

Induktives Erwärmen

Analytische Betrachtung – Abschlussbericht

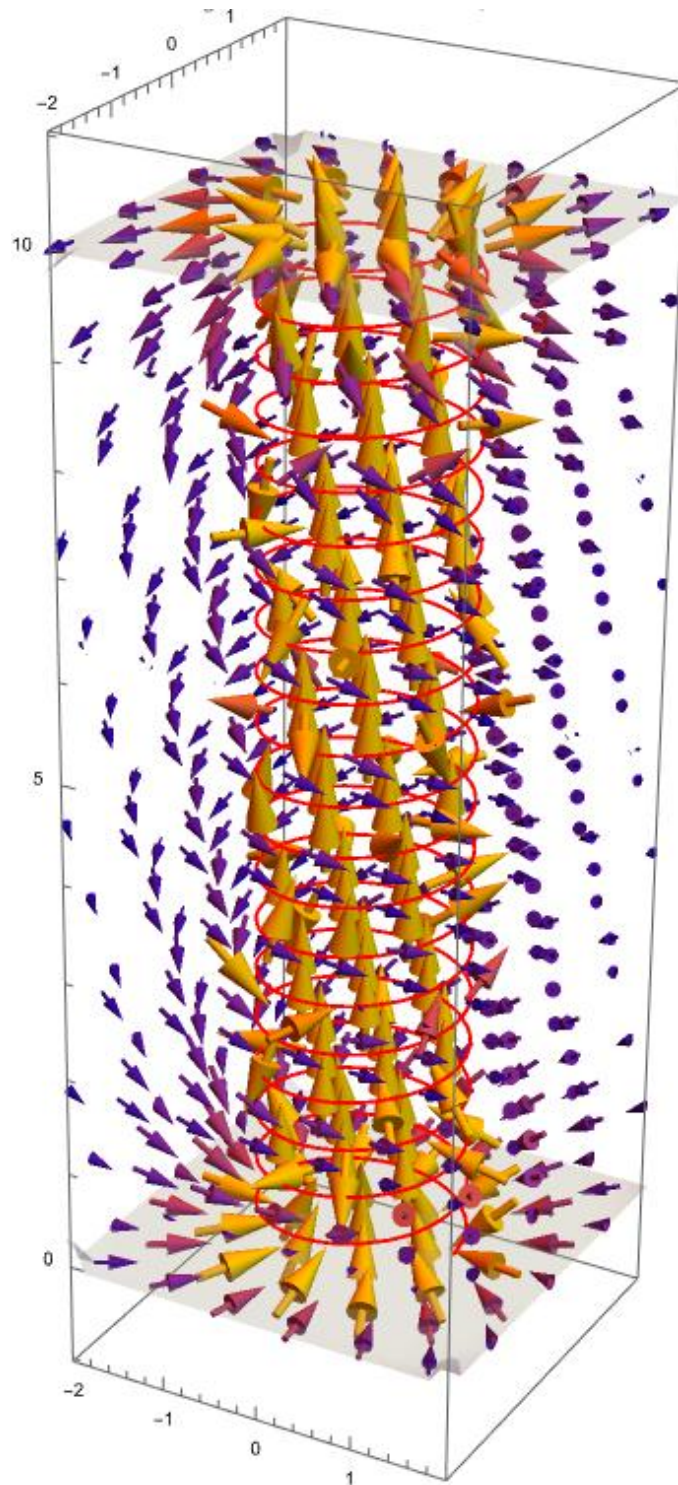


Abbildung 1 - B-Feld Spule

Inhalt

1	Einleitung	3
2	Anforderung	3
3	Ausgangssituation	3
4	Projektablauf	3
4.1	Benötigte Leistung.....	4
4.2	Temperaturverlauf.....	6
4.3	Spule Ersatzschaltbild	8
4.4	Leistung für Spule	9
5	Rechnungen während der Durchführung	10
5.1	Auslegen der Kapazitäten	10
5.2	Spulenparameter, realer Wirkungsgrad und benötigte Leistung	10
5.3	Temperaturverlauf mit angepassten Werten.....	11
6	Mögliche Probleme und Lösungen	13
7	Einhaltung des Zeitplans und Kostenplans	14
8	Aussicht	14
9	Abbildungsverzeichnis.....	15

1 Einleitung

In diesem Projekt ging es insgesamt darum, ein Werkstück induktiv zu erhitzen. Hierfür sollte ein Induktor genutzt werden. Dieses Projekt wurde im WS22/23 durchgeführt.

Im Rahmen der Wahlpflichtveranstaltung „Angewandte Feldtheorie“ wurde mir (Sebastian Kattinger, Matrikelnummer: 201824036) die Teilaufgabe der analytischen Untersuchung des Aufbaus im Projekt „Induktive Erwärmung“ übertragen.

Des Weiteren wurde der Induktor numerisch über die finite Elemente Methode von der Gruppe „Auslegung Induktor“ von Herrn Schröder und Herrn Stockbrink-Hunkemöller berechnet und der Versuchsaufbau an sich von Gruppe „Auslegung eines Schwingkreiswechselrichters und Versuchsaufbaus“ von Herrn Kuhn und Herrn El-Rifaei geplant.

Alle genutzten Programme, finden sich auch unter: „<https://github.com/SKattStud/AFT22-23>“

2 Anforderung

Es wurde gefordert, dass ein Werkstück aus Stahl der Maße 60mm x 20mm x 2mm erhitzt wird, bis es zum Weichglühen gebracht wird. Hierzu sollte ein Induktor aufgebaut werden und über einen Serienschwingkreis mit dem nötigen Strom versorgt werden.

3 Ausgangssituation

Zur Verfügung stand ein „Evaluation-Board“ für den Schwingkreis sowie ein Funktionsgenerator und ein Netzteil mit ausreichend Leistung.

Da alle anderen Bauteile erst berechnet werden mussten, standen diese nicht von Anfang an zu Verfügung.

4 Projektablauf

In diesem Abschnitt wird spezifisch auf die erledigten Aufgaben der Gruppe „Analytische Betrachtung“ eingegangen, da die anderen Gruppen ebenfalls einen Abschlussbericht erstellen und hier auf Doppelungen verzichtet wird.

Der größte Teil der Aufgaben der Analytik wurden vor dem Beginn des Aufbaus des Induktors sowie Schwingkreis erledigt.

Es ist zu erwähnen, dass am Anfang ein Werkstück von den Maßen 30mm x 20mm x 2mm gewählt worden ist, dies wurde jedoch durch folgende Rechnungen von 30mm auf 60mm erhöht. Die folgenden Rechnungen basieren alle auf dem zweiten Werkstück mit 60mm,

wurden vorher jedoch ebenso auf das mit 30mm angewendet, jedoch hier nicht doppelt aufgeführt.

4.1 Benötigte Leistung

Zuerst wurde eine rein analytische Betrachtung der Felder über das Biott-Savert Gesetz aufgesetzt:

$$\vec{B}(x, y, z, t) = \frac{\mu * i(t)}{4 \pi} * \int d\vec{r} \times \frac{\vec{r}' - \vec{r}}{|\vec{r}' - \vec{r}|^3} \quad (1)$$

Das Resultat dieser Rechnung formt das Titelbild dieses Berichts. Über das B-Feld ließ sich nun das erzeugte E-Feld und somit auch die Energie im Raum und sich so letztendlich auch die Leistung berechnen:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2)$$

$$\vec{E} = -\frac{d\vec{A}}{dt} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} W = Q &= \frac{1}{2} \left(\int_{\Omega} \vec{E} * \varepsilon * \vec{E} dV + \int_{\Omega} \vec{B} * \frac{1}{\mu} * \vec{B} dV \right) \\ &= \frac{1}{2\mu} * \left(\int_{\Omega} \left(\left(\frac{|\vec{E}|}{c} \right)^2 + |\vec{B}|^2 \right) dV \right) \text{ mit } c = \frac{1}{\sqrt{\mu * \varepsilon}} \end{aligned} \quad (4)$$

Die Berechnung bis zum Vektorpotential, findet sich in „Spirale_xyz.nb“.

Aus Komplexitätsgründen wurde durch eine Schätzung des Wirkungsgrades als $\eta = 0,5$ die Rechnungen um einiges vereinfacht, die zu diesem Zeitpunkt noch einen Fehler enthält:

$$Q_{Obj} = m * c_{sp} * \Delta\vartheta \quad (5)$$

$$P_{Brutto} = \frac{Q_{Obj}}{\eta * \Delta t} = \frac{m * c_{sp} * \Delta\vartheta}{\eta * \Delta t} \quad (6)$$

$$P_{abstrahlung} = \varepsilon * \sigma * A * ((T_0 + \Delta\vartheta)^4 - T_0^4) \quad (7)$$

$$P_{Brutto} = P_{zugegeben} - P_{abstrahlung} \quad (8)$$

$$\rightarrow P_{zugegeben} = P_{Brutto} + P_{abstrahlung} = \frac{m * c_{sp}}{\eta * \Delta t} \Delta\vartheta + \varepsilon * \sigma * A * ((T_0 + \Delta\vartheta)^4 - T_0^4) \quad (9)$$

Der Fehler wurde erst später nach der Messung der Spule erkannt und dort korrigiert. Die korrigierte Formel findet sich in Kapitel 5.2.

Zur Visualisierung der Leistungen wurde ebenso folgendes Diagramm erstellt:

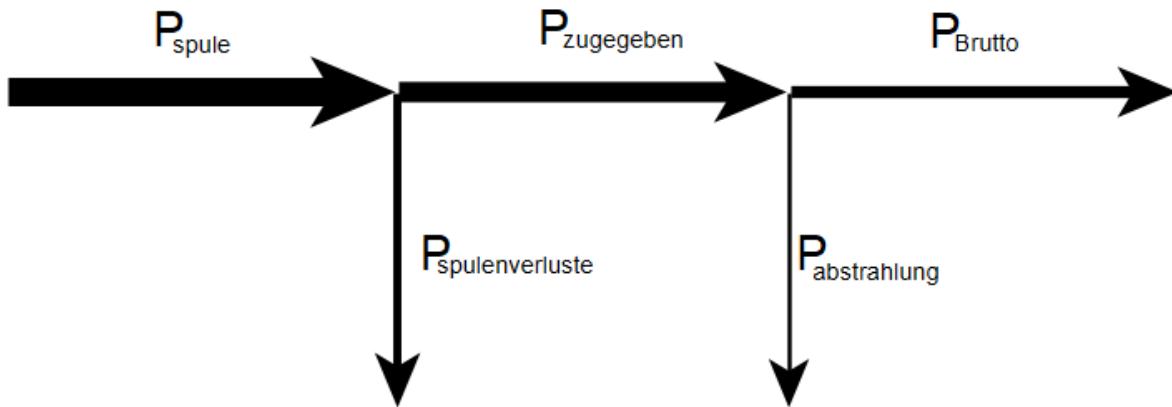


Abbildung 2 - Leistungsübersicht

Mit dieser Näherung wurde zuerst die minimal benötigte Leistung berechnet:

$$P_{zugegeben} = \frac{m \cdot c_{sp}}{\eta \cdot \Delta t} \Delta \vartheta + \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot ((\vartheta_0 + \Delta \vartheta)^4 - \vartheta_0^4) \quad (10)$$

$$= \frac{0,01886 \text{ kg} \cdot 477 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}{0,5 \cdot 10 \text{ s}} \cdot \Delta \vartheta + 0,36 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4} \cdot 0,00272 \text{ m}^2 \cdot ((293,15 \text{ K} + \Delta \vartheta)^4 - (293,15 \text{ K})^4)$$

$$P_{zugegeben} = 1,8 \frac{\text{W}}{\text{K}} \cdot \Delta \vartheta + 55,5 \cdot 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{K}^4} \cdot ((293,15 \text{ K} + \Delta \vartheta)^4 - (293,15 \text{ K})^4)$$

$$= 1273,13 \text{ W}$$

Dies diene lediglich als Möglichkeitsprüfung und da die 1273,13 W, die für ein Temperatur-Equilibrium nötig sind, erreichbar schienen, wurde diese Betrachtung als Erfolgreich eingestuft.

4.2 Temperaturverlauf

Daraufhin wurde die bestimmte Gleichung nach der Temperatur umgestellt und diese als Graph über die Zeit mit Beispielwerten dargestellt:

$$P_{Spule} = 500 \text{ W}, \eta = 50\%, k_c = 0.1, P_{zugegeben} = P_{Spule} * \eta.$$

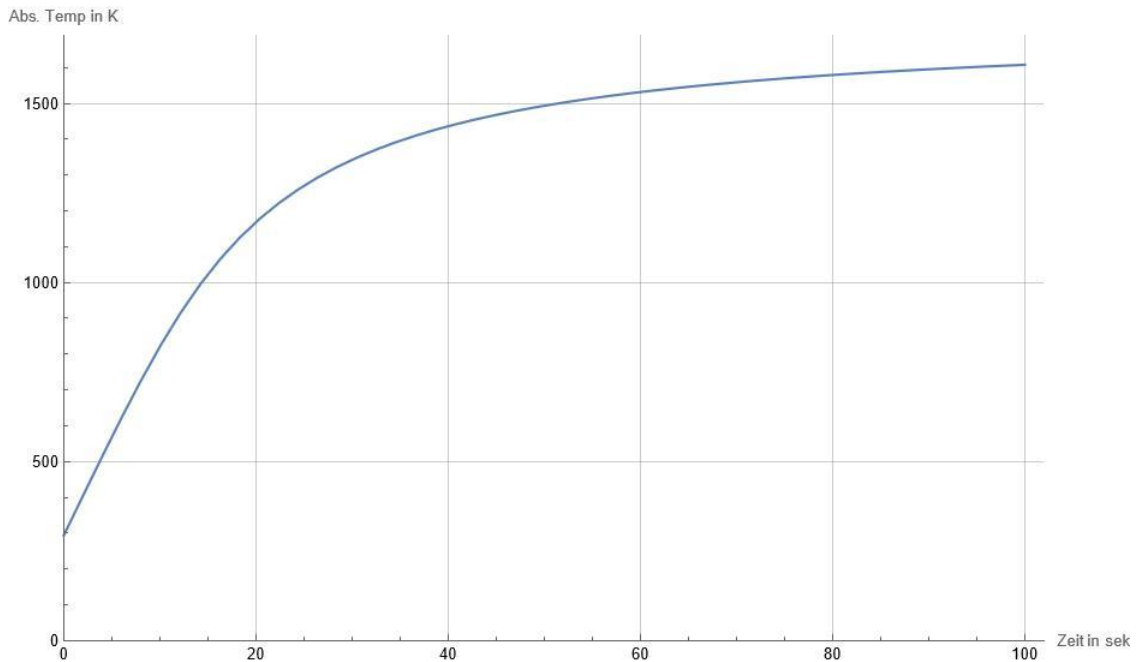


Abbildung 3 - Analytischer Temperaturverlauf 50%

Daraufhin wurde eine Iterationsgleichung bestimmt, um die Curie-Temperatur mit einzubeziehen:

$$\vartheta_x = \vartheta_{x-1} + \Delta\vartheta_{x-1} \quad (11)$$

$$P_{ab_x} = \varepsilon * \sigma * A * ((293,15 \text{ K} + \vartheta_x)^4 - (293,15 \text{ K})^4) \quad (12)$$

$$\text{Wenn } \vartheta_x < \text{Curie Temp: } \Delta P_x = \eta * P_{Spule} - P_{ab_x} \quad (13)$$

$$\text{Sonst: } \Delta P_x = k_c * \eta * P_{Spule} - P_{ab_x} \text{ mit } k_c \text{ als Curie - Faktor} \quad (14)$$

$$\Delta\vartheta_x = \frac{\Delta P_x * \Delta t}{m * c_{sp}} \quad (15)$$

Dies von dieser Gleichung erstellte Tabelle wurde nun auch mit Beispielwerten dargestellt:

$$P_{Spule} = 500 \text{ W}, \eta = 50\%, k_c = 0.1, P_{zugegeben} = P_{Spule} * \eta.$$

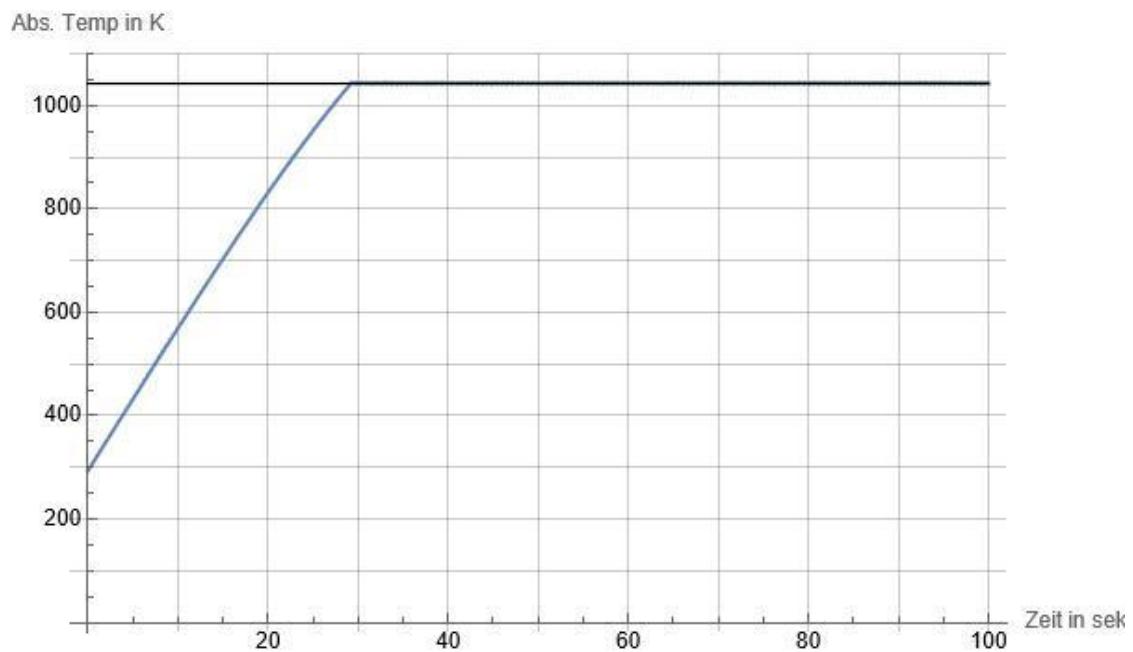


Abbildung 4 - Iterativer Temperaturverlauf 50%

Da der analytische Graph die für den Wirkungsgrad wichtige Curie-Temperatur nicht mitbetrachtet, wurde der iterativen Lösung mehr vertraut.

Die Gleichung an sich wird hier nicht angegeben, da es die Lösung einer Gleichung 4. Grades ist. Diese sind allgemein lösbar, jedoch werden die Terme sehr groß, weswegen hier darauf verzichtet wird, die Lösung an sich anzugeben.

4.3 Spule Ersatzschaltbild

Nachdem der erwartete Temperaturverlauf bestimmt war, wurde ein Modell zu erstellt, um die Spule mit sowie ohne Werkstück zu beschreiben.

Da es in der Spule selbst resistive Verluste gibt, wurde ein Widerstand R im Ersatzschaltbild eingefügt. Da es nun auch Energie im Magnetfeld gespeichert wird, kam auch eine Induktivität L hinzu.

Beim Einführen des Werkstücks wird Wirkleistung übertragen, da die Magnetfelder im Objekt für Wirbelströme sorgen. Dies wurde durch eine Erhöhung des Widerstandes $R + \Delta R$ dargestellt. Da das Werkstück auch ferromagnetisch ist, heißt sein μ_r ist viel größer als 1, wird auch mehr Energie im Magnetfeld gespeichert:

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \iiint \frac{|\vec{B}|^2}{\mu_0 * \mu_r} dV \quad (16)$$

Über den Zusammenhang $L = \frac{2 * W_{\text{mag}}}{I_{\text{eff}}^2}$ ist zu erkennen, dass mit steigendem W_{mag} auch L steigt. Dies wurde im Ersatzschaltbild ebenso durch eine erhöhte Induktivität $L + \Delta L$ dargestellt.

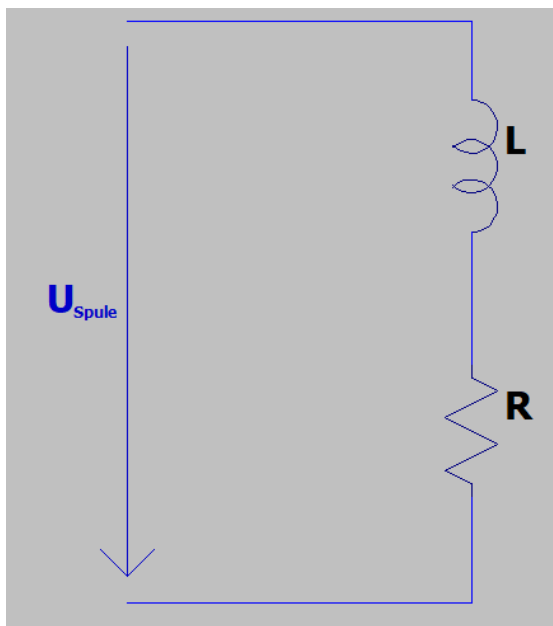


Abbildung 5 - Ersatzschaltbild ohne Werkstück

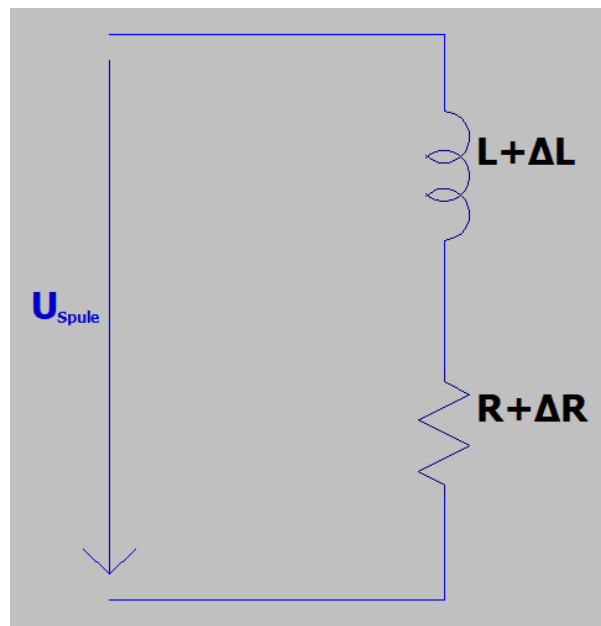


Abbildung 6 - Ersatzschaltbild mit Werkstück

4.4 Leistung für Spule

Um die Leistung zu berechnen, die tatsächlich auf die Spule gegeben wird, musste der Wirkungsgrad dieser bestimmt werden:

$$\eta = \frac{P_{zugegeben}}{P_{zugegeben} + P_{Spulenverluste}} = \frac{I_{\text{eff}} * \Delta R}{I_{\text{eff}} * R + I_{\text{eff}} * \Delta R} = \frac{\Delta R}{R + \Delta R} \quad (17)$$

Nun ließ sich mit dem Zusammenhang $P_{\text{Spule}} = P_{\text{zugegeben}} + P_{\text{Spulenverluste}}$ die Leistung bestimmen, die auf die Spule gegeben werden musste:

$$P_{\text{Spule}} = \frac{P_{\text{zugegeben}}}{\eta} = \frac{1273,13 \text{ W}}{0,5} = 2546,26 \text{ W} \quad (18)$$

Diese Leistung wurde als relativ hoch angesehen, es wurde aber bereits vermutet, dass $\eta = 50\%$ viel geringer als real ist. Deshalb wurde gewartet, bis die Spule über die FEM bestimmt und aufgebaut wurde um über die messtechnisch bestimmten R und ΔR den realen Wirkungsgrad zu bestimmen.

Letztlich ist bei diesem Ersatzschaltbild noch zu beachten, dass sich mit dem Einführen des Werkstücks die Induktivität und somit die Resonanzfrequenz des Schwingkreises verändert. Somit musste beim Einstellen des Funktionsgenerators darauf geachtet werden, dass die Resonanzfrequenz mit Objekt und nicht ohne genutzt wird:

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{2\pi * \sqrt{(L + \Delta L) * C}} \quad (19)$$

5 Rechnungen während der Durchführung

Die folgenden Rechnungen wurden im Projektverlauf parallel zu den Messungen durchgeführt und schrittweise angepasst.

5.1 Auslegen der Kapazitäten

Die Rechnungen finden sich im Mathematica Dokument:

„KapazitätenUndResonanzfrequenz.nb“.

Alle Werte sind für Minimal-, Maximal- sowie Nennkapazität berechnet, wobei sich Minimal- und Maximalwerte auf die Streuung der Kapazitäten bezogen.

In diesem Dokument werden folgende Dinge berechnet:

- Serienschaltung zweier Kapazitäten:

$$C_{ges} = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2} \quad (20)$$

- Resonanzfrequenz (L und ΔL aus Kapitel 5.2):

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi * \sqrt{(L + \Delta L) * C}} \quad (21)$$

- Reaktanz der Kapazitäten bei Resonanzfrequenz

$$X_C = \frac{1}{2 * \pi * f_{res} * C} \quad (22)$$

- Spannungsabfall sowie Stromfluss durch jede der Kapazitäten in Reihe

$$U_{Ci} = \frac{X_{Ci}}{X_{C1} + X_{C2}} * U_C \quad (23)$$

$$I_{Ci} = \frac{U_{Ci}}{X_{Ci}} \quad (24)$$

- Zum Vergleich: Maximaler Nennstrom, der fließen darf (Angabe Hersteller).

$$I_{Max} = F * C * 1,6 \quad (25)$$

5.2 Spulenparameter, realer Wirkungsgrad und benötigte Leistung

Da die Parameter essentiell für die Berechnung des Wirkungsgrades sowie Temperaturverlauf sind, wird kurz auf die Messung eingegangen. Aus der vorhergehenden Betrachtung war bereits bekannt, dass die Spule als RL-Ersatzschaltbild (siehe Kapitel 4.3) dargestellt werden kann. Deswegen wurde hier ein LCR-Meter genutzt um diese Parameter für beide Fälle (mit und ohne Werkstück) zu bestimmen.

Resultate der Messung 60mm Werkstück:

	Widerstand	Induktivität
Ohne Werkstück	100 mΩ	561 μH
Mit Werkstück	3,57 Ω	644 μH

Somit waren nun der reelle Wirkungsgrad und auch die nötige Leistung berechenbar.

$$\eta = \frac{\Delta R}{R + \Delta R} = \frac{3,57 \Omega - 100 \text{ m}\Omega}{3,57 \Omega} \approx 97,2 \% \quad (26)$$

Dadurch stellte sich die vorherige Annahme von 50% als viel zu niedrig heraus.

Nachfolgend wurde erkannt, dass es in der Berechnung von $P_{zugegeben}$ einen Fehler gab. Hier wurde der Wirkungsgrad mit betrachtet, obwohl dieser laut Leistungsdiagramm (siehe Abbildung 2) überhaupt nicht hätte vorkommen sollen.

Folgende Rechnungen finden sich auch im Mathematica-Dokument „Leistung.nb“. Die korrigierte Formel lautet:

$$\begin{aligned} P_{zugegeben} &= \frac{m * c_{sp}}{\Delta t} \Delta \vartheta + \varepsilon * \sigma * A * ((\vartheta_0 + \Delta \vartheta)^4 - \vartheta_0^4) \\ &= \frac{0,01886 \text{ kg} * 477 \frac{\text{J}}{\text{kg} * \text{K}}}{10 \text{ s}} * \Delta \vartheta + 0,36 * 5,67 * 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 * \text{K}^4} * 0,00272 \text{ m}^2 \\ &\quad * ((293,15 \text{ K} + \Delta \vartheta)^4 - (293,15 \text{ K})^4) \\ P_{zugegeben} &= 0,9 \frac{\text{W}}{\text{K}} * \Delta \vartheta + 55,5 * 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{K}^4} * ((293,15 \text{ K} + \Delta \vartheta)^4 - (293,15 \text{ K})^4) \\ &= 661,26 \text{ W} \end{aligned} \quad (27)$$

Nun wurde über diese Leistung und den neu berechneten wirklichen Wirkungsgrad die benötigte Leistung errechnet:

$$P_{Spule} = \frac{P_{zugegeben}}{\eta} = \frac{661,26 \text{ W}}{0,972} = 680,3 \text{ W} \quad (28)$$

Die hier berechnete Leistung ist im Vergleich mit der ersten Abschätzung aus Formel 18 deutlich geringer und auch realistischer.

5.3 Temperaturverlauf mit angepassten Werten

Aus diesen neuen Werten wurden die Graphen aus Kapitel 4.2 neu erstellt, um den realen Verlauf nachzuahmen. Diese Graphen wurden erst nach der finalen Durchführung erstellt.

Basierend auf den ermittelten Werten wurden mittels Python und Mathematica neue Graphen erstellt. Alle Dateien hierfür finden sich im Unterordner „AFT-TempGraph“.

$$P_{Spule} = 680,3 \text{ W}, \eta = 97,2 \%, k_c = 0.1, P_{zugegeben} = P_{Spule} * \eta.$$

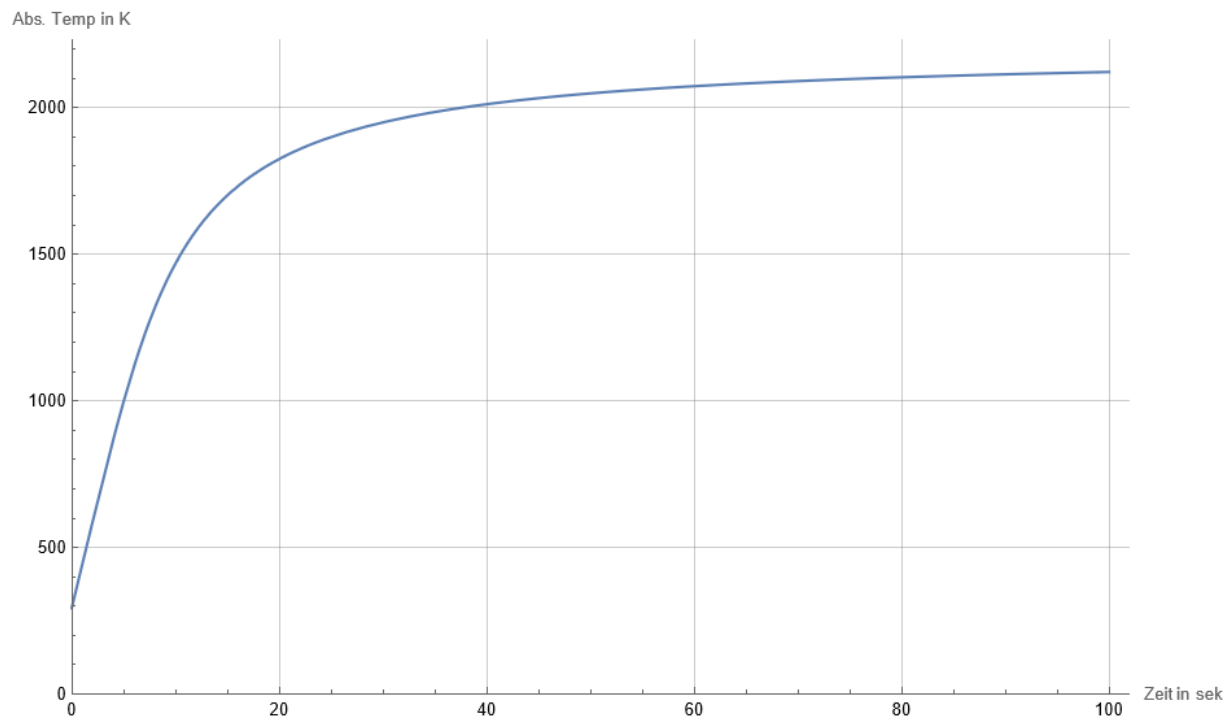


Abbildung 7 - Analytischer Temperaturverlauf 97,2%

$$P_{Spule} = 680,3 \text{ W}, \eta = 97,2 \%, k_c = 0.1, P_{zugegeben} = P_{Spule} * \eta.$$

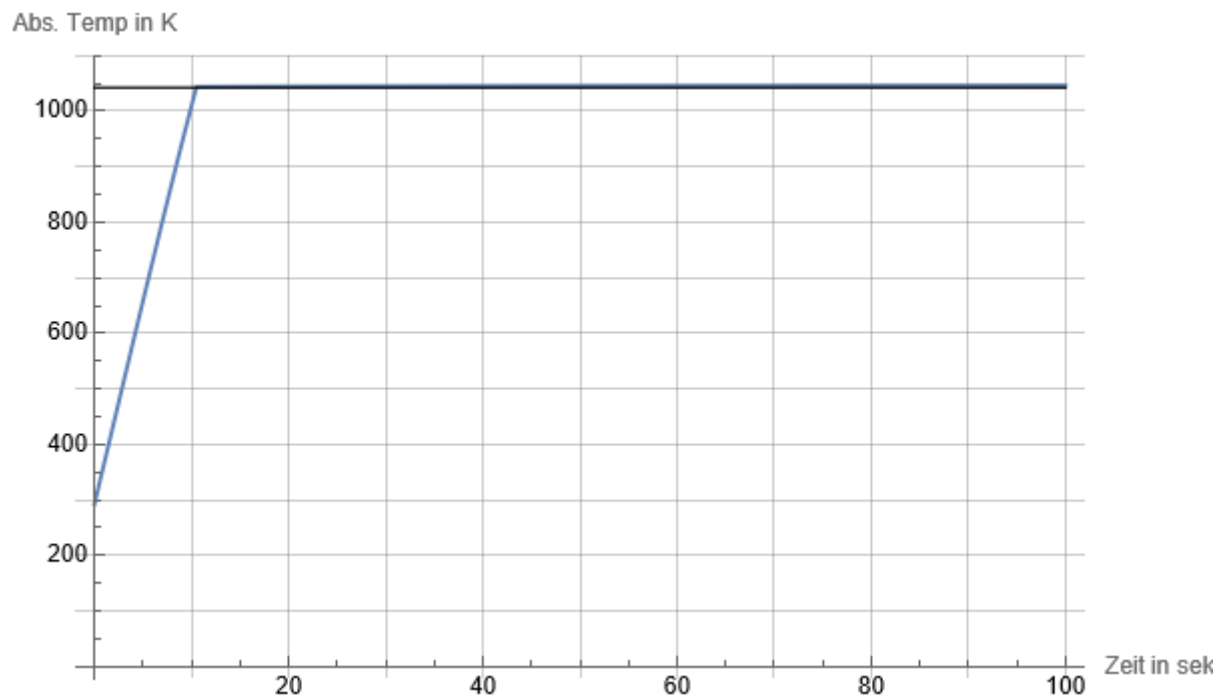


Abbildung 8- Iterativer Temperaturverlauf 97,2%

6 Mögliche Probleme und Lösungen

In diesem Kapitel werden mögliche Probleme und deren Lösungen erläutert.

Folgende Probleme wurden dabei als realistisch betrachtet:

Problem	Mögliche Lösung
Vor Bearbeitung vermutet:	
Errechnete Leistung zu gering	Errechnete Leistung sollte als Minimum angesehen werden, da diese gerade genug für ein Equilibrium ist. Ebenso wurden einige Verluste ignoriert
Schaltung nicht mehr im Resonanzpunkt bei eingeführtem Objekt	Kapazitäten anpassen oder in diesem Aufbau simpel am Funktionsgenerator die Frequenz anpassen.
Widerstand wird mit eingeführtem Werkstück zu groß	Volumen von Werkstück verringern, oder Anzahl an Wicklungen reduzieren, wodurch $R + \Delta R$ sinkt, dies wirkt sich aber ebenso negativ auf den Wirkungsgrad aus, weswegen dies vermieden werden soll.
Während Bearbeitung aufgetreten:	
Resonanzfrequenz mit Werkstück liegt zu nah an Leerlaufresonanz und sorgt so nach Erreichen der Curie-Temperatur für einen sehr hohen Strom, da der Widerstand nun sehr gering ist.	Bei der Wahl des Werkstücks aufpassen, dass ΔL groß genug ist, um die Resonanzfrequenz zum Leerlauffall weit genug zu verschieben.

7 Einhaltung des Zeitplans

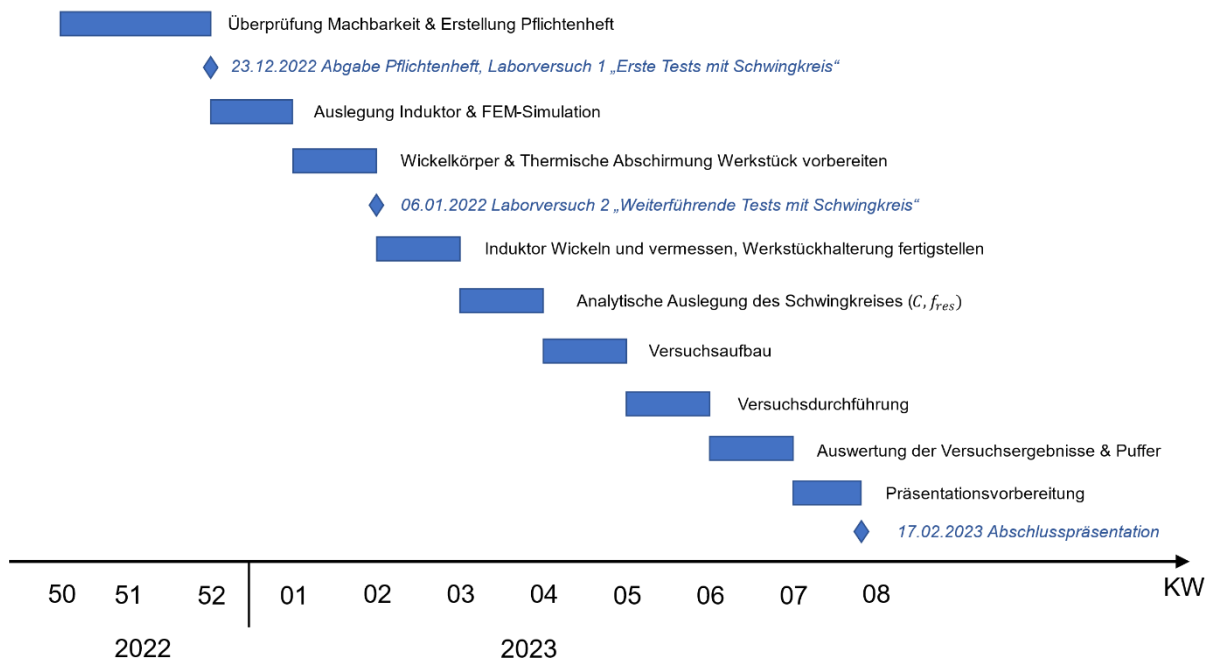


Abbildung 9- Zeitplan

Da die Rechnungen größtenteils als Vorarbeit für die anderen Gruppen sowie als generelle Möglichkeitsprüfung dienten, fand dies vor Erstellung des Pflichtenheftes statt. Bis auf ein paar Graphen wurde dies eingehalten. Andere Rechnungen fanden immer parallel zu den Messungen statt.

8 Aussicht

Bei Fortsetzung könnte man versuchen die Biot-Savart Gleichung analytisch zu lösen. Dies wurde im Laufe des Projektes aus Zeitgründen schnell. Möglicherweise wäre es hier sinnvoll die Spule als Kreislänge anzunehmen, um hier die Rotationssymmetrie zu nutzen.

Man könnte ebenso das Volumen des zu erwärmenden Objektes stark erhöhen, da es wegen des hohen Wirkungsgrades kaum Verlustleistung gibt, und so die Spule selbst viel mehr Leistung aushält. Das „Evaluation-Board“ müsste jedoch durch eine leistungsfähigere Elektronik ausgetauscht werden.

9 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 - B-Feld Spule.....	1
Abbildung 2 - Leistungsübersicht.....	5
Abbildung 3 - Analytischer Temperaturverlauf 50%	6
Abbildung 4 - Iterativer Temperaturverlauf 50%.....	7
Abbildung 5 - Ersatzschaltbild ohne Werkstück	8
Abbildung 6 - Ersatzschaltbild mit Werkstück	8
Abbildung 7 - Analytischer Temperaturverlauf 97,2%	12
Abbildung 8- Iterativer Temperaturverlauf 97,2%.....	12
Abbildung 9- Zeitplan.....	14