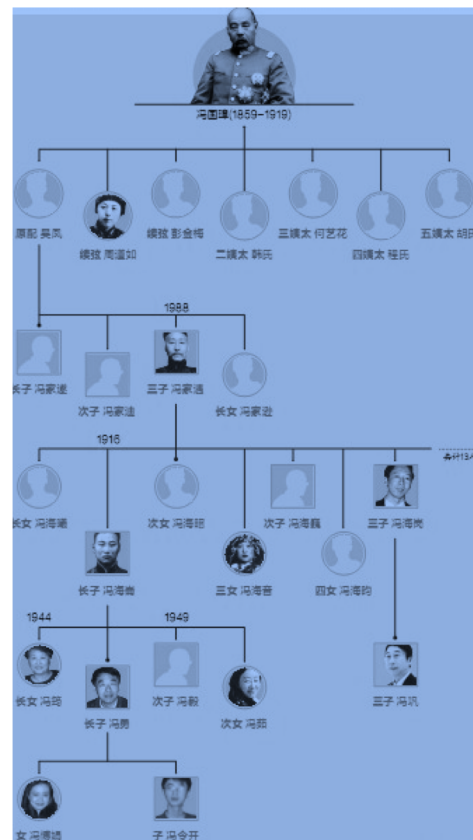
问题1：谁是罪犯？

某村农民王某被害，有四个嫌疑犯A，B，C，D，公安局派出五个侦察员，他们带回的信息各不一样。

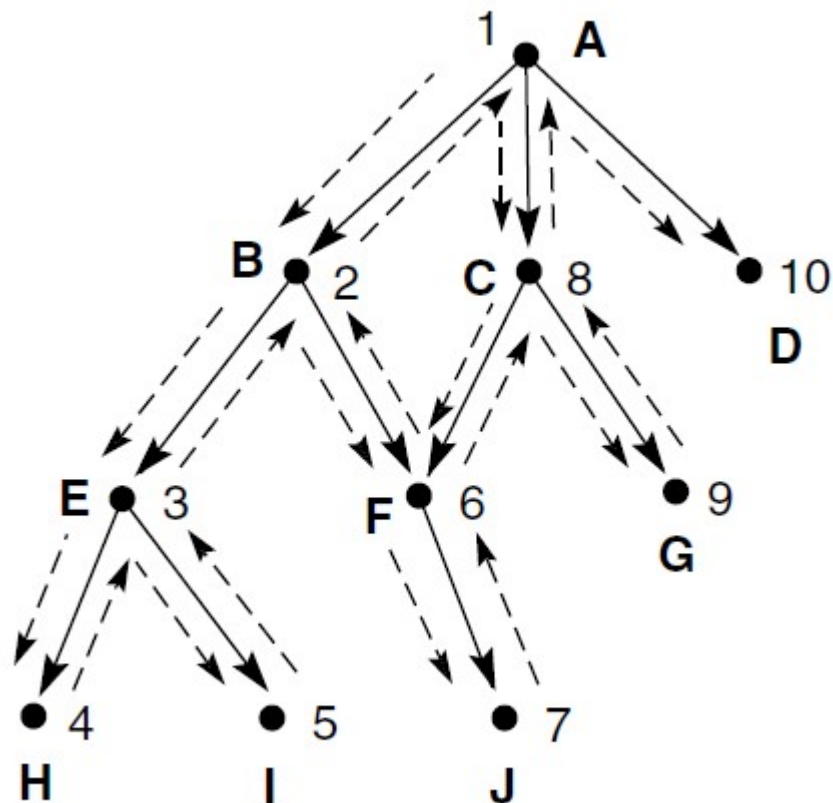
甲说：A，B中至少有一人作案；  
乙说：B，C中至少有一人作案；  
丙说：C，D中至少有一人作案；  
丁说：A，C中至少有一人与此案无关；  
戊说：B，D中至少有一人与此案无关。

	目标形式表示	潜在目标数目	问题初始事实	匹配规则数目
数据驱动	难	多	多	
目标驱动	易		少	多

问题2：冯巩是冯国璋的后人吗？



# 回溯技术



CS: Current State

SL[]: State List

NSL[]: New State List

DE[]: Dead End

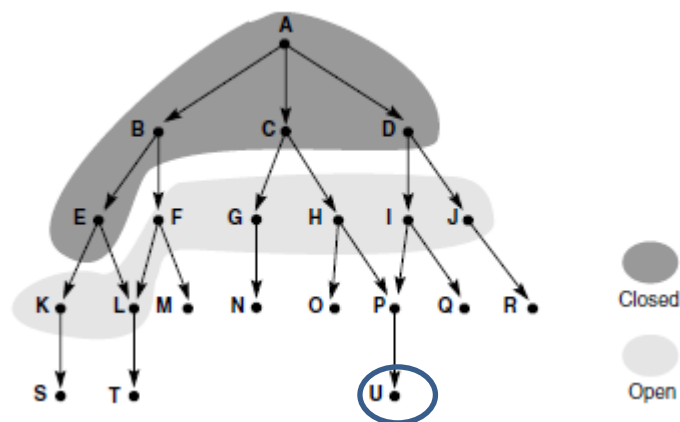
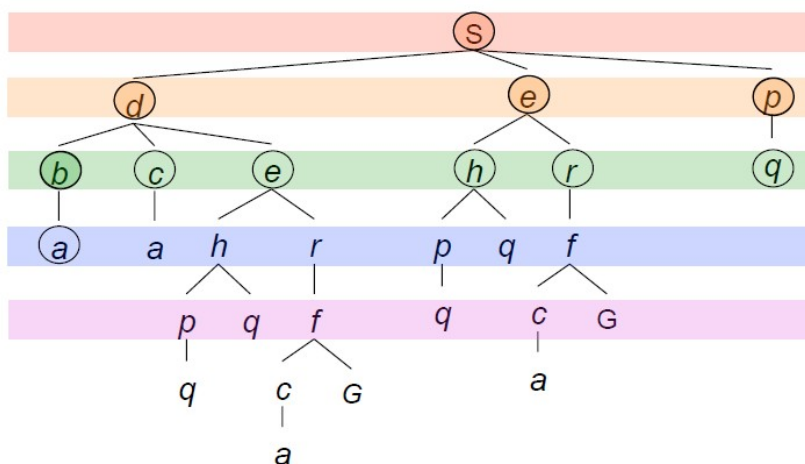
初值: SL=[A]; NSL=[A]; DE=[ ]; CS=A;

	CS	SL	NSL	DE
0	A	[A]	[A]	[]
1	B	[BA]	[BCDA]	[]
2	E	[EBA]	[EFBCDA]	[]
3	H	[HEBA]	[HIEFBCDA]	[]
4	I	[IEBA]	[IEFBCDA]	[H]
5	F	[FBA]	[FBCDA]	[EIH]
6	J	[JFBA]	[JFBCDA]	[EIH]
7	C	[CA]	[CDA]	[BFJEIH]
8	G	[GCA]	[GCDA]	[BFJEIH]

通过试错方式搜索状态空间所有解路径

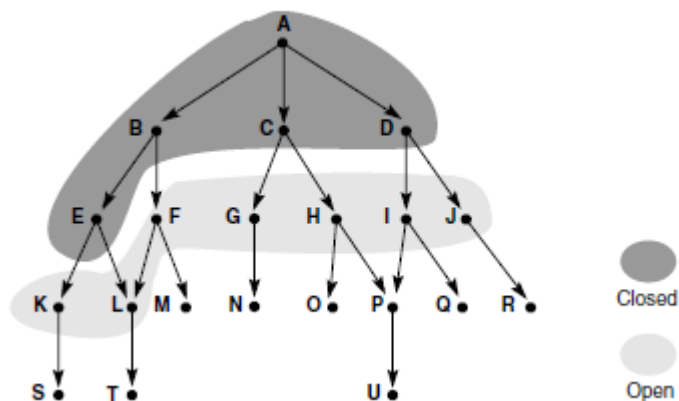
# 宽度优先搜索

只有给定层不再存在需要探索的状态搜索才会转移到下一层



思考：采用回溯机制和数据结构，写出宽度优先搜索每步的状态。

# 宽度优先搜索



搜索次序:

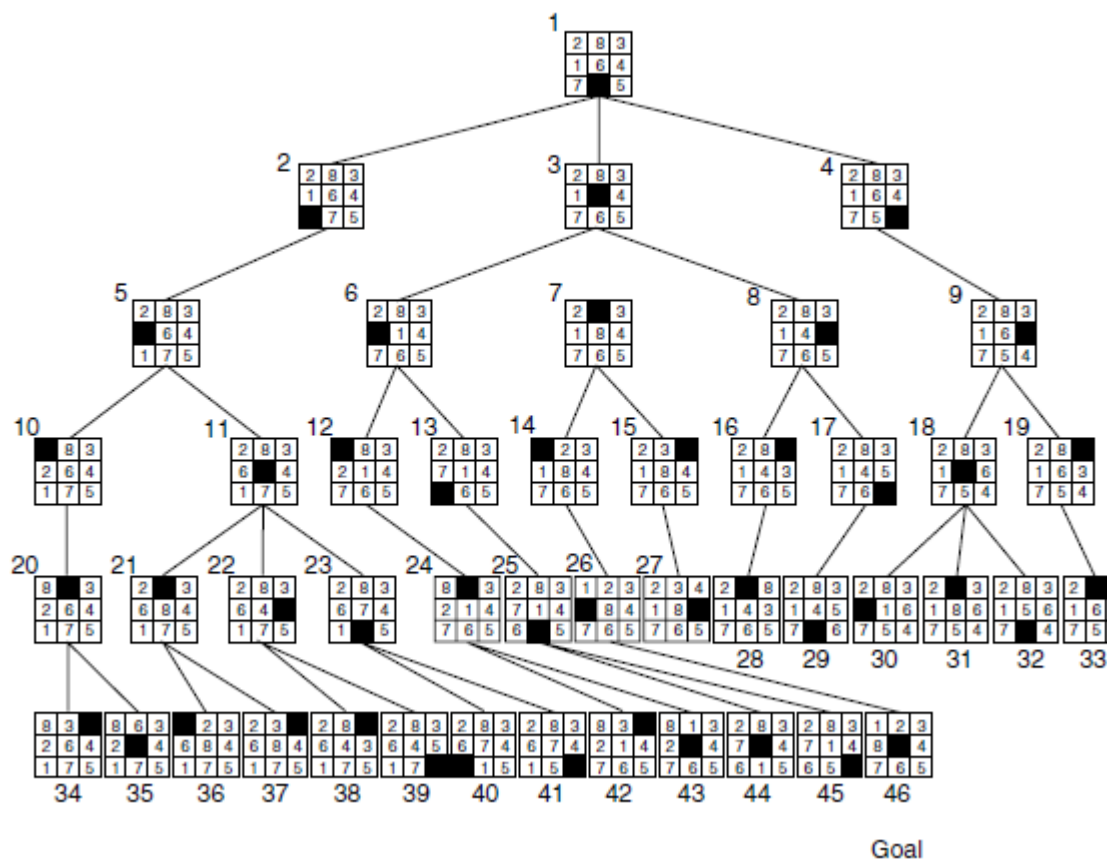
A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O,  
P, Q, R, S, T, U

初值: OPEN=[A]; CLOSED=[]			
	CS	OPEN	CLOSED
0	A	[A]	[]
1	B	[BCD]	[A]
2	C	[CDEF]	[BA]
3	D	[DEFGH]	[CBA]
4	E	[EFGHIJ]	[DCBA]
5	F	[FGHIJKL]	[EDCBA]
6	G	[GHIJKLMN]	[FEDCBA]
7	H	[HIJKLMN]	[GFEDBCA]
8	...	[...]	[...]

特点:

- 先入先出FIFO，从右侧加入列表，左侧移出
- 可保证发现目标状态的最短路径
- 组合爆炸

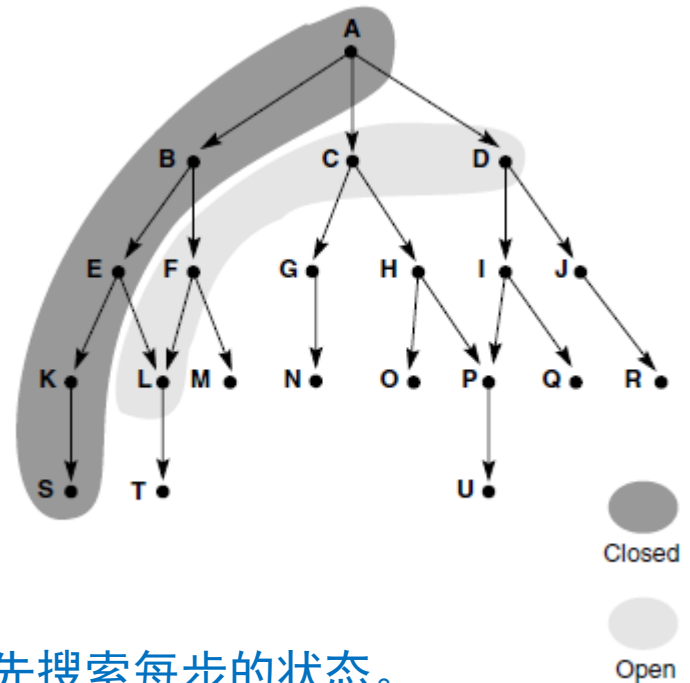
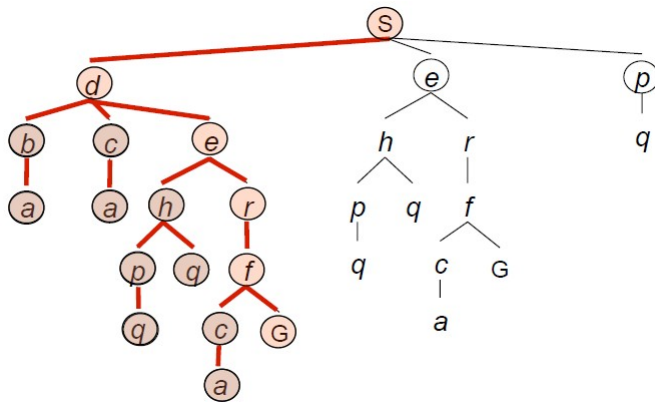
# 宽度优先搜索 (8-Puzzle)





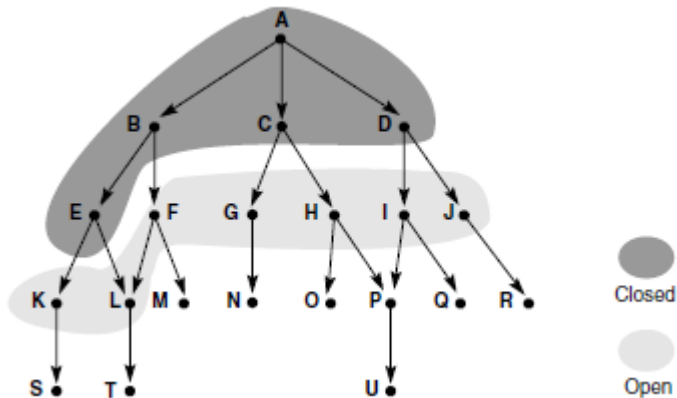
# 深度优先搜索

在分析一个节点的兄弟节点之前，  
必须分析完所有的孩子节点和其后代



思考：采用回溯机制和数据结构，写出深度优先搜索每步的状态。

# 深度优先搜索



搜索次序:

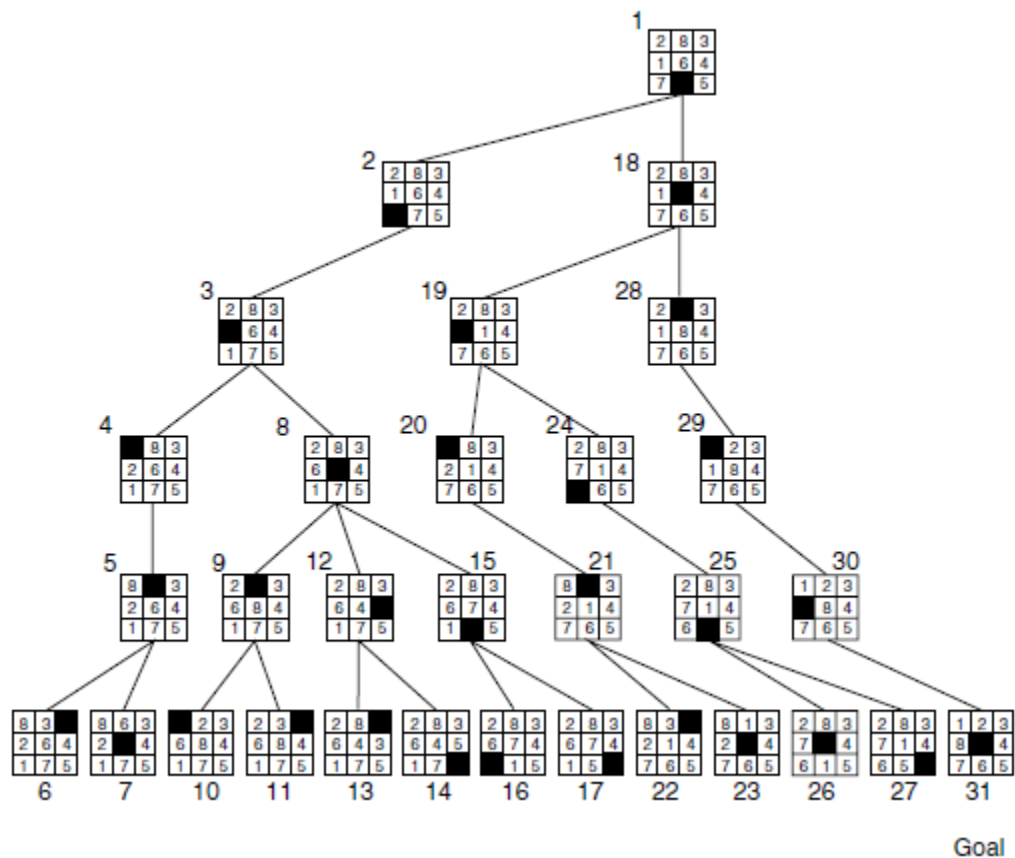
A, B, E, K, S, L, T, F, M, C, G, N, H, O, P,  
U, D, I, Q, J, R

初值: OPEN=[A]; CLOSED=[ ]			
	CS	OPEN	CLOSED
0	A	[A]	[]
1	B	[BCD]	[A]
2	E	[EFCD]	[BA]
3	K	[KLFC D]	[EBA]
4	S	[SLFC D]	[KEBA]
5	L	[LFC D]	[SKEBA]
6	T	[TFCD]	[LSKEBA]
7	F	[FCD]	[TLSKEBA]
8	...	[...]	[...]

特点:

- ❑ 后入先出LIFO，从左侧加入列表，左侧移出
- ❑ 不保证发现目标状态的最短路径
- ❑ “可能迷失” 在深度空间中

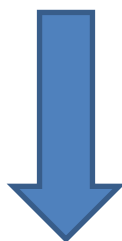
# 深度优先搜索 (8-Puzzle)



# 宽度优先 vs 深度优先

问题1：宽度优先的优点和缺点？

问题2：深度优先的优点和缺点？



解决方案：迭代加深的深度优先搜索

讨论：有界深度优先 vs 迭代加深深度优先

# 迭代加深深度优先

procedure IDDFS(root)

**for** depth from 0 to  $\infty$

    found  $\leftarrow$  DLS(root, depth)

**if** found  $\neq$  null

**return** found

procedure DLS(node, depth)

**if** depth = 0 or node is a goal

**return** node

**else if** depth > 0

    foreach child of node

      found  $\leftarrow$  DLS(child, depth-1)

**if** found  $\neq$  null

**return** found

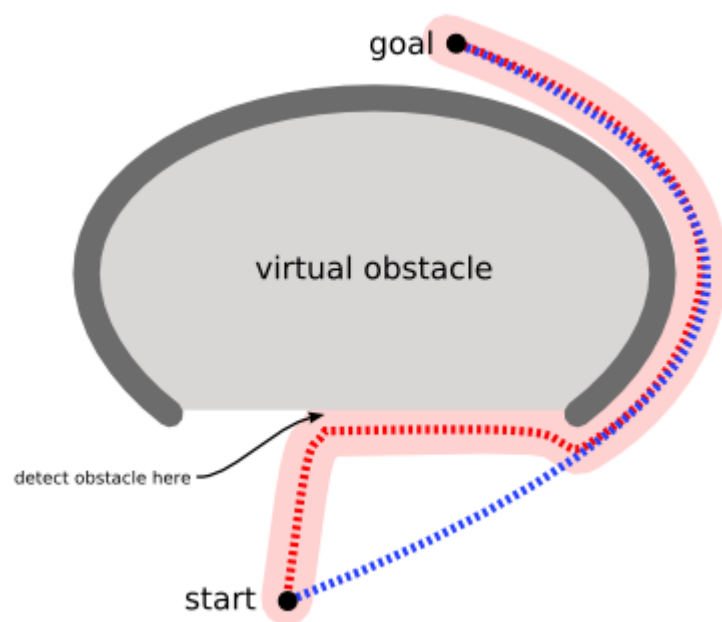
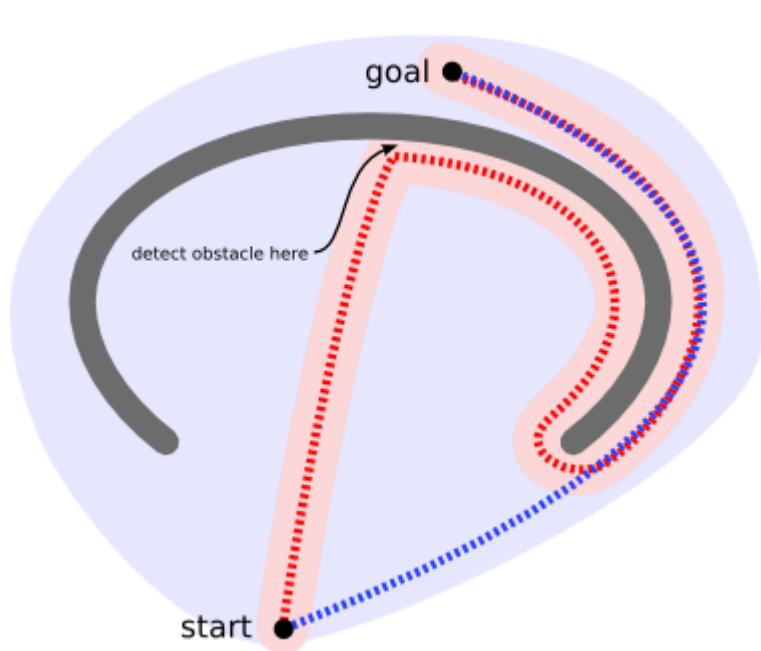
**return** null

迭代加深深度优先与广度优先等价

# 搜索

从穷举搜索到启发式搜索

# 人工智能中的启发

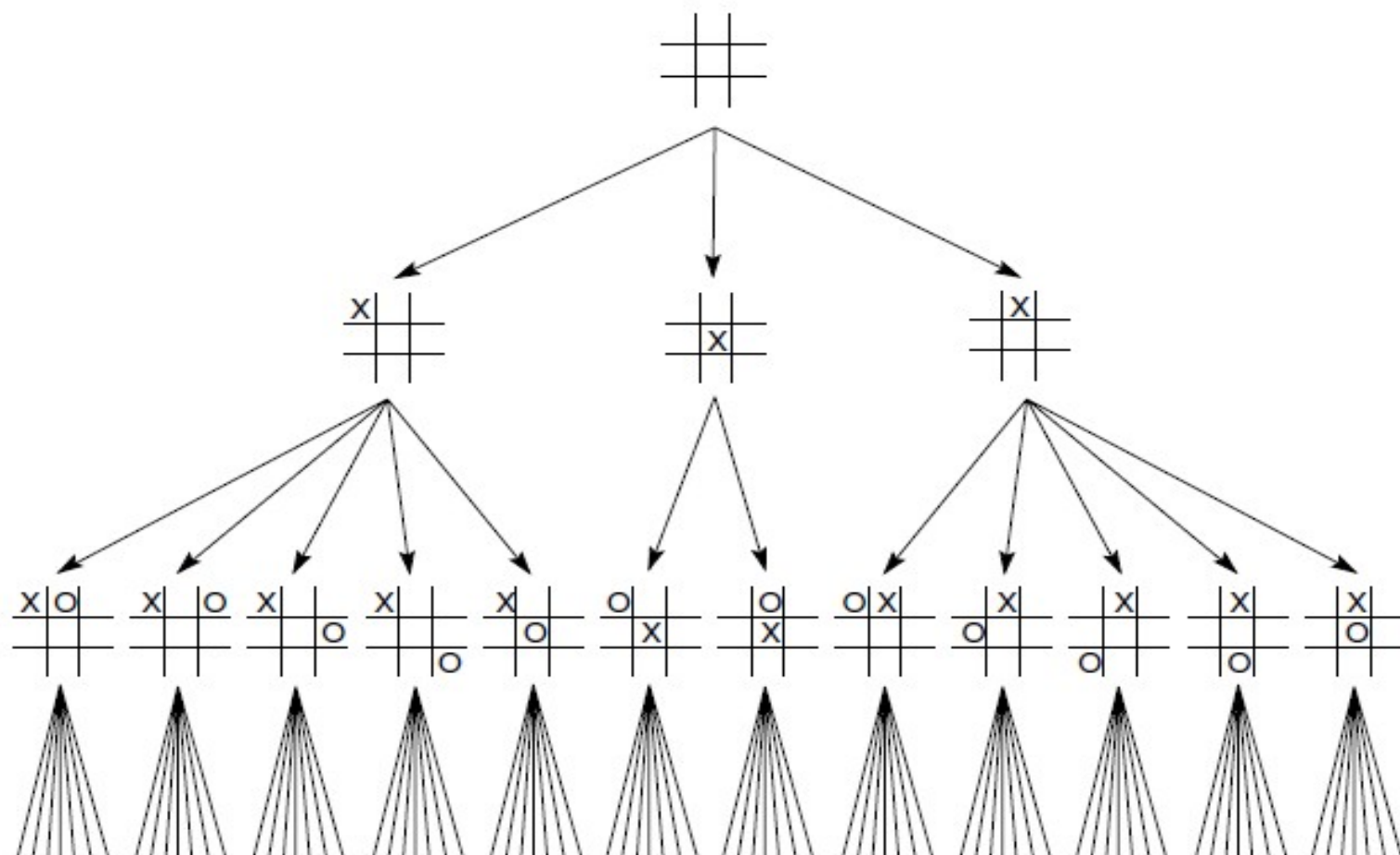


启发 (Heuristic)：有了启发，系统才展示出智能。

—— Newell and Simon

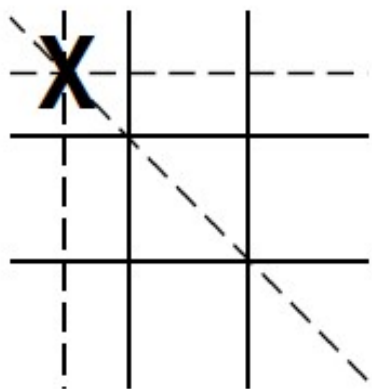
为什么需要启发：1. 没有精确解；2. 约简搜索的状态空间。

# 传统的状态空间

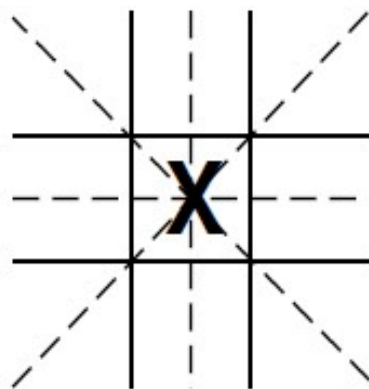




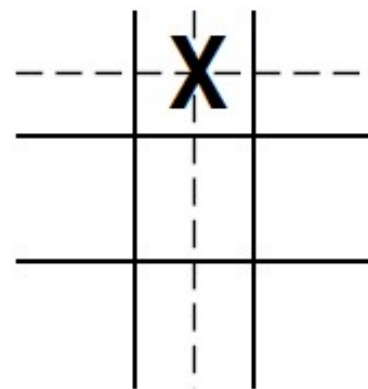
# 启发



Three wins through  
a corner square



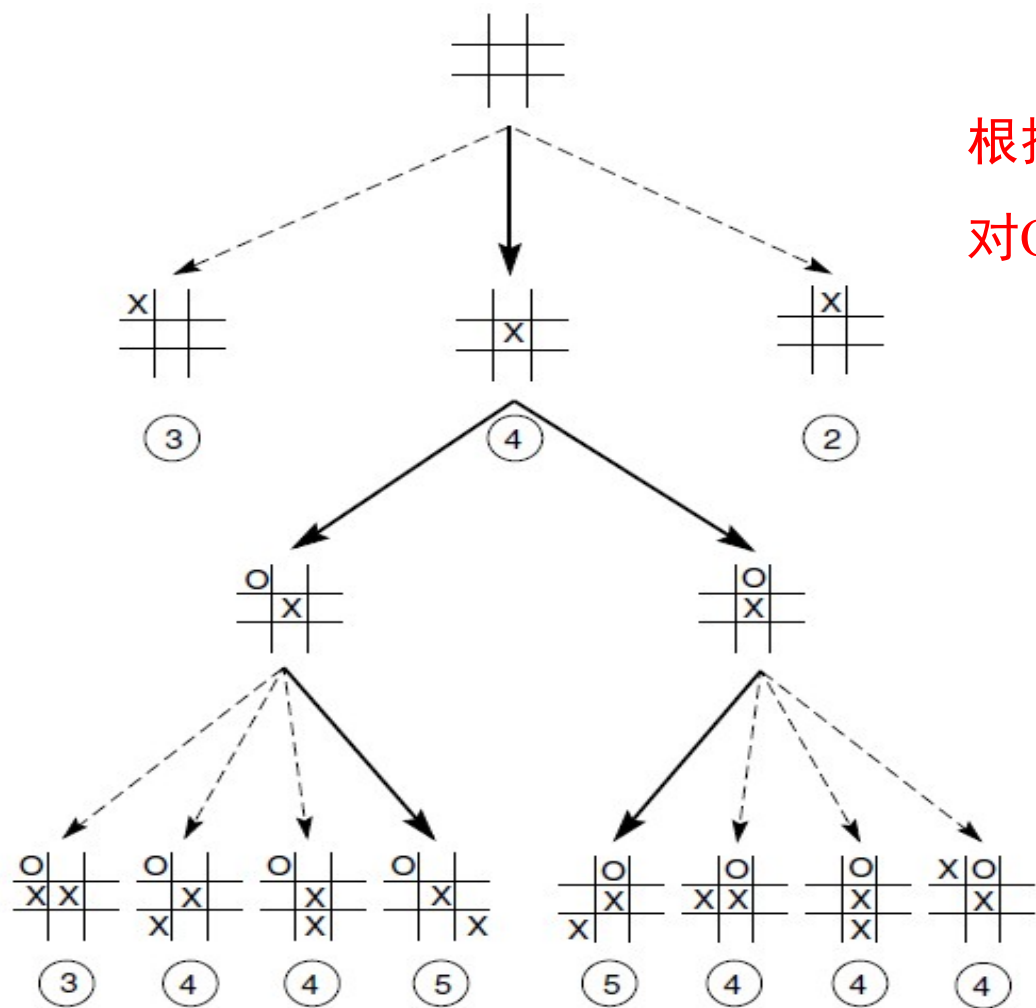
Four wins through  
the center square



Two wins through  
a side square

启发：取获胜线路最多的着点

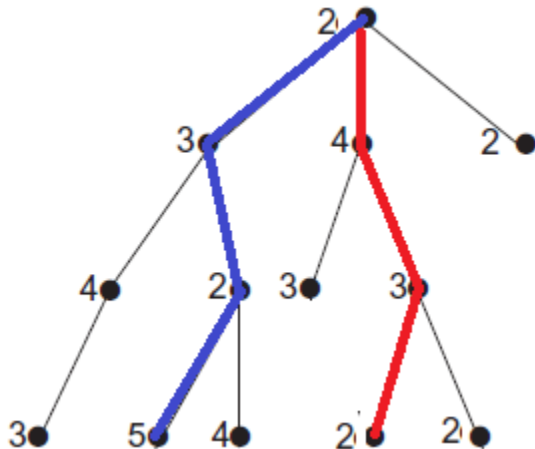
# 启发诱导的状态空间



根据启发值，  
对OPEN列表中的状态进行排序

# 爬山搜索

- ✓ 第一步：扩展当前节点以及其子节点，并进行评估；
- ✓ 第二步：选择“最优”的子节点作为下一节点；
- ✓ 第三步：如果所有子节点的评估，都比当前节点“劣”，则算法终止。

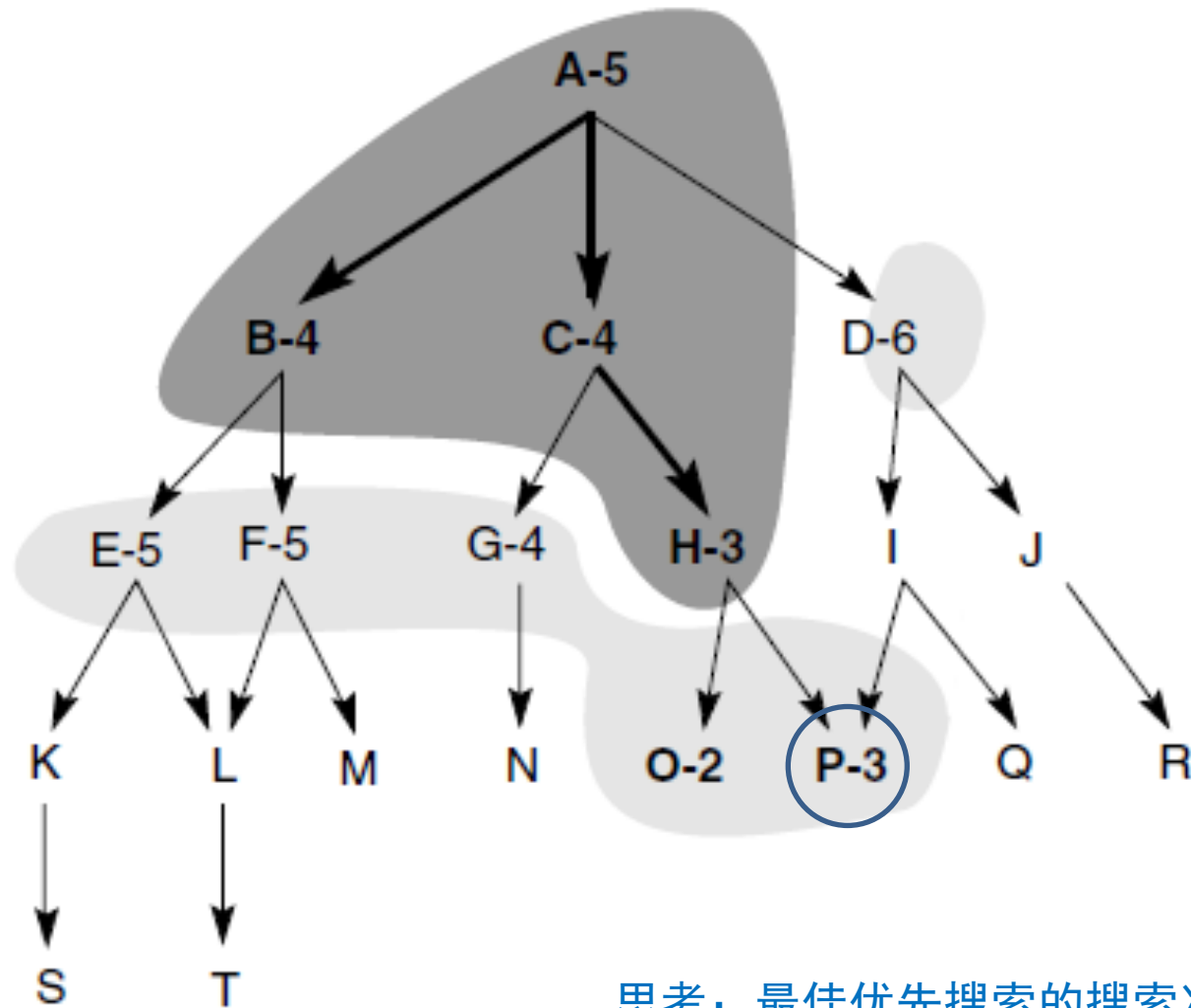


Local Optima

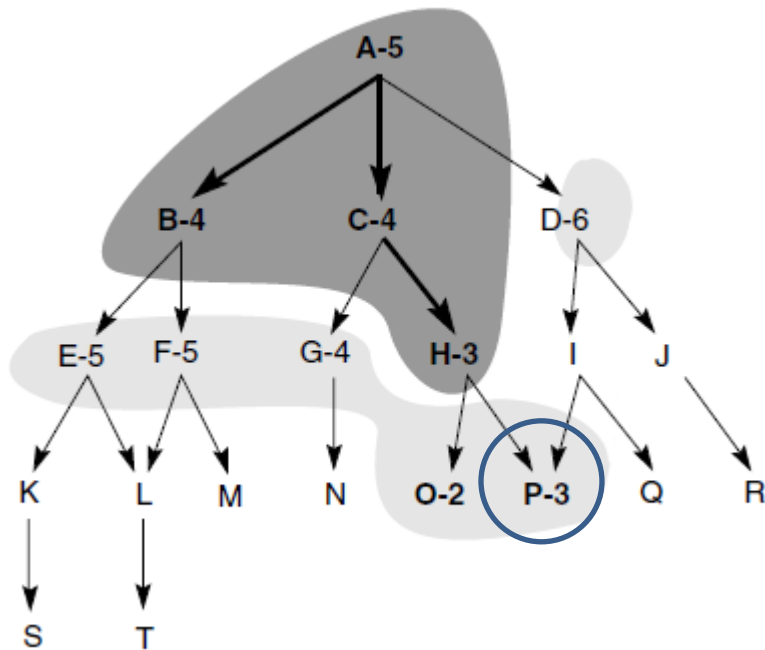
解决方案：

在爬山搜索中增加回溯机制

# 最佳优先搜索



# 最佳优先搜索

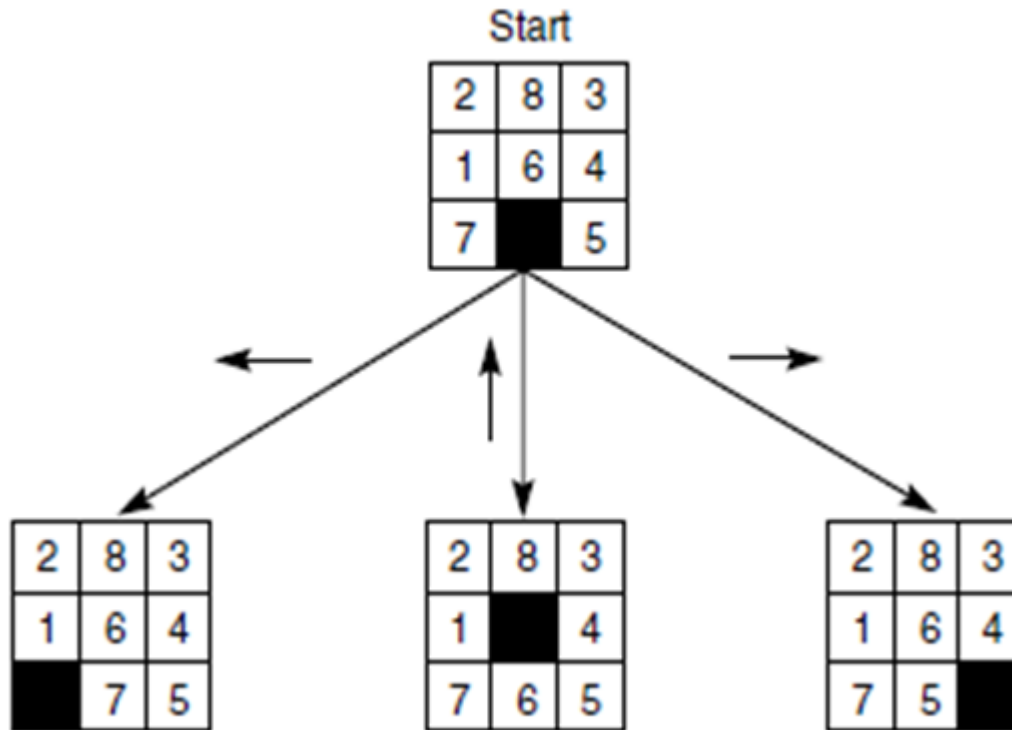


初值: OPEN = [A]; CLOSED = [ ]

	CS	OPEN	CLOSED
0	A	[A]	[]
1	B	[BCD]	[A]
2	C	[CEFD]	[BA]
3	H	[HGEFD]	[CBA]
4	O	[OPGEFD]	[HCBA]
5	P	[PGEFD]	[OHCBA]

如何定义启发式估值函数 $h(n)$ ?

# 8-Puzzle



如何定义启发式估值函数 $h(n)$ ?

# 三种启发

错位牌数      错位牌距离和      距离+2\*颠倒牌数

2	8	3
1	6	4
	7	5

5

6

6

2	8	3
1		4
7	6	5

3

4

4

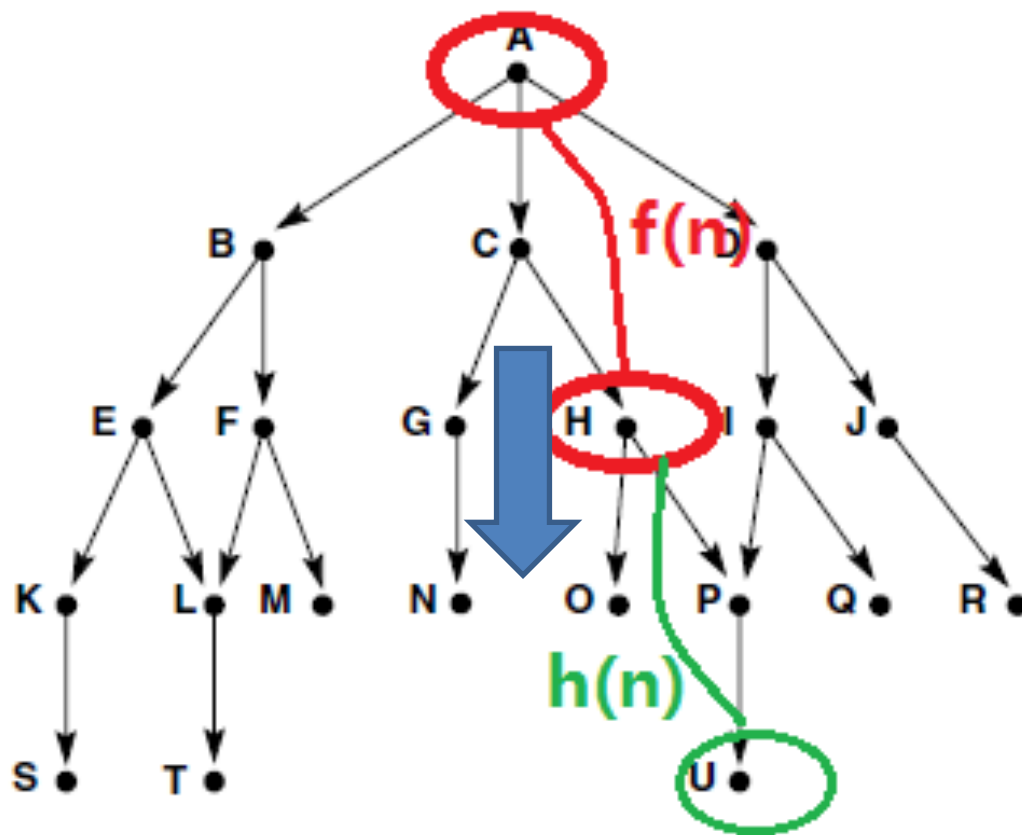
2	8	3
1	6	4
7	5	

5

6

6

# 启发式评估函数



当存在相同启发  
式估值时如何选择



$$f(n)=g(n)+h(n)$$



# 启发诱导的搜索 (8-Puzzle)

$g(n) = 0$

$g(n) = 1$

5

3

5

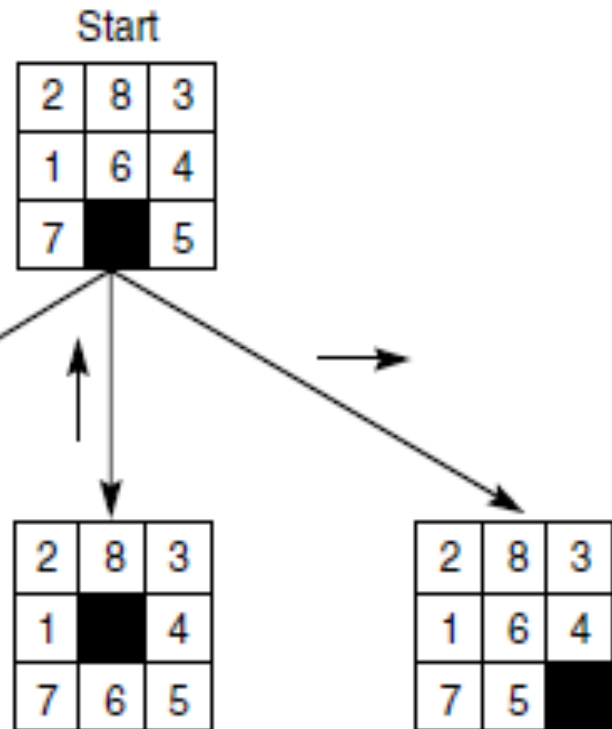
Values of  $f(n)$  for each state,

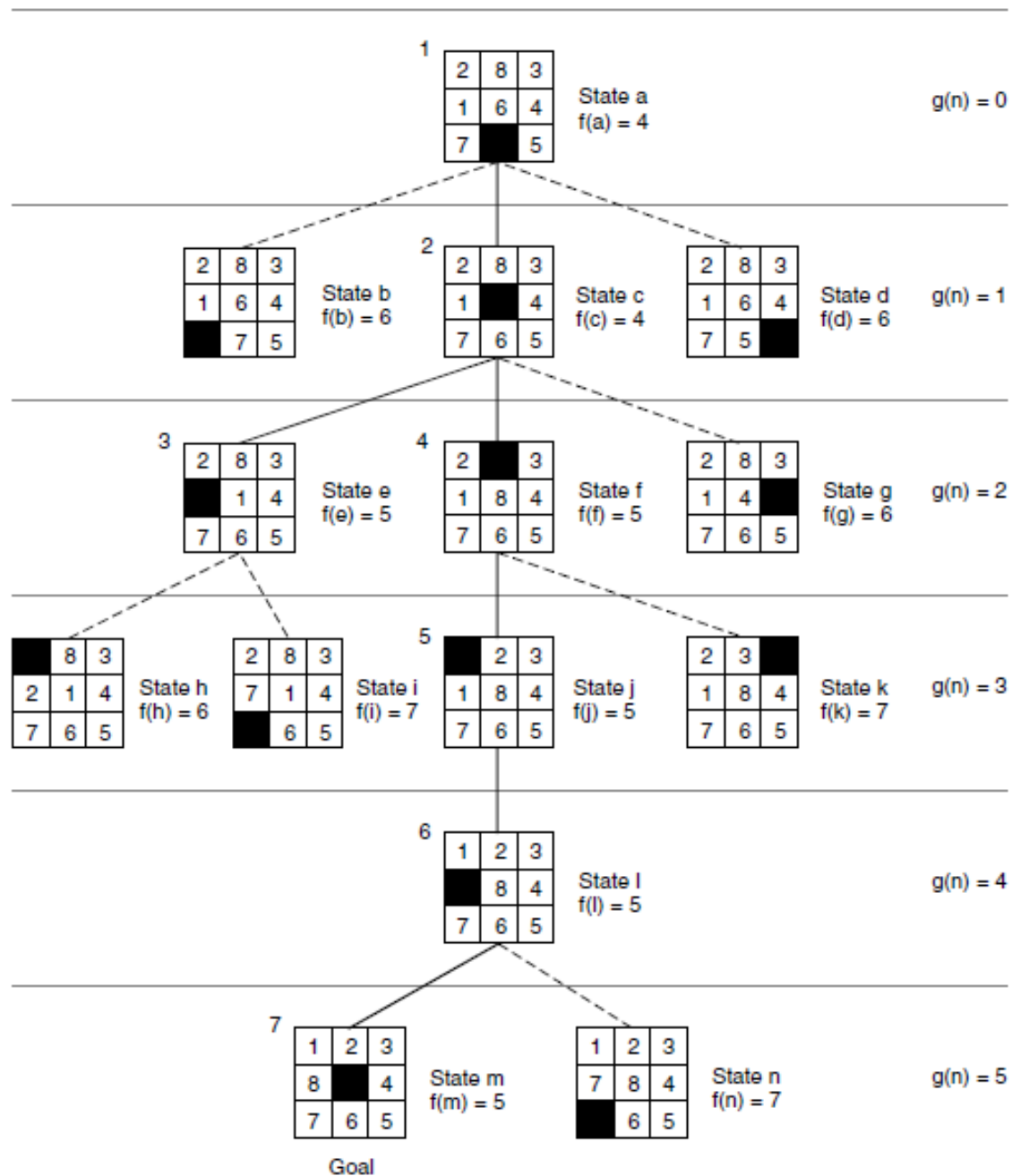
6

4

6

$h(n)$  定义为与目标相比错位牌的数目





# A\*算法

- A's 评估函数

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

- 最优评估函数

$$f^*(n) = g^*(n) + h^*(n)$$

- $g(n) \geq g^*(n)$

- 如果  $h(n) \leq h^*(n)$ , 则A算法为 A\* 算法

A\*算法可采纳性和单调性

思考：深度/宽度优先搜索属于A\*算法吗？

# A\* 可采纳性

- 可采纳性(admissible)
  - 最优评估函数一个算法是可采纳的，当存在一个解路径时，算法总是终止在此最优解路径上。
- A\* 算法是可采纳的
  - A\*可以终止；
  - 解路径上的节点总是会被A\*展开(访问到)；
  - 当存在解路径时，A\*算法终止在此解路径上。

# A\* 最优性

- $A_1^*$

$$f_1(n) = g_1(n) + h_1(n)$$

- $A_2^*$

$$f_2(n) = g_2(n) + h_2(n)$$

– 如果  $h_1(n) < h_2(n)$ , 则  $A_2^*$  展开的节点数小于  $A_1^*$  。

# A\* 单调性

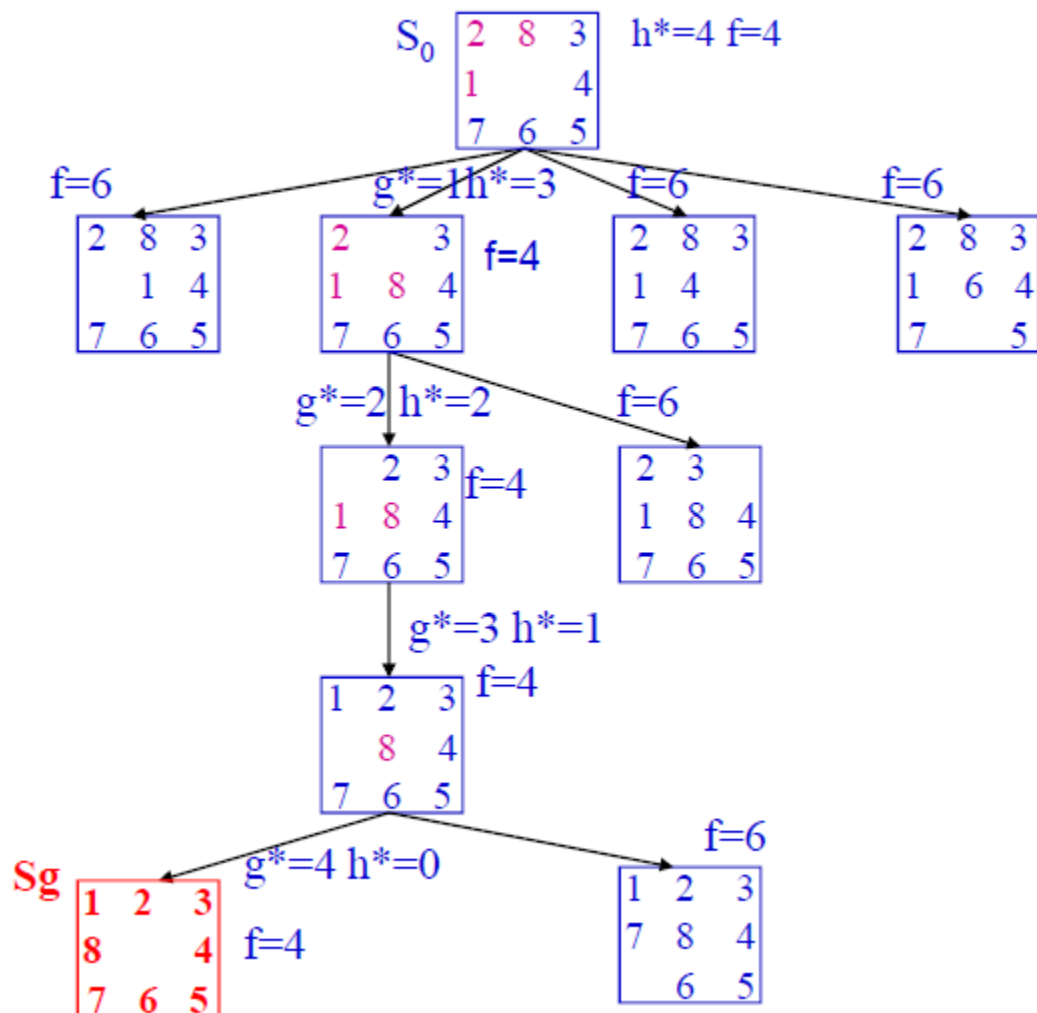
- 启发函数 $h$ 是单调的
  - $n_j$ 是 $n_i$ 的后继节点，如果

$$h(n_i) - h(n_j) \leq \text{cost}(n_i, n_j)$$

- $h(\text{goal}) = 0$

- 单调性：在首次访问的目标状态的路径，保证一定是最短路径。

# 启发诱导的搜索 (8-Puzzle)



$h(n)$ 定义为错位牌到正确位置需要移动的格子数目和

# 搜索

博弈树搜索



# 极小极大过程

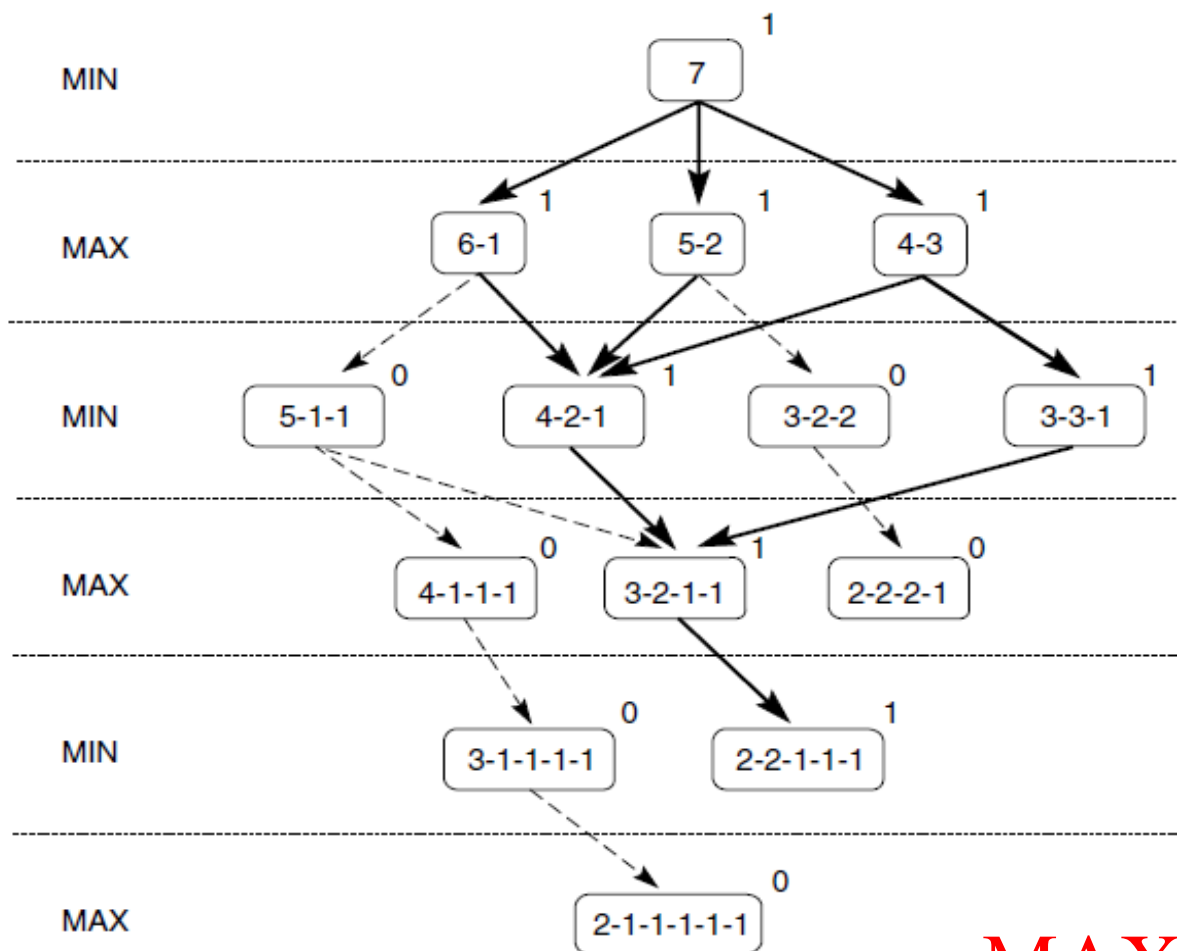
博弈：对对手行为/策略的建模

MAX：代表我方玩家，最大化其收益(赢得博弈)

MIN：代表对手，最小化MAX的收益

MIN总是移动到使MAX收益最坏的状态

# 余一棋



MIN走第一步

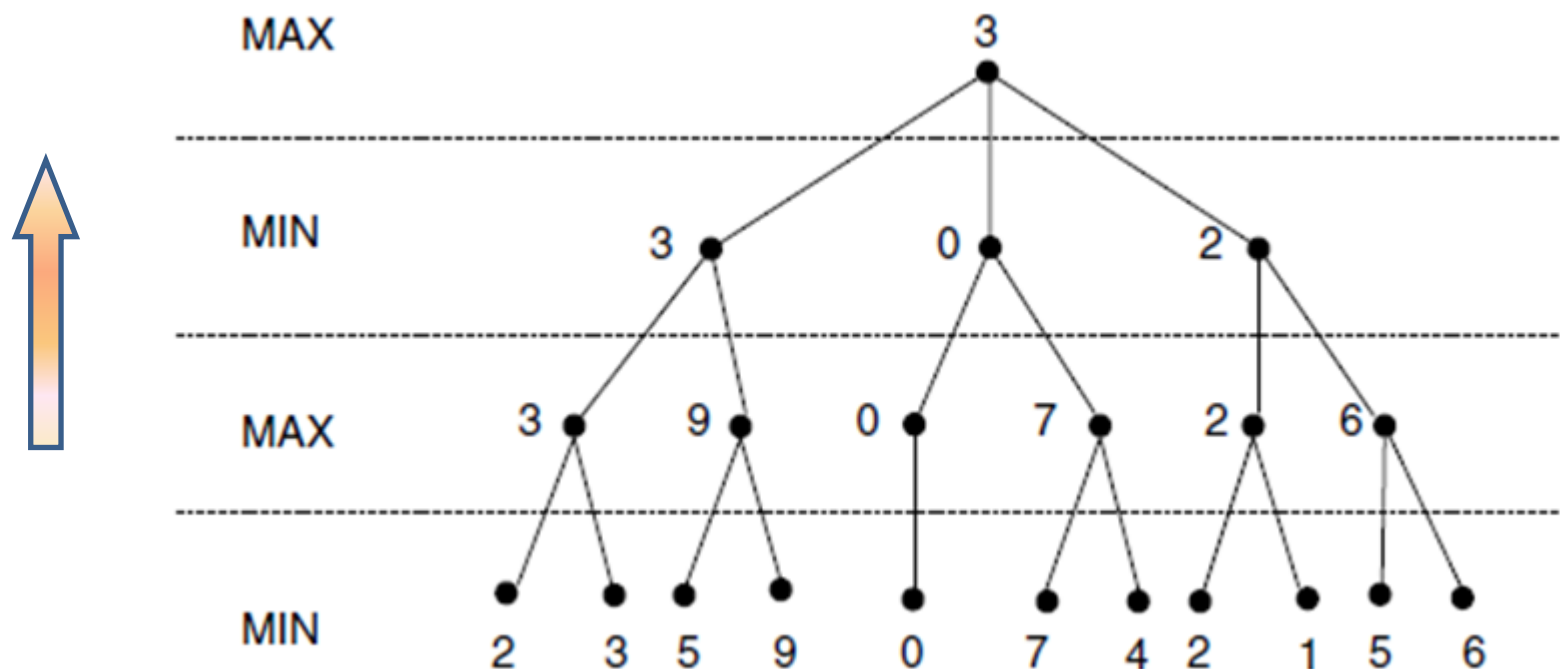


MAX走第二步

MAX获胜：值函数为1  
MIN获胜：值函数为0

规则：将其分为两个不相等的两堆

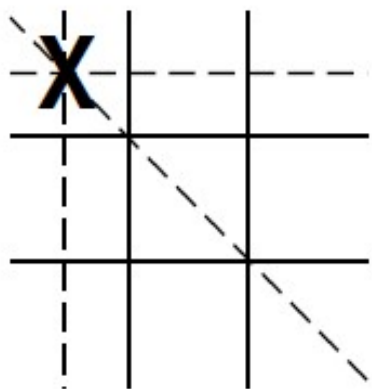
# 极小极大搜索



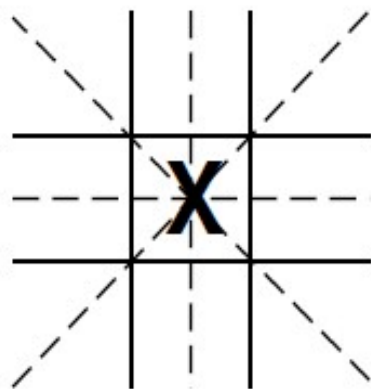
## □ 将启发值自底向上传播

- ✓ 如果父状态是MAX节点，将孩子节点中最大值传给它
- ✓ 如果父状态是MIN节点，将孩子节点中最小值传给它

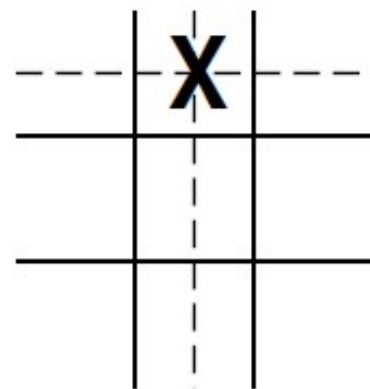
# 固定层深的极小极大过程



Three wins through  
a corner square

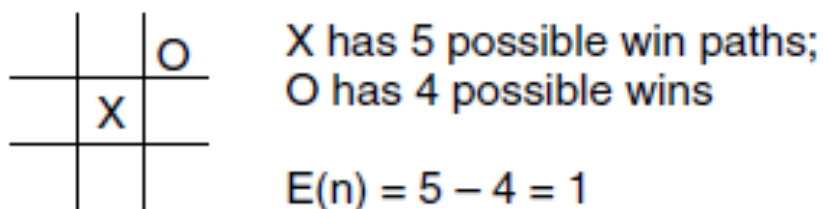
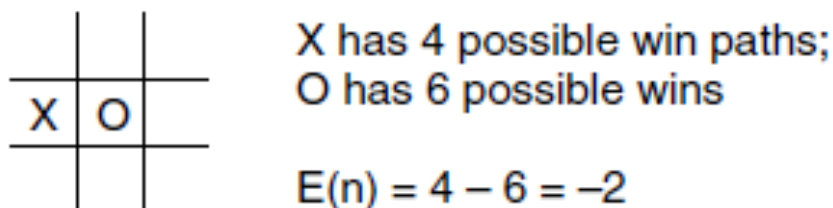
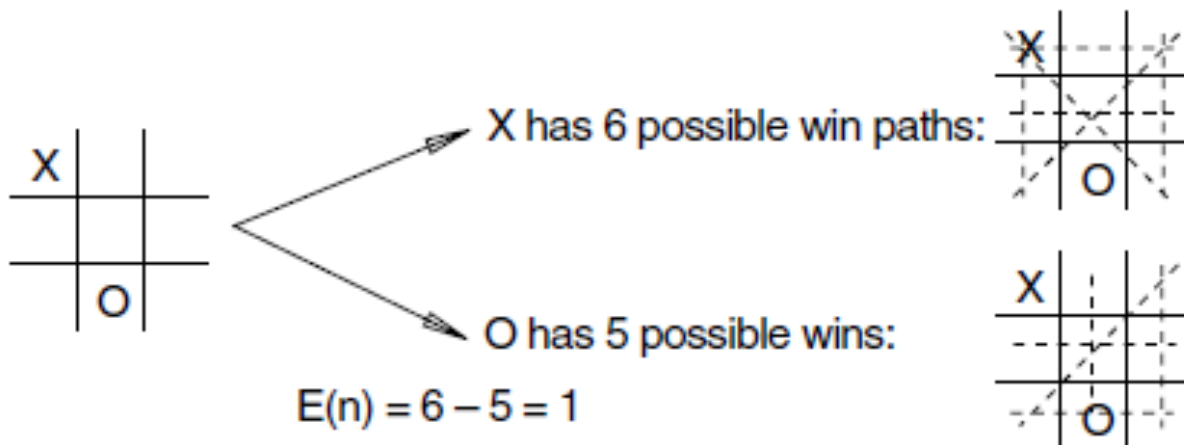


Four wins through  
the center square



Two wins through  
a side square

定义启发式函数

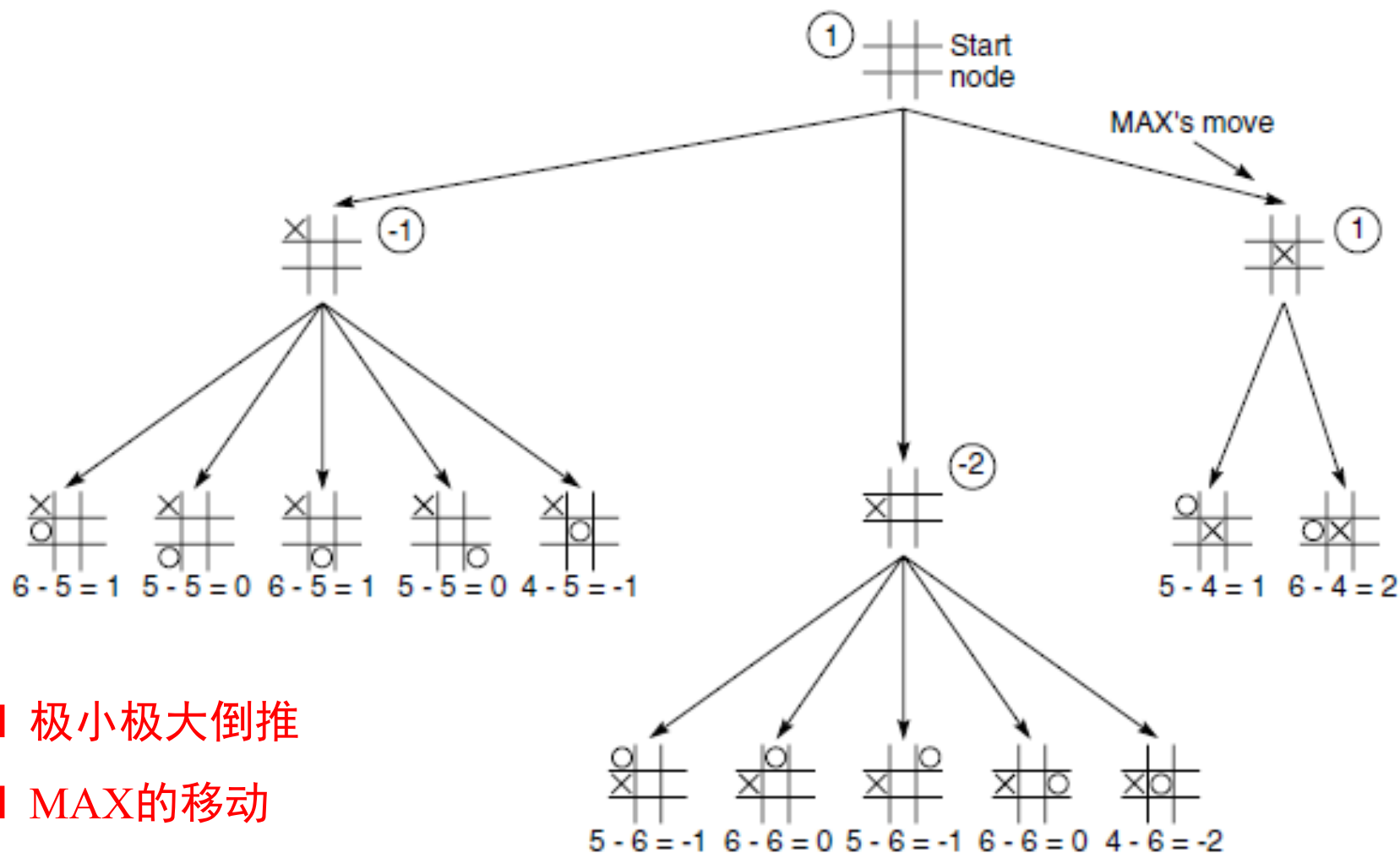


□ 启发式评估:  $E(n) = M(n) - O(n)$

✓  $M(n)$ 是当前玩家可能获胜的行数

✓  $O(n)$ 是对手可能获胜的行数

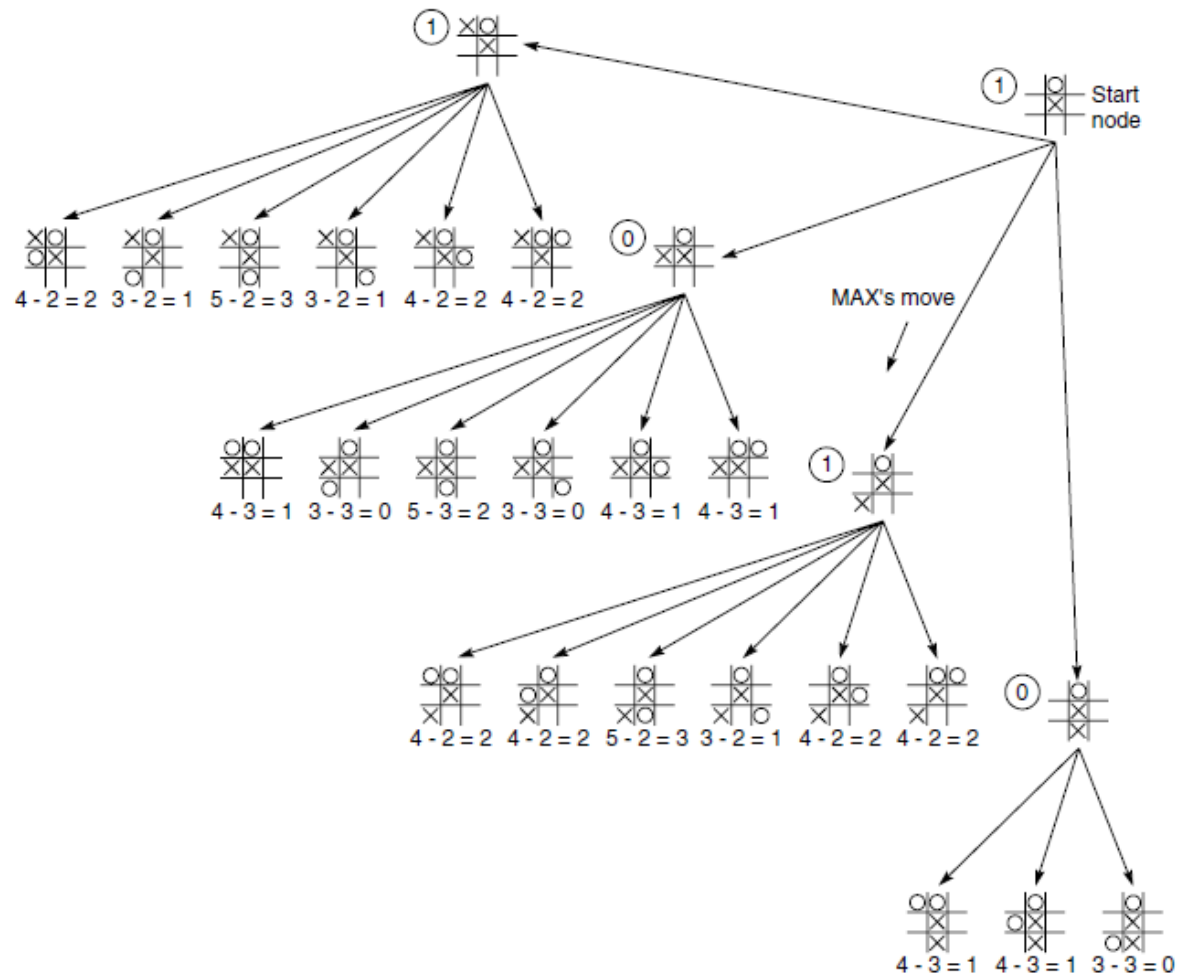
# 例：MAX开局移动



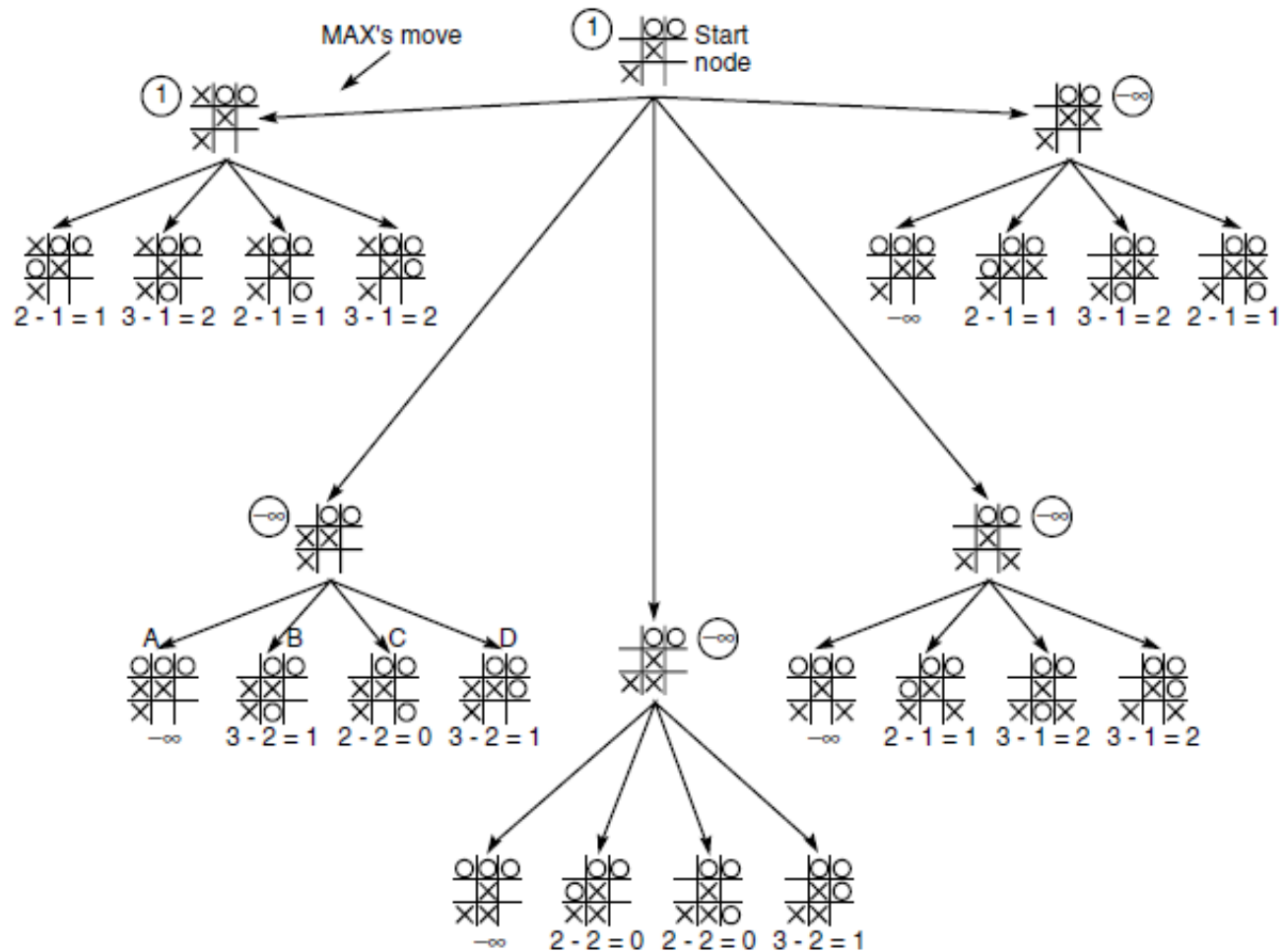
□ 极小极大倒推

□ MAX的移动

# 例：MAX第二步移动



# 例：MAX第三步移动





# $\alpha$ - $\beta$ 过程

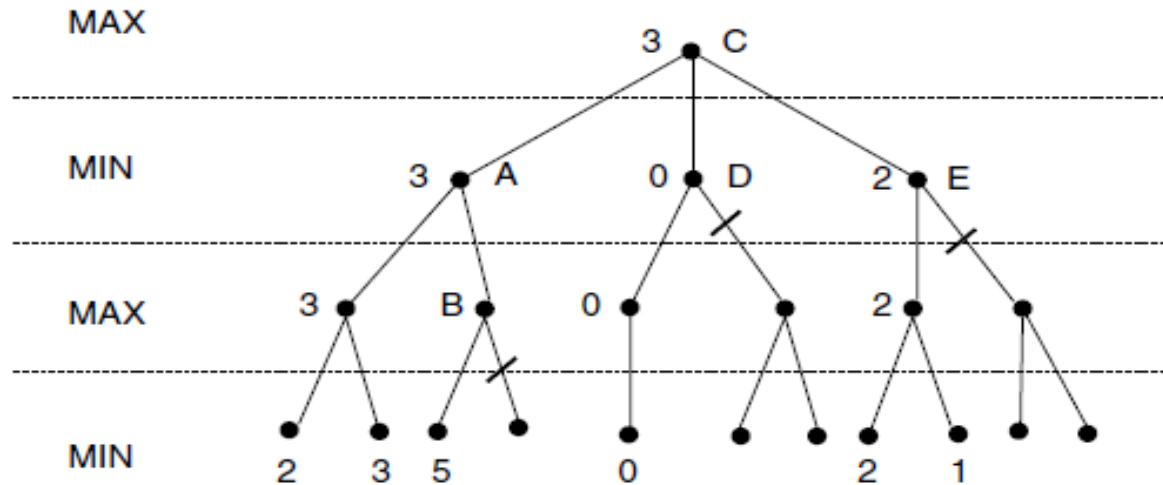
## □ 极小极大过程

- ✓ 在预判层应用启发式评估
- ✓ 展开所有的后继分支
- ✓ 沿树向上传播评估值

## □ $\alpha$ - $\beta$ 剪枝

- ✓ 当确定是一个dead end时，停止展开其后继节点
- ✓ 对博弈树的深度优先搜索，且维护
  - ✓ Alpha: 与MAX节点关联，从不减小
  - ✓ Beta: 与MIN节点关联，从不增大

# $\alpha$ - $\beta$ 过程



A has  $\beta = 3$  (A will be no larger than 3)

B is  $\beta$  pruned, since  $5 > 3$

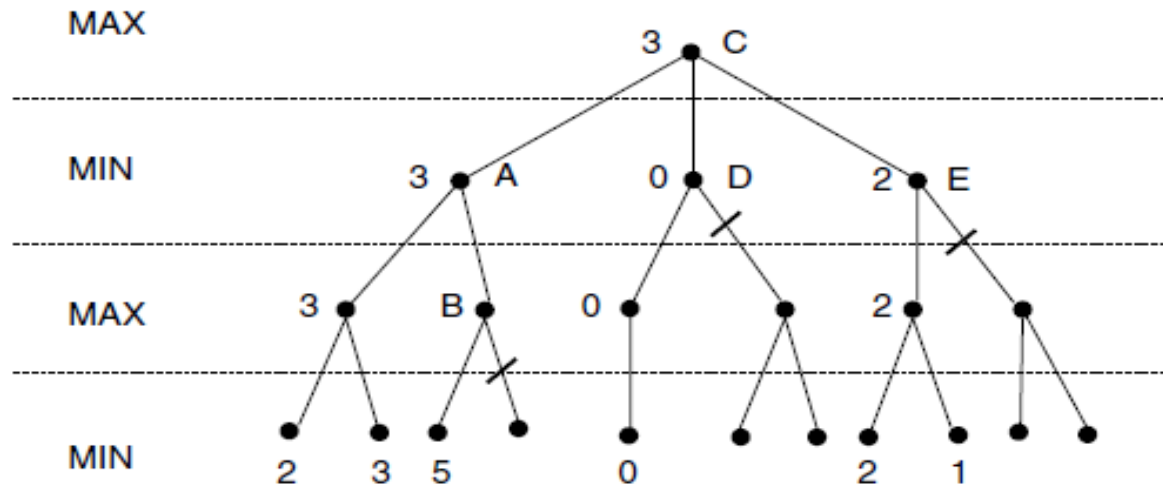
C has  $\alpha = 3$  (C will be no smaller than 3)

D is  $\alpha$  pruned, since  $0 < 3$

E is  $\alpha$  pruned, since  $2 < 3$

C is 3

# $\alpha$ - $\beta$ 过程



A has  $\beta = 3$  (A will be no larger than 3)

B is  $\beta$  pruned, since  $5 > 3$

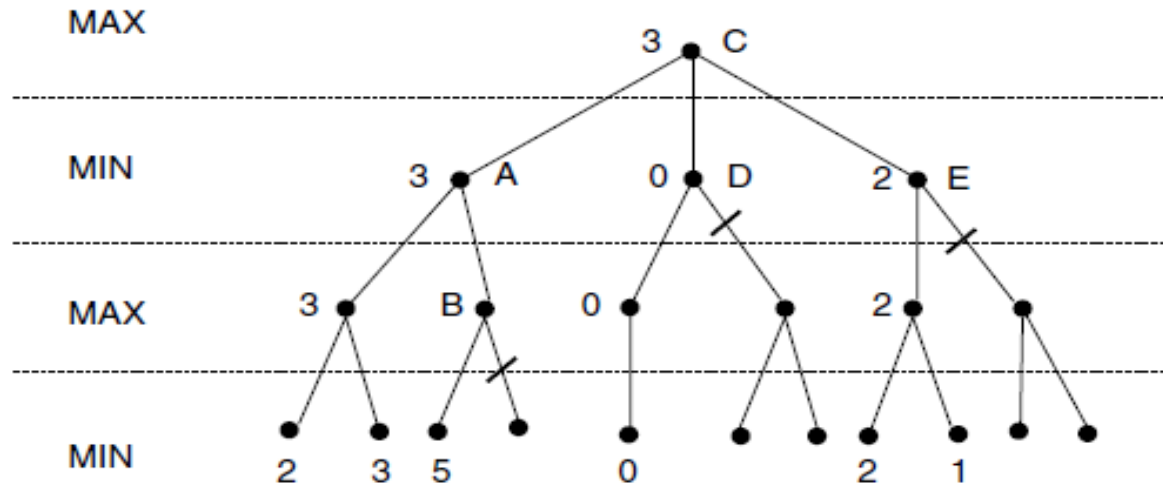
C has  $\alpha = 3$  (C will be no smaller than 3)

D is  $\alpha$  pruned, since  $0 < 3$

E is  $\alpha$  pruned, since  $2 < 3$

C is 3

# $\alpha$ - $\beta$ 过程



A has  $\beta = 3$  (A will be no larger than 3)

B is  $\beta$  pruned, since  $5 > 3$

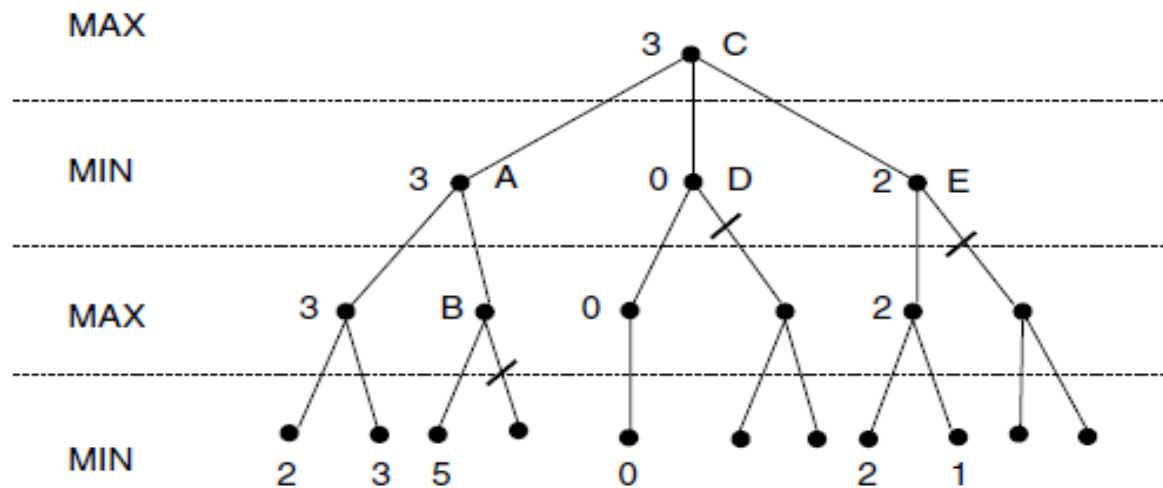
C has  $\alpha = 3$  (C will be no smaller than 3)

D is  $\alpha$  pruned, since  $0 < 3$

E is  $\alpha$  pruned, since  $2 < 3$

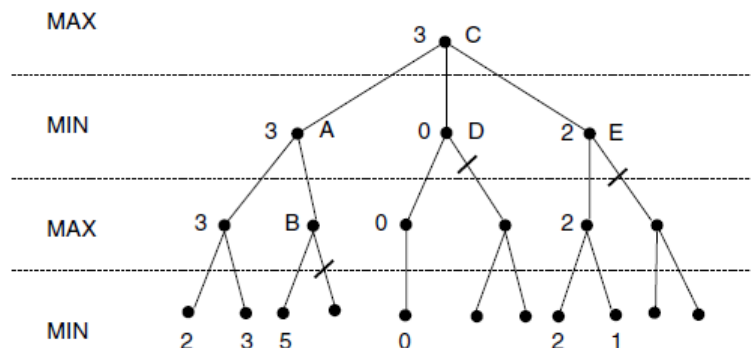
C is 3

# $\alpha$ - $\beta$ 过程



A has  $\beta = 3$  (A will be no larger than 3)  
B is  $\beta$  pruned, since  $5 > 3$   
C has  $\alpha = 3$  (C will be no smaller than 3)  
D is  $\alpha$  pruned, since  $0 < 3$   
E is  $\alpha$  pruned, since  $2 < 3$   
C is 3

# 剪枝规则

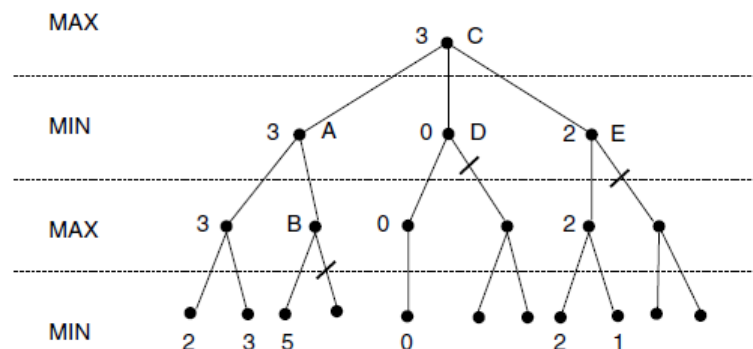


A has  $\beta = 3$  (A will be no larger than 3)  
B is  $\beta$  pruned, since  $5 > 3$   
C has  $\alpha = 3$  (C will be no smaller than 3)  
D is  $\alpha$  pruned, since  $0 < 3$   
E is  $\alpha$  pruned, since  $2 < 3$   
C is 3

## 剪枝规则

- ✓ Alpha剪枝: 任一MIN节点, 如果其Beta值小于等于其祖先MAX节点的Alpha值, 则停止搜索
- ✓ Beta剪枝: 任一MAX节点, 如果其Alpha值大于等于其祖先MIN节点的Beta值, 则停止搜索

# 博弈树搜索



A has  $\beta = 3$  (A will be no larger than 3)  
B is  $\beta$  pruned, since  $5 > 3$   
C has  $\alpha = 3$  (C will be no smaller than 3)  
D is  $\alpha$  pruned, since  $0 < 3$   
E is  $\alpha$  pruned, since  $2 < 3$   
C is 3

## □ $\alpha$ - $\beta$ 剪枝

- ✓ 对子节点排序非常敏感
- ✓ 静态启发：吃子启发
- ✓ 动态启发：历史启发、杀手启发、置换表启发

查阅文献，了解中国象棋的博弈树搜索策略

# 搜索

Monte Carlo 树搜索



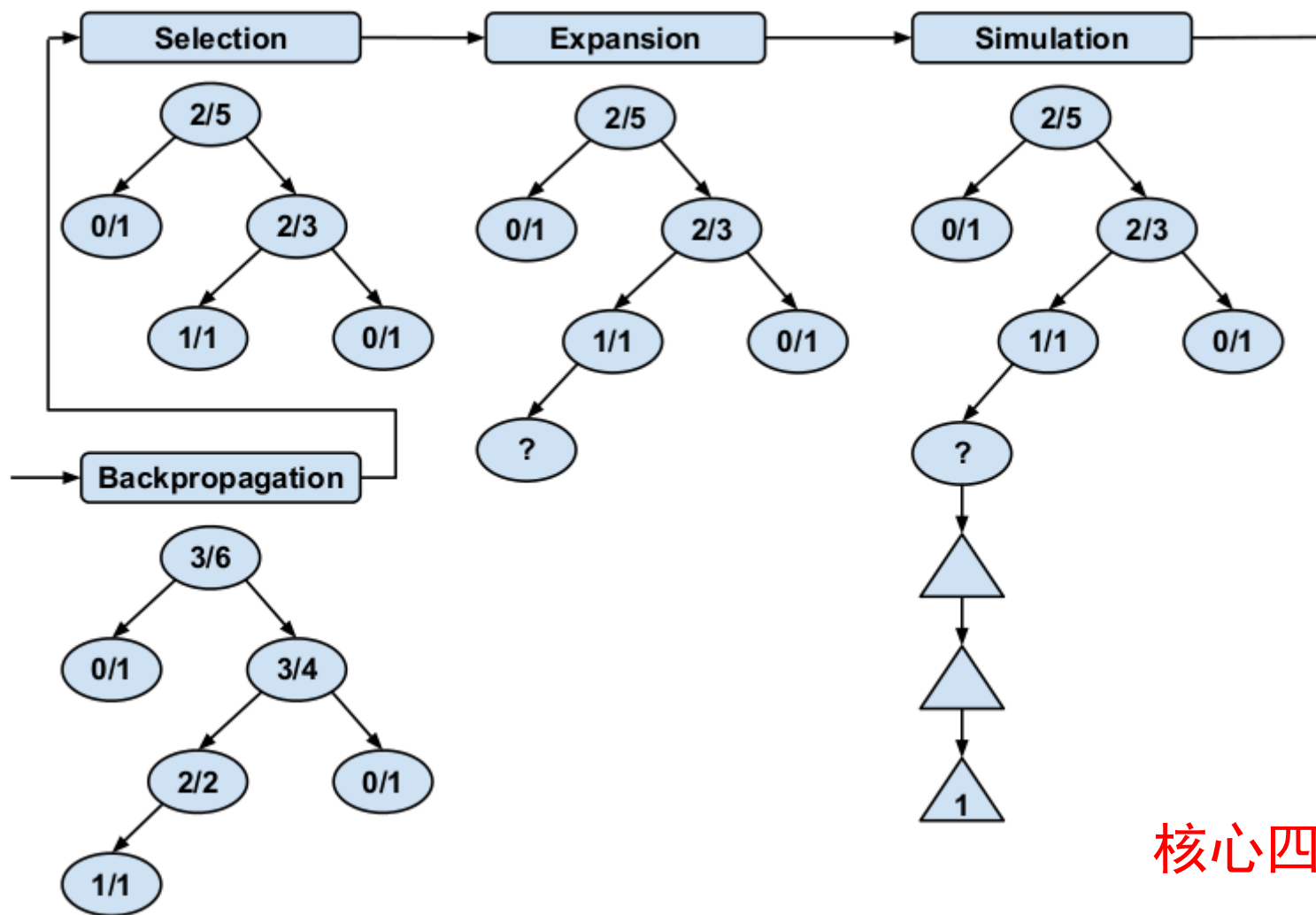
# 蒙特卡洛树搜索

基本原理：随机抽样+假设检验+树搜索

解决：迭代产生游戏树，解决树空间太大的问题

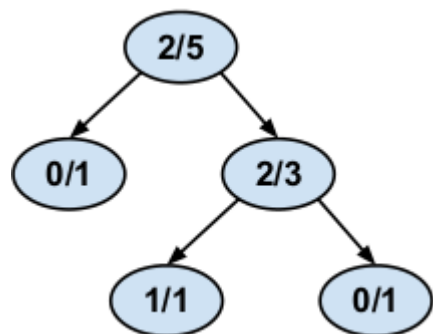
性质：用概率的方式，产生合理的推理，但并不保证一定最优

# 蒙特卡洛树搜索



核心四步

# 蒙特卡洛树的表示



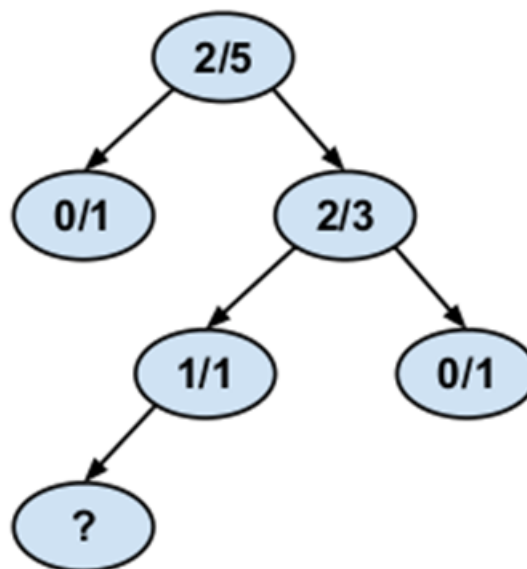
预测值(estimated value):

第1个数字：代表在这个子树上赢的次数

第2个数字：在这个子树上模拟的次数

SELECTION步骤:

利用树策略选择节点



# 蒙特卡洛树的选择策略

## UCT策略：

平衡Exploration和Exploitation。

Exploration approach 促使去探索尚未发现的树的其他领域。这会将倾向于探索树的广度，而不是深度。

Exploitation approach 倾向于选择拥有最大预测值的路径。这种是属于贪心算法，趋于探索树的深度。

$$UCT(node) = \frac{W(node)}{N(node)} + c \sqrt{\frac{\ln(N(parentNode))}{N(node)}}$$

# 蒙特卡洛树的其他三步

## Expansion:

添加一个 “?” 的叶子节点。这是每次迭代中唯一添加的节点。

## Simulation:

又称 playout 或者 rollout。执行操作，直到达到结束状态，或者满足设定的阈值，就停止该操作。然后基于模拟的结果，建立新添加节点的值。

## Backpropagation:

利用新添加节点的值，对之前的树进行更新。从新的节点开始，算法反向遍历回到根节点。

# 思考和讨论

1. 状态空间表示与其他问题表示的区别？
2. 状态空间图都能转为搜索树吗？
3. DATA-DRIVEN与GOAL-DRIVEN的区别？
4. 爬山算法与最佳优先搜索算法的区别？
5. 最佳优先搜索的本质？
6. 什么情况下启发式函数 $f(n)=g(n)+h(n)$ , 需要加上？
7. 了解AlphaGo里面的蒙特卡洛树搜索。

# 实验

1. 九宫图。将1~9九个数字分别填到3\*3中，使其每一横\竖\斜都等于15。  
分别用深度优先搜索、宽度优先搜索和启发式搜索实现。分析并讨论三种搜索方法的效率，以及启发式函数的设计。

要求：可以用任何语言，需要有日志说明搜索路径，实验报告分析效率和启发式函数设计。10月10日前发给助教，检查。

作业提交到公共邮箱：[nju\\_course\\_ai\\_2019@163.com](mailto:nju_course_ai_2019@163.com)

邮件主题格式：姓名\_学号\_第X次实验

谢谢！