

Лабораторная работа №4

Группа: М8О-206Б-19

Студент: Пивницкий Д.С.

Вариант: 19

Исследование функции:

Область определения функции.

Является ли функция четной или нечетной, является ли периодической.

Точки пересечения графика с осями координат.

Промежутки знакопостоянства.

Промежутки возрастания и убывания.

Точки экстремума и значения в этих точках.

Непрерывность. Наличие точек разрыва и их классификация.

Асимптоты.

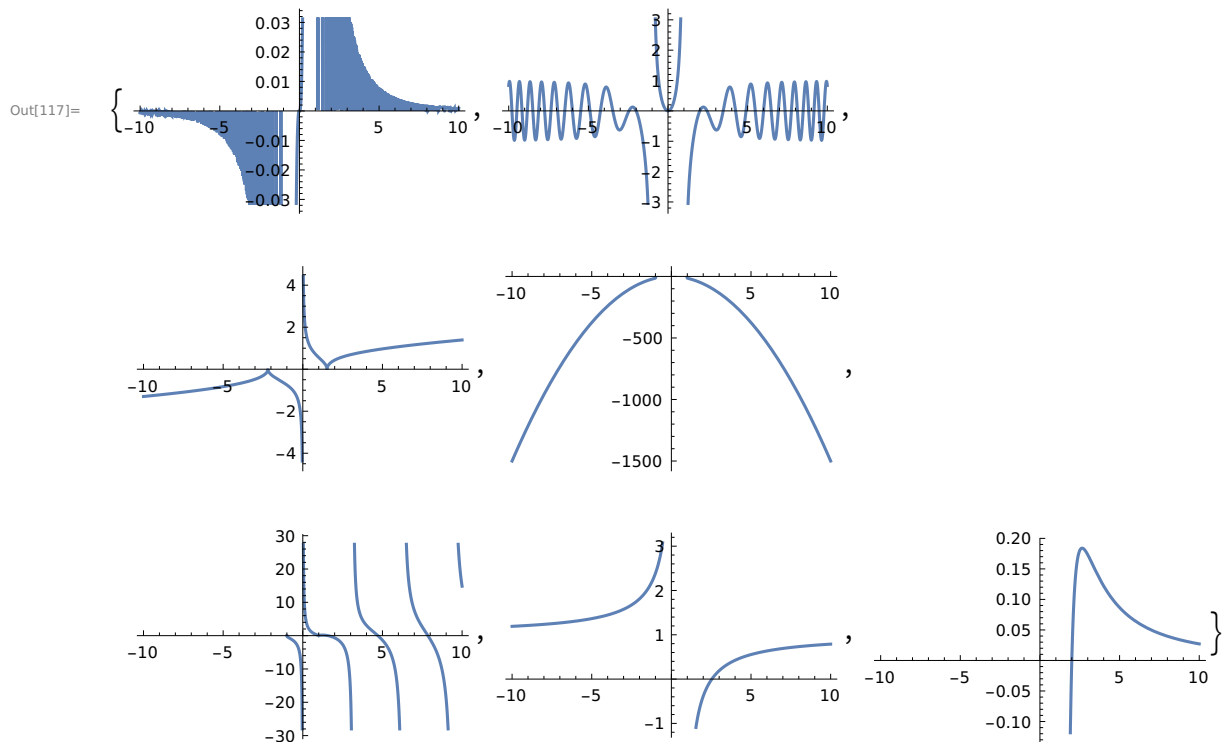
Построить график функции, асимптоты, промежутки знакопостоянства.

```
In[115]:= tasks = {  
    Sin[2 * x^3]^2 / x^3  
    , (x^2 - 4) * Sin[(Pi * (x^2)) / 6] / (x^2 - 1)  
    , Sqrt[Abs[3 * x^3 + 2 * x^2 - 10 * x]] / (4 * x)  
    , 1/2 * Log[Sqrt[x^2 + 1] / Sqrt[x^2 - 1]] - 15 * x^2  
    , (x^3 - x^2 - x + 1)^(1/3) / Tan[x]  
    , 2 * Log[(x - 1) / x] + 1  
    , Log[x - 1] / (x - 1)^2  
}
```

```
Out[115]= {  $\frac{\sin^2[2x^3]}{x^3}$ ,  $\frac{(-4 + x^2) \sin\left[\frac{\pi x^2}{6}\right]}{-1 + x^2}$ ,  $\frac{\sqrt{\text{Abs}[-10x + 2x^2 + 3x^3]}}{4x}$ ,  
 $-15x^2 + \frac{1}{2} \log\left[\frac{\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{-1 + x^2}}\right]$ ,  $(1 - x - x^2 + x^3)^{1/3} \cot[x]$ ,  $1 + 2 \log\left[\frac{-1 + x}{x}\right]$ ,  $\frac{\log[-1 + x]}{(-1 + x)^2}$  }
```

```
In[116]:= getVariantForNumber [number_, variationsQuo_] := (  
    Module[{t},  
        t = Mod[number , variationsQuo];  
        If[t != 0  
            , t  
            , variationsQuo  
        ]  
    )
```

```
In[117]:= (* Проверка на правильность построения графиков *)
Table[Plot[tasks[[i]], {x, -10, 10}], {i, 1, Length[tasks]}
```



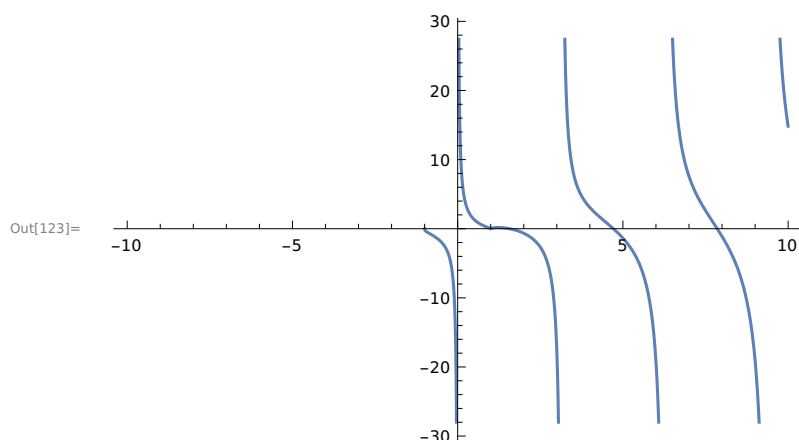
```
In[118]:= yourNumber = 19 (* сюда вбить ваш номер по списку в рейтинге *);
numberOfYourTask = getVariantForNumber [yourNumber , Length[tasks]];
Print["Номер вашего задания : ", numberOfYourTask ];
f[y_] := tasks[numberOfYourTask][[1]] /. x -> y;
f[x]
```

Номер вашего задания : 5

```
Out[122]= (1 - x - x^2 + x^3)^(1/3) Cot[x]
```

График функции

In[123]:= Plot[f[x], {x, -10, 10}]



Область определения функции

$x \neq \pi k, \forall k \in \mathbb{Z}$ Т.к. $\tan(x)$ не должен быть равен нулю

In[124]:= (*Является ли функция четной , нечетной , прочей *)

chet = f[x] + f[-x] == 0 // TautologyQ ;

nechet = f[x] == f[-x] // TautologyQ ;

If[nechet, "Функция нечетная ", Null]

If[chet, "Функция четная ", Null] *

If[Not[chet || nechet], "Функция прочая ", Null]

Out[127]= Функция прочая Null

Функция общего вида

Периодичность функции

In[128]:= sols = Solve[f[x] == f[x + T], T]

Solve : This system cannot be solved with the methods available to Solve .

Out[128]= Solve[(1 - x - x² + x³)^{1/3} Cot[x] == (1 - T - x - (T + x)² + (T + x)³)^{1/3} Cot[T + x], T]

Решений нет => функция не периодичная

Точки пересечения графика с осями координат

Так как в точке 0, функция f не определена, следовательно у графика функции нет пересечений с осью ординат

In[129]:= sol = Solve[f[x] == 0, x]

Solve : Inverse functions are being used by Solve , so some solutions may not be found ; use Reduce for complete solution information .

Out[129]= {{x -> -1}, {x -> 1}, {x -> - $\frac{\pi}{2}$ }, {x -> $\frac{\pi}{2}$ }}

Промежутки знакопостоянства

```

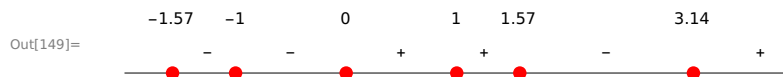
In[130]:= g1 := Graphics [Line[{{- 2, 0}, {4, 0}}]];
g2 := Graphics [Text[Style["-1.57", 9], {- 1.57, 0.5}]];
g3 := Graphics [Text[Style["-1", 9], {- 1, 0.5}]];
g4 := Graphics [Text[Style["0", 9], {0, 0.5}]];
g5 := Graphics [Text[Style["1", 9], {1, 0.5}]];
g6 := Graphics [Text[Style["1.57", 9], {1.57, 0.5}]];
g7 := Graphics [Text[Style["3.14", 9], {3.14, 0.5}]];
g8 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{- 1.57, 0}]}];
g9 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{- 1, 0}]}];
g10 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{0, 0}]}];
g11 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{1, 0}]}];
g12 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{1.57, 0}]}];
g13 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{3.14, 0}]}];
g14 := Graphics [Text[Style["-", 9], {- 1.25, 0.2}]];
g15 := Graphics [Text[Style["-", 9], {- 0.5, 0.2}]];
g16 := Graphics [Text[Style["+", 9], {0.5, 0.2}]];
g17 := Graphics [Text[Style["+", 9], {1.25, 0.2}]];
g18 := Graphics [Text[Style["-", 9], {2.355 , 0.2}]];
g19 := Graphics [Text[Style["+", 9], {3.75, 0.2}]];

```

```

Show[{g1, g2, g3, g4, g5, g6, g7, g8,
      g9, g10, g11, g12, g13, g14, g15, g16, g17, g18, g19}]

```



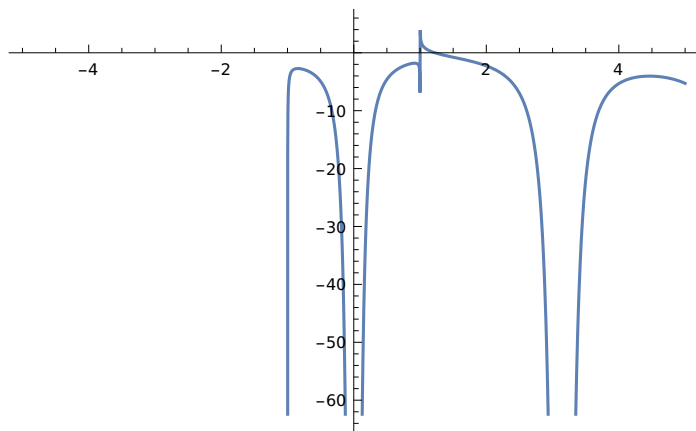
Промежутки возрастания и убывания

```

In[150]:= (* Находим производную *)
x = .;
df = D[f[x], x];
(*Solve не может найти корни ,
построим график и попробуем найти их с помощью FindRoot *)
Plot[df, {x, -5, 5}]

```

Out[152]=



```

In[153]:= (*Видно, что есть корень рядом с 1 *)
FindRoot[df == 0, {x, 0.1}]

```

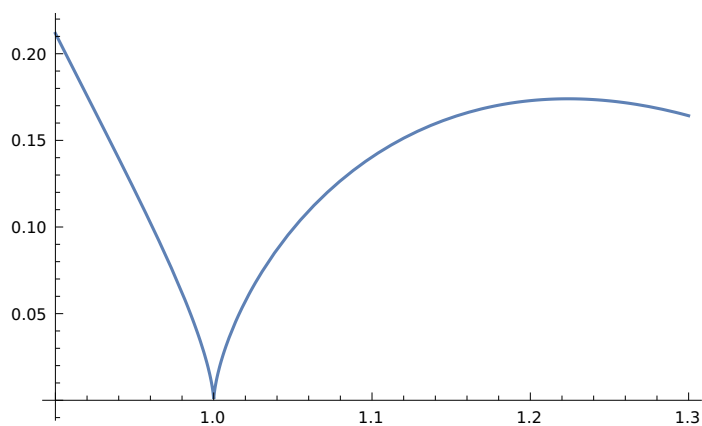
Out[153]= {x → 1.22389}

```

In[154]:= (* Следовательно мы имеем два экстремума
локальный минимум в точке 1 и локальный максимум в точке 1.22*)
Plot[f[x], {x, 0.9, 1.3}]

```

Out[154]=



```

In[155]:= g1 := Graphics [Line[{{0, 0}, {2, 0}}]];
g2 := Graphics [Text[Style["1", 9], {1, 0.1}]];
g3 := Graphics [Text[Style["1.2", 9], {1.22, 0.1}]];
g4 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{1, 0}]}];
g5 := Graphics [{PointSize [Large], Red, Point[{1.22, 0}]}];
g6 := Graphics [Text[Style["-", 9], {0.6, 0.05}]];
g7 := Graphics [Text[Style["+", 9], {1.1, 0.05}]];
g8 := Graphics [Text[Style["-", 9], {1.6, 0.05}]];

```

```
Show[{g1, g2, g3, g4, g5, g6, g7, g8}]
```

```

Out[163]=
      -          1      1.2      -
      _____
               •      •

```

Непрерывность. Наличие точек разрыва и их классификация

```

In[171]:= Limit[f[x], x → 0, Direction → "FromAbove "]
Limit[f[x], x → 0, Direction → "FromBelow "]

```

```
Out[171]= ∞
```

```
Out[172]= - ∞
```

Так как они равны бесконечности, то это разрыв второго рода.

Кроме этого, данная функция имеет бесконечное количество разрывов второго рода в точках $k\pi, \forall k \in \mathbb{Z}$

Асимптоты

Мы уже показали, что мы имеем бесконечное множество разрывов второго рода, следовательно мы имеем бесконечное множество вертикальных асимптот, совпадающих с множеством разрывов.

```

In[167]:= (* Проверим наличие наклонных асимптот *)
k = Limit[f[x] / x, x → Infinity ]
b = Limit[f[x] - k * x, x → Infinity ]

```

```
Out[167]= Indeterminate
```

```
Out[168]= Indeterminate
```

Так как данных пределов не существует, то не существует наклонных асимптот.