第五讲 数学规划模型(2)

周毓明

南京大学计算机科学与技术系

课程内容

1. 数学概念与模型
2. 实际案例与分析
3. 计算机典型应用

数学规划模型

实际问题中的优化模型

$$Min(\text{或}Max)\ \ z=f(x),\ \ x=(x_1,\cdots x_n)^T$$
$$s.t.\ \ g_i(x)\le 0,\ \ i=1,2,\cdots m$$

x~决策变量　　$f(x)$~目标函数　　$g_i(x)\le 0$~约束条件

多元函数条件极值

决策变量个数n和约束条件个数m较大

最优解在可行域的边界上取得

数学规划

线性规划

整数规划

非线性规划

$f(x)$或者$g_i(x)$是非线性函数

2. 实际案例与分析

① 奶制品的生产与销售

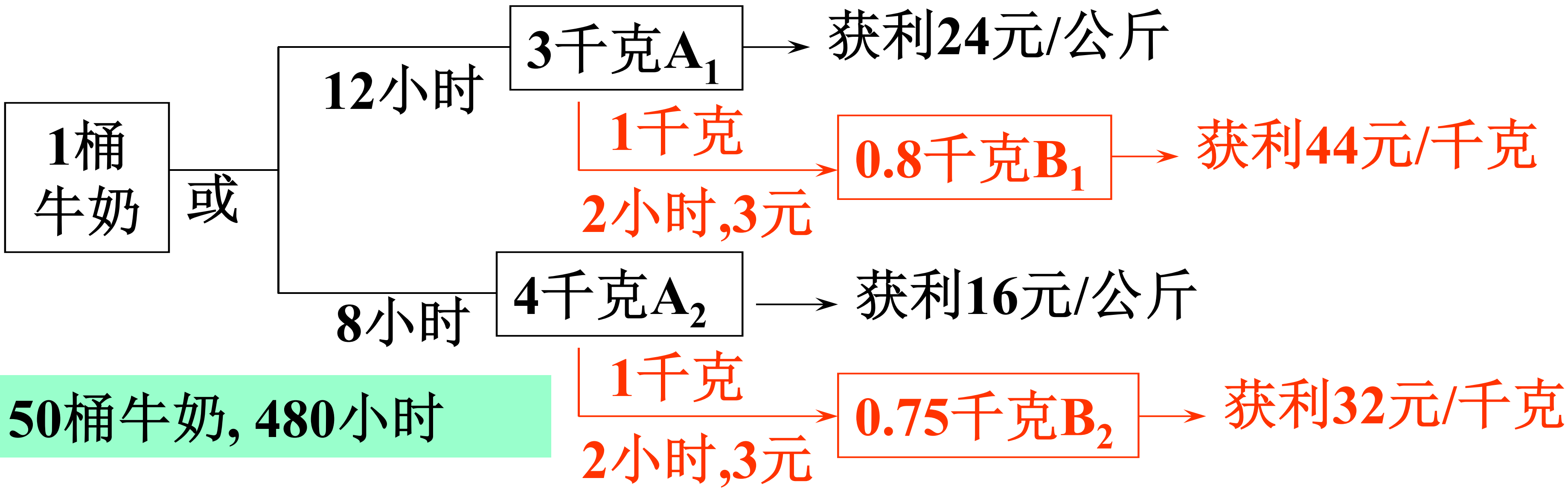
② 汽车生产与原油采购

③ 接力队选拔

奶制品的生产与销售

例2 奶制品的生产销售计划

在例1基础上深加工



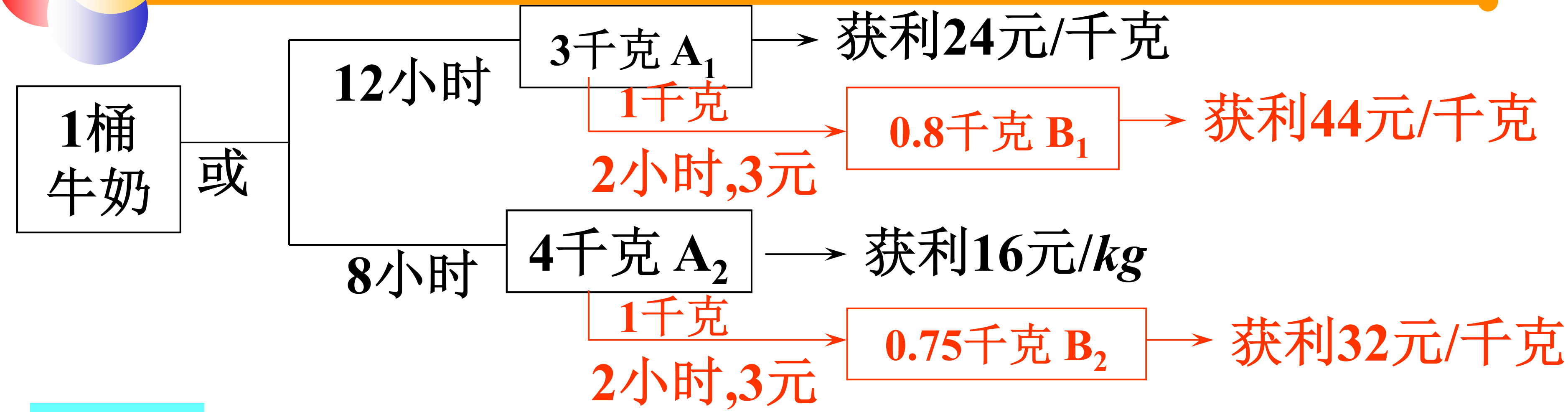
50桶牛奶, 480小时

至多100公斤A_1

制订生产计划，使每天净利润最大

- 30元可增加1桶牛奶，3元可增加1小时时间，应否投资？现投资150元，可赚回多少？
- B_1，B_2的获利经常有10%的波动，对计划有无影响？

奶制品的生产与销售



决策变量

出售 x_1 千克 A_1，x_2 千克 A_2，X_3 千克 B_1，x_4 千克 B_2

x_5 千克 A_1 加工 B_1，x_6 千克 A_2 加工 B_2

目标函数

利润 $$Max\ \ z = 24x_1 + 16x_2 + 44x_3 + 32x_4 - 3x_5 - 3x_6$$

约束条件

原料供应 $$\frac{x_1 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_6}{4} \le 50$$

劳动时间 $$4(x_1 + x_5) + 2(x_2 + x_6) + 2x_5 + 2x_6 \le 480$$

加工能力 $$x_1 + x_5 \le 100$$

附加约束 $$x_3 = 0.8x_5$$ $$x_4 = 0.75x_6$$

非负约束 $$x_1, \cdots x_6 \ge 0$$

奶制品的生产与销售

模型求解

软件实现 LINDO 6.

$$2)\ \frac{x_1+x_5}{3}+\frac{x_2+x_6}{4}\le 50$$

$$\Downarrow$$

$$2)\ 4x_1+3x_2+4x_5+3x_6\le 600$$

$$3)\ 4(x_1+x_5)+2(x_2+x_6)+2x_5+2x_6\le 480$$

$$\Downarrow$$

$$3)\ 4x_1+2x_2+6x_5+4x_6\le 480$$

DO RANGE (SENSITIVITY) ANALYSIS? No

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3460.800

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	1.680000
X2	168.000000	0.000000
X3	19.200001	0.000000
X4	0.000000	0.000000
X5	24.000000	0.000000
X6	0.000000	1.520000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	3.160000
3)	0.000000	3.260000
4)	76.000000	0.000000
5)	0.000000	44.000000
6)	0.000000	32.000000

NO. ITERATIONS= 2

奶制品的生产与销售

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3460.800

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	1.680000
X2	168.000000	0.000000
X3	19.200001	0.000000
X4	0.000000	0.000000
X5	24.000000	0.000000
X6	0.000000	1.520000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	3.160000
3)	0.000000	3.260000
4)	76.000000	0.000000
5)	0.000000	44.000000
6)	0.000000	32.000000

NO. ITERATIONS= 2

结果解释

每天销售168 千克A_2和19.2 千克B_1，利润3460.8（元）

8桶牛奶加工成A_1，42桶牛奶加工成A_2，将得到的24千克A_1全部加工成B_1

除加工能力外均为紧约束

奶制品的生产与销售

结果解释

30元可增加1桶牛奶，3元可增加1小时时间，应否投资？现投资150元，可赚回多少？

$$2)\ \frac{x_1+x_5}{3}+\frac{x_2+x_6}{4}\le 50$$

$$\Downarrow$$

$$2)\ 4x_1+3x_2+\mathbf{4}x_5+3x_6\le 600$$

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3460.800

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	1.680000
X2	168.000000	0.000000
X3	19.200001	0.000000
X4	0.000000	0.000000
X5	24.000000	0.000000
X6	0.000000	1.520000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	3.160000
3)	0.000000	3.260000
4)	76.000000	0.000000
5)	0.000000	44.000000
6)	0.000000	32.000000

增加1桶牛奶使利润增长3.16×12=37.92

增加1小时时间使利润增长3.26

投资150元增加5桶牛奶，可赚回189.6元。（大于增加时间的利润增长）

奶制品的生产与销售

结果解释

B_1,B_2的获利有10%的波动，对计划有无影响

DO RANGE (SENSITIVITY) ANALYSIS? Yes

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	24.000000	1.680000	INFINITY
X2	16.000000	8.150000	2.100000
X3	44.000000	19.750002	3.166667
X4	32.000000	2.026667	INFINITY
X5	-3.000000	15.800000	2.533334
X6	-3.000000	1.520000	INFINITY

B_1获利下降10%，超出X3 系数允许范围

B_2获利上升10%，超出X4 系数允许范围

波动对计划有影响

生产计划应重新制订：如将x_3的系数改为39.6计算，会发现结果有很大变化。

2. 实际案例与分析

① 奶制品的生产与销售

② 汽车生产与原油采购

③ 接力队选拔

汽车生产与原油采购

例1 汽车厂生产计划

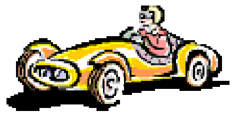
汽车厂生产三种类型的汽车，已知各类型每辆车对钢材、劳动时间的需求，利润及工厂每月的现有量。

	小型	中型	大型	现有量
钢材（吨）	1.5	3	5	600
劳动时间（小时）	280	250	400	60000
利润（万元）	2	3	4	

- 制订月生产计划，使工厂的利润最大。
- 如果生产某一类型汽车，则至少要生产80辆， 那么最优的生产计划应作何改变？

汽车生产与原油采购

汽车厂生产计划



模型建立

设每月生产小、中、大型汽车的数量分别为x_1, x_2, x_3

	小型	中型	大型	现有量
钢材	1.5	3	5	600
时间	280	250	400	60000
利润	2	3	4	

$$Max \quad z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

$$s.t. \quad 1.5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 600$$

$$280x_1 + 250x_2 + 400x_3 \le 60000$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

线性规划模型(LP)

汽车生产与原油采购

模型求解

结果为小数，怎么办？

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 632.2581

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	64.516129	0.000000
X2	167.741928	0.000000
X3	0.000000	0.946237

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.731183
3)	0.000000	0.003226

1）舍去小数：取x_1=64，x_2=167，算出目标函数值z=629，与LP最优值632.2581相差不大。

2）试探：如取x_1=65，x_2=167；x_1=64，x_2=168等，计算函数值z，通过比较可能得到更优的解。

- 但必须检验它们是否满足约束条件。为什么？

3） 模型中增加条件：x_1, x_2, x_3 均为整数，重新求解。

汽车生产与原油采购

模型求解

整数规划（Integer Programming, 简记IP）

$$Max \quad z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

$$s.t. \quad 1.5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 600$$

$$280x_1 + 250x_2 + 400x_3 \le 60000$$

x_1, x_2, x_3为非负整数

IP可用LINDO直接求解

```
max 2x1+3x2+4x3
st
1.5x1+3x2+5x3<600
280x1+250x2+400x3<60000
end
gin 3
```

IP 结果输出

```
OBJECTIVE FUNCTION VALUE
      1)        632.0000
VARIABLE  VALUE   REDUCED COST
      X1        64.000000        -2.000000
      X2       168.000000        -3.000000
      X3         0.000000        -4.000000
```

"gin 3"表示"前3个变量为整数"，等价于：

```
gin x1
gin x2
gin x3
```

IP 的最优解x_1=64，x_2=168，x_3=0，最优值z=632

汽车生产与原油采购

汽车厂生产计划

- 若生产某类汽车，则至少生产**80**辆，求生产计划。

$$Max \quad z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$$

$$s.t. \quad 1.5x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 600$$

$$280x_1 + 250x_2 + 400x_3 \le 60000$$

x_1, x_2, x_3=0 或 ≥80

$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 \ge 80$

$x_1 = 0, x_2 \ge 80, x_3 = 0$

$x_1 = 0, x_2 \ge 80, x_3 \ge 80$ ×

$x_1 \ge 80, x_2 = 0, x_3 = 0$

$x_1 \ge 80, x_2 \ge 80, x_3 = 0$

$x_1 \ge 80, x_2 = 0, x_3 \ge 80$

$x_1 \ge 80, x_2 \ge 80, x_3 \ge 80$ ×

$x_1, x_2, x_3 = 0$ ×

方法1：分解为8个LP子模型

其中3个子模型应去掉，然后逐一求解，比较目标函数值，再加上整数约束，得最优解：

x_1=80，x_2= 150，x_3=0，最优值z=610

汽车生产与原油采购

- 若生产某类汽车，则至少生产80辆，求生产计划。

方法2：引入0-1变量，化为整数规划

x_1=0 或 ≥80 ⇨ $x_1 \le My_1,\ x_1 \ge 80y_1,\ y_1 \in \{0,1\}$

x_2=0 或 ≥80 ⇨ $x_2 \le My_2,\ x_2 \ge 80y_2,\ y_2 \in \{0,1\}$

x_3=0 或 ≥80 ⇨ $x_3 \le My_3,\ x_3 \ge 80y_3,\ y_3 \in \{0,1\}$

*M*为大的正数，可取1000

LINDO中对0-1变量的限定：

int y1

int y2

int y3

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 610.0000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	80.000000	-2.000000
X2	150.000000	-3.000000
X3	0.000000	-4.000000
Y1	1.000000	0.000000
Y2	1.000000	0.000000
Y3	0.000000	0.000000

最优解同前

汽车生产与原油采购

- 若生产某类汽车，则至少生产80辆，求生产计划。

方法3：化为非线性规划

x_1=0 或 ≥80 ⇨ $x_1(x_1-80)\ge 0$

x_2=0 或 ≥80 ⇨ $x_2(x_2-80)\ge 0$

x_3=0 或 ≥80 ⇨ $x_3(x_3-80)\ge 0$

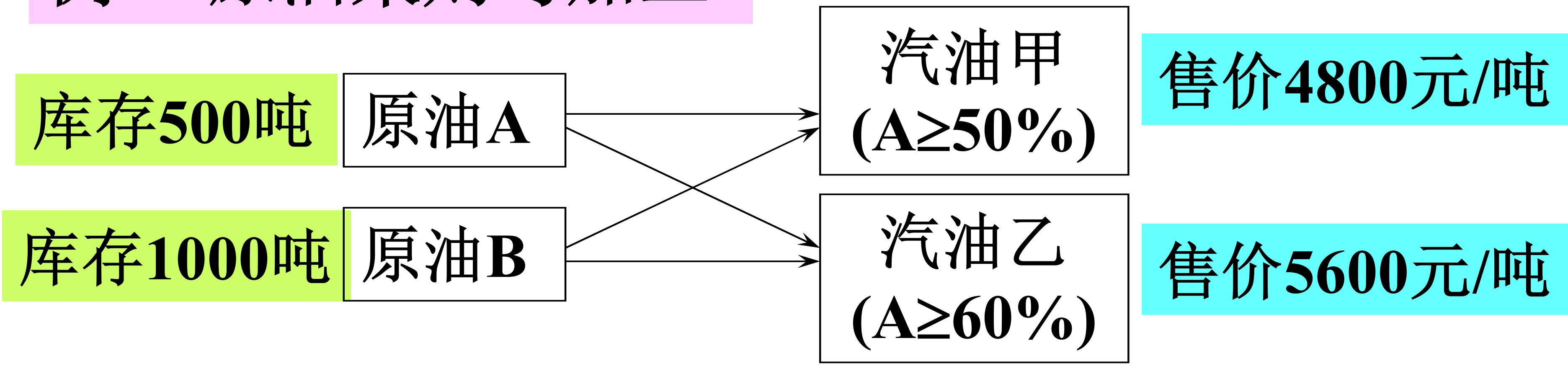
非线性规划（**Non- Linear Programming**，简记**NLP**）

NLP虽然可用现成的数学软件求解(如**LINGO**，**MATLAB**)，但是其结果常依赖于初值的选择。

实践表明，本例仅当初值非常接近上面方法算出的最优解时，才能得到正确的结果。

汽车生产与原油采购

例2 原油采购与加工



市场上可买到不超过1500吨的原油A：

- 购买量不超过500吨时的单价为10000元/吨；
- 购买量超过500吨但不超过1000吨时，超过500吨的部分8000元/吨；
- 购买量超过1000吨时，超过1000吨的部分6000元/吨。

应如何安排原油的采购和加工 ？

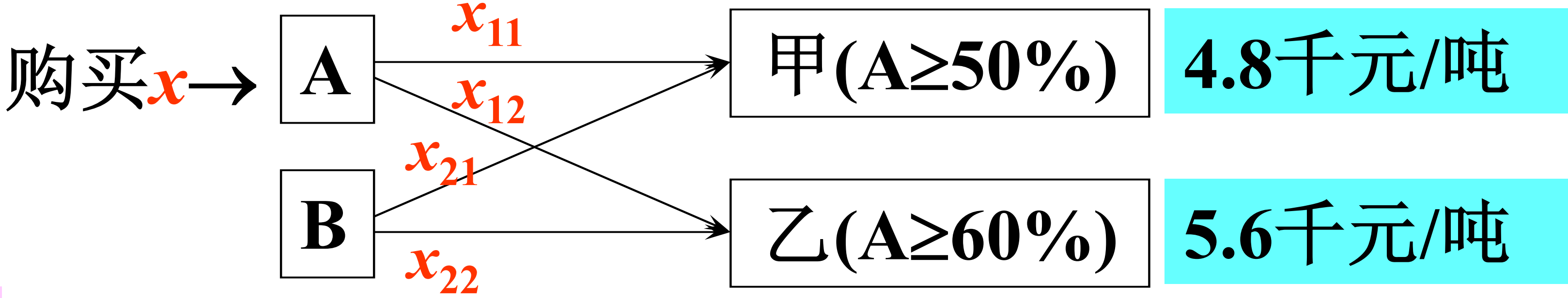
汽车生产与原油采购

问题分析

- 利润：销售汽油的收入 - 购买原油A的支出
- 难点：原油A的购价与购买量的关系较复杂

决策变量

原油A的购买量,原油A, B生产汽油甲,乙的数量



目标函数

利润(千元)

$c(x)$ ~ 购买原油A的支出

$$Max\ \ z = 4.8(x_{11} + x_{21}) + 5.6(x_{12} + x_{22}) - c(x)$$

$c(x)$如何表述？

汽车生产与原油采购

目标函数

- $x \le 500$吨单价为10千元/吨；
- 500吨$\le x \le$ 1000吨，超过500吨的8千元/吨；
- 1000吨$\le x \le$ 1500吨，超过1000吨的6千元/吨。

$$c(x) = \begin{cases} 10x & (0 \le x \le 500) \\ 8x + 1000 & (500 \le x \le 1000) \\ 6x + 3000 & (1000 \le x \le 1500) \end{cases}$$

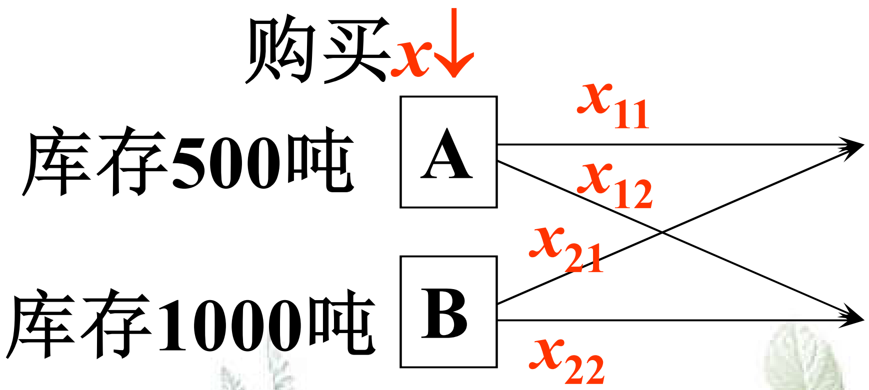
约束条件

原油供应

$$x_{11} + x_{12} \le 500 + x$$

$$x_{21} + x_{22} \le 1000$$

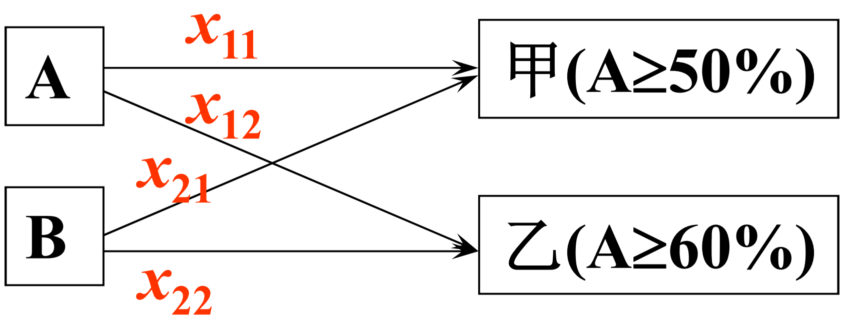
$$x \le 1500$$



汽车生产与原油采购

约束条件

汽油含原油A的比例限制



$$\frac{x_{11}}{x_{11}+x_{21}} \ge 0.5 \quad \Leftrightarrow x_{11} \ge x_{21}$$

$$\frac{x_{12}}{x_{12}+x_{22}} \ge 0.6 \quad \Leftrightarrow 2x_{12} \ge 3x_{22}$$

- 目标函数中$c(x)$不是线性函数，是非线性规划；
- 对于用分段函数定义的$c(x)$，一般的非线性规划软件也难以输入和求解；
- 想办法将模型化简，用现成的软件求解。

汽车生产与原油采购

模型求解　　　　　　方法1

x_1, x_2, x_3~以价格10, 8, 6(千元/吨)采购A的吨数

$$x= x_1+x_2+x_3,\quad c(x) = 10x_1+8x_2+6x_3$$

目标函数

$$Max \quad z = 4.8(x_{11}+x_{21}) + 5.6(x_{12}+x_{22}) - (10x_1+8x_2+6x_3)$$

- 500吨≤ x≤ 1000吨，超过500吨的8千元/吨

增加约束

只有当以10千元/吨的价格购买x_1=500(吨)时，才能以8千元/吨的价格购买x_2　$\Rightarrow (x_1-500)x_2=0$

$$(x_2-500)x_3=0 \qquad 0 \le x_1, x_2, x_3 \le 500$$

非线性规划模型，可以用LINGO求解

汽车生产与原油采购

方法1：LINGO求解

```
Model:
Max= 4.8*x11 + 4.8*x21 + 5.6*x12
+ 5.6*x22 - 10*x1 - 8*x2 - 6*x3;
x11+x12 < x + 500;
x21+x22 < 1000;
x11 - x21 > 0;
2*x12 - 3*x22 > 0;
x=x1+x2+x3;
(x1 - 500) * x2=0;
(x2 - 500) * x3=0;
x1 < 500;
x2 < 500;
x3 < 500;
x > 0;
x11 > 0;
x12 > 0;
x21 > 0;
x22 > 0;
x1 > 0;
x2 > 0;
x3 > 0;
end
```

Objective value: 4800.000

Variable	Value	Reduced Cost
X11	500.0000	0.0000000E+00
X21	500.0000	0.0000000E+00
X12	0.0000000E+00	0.0000000E+00
X22	0.0000000E+00	0.0000000E+00
X1	0.1021405E-13	10.00000
X2	0.0000000E+00	8.000000
X3	0.0000000E+00	6.000000
X	0.0000000E+00	0.0000000E+00

用库存的500吨原油A、500吨原油B生产汽油甲，不购买新的原油A，利润为4,800千元。

LINGO得到的是局部最优解，还能得到更好的解吗？

汽车生产与原油采购

方法2 y_1, y_2, y_3=1 ~以价格10, 8, 6(千元/吨)采购A

x_1, x_2, x_3~以价格10, 8, 6(千元/吨)采购A的吨数

增加约束

$500y_2 \le x_1 \le 500y_1$ $500y_3 \le x_2 \le 500y_2$

$x_3 \le 500y_3$

y_1, y_2, y_3 =0或1

⇒ y=0 → x=0

x>0 → y=1

0-1线性规划模型，可用LINDO求解

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 5000.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y1	1.000000	0.000000
Y2	1.000000	2200.000000
Y3	1.000000	1200.000000
X11	0.000000	0.800000
X21	0.000000	0.800000
X12	1500.000000	0.000000
X22	1000.000000	0.000000
X1	500.000000	0.000000
X2	500.000000	0.000000
X3	0.000000	0.400000
X	1000.000000	0.000000

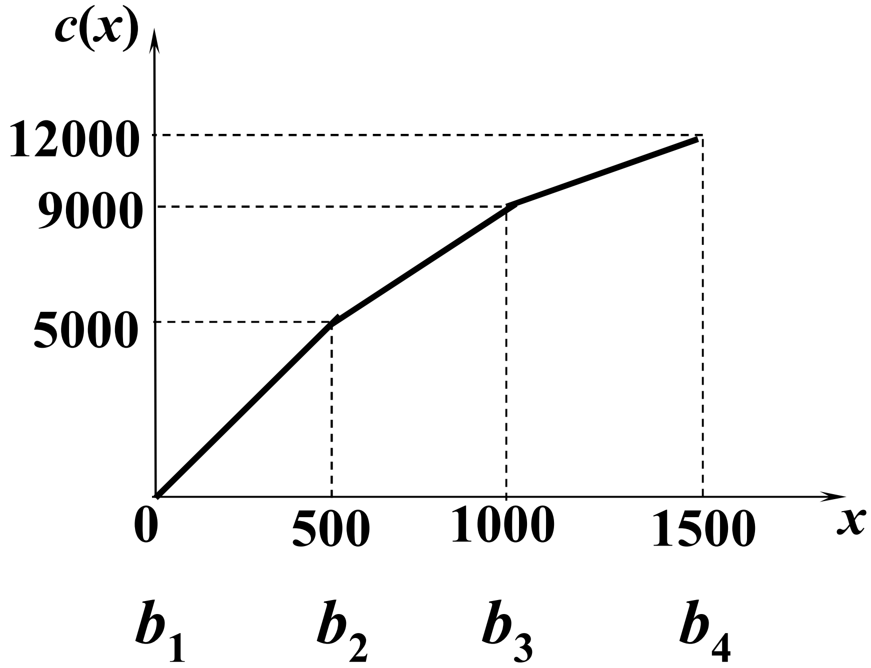
购买1000吨原油A，与库存的500吨原油A和1000吨原油B一起，生产汽油乙，利润为5,000千元 。

优于方法1的结果

汽车生产与原油采购

方法3　　直接处理处理分段线性函数$c(x)$

$$c(x)=\begin{cases}10x & (0\le x\le 500)\\ 8x+1000 & (500\le x\le 1000)\\ 6x+3000 & (1000\le x\le 1500)\end{cases}$$



$b_1\le x\le b_2$，　$x= z_1b_1+z_2b_2$，
$z_1+z_2=1$，　$z_1, z_2\ge 0$,
$c(x)= z_1c(b_1)+z_2c(b_2)$.

$b_2\le x\le b_3$，　$x= z_2b_2+z_3b_3$，
$z_2+z_3=1$，　$z_2, z_3\ge 0$,
$c(x)= z_2c(b_2)+z_3c(b_3)$.

$b_3\le x\le b_4$，　$x= z_3b_3+z_4b_4$，
$z_3+z_4=1$，　$z_3, z_4\ge 0$,
$c(x)= z_3c(b_3)+z_4c(b_4)$.

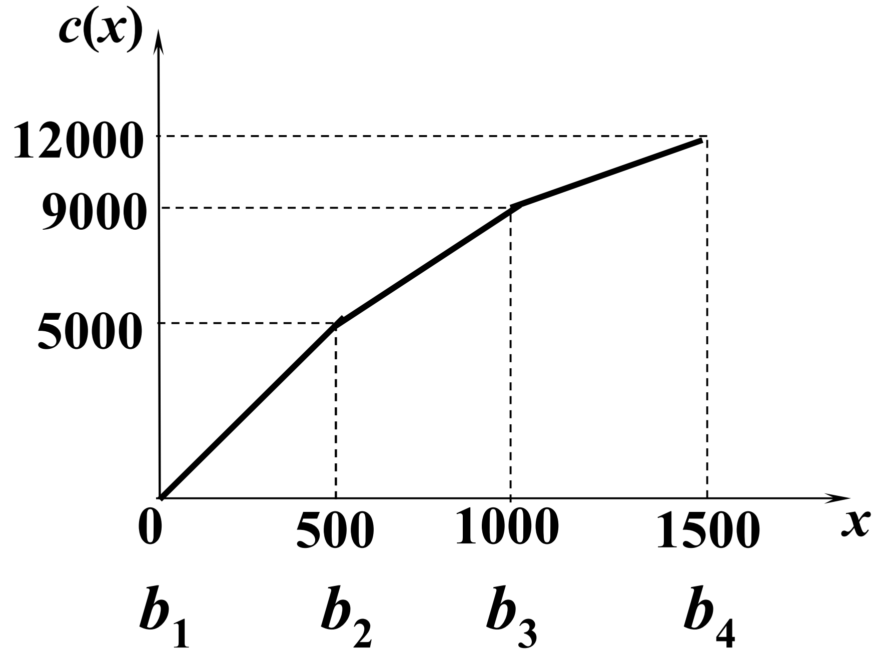
汽车生产与原油采购

方法3　对于k=1,2,3

$b_k \le x \le b_{k+1}, x = z_k b_k + z_{k+1} b_{k+1}$

$z_k + z_{k+1} = 1$，　$z_k, z_{k+1} \ge 0$,

$c(x) = z_k c(b_k) + z_{k+1} c(b_{k+1})$.



$b_k \le x \le b_{k+1} \rightarrow y_k = 1$,否则,$y_k = 0$

$$z_1 \le y_1,\ z_2 \le y_1 + y_2,\ z_3 \le y_2 + y_3,\ z_4 \le y_3$$

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 1, \quad z_k \ge 0\ (k = 1,2,3,4)$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 1, \quad y_1, y_2, y_3 = 0 \text{ 或 } 1$$

$$x = z_1 b_1 + z_2 b_2 + z_3 b_3 + z_4 b_4$$

$$c(x) = z_1 c(b_1) + z_2 c(b_2) + z_3 c(b_3) + z_4 c(b_4)$$

IP模型，LINDO求解，得到的结果与方法2相同.

处理分段线性函数，方法3更具一般性

2. 实际案例与分析

① 奶制品的生产与销售

② 汽车生产与原油采购

③ 接力队选拔

接力队选拔

分派问题

若干项任务分给一些候选人来完成，每人的专长不同，完成每项任务取得的效益或需要的资源就不同，如何分派任务使获得的总效益最大，或付出的总资源最少。

若干种策略供选择，不同的策略得到的收益或付出的成本不同，各个策略之间有相互制约关系，如何在满足一定条件下作出决择，使得收益最大或成本最小。

接力队选拔

例1 混合泳接力队的选拔

5名候选人的百米成绩

	甲	乙	丙	丁	戊
蝶泳	1’06”8	57”2	1’18”	1’10”	1’07”4
仰泳	1’15”6	1’06”	1’07”8	1’14”2	1’11”
蛙泳	1’27”	1’06”4	1’24”6	1’09”6	1’23”8
自由泳	58”6	53”	59”4	57”2	1’02”4

如何选拔队员组成4×100米混合泳接力队?

丁的蛙泳成绩退步到1’15”2；戊的自由泳成绩进步到57”5, 组成接力队的方案是否应该调整?

穷举法：组成接力队的方案共有5!=120种。

接力队选拔

0-1规划模型

c_{ij}(秒)~队员i 第j 种泳姿的百米成绩

c_{ij}	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5
j=1	66.8	57.2	78	70	67.4
j=2	75.6	66	67.8	74.2	71
j=3	87	66.4	84.6	69.6	83.8
j=4	58.6	53	59.4	57.2	62.4

若选择队员i参加泳姿j 的比赛，记x_{ij}=1, 否则记x_{ij}=0

目标函数

$$Min \quad Z=\sum_{j=1}^{4}\sum_{i=1}^{5}c_{ij}x_{ij}$$

约束条件

每人最多入选泳姿之一

$$\sum_{j=1}^{4}x_{ij}\le 1,\ \ i=1,\cdots 5$$

每种泳姿有且只有1人

$$\sum_{i=1}^{5}x_{ij}=1,\ \ j=1,\cdots 4$$

接力队选拔

模型求解　　输入LINDO求解

```
MIN  66.8x11+75.6x12+87x13+58.6x14
   +… …
   +67.4x51+71  x52+83.8x53+62.4x54
SUBJECT TO
    x11+x12+x13+x14 <=1
    … …
    x41+x42+x43+x44 <=1
    x11+x21+x31+x41+x51 =1
    … …
    x14+x24+x34+x44+x54 =1
END
INT 20
```

最优解：$x_{14}=x_{21}=x_{32}=x_{43}=1$，其它变量为0;

成绩为253.2(秒)=4’13”2

甲~ 自由泳、乙~ 蝶泳、丙~ 仰泳、丁~ 蛙泳.

	甲	乙	丙	丁	戊
蝶泳	1’06”8	57”2	1’18”	1’10”	1’07”4
仰泳	1’15”6	1’06”	1’07”8	1’14”2	1’11”
蛙泳	1’27”	1’06”4	1’24”6	1’09”6	1’23”8
自由泳	58”6	53”	59”4	57”2	1’02”4

接力队选拔

讨论

丁蛙泳c_{43} =69.6→75.2，戊自由泳c_{54}=62.4 → 57.5, 方案是否调整？

敏感性分析？

IP规划一般没有与LP规划相类似的理论，LINDO输出的敏感性分析结果通常是没有意义的。

c_{43}, c_{54} 的新数据重新输入模型，用LINDO求解

最优解：$x_{21} = x_{32} = x_{43} = x_{51} = 1$，成绩为4’17”7

乙~ 蝶泳、丙~ 仰泳、丁~ 蛙泳、戊~ 自由泳

原方案

甲~ 自由泳、乙~ 蝶泳、丙~ 仰泳、丁~ 蛙泳.

指派(Assignment)问题：每项任务有且只有一人承担，每人只能承担一项，效益不同，怎样分派使总效益最大.

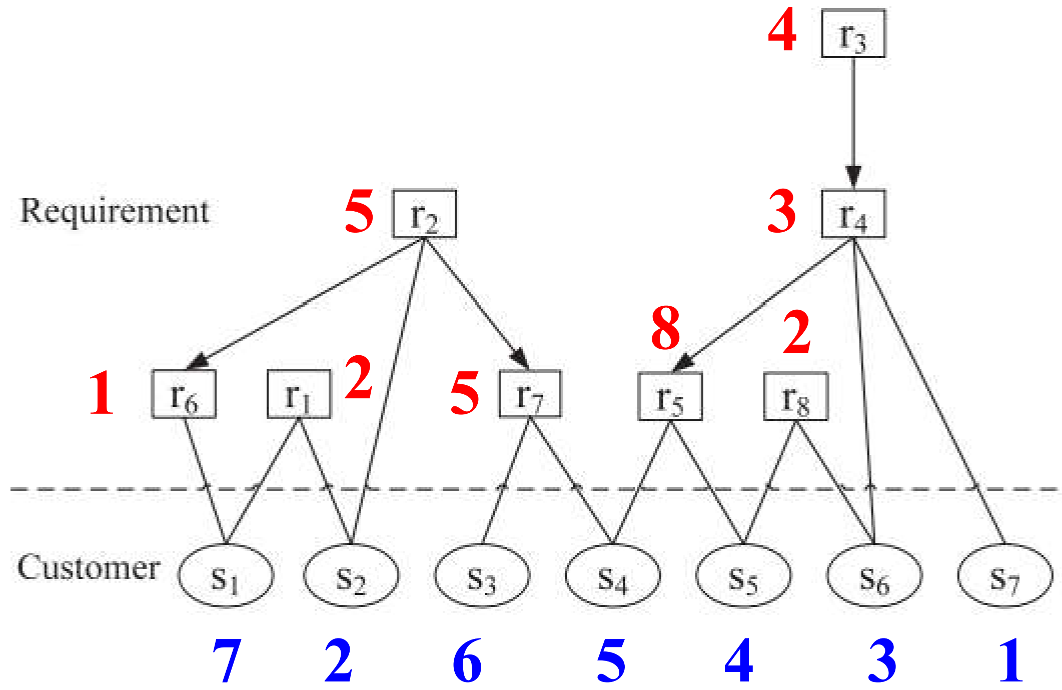
3. 计算机典型应用

① 下一版本问题(NRP)

② 测试用例集约简

③ 其他应用…

下一版本问题

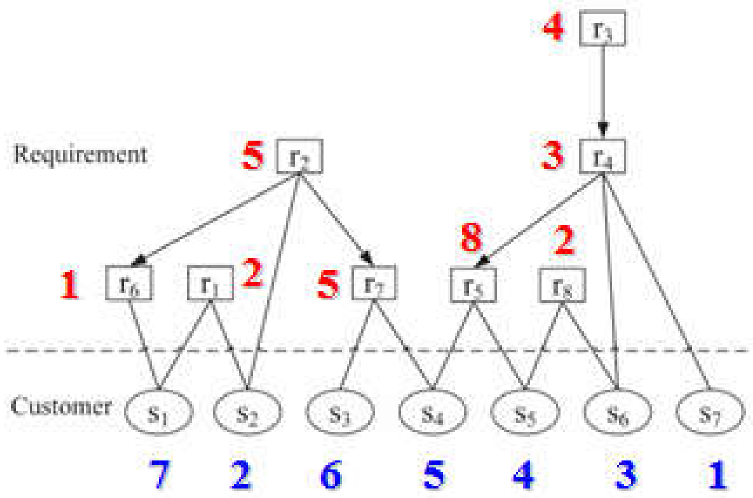


给定需求R = $\{r_i \mid 1 \le i \le 8\}$，对应的实现成本C = $\{c_i \mid 1 \le i \le 8\}$。

客户S = $\{s_i \mid 1 \le i \le 7\}$，对应的效益为W = $\{w_i \mid 1 \le i \le 7\}$ 。

项目预算B = 26。问：在下一版本中应该满足那些客户的需求，使得效益最大?

下一版本问题



目标函数：max = 7*s1 + 2*s2 + 6*s3 + 5*s4 + 4*s5 + 3*s6 + s7;

成本约束：2*r1+5*r2+4*r3+3*r4+8*r5+r6+5*r7+2*r8 < 26;

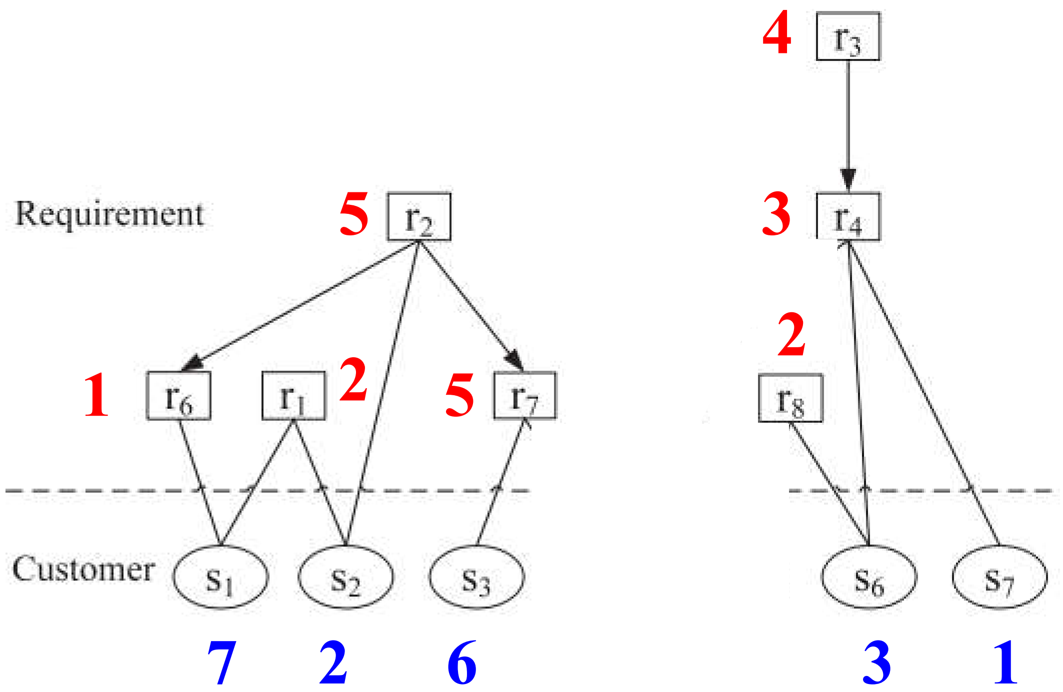
需求依赖约束：$r6 \le r2$; $r7 \le r2$; $r4 \le r3$; $r5 \le r4$;

客户需求约束：$s1 \le r6$; $s1 \le r1$; $s2 \le r1$; $s2 \le r2$; $s3 \le r7$; $s4 \le r7$;

$s4 \le r5$; $s5 \le r5$; $s5 \le r8$; $s6 \le r8$; $s6 \le r4$; $s7 \le r4$;

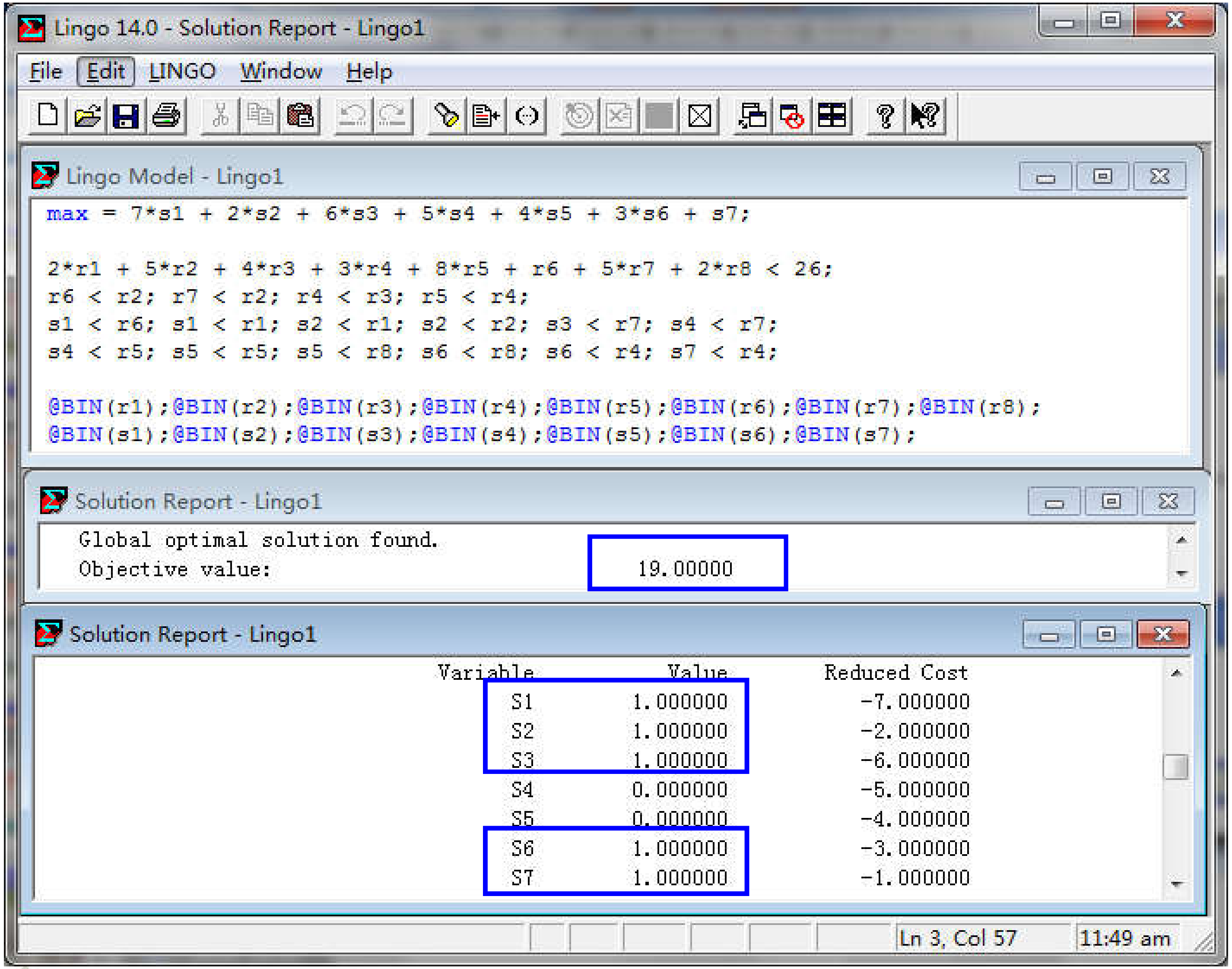
变量整数约束：r1, ..., r8, s1, ..., s7 in {0,1}

下一版本问题



解：s1 = 1, s2 = 1, s3 = 1, s4 = 0, s5 = 0, s6 = 1, s7 = 1

目标函数值 = 19 (成本 = 22 < 26)


Lingo 14.0 - Solution Report - Lingo1
File Edit LINGO Window Help
Lingo Model - Lingo1
max = 7*s1 + 2*s2 + 6*s3 + 5*s4 + 4*s5 + 3*s6 + s7;
2*r1 + 5*r2 + 4*r3 + 3*r4 + 8*r5 + r6 + 5*r7 + 2*r8 < 26;
r6 < r2; r7 < r2; r4 < r3; r5 < r4;
s1 < r6; s1 < r1; s2 < r1; s2 < r2; s3 < r7; s4 < r7;
s4 < r5; s5 < r5; s5 < r8; s6 < r8; s6 < r4; s7 < r4;
@BIN(r1);@BIN(r2);@BIN(r3);@BIN(r4);@BIN(r5);@BIN(r6);@BIN(r7);@BIN(r8);
@BIN(s1);@BIN(s2);@BIN(s3);@BIN(s4);@BIN(s5);@BIN(s6);@BIN(s7);
Solution Report - Lingo1
Global optimal solution found.
Objective value: 19.00000
Solution Report - Lingo1
Variable Value Reduced Cost
S1 1.000000 -7.000000
S2 1.000000 -2.000000
S3 1.000000 -6.000000
S4 0.000000 -5.000000
S5 0.000000 -4.000000
S6 1.000000 -3.000000
S7 1.000000 -1.000000
Ln 3, Col 57
11:49 am

下一版本问题

1. NRP问题具体描述？

A. Bagnall, V. Smith, et al. The next release problem. IST 2001

2. 怎样高效求解大规模的NRP问题？

J. Xuan, H. Jiang, et al. Solving the large scale next release problem with a backbone-based multilevel algorithm. IEEE TSE 2012.

3. 怎样进行NRP的敏感性分析？

M. Mark, J. Krink. Exact Scalable Sensitivity Analysis for the Next Release Problem. ACM TOSEM 2014.

M. Akker, S. Brinkkemper, et al. Software product release planning through optimization and what-if analysis. IST, 2008.

测试用例集约简

mid() { int x,y,z,m;	3,6,5	3,3,5	1,2,3	3,2,1	7,9,5	5,3,4	2,1,3
1: read(x, y, z);	•	•	•	•	•	•	•
2: m = z;	•	•	•	•	•	•	•
3: if (y<z)	•	•	•	•	•	•	•
4: if (x<y)		•	•			•	•
5: m = y;			•				
6: else if (x<z)		•				•	•
7: m = y; // m = x		•					•
8: else	•			•	•		
9: if (x>y)	•			•	•		
10: m = y;				•			
11: else if (x>z)	•				•		
12: m = x;					•		
13: print(m);	•	•	•	•	•	•	•
}							

给定测试用例集$T = \{t_i \mid 1 \le i \le 7\}$。

怎样对T进行约简，仍然能达到100%语句覆盖？

测试用例集约简

mid() { int x,y,z,m;	3,6,5	3,3,5	1,2,3	3,2,1	7,9,5	5,3,4	2,1,3
1: read(x, y, z);	•	•	•	•	•	•	•
2: m = z;	•	•	•	•	•	•	•
3: if (y<z)	•	•	•	•	•	•	•
4: if (x<y)		•	•			•	•
5: m = y;			•				
6: else if (x<z)		•				•	•
7: m = y; // m = x		•					•
8: else	•			•	•		
9: if (x>y)	•			•	•		
10: m = y;				•			
11: else if (x>z)	•				•		
12: m = x;					•		
13: print(m);	•	•	•	•	•	•	•
}							

目标函数： min = t1 + t2 + t3 + t4 + t5 + t6 + t7;

覆盖约束： $t1 + t2 + t3 + t4 + t5 + t6 + t7 \geq 1;$

$t2 + t3 + t6 + t7 \geq 1;$ $t3 \geq 1;$ $t2 + t6 + t7 \geq 1;$

$t2 + t7 \geq 1;$ $t1 + t4 + t5 \geq 1;$ $t4 \geq 1;$ $t1 + t5 \geq 1;$ $t5 \geq 1;$

变量整数约束： t1, ..., t7 in {0,1}

测试用例集约简

mid() { int x,y,z,m;			1,2,3	3,2,1	7,9,5		2,1,3
1: read(x, y, z);			•	•	•		•
2: m = z;			•	•	•		•
3: if (y<z)			•	•	•		•
4: if (x<y)			•				•
5: m = y;			•				
6: else if (x<z)							•
7: m = y; // m = x							•
8: else				•	•		
9: if (x>y)				•	•		
10: m = y;				•			
11: else if (x>z)					•		
12: m = x;					•		
13: print(m);			•	•	•		•
}							

解： t1 = 0, t2 = 0, t3 = 1, t4 = 1, t5 = 1, t6 = 0, t7 = 1

目标函数值 = 4

Lingo 14.0 - Solution Report - Lingo1

File Edit LINGO Window Help

Lingo Model - Lingo1

```
min = t1 + t2 + t3 + t4 + t5 + t6 + t7;

t1 + t2 + t3 + t4 + t5 + t6 + t7 > 1;
t2 + t3 + t6 + t7 > 1;
t3 > 1;
t2 + t6 + t7 > 1;
t2 + t7 > 1;
t1 + t4 + t5 > 1;
t4 > 1; t1 + t5 > 1; t5 > 1;

@BIN(t1);@BIN(t2);@BIN(t3);@BIN(t4);
@BIN(t5);@BIN(t6);@BIN(t7);
```

Solution Report - Lingo1

Variable	Value	Reduced Cost
T1	0.000000	1.000000
T2	0.000000	1.000000
T3	1.000000	1.000000
T4	1.000000	1.000000
T5	1.000000	1.000000
T6	0.000000	1.000000
T7	1.000000	1.000000

For Help, press F1 | Ln 29, Col 77 | 4:09 pm

测试用例集约简

1. 如何使得约简的测试用例集保持最大的检错能力?

J. Black, E. Melachrinoudis, et al. Bi-criteria models for all-uses test suite reduction. ICSE 2004

2. 如何在多个标准下进行测试用例集约简?

H. Hsu, A. Orso. MINTS: A general framework and tool for supporting test-suite minimization. ICSE 2009

3. 规模固定下的多标准测试用例集约简?

S. Mirarab, S. Akhlaghi, et al. Size-constrained regression test case selection using multicriteria optimization. IEEE TSE 2012

其他应用...

图像重构

IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING, VOL. 14, NO. 6, JUNE 2005 737

Image Reconstruction by Linear Programming

Koji Tsuda and Gunnar Rätsch

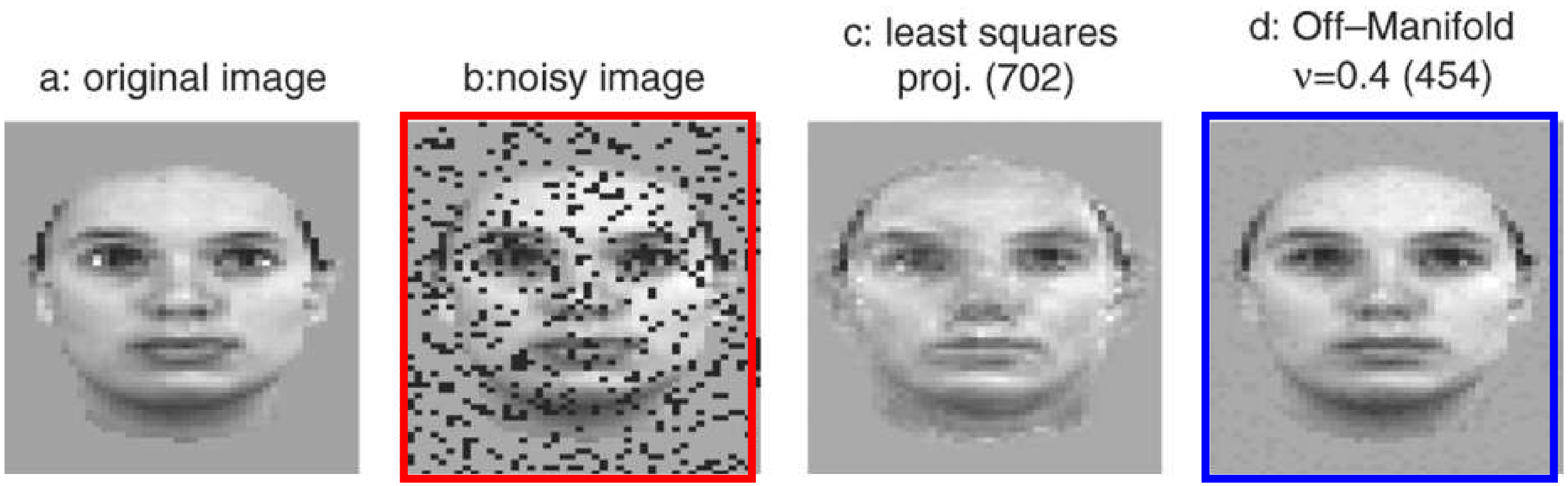


Fig. 3. Typical result of denoising impulse noise. (a) Original face image. (b) Image corrupted by impulse noise. (c) Reconstruction by the least squares projection to the PCA basis. The number in $(\cdot)$ shows the reconstruction error. (d) Reconstruction by the LP (off-m.) when $\nu = 0.4$.

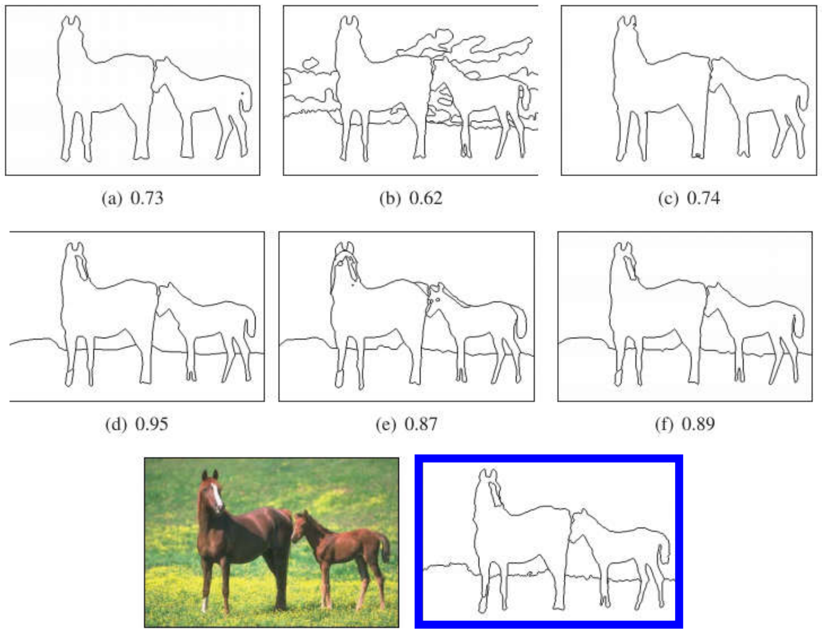
其他应用...

图像分割集成

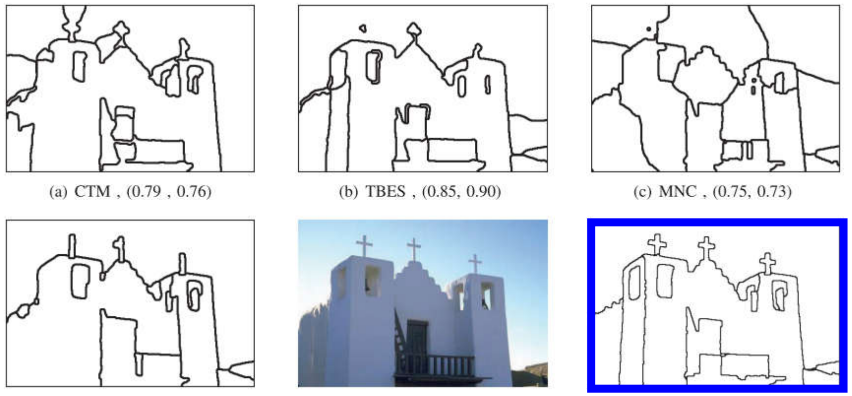
IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. 34, NO. 10, OCTOBER 2012

Ensemble Segmentation Using Efficient Integer Linear Programming

Amir Alush and Jacob Goldberger



(a) 0.73 (b) 0.62 (c) 0.74
(d) 0.95 (e) 0.87 (f) 0.89
(g) Image (h) Average segmentation



(a) CTM , (0.79 , 0.76) (b) TBES , (0.85, 0.90) (c) MNC , (0.75, 0.73)
(d) UCM , (0.87, 0.69) (e) Image (f) AMUS, 0.88

其他应用...

程序最坏执行时间估算 RTSS 2004
(Worst Case Execution Time, WCET)

Modeling Out-of-Order Processors for Software Timing Analysis

Xianfeng Li Abhik Roychoudhury Tulika Mitra
School of Computing, National University of Singapore
{lixianfe,abhik,tulika}@comp.nus.edu.sg

并发系统性能分析

1014 IEEE TRANSACTIONS ON SOFTWARE ENGINEERING, VOL. 24, NO. 11, NOVEMBER 1998

Performance Analysis
of Stochastic Timed Petri Nets
Using Linear Programming Approach

Zhen Liu

其他应用...

存储优化

IEEE TRANSACTIONS ON PARALLEL AND DISTRIBUTED SYSTEMS, VOL. 12, NO. 9, SEPTEMBER 2001

Static and Dynamic Locality Optimizations Using Integer Linear Programming

Mahmut Kandemir, *Member, IEEE*, Prithviraj Banerjee, *Fellow, IEEE*, Alok Choudhary, *Fellow, IEEE*, J. Ramanujam, *Member, IEEE*, and Eduard Ayguadé

图自动匹配

522 IEEE TRANSACTIONS ON PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE, VOL. 15, NO. 5, MAY 1993

A Linear Programming Approach for the Weighted Graph Matching Problem

H. A. Almohamad and S. O. Duffuaa

and comparisons with the methods [3], [7]. Section VI concludes the paper.

II. STATEMENT OF THE PROBLEM

其他应用...

解码问题

IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, VOL. 51, NO. 12, DECEMBER 2005 4203

Decoding by Linear Programming

Emmanuel J. Candes and Terence Tao

IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS, VOL. 59, NO. 3, MARCH 2011

Efficient Linear Programming Decoding of HDPC Codes

Alex Yufit, Asi Lifshitz, and Yair Be'ery, *Senior Member, IEEE*

其他应用...

分类器设计

IEEE TRANSACTIONS ON COMPUTERS, VOL. C-17, NO. 4, APRIL 1968 367

Pattern Classifier Design by Linear Programming

FRED W. SMITH, MEMBER, IEEE

http://cgm.cs.mcgill.ca/~beezer/cs644/welcome.html

Pattern Classification Via Linear Programming

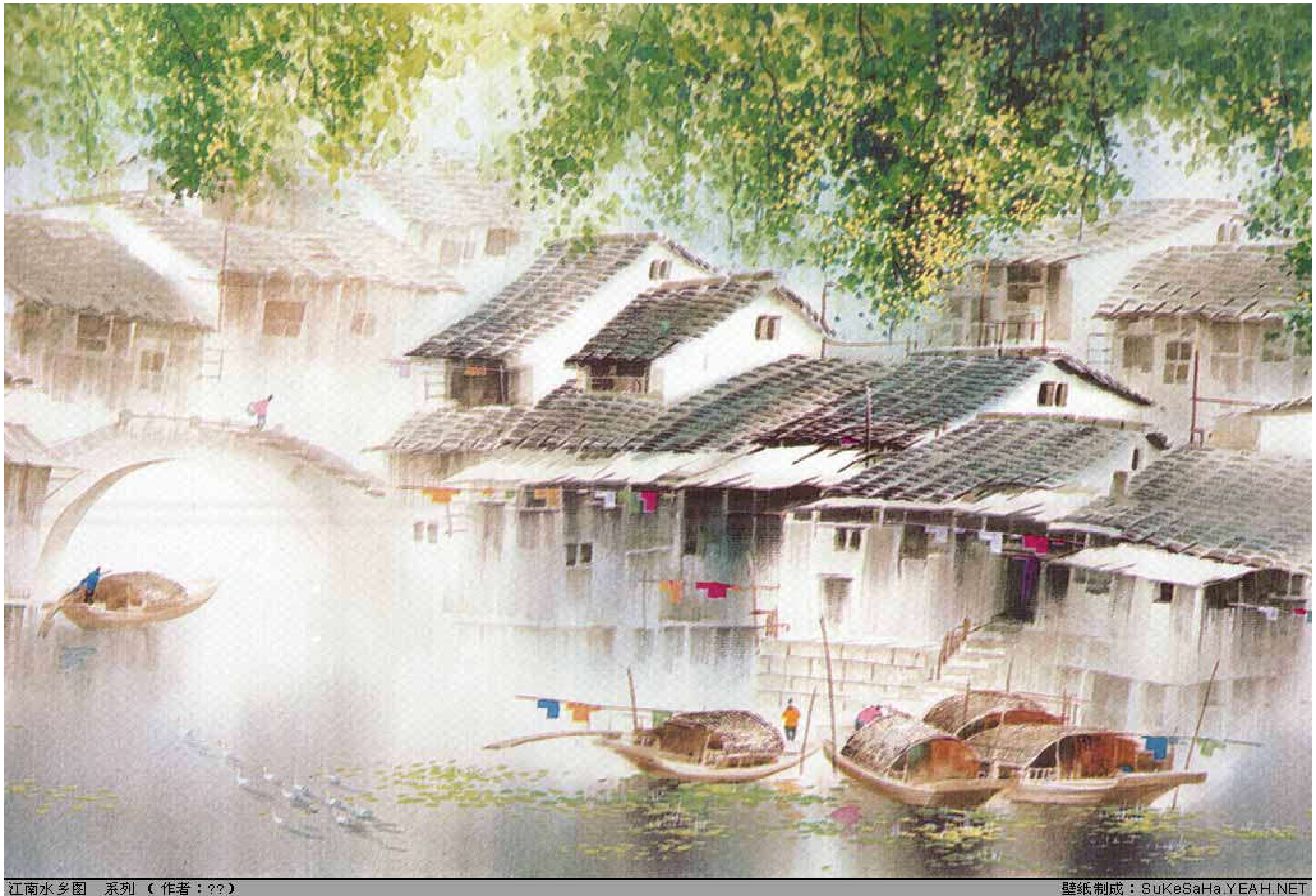
Project for CS644 - Pattern Recognition (Prof. Godfried T. Toussaint)
Presented by Bohdan Kaluzny
Other students projects can be found here.

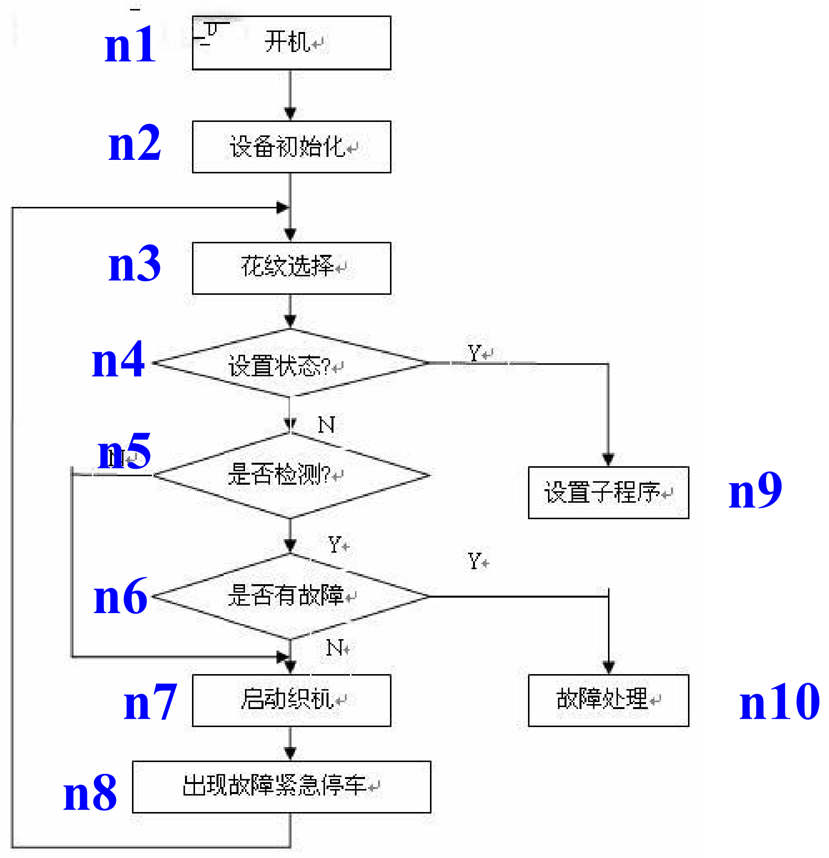
小结

- 线性规划(LP)
- 整数规划(IP)
- 非线性规划(NLP)

http://www.lindo.com/

Thanks for your time and attention!




n1
开机
n2
设备初始化
n3
花纹选择
n4
设置状态?
Y
N
n5
是否检测?
Y
n6
是否有故障
Y
N
n7
启动织机
n8
出现故障紧急停车
n9
设置子程序
n10
故障处理