Динамика. З-ны Ньютона (1643–1727)

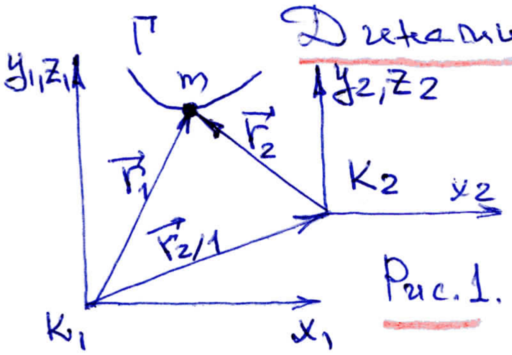


Рис. 1.

① Существуют системы отсчёта (инерциальные), в которых свободное тело движется равномерно и прямолинейно (по инерции), или покоится (Галилей).

Инерциальность системы зависит от решаемой задачи. Переход от одной инерциальной системы (ИС) к другой обеспечивают преобразования Галилея. Получим их.

Предположим, что часы в K_1 и K_2 синхронизированы и идут одинаково $t = t_1 = t_2$ и $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$. Из рис. 1 $\Rightarrow$

$$\vec{r}_1(t) = \vec{r}_2(t) + \vec{r}_{2/1}(t) \Rightarrow \vec{v}_1(t) = \vec{v}_2(t) + \vec{v}_{2/1}(t) \quad (1)$$

$$\vec{a}_1(t) = \vec{a}_2(t) + \vec{a}_{2/1}(t)$$

Пусть тело m – свободное, а K_1 и K_2 – инерциальные. Тогда, согласно $1^{му}$ з-ну Н. $\vec{a}_1 = 0$ и $\vec{a}_2 = 0 \ \forall t$.

$\therefore$ Из (1) $\Rightarrow \vec{a}_{2/1} = 0 \Rightarrow \vec{v}_{2/1} = const$ (2)

$$(2) \quad \vec{r}_{2/1}(t) = \vec{r}_{2/1}(t_0) + \vec{v}_{2/1} \cdot (t - t_0)$$

$\therefore$ Инерциальные системы движутся относительно друг друга с постоянными скоростями, или покоятся.

$$(1) \& (2) \Rightarrow \left.\begin{aligned} \vec{r}_1(t) &= \vec{r}_2(t) + \vec{r}_{2/1}(t_0) + \vec{v}_{2/1} \cdot (t - t_0) \\ \vec{v}_1(t) &= \vec{v}_2(t) + \vec{v}_{2/1} \\ \vec{a}_1(t) &= \vec{a}_2(t) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

(3) – преобразование Галилея. (3.2) – з-н сложения скоростей, (3.3) – для тел, имеющих ускорение.

$$\text{Из } (3.1) \Rightarrow \Delta \vec{r}_1 = \Delta \vec{r}_2 \ \forall t, \ \Delta t = t - t_0 \quad (4)$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \ \text{(см. ранее)}$$

(4) – инварианты преоб-я Галилея. Как видим, наряду с промежутками времени они сохраняют перемещения тела и, в частности, размеры предметов. Преоб-я (3), как линейные, могут быть получены из условий (4).

② Под действием силы и в её направлении тело приобретает пропорциональное силе ускорение.

$\vec{a} \sim \vec{F} \Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{m}\vec{F}$ (5), m – масса тела. Фактически $2^й$ з-н определяет массу как коэф. пр-ти между $\vec{F}$ и $\vec{a}$, который, согласно (5), определяет инертность тела. Масса m из (5) – инертная масса. Но кроме того, масса определяет гравит. силу, действующую на тело (см. далее з-н всемирного тяготения). Такая масса называется гравитационной.

Идентичность обеих масс устанавливает механический принцип эквивалентности $m_{ин} \equiv m_{гр}$ (6)

В последнее время появл. инф. о экспериментах, в которых (6) может нарушаться (нарушение пока не подтверждено).

С учетом кин. опр. (5) можно записать след. образом

$$\vec{F}_\Sigma = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \quad \vec{p} = m\vec{v} \quad (7)$$

Диф. формы (7) записаны впервые Эйлером, $\vec{p}$ – импульс как количество движения, введен Рене Декартом.

$\vec F_\Sigma$ – равнодействующая (суммарная) сила, действующая на тело. Вид (7) 2-й з-н Ньютона имеет лишь в ИС.

Пусть на рис. 1 K_1 – ИС, K_2 – не инерциальная. Тогда, согласно (7)

(8) $\vec F_\Sigma = m\vec a_1 \underset{(1.3)}{=} m\vec a_2 + m\vec a_{2/1}$, где $\vec a_{2/1}$ – ускорение неинерциальной системы.

$\Downarrow$ $m\vec a_2 = \vec F_\Sigma - m\vec a_{2/1} = \vec F_\Sigma + \vec F_{ин}$, $\vec F_{ин} = -m\vec a_{2/1}$ (9)

Таким образом, при переходе в неинерциальную систему форма (7) 2°° з-на восстанавливается, если к действующим силам добавить силу инерции (9). После этого про неинерциальность системы можно в принципе забыть.

(3) Два тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и противоположными по направлению. Действие равно противодействию

$$\vec F_{1\to 2} = -\vec F_{2\to 1} \qquad (10)$$

1й з-н – работа Галилея (ему же принадлежит рез-т $m_{ин} = m_{гр}$, $a \sim \frac{1}{m}$), 2й з-н записал Эйлер и лишь (10) $\in$ Ньютону. Но именно к нему имеется наибольшее к-во замечаний. Он работает при непосредственном (механическом) контакте тел, в центральных полях (типа Э/С и гравитац), но в магнитном поле нарушается (см. ниже). Почему же система дин. законов носит имя Ньютона? Его заслуга в том, что он впервые объединил 3 з-на в единую систему и применил их, разработав математический аппарат (исчисление бесконечно малых, прообраз дифференциального исчисления), для решения задач движения тел в поле переменных (гравитац.) сил, обосновав тем самым з-ны Кеплера.

Кроме того, Ньютон ввел весьма эффективное понятие силы, что позволило отделить задачу движения в силовом поле от задач описания собственно силовых полей. Ньютон – один из основоположников мат. описания силовых полей. В его работах мы находим описание единственного силового поля – классического гравитационного, подчиненного з-ну всемирного тяготения

(11) $\vec F_{m_1\to m_2} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^3_{2/1}}\vec r_{2/1}$

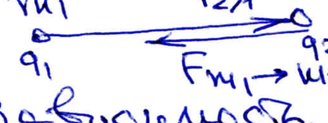


рис. 2

Да и саму пространственную зависимость силы от расстояния ему подсказал Роберт Гук (этот факт Ньютон тщательно скрывал).

Еще примеры классических сил (они были получены уже после Ньютона):

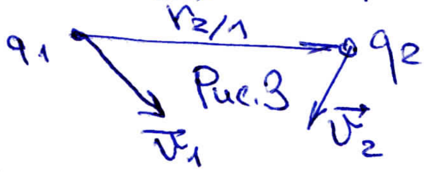
1635–1703

$F_x = -kx$ – упругая сила пружины (з-н Гука) (12) (алгебр.), x – деформация пружины, k – жесткость, F_x – проекция силы на ось деформации.

Сила имеет очень широкое применение, не только для пружин (см. далее "квазиупругие силы"). Не элементарна.

Сила Кулона $\vec F_{q_1\to q_2} = k_Э \frac{q_1 q_2}{r^3_{2/1}} \vec r_{2/1}$ (13) – отличается от (11) только константами. Поэтому Э/С и классическое гр. поле подобны друг другу. Мы, в силу нехватки времени, более детально будем изучать З-ны Э/С (2й семестр), которые подобны законам классич. гр. поле (11).

Убедимся в заключение, что 3й з-н неуниверсален. Рассмотрим магнитную силу, с которой взаимодействуют два движущихся заряда (рис. 3). Заряд при своем движении (см. 2й семестр) создает магнитное поле, которое на другой заряд действует с силой Лоренца. Поле заряда определяется законом Био–Савара–Лапласа так, что, например



$$\vec B_1(\vec r_{2/1}) = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\vec v_1\times \vec r_{2/1}}{r^3_{2/1}}; \quad \vec F_{1\to2} = q_2 \vec v_2 \times \vec B_1(\vec r_{2/1})$$

Поэтому

$$\vec F_{1\to2} = q_2\vec v_2 \times \frac{\mu_0}{4\pi} q_1 \frac{\vec v_1\times\vec r_{2/1}}{r^3_{2/1}}, \text{ аналогично}$$

$$\vec F_{2\to1} = q_1\vec v_1\times\frac{\mu_0}{4\pi} q_2 \frac{\vec v_2\times\vec r_{1/2}}{r^3_{1/2}}, \quad \vec r_{2/1} = -\vec r_{1/2}, \quad r_{2/1}=r_{1/2}$$

Однако, т.к. $\bar a\times\bar б\times\bar c = \bar б(\bar a,\bar c) - \bar c(\bar a,\bar б)$ (14)

$$\vec v_2\times\vec v_1\times\vec r_{2/1} = \vec v_1(\vec v_2,\vec r_{2/1}) - \vec r_{2/1}(\vec v_2,\vec v_1) \quad (15)$$

$$-\vec v_1\times\vec v_2\times\vec r_{2/1} = -[\vec v_2(\vec v_1,\vec r_{2/1}) - \vec r_{2/1}(\vec v_1,\vec v_2)]$$

1е слагаемые в П.Ч. этих выражений не совпадают, (16)
поэтому $F_{1\to2} \ne -F_{2/1}$

Исаак Барроу
Математические начала натуральной философии,
Эдмунд Галлей
Годфрид Вильгельм Лейбниц
Ольденбург
Анна Стюарт
профессор Бойль