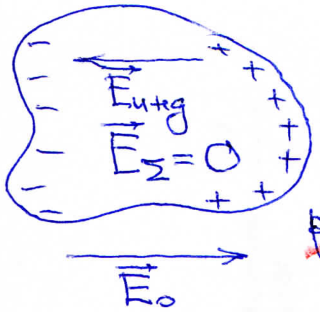
Металлы в поле. Электроемкость, конденсаторы



$$\vec{E}_\Sigma = \vec{E}_0 + \vec{E}_{инд} = 0$$

$$\therefore \varphi_\Sigma = const \quad (1)$$

рис. 1.

$0 < Q$

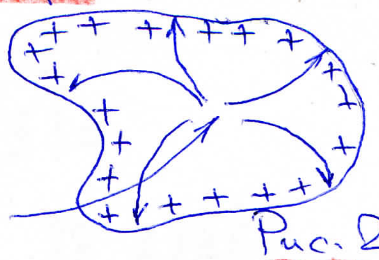


Рис. 2.

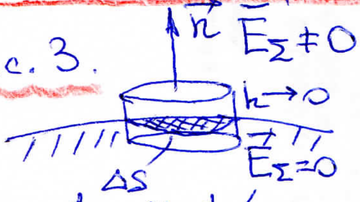
$$\vec{E}_\Sigma = \vec{E}_Q = 0$$

$$\varphi_\Sigma = const \sim Q$$

$$\varphi_\Sigma = C^{-1} Q \quad (2)$$

Поле на поверхности

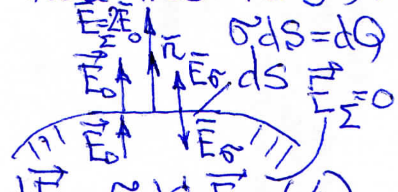
Рис. 3.



$$E_n \Delta S = \sigma \Delta S / \varepsilon_0$$

$$E_n = \sigma / \varepsilon_0 \quad (3)$$

Поверхностная сила (действует на dS со стороны зарядов на остальной пов-ти S):



$$\sigma dS = dQ$$

$E_\sigma = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ – как поле плоскости (dS – плоский эл-т)

$\vec{E}_0$ – поле остального заряда на S, оно рядом с dS везде одинаково:

$$d\vec{F} = \sigma dS \cdot \vec{E}_0 \quad (4)$$

Но $\vec{E}_\Sigma = \vec{E}_0 + \vec{E}_\sigma = 0$ в металле

$$E_{\Sigma n} = E_0 - E_\sigma = 0 \Rightarrow E_0 = E_\sigma = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad (5)$$

$\vec{E}_\Sigma = 2\vec{E}_0$ снаружи $= 2\vec{E}_\sigma$

$$dF \overset{(4)}{\underset{(5)}{=}} \frac{1}{2} \sigma \vec{E}_\Sigma dS$$

$$\frac{d\vec{F}}{dS} = \frac{1}{2} \sigma \vec{E}_\Sigma = \sigma \vec{E}_\sigma n = \sigma E_\sigma \vec{n} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} \vec{n} = \frac{\varepsilon_0 E_\Sigma^2}{2} \vec{n} \quad (6)$$

Электростатическая защита

Внутри проводника $\vec{E}_\Sigma = 0$ и там нет избыточ. заряда. Можно создать внутри полость и там $E_\Sigma = 0$ (что важно, независимо и от внешних зарядов), важно, чтобы в полости зарядов не было.

Емкость шара

$$\varphi = \int_R^\infty E_r dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_R^\infty \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \underset{(2)}{\Longrightarrow} C_{шара} = 4\pi\varepsilon_0 R \quad (7)$$

$C_{шара} = 1Ф$ при $R = 9 \cdot 10^9 м \geq 1500 R_З$

Если проводник не уединен, то его поле поляризует соседние проводники: на их поверхность, обращённую к заряженному проводнику подтягиваются заряды противоположного знака. Они уменьшают потенциал φ заряженного проводника и $\therefore \uparrow$ его C.

Конденсаторы: $Q = C \Delta\varphi \quad (8)$

Плоский: $\Delta\varphi = Ed = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} d = \dfrac{Qd}{\varepsilon_0 S}$

$Q \,|\,_d\, -Q$ $\qquad C = \varepsilon_0 S / d \quad (9)$

Сферический: $\Delta\varphi = \displaystyle\int_a^b E_r dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_a^b \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad (10)$$

Цилиндрический: $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(b/a)} \quad (11)$

При наличии среды $\varepsilon_0 \to \varepsilon_0 \varepsilon$.

Сами: условие на границе проводников и диэлектриков Иродов, т. 2. § 3.5 (стр. 73).

Энергия системы зарядов и поле

Взаимодействие зарядов

$U_{ij} = U_{ji} \Rightarrow$ Для трех $U = U_{12} + U_{13} + U_{23} =$

$$= \frac{U_{12}+U_{21}}{2} + \frac{U_{13}+U_{31}}{2} + \frac{U_{23}+U_{32}}{2} = \frac{1}{2}\Big[\underbrace{(U_{12}+U_{13})}_{U_1} + \underbrace{(U_{21}+U_{23})}_{U_2} + \underbrace{(U_{31}+U_{32})}_{U_3}\Big] = \frac{1}{2}\sum U_k$$

Внешнее поле

$$U = \sum q_i \varphi_i = \int \rho(\bar{r}) \varphi(\bar{r}) dV \quad (12)$$

$$\therefore U = \frac{1}{2} \sum_k q_k \varphi_k = \frac{1}{2} \int \rho(\bar{r}) \varphi(\bar{r}) dV \quad (13)$$

$\Rightarrow$ Одиноч. проводник ($\varphi = const$) $U = \dfrac{Q\varphi}{2} = \dfrac{C\varphi^2}{2} = \dfrac{Q^2}{2C} \quad (14)$

Аналогично конденсатор

Во всех случаях энергию можно связать с самим полем

$$U = \int \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV = \int \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2} dV = \int w_e dV \quad (15)$$

(сравнить с (6))