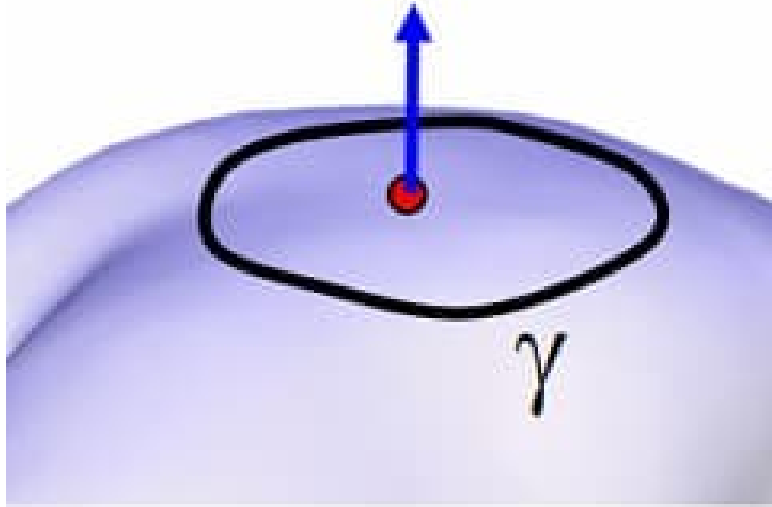


Minimal Surface and Mesh Parameterization

1 数学原理

1.1 Minimal Surface

给定边界，计算极小曲面。极小曲面，就是平均曲率处处为0的曲面。



如上图，有：

$$H(v_i)\mathbf{n}_i = \lim_{len(\gamma) \rightarrow 0} \frac{1}{len(\gamma)} \int_{v \in \gamma} (v_i - v) ds = 0$$

离散化为线性方程组：

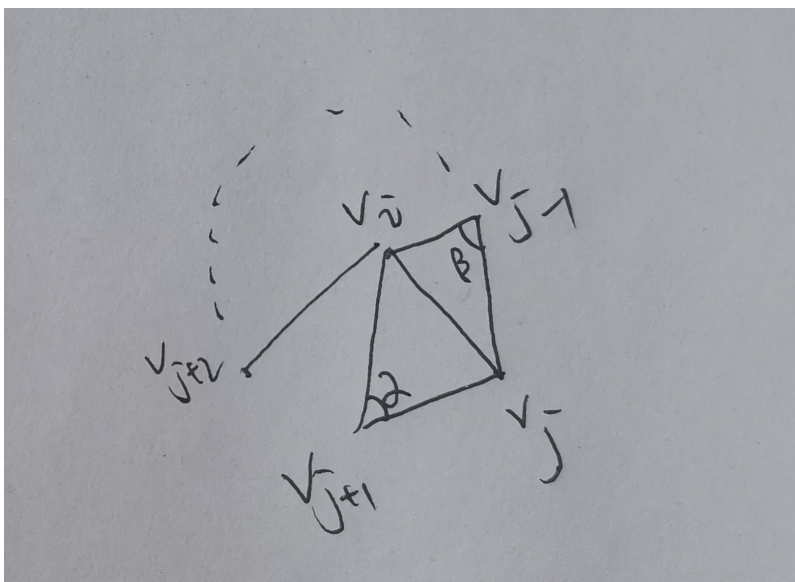
$$\delta_i = v_i - \sum_{v_j \in N(v_i)} w_{ij} v_j = 0$$

其中 $N(v_i)$ 为 v_i 的相邻点的集合, w_{ij} 为正权重, 满足: $\sum_j w_{ij} = 1$ 。

本次实验中使用以下两种权重:

均匀权重: $w_{ij} = 1/d_i$

Cot权重: $\lambda_{ij} = \cot\alpha + \cot\beta$, $w_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\sum_j \lambda_{ij}}$



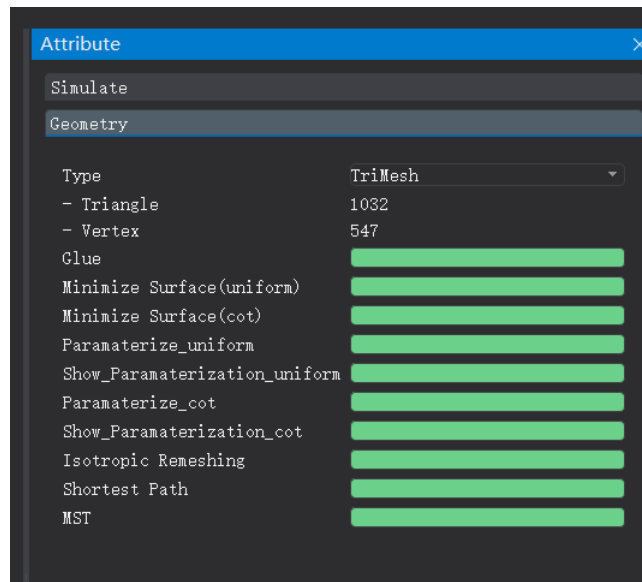
1.2 Mesh Parameterization

与极小曲面类似, 只不过解方程时边界不再是固定不动而是映到平面上。

可以证明[Tutte,63][Maxwel,1864], 若把边界映到凸多边形上, 则参数化过程不会造成三角形翻转, 本次实验中把边界点间隔均匀地映到 $[0,1]*[0,1]$ 的正方形上。

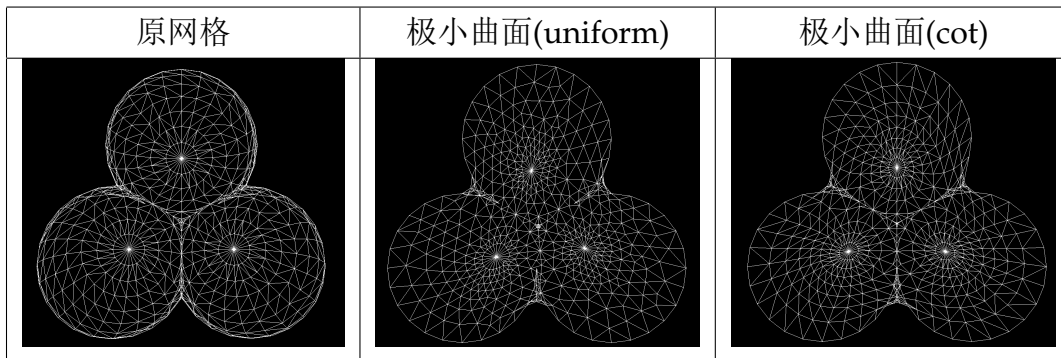
2 使用说明

如下图, 点击按钮Minimize Surface(XXX) 计算极小曲面, Paramaterize_XXX 完成网格参数化, Show_Paramaterization_XXX 展示参数化结果(纹理坐标)。其中XXX=uniform或cot, 分别代表均匀权重和cot权重。



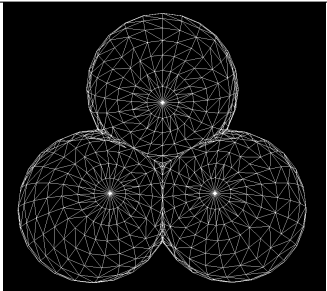
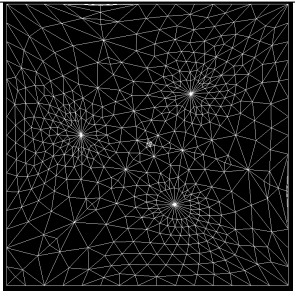
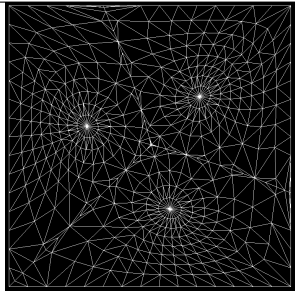
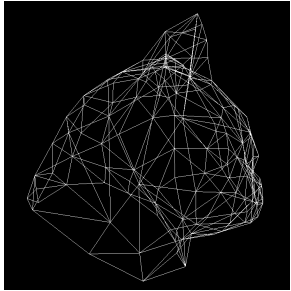
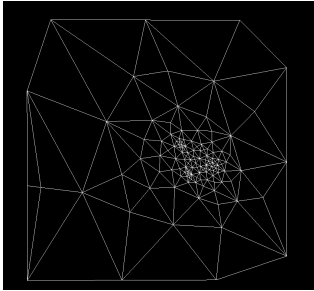
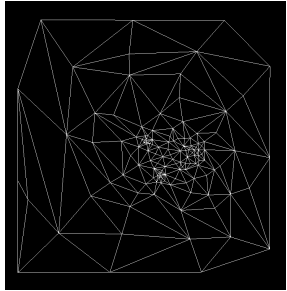
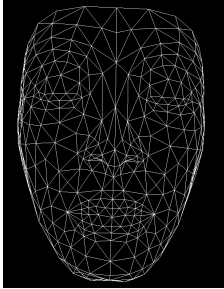
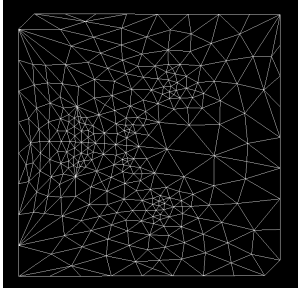
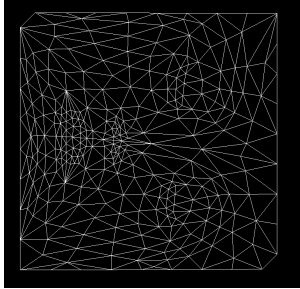
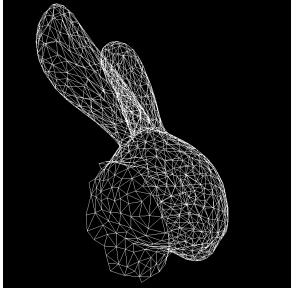
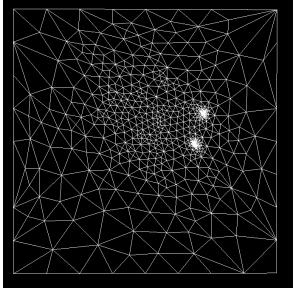
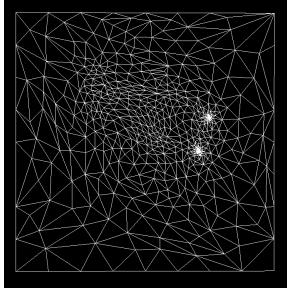
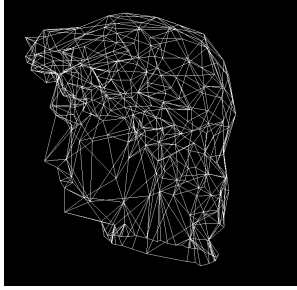
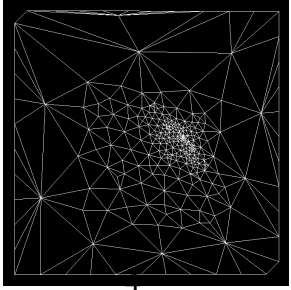
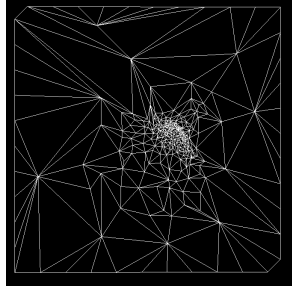
3 结果展示

3.1 Minimize Surface



3.2 Show_Paramaterization

3.3 Paramaterize + 纹理贴图

原网格	参数化(uniform)	参数化(cot)
		
		
		
		
		

原网格	参数化(uniform)+贴图	参数化(cot)+贴图
