Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)

Факультет информационных технологий и прикладной математики

Кафедра вычислительной математики и программирования

Лабораторная работа №2 по курсу Системы аналитических вычислений

Студент:	Д. С. Пивницкий
Преподаватель:	О. Н. Гавриш
Группа:	М8о-206Б-19
Номер в списке:	19

Москва, 2021

Уравнение фигуры:

$$f = 11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z$$

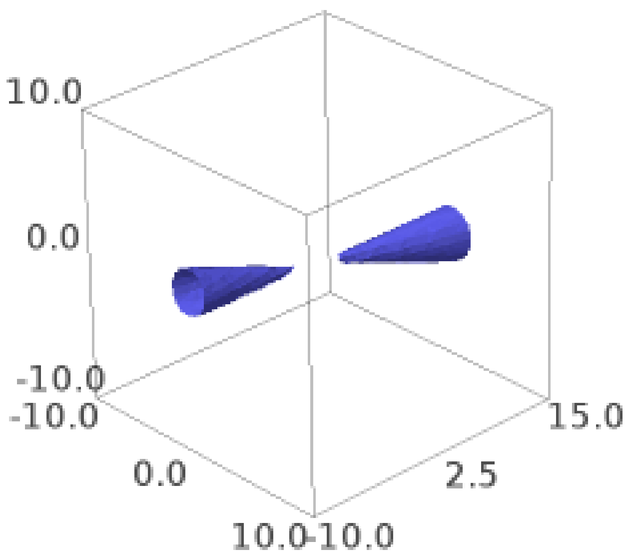
1 Построение исходной поверхности

```
f(x, y, z) = 11*x**2 - 2*x*y - 2*x*z + 2*y*z + 9*z**2 - 4*x + y + z
```

Выведем считанную функцию на экран:

$$11\,x^2 - 2\,xy - 2\,xz + 2\,yz + 9\,z^2 - 4\,x + y + z$$

Построим исходную поверхность.



2 Приведение поверхности к каноническому виду

Составим матрицу из квадратичной формы нашей функции от трёх переменных.

```
A = Matrix([
    [11, -1, -1],
    [-1, 0, 1],
    [-1, 1, 9]
  ])
```

Найдем собственные значения матрицы A.

```
E = matrix([
    [1, 0, 0],
    [0, 1, 0],
    [0, 0, 1]
])

eigen_values = []
for eigen_value in solve((A - l * E).det() == 0, l):
    eigen_values.append(eigen_value.rhs())
```

Собственные значения:

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}i\sqrt{2573}\sqrt{3}-\frac{883}{27}\right)^{\frac{1}{3}}\left(i\sqrt{3}+1\right)-\frac{56\left(-i\sqrt{3}+1\right)}{9\left(\frac{1}{3}i\sqrt{2573}\sqrt{3}-\frac{883}{27}\right)^{\frac{1}{3}}}+\frac{20}{3}$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}i\sqrt{2573}\sqrt{3}-\frac{883}{27}\right)^{\frac{1}{3}}\left(-i\sqrt{3}+1\right)-\frac{56\left(i\sqrt{3}+1\right)}{9\left(\frac{1}{3}i\sqrt{2573}\sqrt{3}-\frac{883}{27}\right)^{\frac{1}{3}}}+\frac{20}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}i\sqrt{2573}\sqrt{3}-\frac{883}{27}\right)^{\frac{1}{3}}+\frac{112}{9\left(\frac{1}{3}i\sqrt{2573}\sqrt{3}-\frac{883}{27}\right)^{\frac{1}{3}}}+\frac{20}{3}$$

СЗ в численном виде:

$$8.61752630079049 + 4.44089209850063 \times 10^{-16}i$$

$$-0.180640477902440 - 2.22044604925031 \times 10^{-16}i$$

$$11.5631141771119 - 4.44089209850063 \times 10^{-16}i$$

Теперь найдем собственные значения через встроенную функцию.

```
ev = A.eigenvalues()
a = ev[0].n()
b = ev[1].n()
c = ev[2].n()
```

Получили:

$$a = -0.180640477902440$$

$$b = 8.61752630079049$$

$$c = 11.5631141771119$$

Собственные значения, полученные при помощи встроенной в Sage функции, совпадают с найденными СВ при помощи единичной матрицы.

Теперь найдём свободный член в каноническом виде

```
c1 = diff(f(x, y, z), x)
c2 = diff(f(x, y, z), y)
c3 = diff(f(x, y, z), z)
a_0 = f(11/36, 14/9, -7/36)
```

$\left[\left[x = \left(\frac{11}{36}\right), y = \left(\frac{14}{9}\right), z = \left(-\frac{7}{36}\right)\right]\right]$

$$a0 = f(\frac{11}{36}, \frac{14}{9}, \frac{-7}{36}) = \frac{5}{72}$$

Канонический вид $ax^2 + by^2 + cz^2 + a_0$

```
f_k = a * x**2 + b * y**2 + c * z**2 + a_0
```

Получим уравнение

$$-0.180640477902440\, x^2 + 8.61752630079049\, y^2 + 11.5631141771119\, z^2 + \frac{5}{72}$$

Построим полученную поверхность