

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

---

**МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(национальный исследовательский университет)**

---

**В. П. ДЕМКОВ, О. И. СУРОВ, А. В. ЦИПЕНКО**

**Ф И З И К А**  
**В О Л Н О В А Я   О П Т И К А**

Учебное пособие

Утверждено  
на заседании редсовета  
14 октября 2019 г.

Москва  
Издательство МАИ  
2020

**Демков В. П., Суров О. И., Ципенко А. В.** Физика. Волновая оптика: Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 2020. 144 с.: ил.

Пособие отражает содержание четвертой части курса общей физики для инженерно-технических специальностей вузов раздел «Волновая оптика». Содержание и расположение материала пособия соответствует курсу лекций, читаемых студентам МАИ.

Пособие содержит теоретическую часть, задачи с подробными решениями и тесты. Задачи связаны с основным текстом и часто являются его развитием и дополнением. Задачи, предлагаемые для самостоятельного решения, и тесты снабжены ответами.

Ссылки на § §1 26 и формулы с номерами (1.х) (26.х) адресуют читателя к книгам [13] [17], продолжением которых является настоящее учебное пособие тех же авторов.

Для студентов и преподавателей высших технических учебных заведений.

#### Рецензенты:

кафедра физики Уфимского государственного авиационного технического университета (зав. кафедрой доктор техн. наук, профессор *И. В. Александров*);

кандидат физ.-мат. наук, доцент МГУ им. М. В. Ломоносова  
*В. С. Козловский*

## Введение

Из уравнений Максвелла следует, что переменное электромагнитное поле способно существовать самостоятельно без электрических зарядов и токов. При этом такое поле будет представлять собой волну, распространяющуюся с фазовой скоростью [17, §25, (25.22)]

$$\frac{c}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \quad (1)$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света в вакууме.

Совпадение скорости электромагнитных волн в вакууме с измеренной задолго до их открытия скоростью света послужило отправным пунктом для отождествления света с электромагнитными волнами и создания *волновой (электромагнитной) теории света*.

В электромагнитной волне совершают колебания два вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ . Как показывает опыт, практически все известные действия света вызываются колебаниями вектора  $\vec{E}$ . В соответствии с этим в дальнейшем, говоря о *световом векторе*, мы будем иметь в виду вектор  $\vec{E}$  [17, §25, (25.24)]:

$$\vec{E} = E_0 e^{i[\omega t - (\vec{k}, \vec{r}) + \phi_0]}, \quad (2)$$

Проекция светового вектора (2) на направление, вдоль которого он колеблется,

$$E = E_0 \cos(\omega t - kr + \phi_0), \quad (3)$$

где  $E_0$  — амплитуда колебаний светового вектора, которую в дальнейшем будем обозначать буквой  $A$ ;  $k$  — волновое число (модуль волнового вектора; [17, §25, (25.34)];  $r$  — расстояние, отсчитываемое вдоль направления распространения световой волны;  $\phi_0$  — начальная фаза колебаний вектора  $\vec{E}$ .

Отношение скорости световой волны в вакууме к фазовой скорости волны в некоторой среде называется *абсолютным показателем преломления* этой среды:

$$n = c/v, \quad (4)$$

или с учетом выражения (1)

$$n = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}. \quad (5)$$

Для большинства прозрачных веществ  $n > 1$ . Поэтому можно считать, что

$$n < \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \quad (5)$$

где  $n$  — диэлектрическая проницаемость среды.

Значение показателя преломления характеризует оптическую плотность среды. Среда с меньшим показателем преломления считается оптически менее плотной. Как показывают опыт и соответствующие расчеты, при отражении световой волны от границы раздела с менее плотной средой световые векторы в падающей и в отраженной волнах совершают колебания в одинаковой фазе; при отражении световой волны от границы раздела с более плотной средой эти векторы совершают колебания в противофазе (то есть разность фаз колебаний равна  $\pi$ ).

В случае колебаний светового вектора с частотой  $\omega$  длина волны в вакууме [14, §7, (7.10)] равна  $\lambda_0 = c/\omega$ . В среде, в которой фазовая скорость волны  $c/n$ , длина волны  $\lambda = c/\omega n$ . Таким образом, длина волны света в среде с показателем преломления  $n$  равна

$$\lambda_0/n. \quad (6)$$

Поскольку электрическое и магнитное поля имеют энергию, то электромагнитная волна переносит эту энергию в направлении своего распространения. Энергия, переносимая волной через единицу площади в единицу времени, называется *интенсивностью* волны [17, § 25, (25.47)]:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{0}{0}} A^2,$$

или с учетом (5)

$$I \sim n A^2. \quad (7)$$

Отсюда следует, что при рассмотрении распространения света в однородной среде можно считать, что интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды световой волны:  $I \sim A^2$ .

По классическим представлениям, излучателями световых волн являются атомы. В каждом атоме процесс излучения длится очень короткое время, затем обрывается и начинается вновь с иной интенсивностью и начальной фазой. Поэтому независимые источники света излучают волны с быстро изменяющейся разностью фаз. Если свет от таких источников направить на экран, то в результате наложения волн вся поверхность экрана будет равномерно освещена с некоторой средней интенсивностью. Если же одну волну каким-либо образом разделить на две или более, то при наложении полученных таким образом волн разные точки экрана будут освещены с разной интенсивностью. Явление увеличения или уменьшения интенсивности света при наложении нескольких волн называется **интерференцией**.

Другое известное явление, обусловленное волновой природой света, **дифракция**, под которой понимают отклонение света от прямолинейного распространения в среде с резкими неоднородностями, что связано с отклонениями от законов геометрической оптики. Как показывает опыт, за непрозрачной преградой с отверстием (или щелью) свет распространяется по всем направлениям. Это приводит к огибанию волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени, которое тем существеннее, чем меньше размеры отверстий.

В естественном свете векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  остаются взаимно перпендикулярными в каждый момент времени, но их направления быстро и беспорядочно меняются. Поэтому все направления колебаний векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  равновероятны. Если, например, на пути естественного света поместить два кристалла турмалина, то при определенном положении кристаллов свет через них не проходит; однако свет будет проходить через кристаллы, если любой из них повернуть на  $90^\circ$  вокруг направления распространения света. Это связано с тем, что при прохождении света через кристаллы некоторых минералов у световой волны в поперечном сечении появляется выделенное направление колебаний векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ . Свет, у которого направления колебаний каким-либо образом упорядочены, называется *поляризованным*, а само явление **поляризацией**.

Естественный свет содержит волны разных частот. При прохождении такого света через вещество эти волны по-разному взаимодействуют с электронами, входящими в состав атомов и молекул среды, где они движутся. При этом фазовая скорость отдельной волны зависит от ее частоты (длины волны), или, что же самое, показатель преломления вещества зависит от частоты (длины волны) света. Это явление называется **дисперсией**. Примером дисперсии служит разложение белого света на спектр при прохождении через призму.

## §27. Интерференция света

Рассмотрим две электромагнитные волны одинаковой частоты, описываемые уравнениями вида (2) и распространяющиеся в одном направлении. Если световые векторы  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  этих волн параллельны, то в каждой точке пространства волны будут возбуждать колебания, происходящие вдоль одного направления. В этом случае можно отвлечься от векторного характера колебаний, считая их скалярными:

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t - \phi_1); \quad E_2 = A_2 \cos(\omega t - \phi_2),$$

где  $A_1, A_2$  – амплитуды колебаний, возбуждаемых рассматриваемыми волнами.

Как следует из векторной диаграммы сложения гармонических колебаний, представленной на рис. 27.1, амплитуда результирующего колебания [14, § 6, п. 6.4]

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)},$$

а его интенсивность

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\phi_2 - \phi_1), \quad (27.1)$$

где  $(\phi_2 - \phi_1)$  – разность фаз колебаний.

Если оба колебания согласованы друг с другом так, что разность фаз остается постоянной во времени, то в точках пространства, где  $\cos(\phi_2 - \phi_1) = 0$ , интенсивность  $I$  результирующего колебания будет больше  $I_1 + I_2$ ; в точках, где  $\cos(\phi_2 - \phi_1) = 0$ , интенсивность  $I$  будет меньше  $I_1 + I_2$ . Таким образом, при наложении световых волн происходит перераспределение интенсивности светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Это явление называется *интерференцией волн*, а последнее слагаемое в (27.1) – *интерференционным членом*. Особенно отчетливо интерференция проявляется в случае если  $I_1 = I_2$ . Тогда в точках максимума  $I = 4I_1$ , а в точках минимума  $I = 0$ . Если же разность фаз с равной вероятностью принимает любые значения, то интерференционный член обращается в нуль и во всех точках пространства  $I = I_1 + I_2$  (поскольку среднее по времени значение  $\cos(\phi_2 - \phi_1) = 0$ ).

Как показывает опыт, интерференция возможна только при наложении волн от *когерентных* источников. В общем случае источники называются когерентными, если испускаемые ими волны имеют одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз.

При освещении какой-либо поверхности несколькими независимыми источниками света (например, двумя лампочками) освещенность монотонно убывает по мере удаления от источников, и никакой интерференционной картины с характерным для нее чередованием максимумов и минимумов интенсивности не наблюдается. Некогерентность естественных источников света обусловлена тем, что излучение светящегося тела состоит из волн, испускаемых многими атомами. Процесс излучения отдельного атома продолжается порядка  $10^{-8}$  с и представляет собой так называемый *цуг волн* протяженностью примерно 3 м. Излучив, атом через некоторое время, прийдя вновь в возбужденное состояние, излучает опять и т. д., причем фаза нового цуга никак не связана с фазой предыдущего; при этом одновременно излучает множество атомов. Порождаемые ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну, которая представляет собой хаотичную последо-

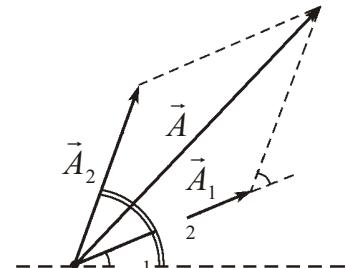


Рис. 27.1

вательность независимых цугов волн. Поэтому при наложении световых волн от разных источников разности фаз между световыми колебаниями многократно изменяются случайным образом и устойчивой интерференционной картины не возникает.

Чтобы наблюдать интерференцию от обычных (не лазерных) источников света, на практике одну волну тем или иным способом разделяют на несколько. Для интерференции полученных таким образом волн необходимо соблюдение еще некоторых условий, которые связаны с понятиями *временной* и *пространственной* когерентности. Рассмотрим качественно в чем они заключаются.

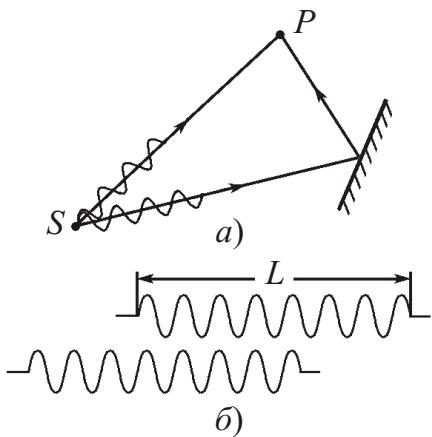


Рис. 27.2

Рассмотрим идеализированную ситуацию, когда цуги волн от точечного источника света \$S\$ представляют собой последовательность гармонических волн разной частоты и конечной длины. Разделим каким-либо образом световую волну на две волны, которые приходят в некоторую точку \$P\$ разными путями: одна волна идет непосредственно в точку \$P\$, а другая после отражения от зеркала (рис. 27.2, а). Обе волны будут состоять из разных цугов волн, следующих друг за другом через беспорядочно меняющиеся промежутки времени. Чтобы в точке \$P\$ волны были когерентными, они должны принадлежать одному цугу волн.

Для этого необходимо, чтобы разность путей, пройденных волнами, не превосходила длину цуга \$L \ll t\$ (рис. 27.2, б), которую называют *длиной когерентности* \$l\_{\text{ког}}\$, а длительность цуга \$t\$ — *временем когерентности* \$t\_{\text{ког}}.

В противном случае будет происходить наложение цугов волн, испущенных в разные моменты времени, и интерференция не возникнет. Таким образом, нарушение временной когерентности связано с запаздыванием одного цуга волн по сравнению с другим.

Любая реальная световая волна, состоящая из последовательности независимых цугов волн, не может быть строго монохроматической, поскольку каждый цуг волн имеет конечную протяженность. Напомним, такие, ограниченные в пространстве и во времени волны, называются волновым пакетом, который представляет собой результат наложения большого количества гармонических волн, частоты которых заключены в некотором узком интервале (или  $\Delta\nu$ ). Как показывают соответствующие расчеты, для оптических частот в каждом цуге содержится порядка  $10^6$ – $10^8$  волн. В волновом пакете амплитуда отлична от нуля только в небольшой части пространства, причем ширина пакета \$x\$ связана с интервалом волновых чисел \$k\$ соотношением [14, §7; п. 7.3]

$$x \propto k^{-2}.$$

Заменив \$x\$ длиной когерентности (длиной цуга волн) \$l\_{\text{ког}} \ll t\_{\text{ког}}\$, а \$k\$ представив в виде  $k = \pi / \Delta\nu$ , получим

$$t_{\text{ког}} \propto l_{\text{ког}}^{-2}.$$

Следовательно, время когерентности обратно пропорционально интервалу частот, представленных в световой волне:

$$t_{\text{ког}} \sim \frac{2}{\Delta\nu} \propto \frac{1}{\Delta\nu}.$$

Поскольку  $c/$ , то, дифференцируя и опуская знак «минус», получим

$$\frac{c}{2}.$$

Следовательно, время и длина когерентности

$$t_{\text{kog}} \sim \frac{c^2}{c}; \quad l_{\text{kog}} \sim \frac{c^2}{c}.$$

Величина характеризует степень монохроматичности света: чем она меньше, тем выше степень монохроматичности. Время и длина когерентности непосредственно связаны со степенью монохроматичности. Для солнечного света время когерентности  $\sim 10^{-14}$  с, длины когерентности порядка нескольких микрон. Ширина интервала частот у лучших «монохроматических» источников, которые могут быть созданы в лаборатории, порядка  $10^8$  Гц, у лазеров порядка  $10^2$  Гц. Соответствующие времена когерентности  $10^{-8}$  с и  $10^{-2}$  с, а длины когерентности 1 м и  $10^6$  м.

Понятие пространственной когерентности связано с размерами источника света.

Рассмотрим два когерентных точечных источника света  $S_1$  и  $S_2$ , которые в одни и те же моменты времени испускают одинаковые цуги волн. Разделим каждую из этих волн на две волны, которые приходят в точку  $P$  разными путями (рис. 27.3). Как и в случае, рассмотренном выше, для того чтобы в точке  $P$  наблюдалась устойчивая интерференционная картина, эти волны должны принадлежать одному цугу (одинаковым цугам). Очевидно, если расстояние между источниками достаточно велико, то в точку  $P$  будут приходить волны, испущенные в разные моменты времени (разные цуги), и интерференции не будет.

Таким образом, для получения интерференционной картины от двух источников света недостаточно, чтобы эти источники были когерентными. Необходимо еще, чтобы расстояние между источниками не превышало некоторого предела. Ясно, что в случае протяженного источника это требование распространяется на его размеры. Кроме того, у протяженного источника фаза колебаний изменяется в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Причем разность фаз в двух точках этой плоскости увеличивается с расстоянием между ними. Расстояние, на котором разность фаз достигает значения порядка  $\pi$ , называется *шириной (радиусом) когерентности*  $h_{\text{kog}}$ . Как показывает опыт, ширина когерентности уменьшается при увеличении размеров источника.

Если в качестве источника света используется Солнце, то ширина когерентности будет составлять доли микрона. При такой малой ширине когерентности невозможно непосредственно наблюдать интерференцию солнечных лучей, поскольку разрешающая способность человеческого глаза на расстоянии наилучшего зрения составляет лишь 0,1 мм. Однако ширину когерентности можно увеличить, предварительно пропустив солнечные лучи через очень малое отверстие в непрозрачном экране. Также ширина когерентности возрастает по мере удаления от источника (примером могут служить звезды: несмотря на громадные размеры звезд, свет от них доходит до нас с высокой степенью пространственной когерентности). Световые волны от лазеров имеют высокую пространственную когерентность у выходного отверстия во всем поперечном сечении излучения.

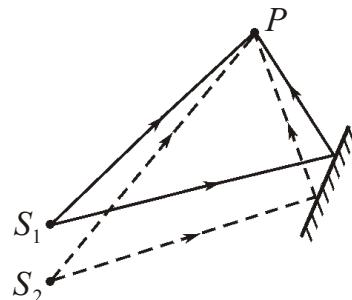


Рис. 27.3

## 27.1. Интерференция от двух источников

Как было отмечено выше, волны, излучаемые обычными (не лазерными) источниками света, являются некогерентными, вследствие чего наблюдать интерференцию волн от таких источников нельзя. Когерентные волны можно получить, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти части волны пройти разные пути, а затем наложить друг на друга, то возникнет их интерференция. При этом разность путей, проходимых волнами, не должна превышать длину когерентности, так как складывающиеся колебания должны принадлежать одному и тому же цугу волн.

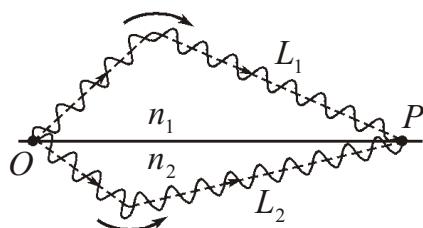


Рис. 27.4

а вторая – колебание

Рассмотрим две когерентные волны, образованные от разделения волны от одного источника, находящегося в точке  $O$  (рис. 27.4). До точки  $P$  первая волна проходит путь  $L_1$  в среде с показателем преломления  $n_1$ , а вторая волна – путь  $L_2$  в среде с показателем преломления  $n_2$ . Если в точке  $O$  фаза колебаний волн равна  $(t)$ , то первая волна возбудит в точке  $P$  колебание

$$E_1 = A_1 \cos(t - k_1 L_1),$$

$$E_2 = A_2 \cos(t - k_2 L_2),$$

или с учетом выражения для волнового числа  $k = /$  :

$$E_1 = A_1 \cos[(t - L_1 / _1)]; \quad E_2 = A_2 \cos[(t - L_2 / _2)],$$

где  $_1 = c/n_1$ ,  $_2 = c/n_2$  – фазовые скорости волн. Следовательно, разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке  $P$ , будет равна

$$\left| \frac{L_1}{_1} - \frac{L_2}{_2} \right| = \frac{2}{c} |n_1 L_1 - n_2 L_2|. \quad (27.2)$$

Заменив частоту волны через длину вакуума, получим

$$\frac{2}{\lambda_0} |n_1 L_1 - n_2 L_2| = \frac{2}{\lambda_0}, \quad (27.3)$$

где

$$|n_1 L_1 - n_2 L_2| \quad (27.4)$$

называется *оптической разностью хода* волн.

Из (27.3) следует, что если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$m \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (27.5)$$

то разность фаз будет кратна  $2\pi$  (то есть  $2\pi m$ ). При этом колебания, возбуждаемые в точке  $P$  обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой, и при их наложении будет наблюдаться максимум интенсивности. Если же

$$(m + \frac{1}{2}) \lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (27.6)$$

то разность фаз  $(2\pi m + \pi)$  и колебания в точке  $P$  будут находиться в противофазе, а при их наложении будет наблюдаться минимум интенсивности. Таким образом, соотношения (27.5) и (27.6) выражают условия *интерференционного максимума* и *минимума* соответственно.

Рассмотрим две световые волны, исходящие из когерентных источников  $S_1$  и  $S_2$ , расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга и на расстоянии  $l \gg d$  от экрана  $\mathcal{E}$  (рис. 27.5).

Свет от источников  $S_1$  и  $S_2$  до точки  $P$  с координатой  $x$  на экране пройдет соответственно пути

$$L_1 = \sqrt{l^2 + (x - \frac{d}{2})^2}; \quad L_2 = \sqrt{l^2 + (x + \frac{d}{2})^2}.$$

Следовательно,

$$L_2^2 - L_1^2 = (L_2 - L_1)(L_2 + L_1) = 2x \cdot d.$$

Поскольку расстояние  $l \gg d$ , то приближенно можно считать  $L_1 \approx L_2 \approx 2l$  и

$$L_2 - L_1 \approx x \frac{d}{l}.$$

Умножив разность путей на показатель преломления среды  $n$ , получим оптическую разность хода волн:

$$n(L_2 - L_1) = \frac{n d}{l} x. \quad (27.7)$$

Подстановка (27.7) в (27.5) и (27.6) дает, что максимумы интенсивности будут наблюдаться в точках с координатами

$$x_{\max} = m \frac{l}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (27.8)$$

а минимумы – в точках с координатами

$$x_{\min} = (m - \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (27.9)$$

где  $\lambda_0/n$  – длина волны в среде, заполняющей область между источниками света и экраном.

Область, в которой волны от источников света перекрываются, называется *полем (зоной) интерференции*. Во всей этой области будет наблюдаться чередование светлых и темных полос, координаты которых будут определяться по формулам (27.8) и (27.9). Расстояние между соседними максимумами

$$x_{\max} = \frac{l}{d} \quad (27.10)$$

называется *расстоянием между интерференционными полосами*, а расстояние между соседними минимумами

$$x_{\min} = \frac{l}{d} \quad (27.11)$$

*шириной интерференционной полосы*. Как следует из (27.10) и (27.11), расстояние между интерференционными полосами и ширина интерференционных полос имеют одинаковое значение.

Согласно (27.10) и (27.11)  $x$  уменьшается с увеличением расстояния  $d$  между источниками. При  $d$ , сравнимом с  $l$ , величина  $x$  была бы того же порядка, что и длина волны  $\lambda$  (то есть составляла бы примерно 500 нм). В этом случае отдельные

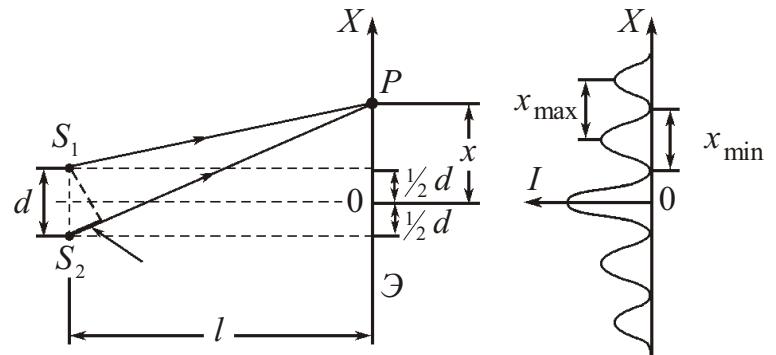


Рис. 27.5

полосы были бы совершенно неразличимы. Очевидно, чтобы интерференционная картина была отчетливой, необходимо выполнение условия  $d \ll l$ , которое было использовано выше.

Как следует из (27.10) и (27.11), полосы разного цвета (из-за различия в длинах волн) будут иметь разную ширину и разное расстояние между ними. Поэтому при наблюдении интерференции в белом свете (то есть свете, содержащем все длины волн) будут различимы цветные полосы, так как они будут сдвинуты друг относительно друга. Только в центре интерференционной картины, куда волны от обоих источников приходят в одинаковых фазах, выполняется условие максимумов (27.5) для всех длин волн. Поэтому только там получится *ахроматическая* (то есть неокрашенная) светлая интерференционная полоса. По мере удаления от центра максимумы разных цветов все больше и больше смещаются друг относительно друга, что приводит к смазыванию интерференционной картины.

На четкость интерференционной картины влияют также размеры источников света, используемых в интерференционной схеме. При достаточно больших размерах источников света происходит нарушение пространственной когерентности и интерференционная картина размывается и даже полностью исчезает.

## 27.2. Способы наблюдения интерференции

### 1. Опыт Юнга

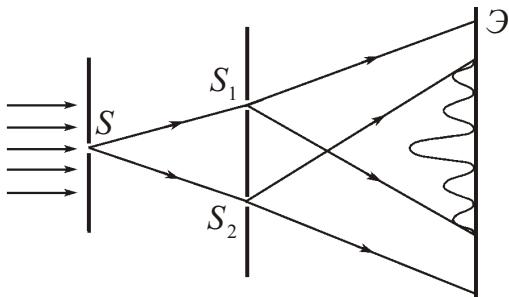


Рис. 27.6

В опытах Юнга пучок света от Солнца падал на экран с малым отверстием или узкой щелью  $S$  (рис. 27.6) и претерпевал дифракцию. Далее свет шел ко второму экрану с двумя узкими отверстиями или щелями  $S_1$  и  $S_2$ . На этих щелях свет также дифрагировал, в результате чего получались две световые волны. Ввиду общности происхождения эти волны были когерентными. При большом расстоянии между щелями  $S_1$  и  $S_2$  по сравнению с шириной каждой щели на экране  $\mathcal{E}$  в месте перекрытия волн наблюдались параллельные интерференционные полосы.

Измерив ширину интерференционной полосы, по известным значениям расстояний между щелями и от щелей до экрана, по формуле (27.11) Юнг впервые измерил длины световых волн.

### 2. Зеркало Ллойда

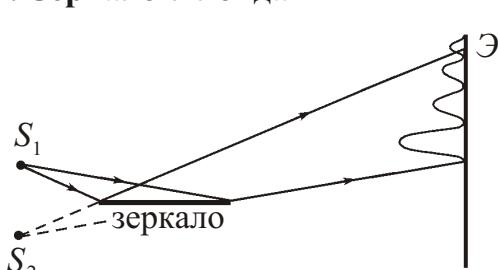


Рис. 27.7

Свет, исходящий из узкой ярко освещенной щели  $S_1$  (рис. 27.7), отражается от полированной плоской поверхности черного стекла или зеркала. В результате получаются две когерентные световые волны: одна от щели  $S_1$ , другая от изображения  $S_2$  щели  $S_1$ . На участке экрана  $\mathcal{E}$ , где перекрываются прямой и отраженный свет, наблюдаются полосы интерференции.

При наблюдении интерференции белого света ахроматическая полоса оказывается темной. Это доказывает, что отражение света от зеркала сопровождается изменением фазы волны на  $\pi$ .

### 3. Бизеркала Френеля

Свет от узкой ярко освещенной щели  $S$  (рис. 27.8) падает на два плоских зеркала, расположенных так, что их отражающие поверхности образуют между собой малый угол  $\theta$ . Щель  $S$  располагается параллельно линии пересечения зеркал на расстоянии  $r$  от нее. При отражении падающая волна разделяется на две когерентные волны, как бы исходящие от щелей  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся мнимыми изображениями щели  $S$  в зеркалах. Прямой свет от щели  $S$  загораживается непрозрачной ширмой  $III$  так, что на экран  $\mathcal{E}$  падают только волны, отраженные от зеркал. В области  $PQ$ , где волны перекрываются, будут наблюдаться интерференционные полосы.

Так как точки  $S$ ,  $S_1$  и  $S_2$  лежат на одной окружности радиуса  $r$ , то расстояние  $d$  между точками  $S_1$  и  $S_2$  равно

$$d = 2r \sin \frac{\theta}{2}.$$

Поскольку угол  $\theta$  мал, то  $d \approx 2r$ . Угол  $\theta$ , под которым из точки  $O$  видны точки  $S_1$  и  $S_2$ , также мал и равен  $2\alpha$ . Из рисунка видно, что

$$a = r \cos(\alpha) \quad r \cos \alpha = r; \quad l = a + b = r + b.$$

Следовательно, ширина интерференционной полосы

$$x = \frac{l}{d} = \frac{r + b}{2r}.$$

Если же на бизеркала падает плоская волна ( $r \rightarrow \infty$ ), то ширина интерференционной полосы  $x \approx l/(2r)$  не зависит от положения экрана (расстояния  $b$ ).

Ширина области перекрытия волн

$$PQ = 2b \operatorname{tg} \alpha = 2b,$$

поэтому число полос, которые могут наблюдаться на экране,

$$N_{\max} = \frac{PQ}{x} = \frac{4rb^2}{(r+b)}.$$

Чтобы эти полосы были достаточно хорошо видны, необходимо выполнение условий когерентности интерферирующих волн. Можно показать, что для этого ширина  $S$  щели  $S$  должна быть

$$S \leq \frac{a+b}{4}.$$

### 4. Бипризма Френеля

Изготовленные из одного куска стекла две призмы с малым преломляющим углом (порядка десятка угловых минут) имеют общую грань (рис. 27.9). Источником света служит ярко освещенная щель  $S$ , расположенная параллельно общей грани призм.

Легко показать, что при малых углах все лучи отклоняются призмой на практически равные углы

$$(n - 1)^\circ,$$

где  $n$  – показатель преломления призмы.

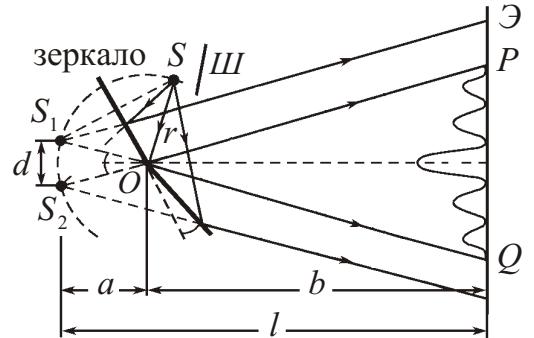


Рис. 27.8

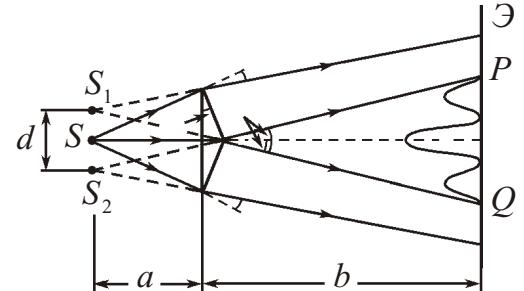


Рис. 27.9

В результате преломления в призме падающая световая волна разделяется на две когерентные волны, как бы исходящие от щелей  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся мнимыми изображениями щели  $S$ , причем щель  $S$  и ее изображения  $S_1$  и  $S_2$  будут лежать в одной плоскости. В области  $PQ$ , где волны перекрываются, будут наблюдаться параллельные интерференционные полосы.

Расстояние  $d$  между изображениями  $S_1$  и  $S_2$  равно

$$d = 2a \operatorname{tg} \theta = 2a \operatorname{tg} [(n - 1) \theta] = 2a(n - 1) \lambda,$$

где  $a$  – расстояние от щели  $S$  до общей грани призм;  $\operatorname{tg} \theta = \frac{a}{b}$ . Следовательно, ширина интерференционной полосы

$$x = \frac{l}{d} = \frac{a}{2a(n - 1)} = \frac{b}{(a - b)}.$$

Ширина области перекрытия волн

$$PQ = 2b \operatorname{tg} \theta = 2b(n - 1) \lambda,$$

а число полос, которые могут наблюдаться на экране,

$$N_{\max} = \frac{PQ}{x} = \frac{4ab(n - 1)^2}{(a - b)}.$$

Если же на бипризму падает плоская волна ( $a = b$ ), то

$$x = \frac{b}{2(n - 1) \lambda},$$

то есть, как и в случае бизеркаля Френеля, ширина интерференционных полос не зависит от положения экрана.

Для получения хорошо наблюдаемой интерференционной картины ширина щели  $S$  должна удовлетворять условию, аналогичному бизеркалям Френеля.

### 27.3. Интерференция на тонких пленках

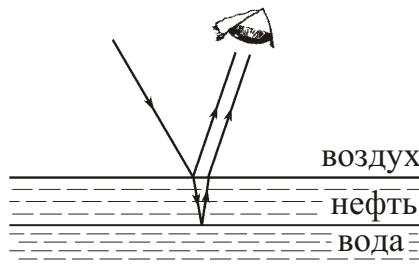


Рис. 27.10

Интерференция света порождает многочисленные явления, наблюдаемые нами в повседневной жизни, например радужные переливы мыльных пузырей или тонких пленок нефти на воде. Чтобы понять происходящее, рассмотрим тонкую пленку нефти на воде (рис. 27.10). Часть падающего света отражается от верхней поверхности, а часть света проходит внутрь пленки и отражается от ее нижней поверхности. Световая волна, отраженная от нижней поверхности, проходит относительно волны, отраженной от верхней поверхности, дополнительный путь. Волны, пройдя разные оптические пути, интерферируя, будут давать максимумы и минимумы интерференционной картины. Если на пленку падает белый свет, то дополнительный оптический путь будет кратен целому числу длин волн при данном угле зрения только для определенной длины волны. Соответствующая этому условию окраска интерференционной полосы будет яркой. Для света, падающего под другим углом, интерференция будет происходить для других длин волн. Таким образом, мы увидим яркие разноцветные полосы, расположенные друг за другом. Поэтому наблюдаемое явление получило название *цветов тонких пленок*. На окраску и последовательность расположения полос также влияет неоднородность пленки по толщине.

Интерференция света порождает многочисленные явления, наблюдаемые нами в повседневной жизни, например радужные переливы мыльных пузырей или тонких пленок нефти на воде. Чтобы понять происходящее, рассмотрим тонкую пленку нефти на воде (рис. 27.10). Часть падающего света отражается от верхней поверхности, а часть света проходит внутрь пленки и отражается от ее нижней поверхности. Световая волна, отраженная от нижней поверхности, проходит относительно волны, отраженной от верхней поверхности, дополнительный путь. Волны, пройдя разные оптические пути, интерферируя, будут давать максимумы и минимумы интерференционной картины. Если на пленку падает белый свет, то дополнительный оптический путь будет кратен целому числу длин волн при данном угле зрения только для определенной длины волны. Соответствующая этому условию окраска интерференционной полосы будет яркой. Для света, падающего под другим углом, интерференция будет происходить для других длин волн. Таким образом, мы увидим яркие разноцветные полосы, расположенные друг за другом. Поэтому наблюдаемое явление получило название *цветов тонких пленок*. На окраску и последовательность расположения полос также влияет неоднородность пленки по толщине.

Рассмотрим прозрачную плоскопараллельную пластинку толщиной  $d$  с показателем преломления  $n$ , на которую падает монохроматическая световая волна (рис. 27.11). При отражении от обеих поверхностей пластины исходная волна разделится на две волны, представленные лучами 1 и 2. Если оптическая разность хода этих волн будет меньше длины когерентности исходной волны, то отраженные волны будут когерентными и смогут интерферировать.

Оптическая разность хода волн 1 и 2 равна

$$n L_2 - L_1,$$

где  $L_1$  – длина отрезка  $OA$ ;  $L_2$  – суммарная длина отрезков  $OC$  и  $CB$ :

$$L_1 = 2d \operatorname{tg} \theta \sin \phi; \quad L_2 = 2 \frac{d}{\cos \phi}.$$

С учетом закона преломления

$$\sin \theta = \frac{\sin \phi}{n}$$

получим

$$\frac{2nd}{\cos \phi} - 2d \operatorname{tg} \theta \sin \phi = \frac{2nd}{\sqrt{1 - \sin^2 \phi}} - 2d \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 - \sin^2 \phi}} \sin \phi = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi}. \quad (27.12)$$

В выражение (27.12) необходимо внести поправку. В пределе, когда толщина пластины стремится к нулю, из (27.12) следует, что  $\phi = 0$ . При этом в точке наложения волн 1 и 2 должно будет происходить усиление колебаний. Но это невозможно, так как бесконечно тонкая пластина вообще не может оказывать влияния на распространение света, так что никакого отражения возникнуть не может. Для этого волны, отраженные от поверхностей пластины, должны при интерференции гасить друг друга. Их фазы должны быть противоположными, то есть оптическая разность хода при  $\phi = 0$  должна стремиться к  $\pi/2$ . Поэтому к выражению для  $\phi$  в (27.12) нужно прибавить или отнять  $\pi/2$ :

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} = \pi/2. \quad (27.13)$$

Введение такой поправки обусловлено изменением фазы на  $\pi/2$ , которое претерпевает волна, представленная лучом 1, при отражении на верхней поверхности пластины (от более плотной среды). Экспериментально это явление, как было отмечено выше, подтверждается при наблюдении интерференции белого света в установке Ллойда.

При падении исходной волны под углом  $\theta$ , для которых

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} = \pi/2 + m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

(где  $m$  – целое число), амплитуды отраженных волн складываются и интенсивность результирующей отраженной волны максимальна. При падении под углом  $\theta$ , для которых

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \phi} = \pi/2 + (m + 1/2)\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

отраженные волны гасят друг друга, так что свет практически не отражается. Это явление лежит в основе просветленной оптики. Прохождение света через каждую

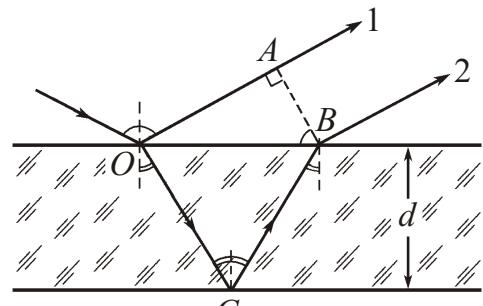


Рис. 27.11

преломляющую поверхность линзы сопровождается отражением примерно 4% падающего света. В сложных объективах такие отражения совершаются многократно и суммарная потеря светового потока достигает заметной величины (например, в призменном бинокле она составляет свыше 50%). Кроме того, отражение от поверхностей линз приводит к возникновению бликов. В просветленной оптике для устранения отражения света каждую поверхность линзы покрывают тонкой пленкой вещества с показателем преломления иным, чем у линзы. Толщина пленки подбирается так, чтобы волны, отраженные от обеих ее поверхностей, гасили друг друга.

Оценим по порядку величины максимальную толщину пластинки, при которой возможна интерференция. Для нормального падения волн на пластинку оптическая разность хода  $2n d$ . При наклонном падении оптическая разность хода будет того же порядка. Для того чтобы волны могли интерферировать, их оптическая разность хода должна быть меньше длины когерентности

$$l_{\text{ког}} \sim \frac{2}{d}.$$

Полагая  $n = 1$ , получим

$$d > \frac{2}{2}.$$

При наблюдении в белом свете интервал определяется способностью глаза различать оттенки света близких длин волн и имеет порядок 2 нм. Положив

500 нм, получим  $d \sim 0,06$  мм. При освещении светом с большей степенью когерентности интерференция наблюдается и при отражении от более толстых пластинок или пленок.

Формула (27.13) справедлива и для тонких пластинок переменной толщины. В этом случае под  $d$  следует понимать толщину пластинки в том ее месте, где происходит отражение волн.

Если обе поверхности пластинки плоские, то интерференционные полосы прямолинейны и параллельны линии пересечения соответствующих плоскостей. Такие полосы наблюдаются, например, в клине, то есть тонкой воздушной прослойке между плоскопараллельными стеклянными пластинками, когда с одного края между ними проложен, к примеру, тонкий лист бумаги. Но если поверхности пластинок неровные, то интерференционные полосы принимают неправильную, причудливую форму. На этом основан интерференционный метод контроля поверхности на плоскопараллельность (испытуемую поверхность прижимают к плоской и наблюдают полосы интерференции в образованной прослойке).

#### 27.4. Кольца Ньютона

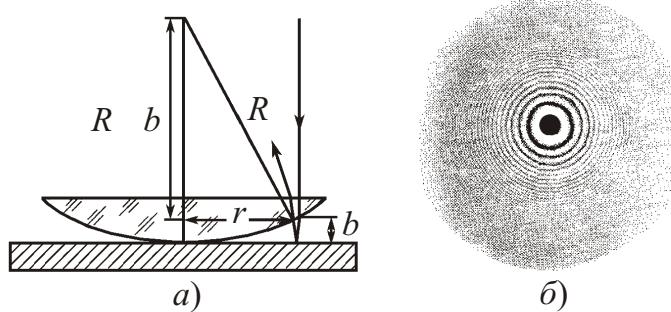


Рис. 27.12

Интерференцию можно наблюдать при освещении искривленной стеклянной поверхности (например, выпуклой линзы), соприкасающейся с плоской стеклянной поверхностью (рис. 27.12, а). При нормальном падении света мы увидим серию концентрических окружностей с центром в точке соприкос-

новения линзы с пластинкой. Эти окружности называются *кольцами Ньютона* (рис. 27.12, б). Они возникают вследствие интерференции света, отраженного от верхней и нижней границ воздушного зазора между стеклами. Поскольку толщина этого зазора растет по мере удаления от точки касания к краям, то дополнительный оптический путь также увеличивается. Поэтому в одних местах будут наблюдаться максимумы интерференции, а в других – минимумы.

Найдем радиусы колец Ньютона, наблюдавшихся в отраженном свете, при нормальном падении монохроматического света на плоскую поверхность плоско-выпуклой линзы. При большом радиусе кривизны линзы волны, отраженные от границ воздушного зазора, будут интерферировать на нижней поверхности линзы практически в одной точке. Оптическая разность хода этих волн будет равна удвоенной толщине воздушного зазора в месте падения волн

$$2b,$$

где  $b$  – толщина зазора между линзой и стеклянной пластинкой.

Из рис. 27.12, а следует, что

$$R^2 - (R - b)^2 = r^2 - R^2 = 2Rb - b^2 = r^2,$$

где  $R$  – радиус кривизны линзы;  $r$  – радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор  $b$ . Ввиду малости  $b$ :

$$R^2 - R^2 = 2Rb - r^2; \quad b = \frac{r^2}{2R}.$$

Следовательно, оптическая разность хода

$$r^2/R.$$

На рис. 27.12, б можно заметить, что точка соприкосновения двух стекол оказывается темной. Так как оптическая разность хода волн в этой точке равна нулю, то можно было бы ожидать, что волны, отражаясь от верхней и нижней границ зазора, находятся в фазе, и точка соприкосновения будет светлой. Но в действительности она оказывается темной, и это свидетельствует о том, что волны находятся в противофазе. Так может происходить только в случае, если одна из волн при отражении меняет фазу на  $\pi$ , что эквивалентно изменению оптического пути на  $\lambda/2$  (как было отмечено выше, фазу меняет волна, отраженная пластинкой). С учетом сказанного оптическая разность хода

$$r^2/R = \lambda/2.$$

Светлые кольца получатся при

$$r^2/R = \lambda/2 + m\lambda/2 \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

Отсюда находим радиус  $m$ -го светлого кольца:

$$r_m = \sqrt{(m + \lambda/2)\lambda/2 R}.$$

Аналогично для темного кольца:

$$r^2/R = \lambda/2 - (m - \lambda/2)\lambda/2; \quad r_m = \sqrt{(m - \lambda/2)\lambda/2 R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

Оба условия можно объединить:

$$r_m = \sqrt{\lambda/2 R m} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (27.14)$$

При нечетных  $m$  получаются радиусы светлых колец, при четных – темных. Значению  $m = 0$  соответствует темное пятно в месте касания линзы с пластинкой.

Если линзу постепенно отодвигать от поверхности пластинки, то интерференционные кольца будут стягиваться к центру, а в центре темное пятно станет светлым, затем снова темным и т. д.

Оценим размер области, в которой можно наблюдать кольца Ньютона (то есть максимальный радиус колец).

Для того чтобы волны могли интерферировать, их оптическая разность хода  $r^2/R$  должна быть меньше длины когерентности:

$$l_{\text{ког}} \sim \frac{2}{R}; \quad r < \sqrt{\frac{R}{2}}.$$

Положив  $500 \text{ нм}$  и  $2 \text{ нм}$  для линзы с радиусом кривизны  $R = 50 \text{ см}$ , получим  $r_{\text{max}} \sim 0,08 \text{ мм}$ . Очевидно, для наблюдения колец Ньютона при столь малой области интерференции необходимо использовать микроскоп.

Кольца Ньютона можно наблюдать также в проходящем свете, причем каждому темному кольцу в отраженном свете соответствует светлое кольцо в проходящем свете. Это обусловлено тем, что в проходящем свете одна из интерферирующих волн дважды испытывает отражение от границ воздушного зазора. При этом в проходящем свете интерференционная картина значительно менее контрастная, чем в отраженном свете.

При освещении немонохроматическим (например, белым) светом Ньютона кольца становятся цветными, причем чередование цветов в них существенно отличается от обычного радужного.

### 27.5. Многолучевая интерференция

Рассмотрим случай, когда интерферирует много когерентных световых волн, полученных, например, при прохождении плоской волны через экран с множеством одинаковых равномерно расположенных отверстий.

Пусть в некоторую точку  $P$  приходит  $N$  волн с одинаковыми амплитудой  $A_0$  и частотой  $\omega$ , но фаза каждой волны сдвинута относительно фазы предыдущей на одну и ту же величину  $\phi$ . Если в точке  $P$  фаза колебаний первой волны равна  $(\omega t)$ , то эта волна возбудит в данной точке колебание  $E_1 = A_0 e^{i(\omega t)}$ , вторая —  $E_2 = A_0 e^{i(\omega t + \phi)}$ , третья —  $E_3 = A_0 e^{i(\omega t + 2\phi)}$  и т. д.

Найдем амплитуду и интенсивность результирующего колебания:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_N = A_0 e^{i(\omega t)} + A_0 e^{i(\omega t + \phi)} + A_0 e^{i(\omega t + 2\phi)} + \dots + A_0 e^{i[\omega t + (N-1)\phi]}; \\ &= A_0 e^{i\omega t} [1 + e^{i\phi} + e^{i2\phi} + \dots + e^{i(N-1)\phi}] = A_0 e^{i\omega t} \frac{1 - e^{iN\phi}}{1 - e^{i\phi}}; \\ &= A_0 e^{i\omega t} \frac{e^{i\frac{N}{2}\phi}}{e^{i\frac{N}{2}}} \frac{e^{-i\frac{N}{2}\phi}}{e^{-i\frac{N}{2}}} = A_0 e^{i\omega t} \frac{e^{i\frac{N}{2}\phi}}{e^{i\frac{N}{2}}} \frac{\sin(\frac{N}{2}\phi)}{\sin(\frac{N}{2})}; \\ I &= E^2 = A_0^2 \frac{\sin^2(\frac{N}{2}\phi)}{\sin^2(\frac{N}{2})} = I_0 \frac{\sin^2(\frac{N}{2}\phi)}{\sin^2(\frac{N}{2})}, \end{aligned} \quad (27.15)$$

где  $I_0 = A_0^2$  — интенсивность колебания, создаваемая каждой волной. При получении выражения (27.15) были использованы формула геометрической прогрессии и формула Эйлера

$$\sin \frac{e^{i\phi} - e^{-i\phi}}{2i}.$$

Амплитуду результирующего колебания можно также найти геометрическим способом с помощью векторной диаграммы. Длина первого слагаемого равна  $A_0$ , а его фаза равна нулю; длина второго также  $A_0$ , фаза  $\omega$ , и т. д. Векторы складываемых колебаний образуют часть правильного многоугольника, вписанного в окружность радиусом  $R$  (рис. 27.13). Из рисунка следует, что

$$\frac{1}{2} A_0 = R \sin(\frac{1}{2}\omega);$$

$$\frac{1}{2} A = R \sin[\frac{1}{2}(2\omega - N)] = R \sin(\frac{1}{2}N).$$

Исключая отсюда  $R$ , получим

$$A = A_0 \frac{\sin(\frac{1}{2}N)}{\sin(\frac{1}{2}\omega)}. \quad (27.16)$$

При значениях  $m$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) числитель и знаменатель в (27.15) и (27.16) обращаются в нуль, то есть выражения для амплитуды и интенсивности результирующего колебания становятся неопределенными. Раскроем неопределенность выражения (27.16) по правилу Лопиталя:

$$A = NA_0 \lim_{m \rightarrow 0} \frac{\cos(\frac{1}{2}N)}{\cos(\frac{1}{2}\omega)} = NA_0.$$

Следовательно, интенсивность результирующего колебания при  $m = 0, 1, 2, \dots$  равна

$$I = A^2 = N^2 A_0^2 = N^2 I_0. \quad (27.17)$$

Максимумы, интенсивность которых определяется по формуле (27.17), называются *главными*.

Рассмотрим изменение интенсивности результирующего колебания (27.15) между соседними главными максимумами нулевого ( $m = 0$ ) и первого ( $m = 1$ ) порядков.

На концах промежутка

$$I = N^2 I_0. \quad (27.18)$$

В рассматриваемом промежутке величина  $\frac{1}{2}\omega$  меняется от нуля до  $N$ . Знаменатель выражения (27.15) всюду, кроме концов промежутка, отличен от нуля, причем в середине промежутка достигает максимального значения, равного единице. Величина  $\frac{1}{2}N$  на этом же промежутке меняется от нуля до  $N$ . При значениях  $\frac{1}{2}N$ , равных  $0, 2, \dots, (N-1)$  числитель выражения (27.15) становится равным нулю. Следовательно, в рассматриваемом промежутке располагаются  $(N-1)$  минимумов интенсивности с  $I = 0$ . В промежутках между  $(N-1)$  минимумами располагаются  $(N-2)$  максимума, которые называются *вторичными*. Наибольшую интенсивность имеют вторичные максимумы, ближайшие к главным. Соответствующий расчет дает, что

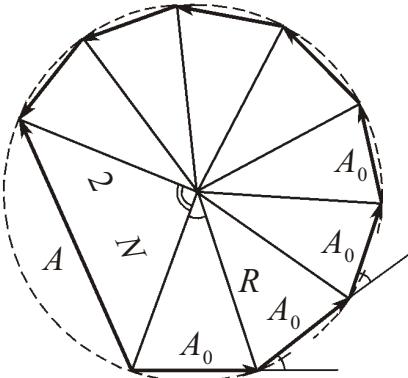


Рис. 27.13

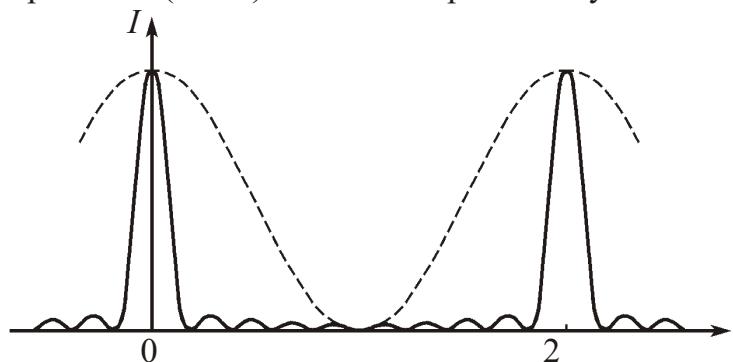


Рис. 27.14

их интенсивность примерно в 22 раза меньше интенсивности главных максимумов. Остальные вторичные максимумы еще слабее.

На рис. 27.14 представлен график функции  $I(\lambda)$  для  $N = 10$  и штриховой линией для  $N = 2$ . Из рисунка следует, что с увеличением числа интерферирующих волн главные максимумы становятся все более узкими. Интенсивность вторичных максимумов столь мала, что интерференционная картина имеет вид узких ярких линий на темном фоне.

Как видим, при интерференции большого числа волн образуются узкие максимумы, разделенные широкими темными промежутками. Кроме того, в случае моноголучевой интерференции по сравнению с двухлучевой происходит резкое увеличение яркости светлых интерференционных полос.

## 27.6. Интерферометры

*Интерферометрами* называют оптические измерительные приборы, действие которых основано на интерференции световых волн. Они применяются для измерения длин волн, показателей преломления веществ, для контроля качества поверхностей и т. п.

Имеется много разновидностей интерферометров. Рассмотрим некоторые из них.

### 1. Интерферометр Рэлея

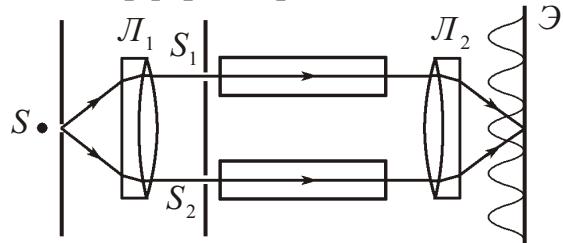


Рис. 27.15

Интерферометр Рэлея используют для точного определения показателей преломления газов при давлении, близком к атмосферному (при этом давлении соответствующий показатель преломления отличается от единицы в четвертом-пятом знаке после запятой).

Схематическое изображение конструкции интерферометра Рэлея представлено на рис. 27.15. Монохроматическая световая волна от точечного источника  $S$ , находящегося в фокусе линзы  $L_1$ , превращается этой линзой в плоскую волну, распространяющуюся параллельно оси системы. Далее, за линзой, располагается диафрагма с двумя симметричными относительно главной оси системы отверстиями – вторичными источниками  $S_1$  и  $S_2$ . Волны от источников  $S_1$  и  $S_2$  фокусируются второй линзой  $L_2$  на экран  $\mathcal{E}$ , находящийся в ее фокальной плоскости. В результате возникает интерференционная картина из горизонтальных полос. При отсутствии между линзами дополнительных объектов нулевой максимум интерференционной картины, соответствующий нулевой разности хода волн, лежит на оси системы. Если внести в межлинзовое пространство (так называемые плечи интерферометра) кювету длиной  $l$  с исследуемым газом с показателем преломления  $n_1$ , и такую же кювету с газом, показатель преломления которого  $n_2$  известен, то волны получат дополнительную разность хода

$$l | n_2 - n_1 | \quad (27.19)$$

и нулевая полоса интерференционной картины сместится. По смещению нулевого максимума определяют показатель преломления  $n_1$  исследуемого газа. При параметрах установки – длине кювет в один метр и длине волны  $\sim 500$  нм можно измерить разницу показателей преломления  $n_1$  и  $n_2$  порядка  $10^{-8}$ .

## 2. Интерферометр Майкельсона

С помощью интерферометра Майкельсона впервые было проведено изучение тонкой структуры спектральных линий, выполнено первое прямое сравнение эталонного метра с определенной длиной волны света, был осуществлен знаменитый опыт Майкельсона – Морли, доказавший независимость скорости света от движения Земли, и др.

Упрощенная схема интерферометра представлена на рис. 27.16. Монохроматический свет от источника  $S$  падает на разделительную пластинку  $P$ , которая состоит из двух склеенных плоскопараллельных стеклянных пластинок одинаковой толщины. Причем одна из склеиваемых поверхностей покрыта полупрозрачным слоем серебра.

Пластинка  $P$  разделяет падающую на нее волну на две волны, представленные лучами 1 и 2, распространяющиеся к зеркалам  $3_1$  и  $3_2$  (зеркало  $3_1$  неподвижно, а зеркало  $3_2$  можно перемещать поступательно и изменять его наклон).

Волна 1, отразившись от зеркала  $3_1$ , вторично падает на пластинку  $P$ , где снова разделяется на две части. Одна из них отражается в сторону зрительной трубы  $T$ , другая идет к источнику  $S$  и не представляет интереса.

Волна 2, после отражения от полупрозрачного слоя серебра в пластинке  $P$ , отражается от зеркала  $3_2$ , возвращается к пластинке  $P$ , где разделяется на две части, одна из которых идет в сторону зрительной трубы  $T$ . Таким образом, от одного источника  $S$  получают две когерентные волны примерно одинаковой интенсивности, которые распространяются после разделения пластинкой  $P$  в разных плечах интерферометра, затем снова накладываются и создают в фокальной плоскости зрительной трубы интерференционную картину.

Заменим зеркало  $3_1$  его мнимым изображением  $3_1'$  в «зеркале» полупрозрачной пластинки  $P$ . Тогда волны 1 и 2 можно рассматривать как возникающие при отражении от поверхностей прозрачной «пластинки», ограниченной плоскостями  $3_1$  и  $3_2$ . Изменяя положение зеркала  $3_2$ , можно менять толщину «пластинки» и угол между ее плоскостями.

Интерферометр Майкельсона, как и другие интерферометры, обычно используется для измерения очень малых расстояний или малых изменений показателя преломления. Точность таких измерений чрезвычайно высокая – миллионные доли измеряемой величины. Например, произведенные с помощью интерферометра Майкельсона измерения международного эталона метра показали, что он равен 1 650 763,73 длины волны оранжевой линии криптона (такое определение метра использовалось с 1960 года по 1983 год; в настоящее время метр равен длине пути, проходимого светом в вакууме за интервал времени  $1/299\,792\,458$  секунды).

Интерферометр можно использовать и для других целей. Сам Майкельсон, например, использовал свой интерферометр для постановки знаменитого опыта по проверке зависимости скорости света от направления движения луча относительно Земли. Земля движется относительно Солнца, и, казалось бы, это движение должно

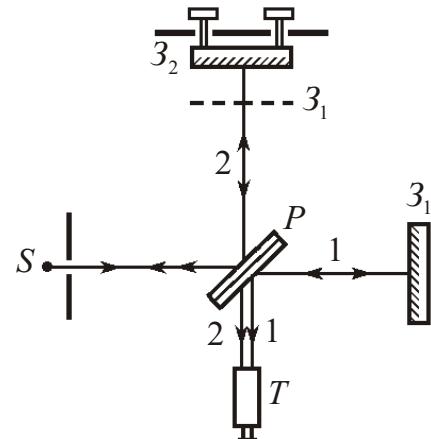


Рис. 27.16

сказаться на скорости света: при движении света по направлению движения Земли должно иметь место одно ее значение (относительно Земли), при движении света в перпендикулярном направлении другое.

Суть опыта Майкельсона состояла в следующем. Сначала интерферометр располагался таким образом, что одно из его плеч было направлено по направлению движения Земли. Наблюдалось положение полос интерференции. Затем интерферометр поворачивался на  $90^\circ$  вокруг вертикальной оси (плита интерферометра плавала в ванне с ртутью). Плечи интерферометра по отношению к направлению движения Земли менялись местами. Разность фаз складываемых волн, определяющая расположение полос интерференции, должна бы изменяться, если бы скорость света зависела от направления лучей. Такое изменение должно было бы привести к сдвигу полос интерференции. Однако Майкельсон не обнаружил никакого сдвига полос. Это свидетельствовало о том, что свет относительно Земли во всех направлениях распространяется с одной и той же скоростью, то есть скорость света не зависит от движения системы отсчета. Этот вывод послужил экспериментальным основанием теории относительности Эйнштейна [14, § 8].

### 3. Интерферометр Фабри Перо

В отличие от двухлучевых интерферометров Рэлея и Майкельсона интерферометр Фабри Перо является многолучевым. При интерференции двух волн интерференционная картина представляет собой светлые и темные полосы (или кольца) одинаковой ширины. При наложении большого числа волн распределение интенсивности в интерференционной картине существенно изменяется: образуются узкие максимумы, то есть резкие светлые полосы (или кольца), разделенные широкими темными промежутками.

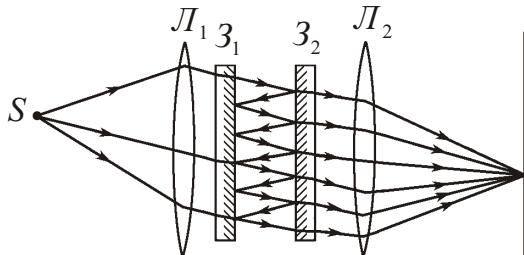


Рис. 27.17

На рис. 27.17 приведена схема конструкции классического интерферометра Фабри Перо. Интерферометр представляет собой устройство, состоящее из двух строго параллельных плоских зеркал  $Z_1$  и  $Z_2$ , изготовленных из стекла или кварца (кварцевое стекло необходимо для расширения диапазона длин волн используемого излучения). По-

верхности пластин, обращенных друг к другу, должны быть обработаны с высокой степенью точности (порядка нескольких нанометров) и покрыты хорошо отражающим слоем (серебро, алюминий, многослойные диэлектрические покрытия).

Свет, попадая между зеркал  $Z_1$  и  $Z_2$ , испытывает многократное отражение. При этом первичная плоская волна разбивается в результате многократных отражений от зеркал на последовательности вторичных плоских волн, различающихся по ампли-

туде и сдвинутых по фазе. Отношение интенсивностей первичной и образующейся волн зависит от разности фаз между двумя последовательными вторичными волнами. В результате многолучевой интерференции в фокальной плоскости линзы  $L_2$  образуется интерференционная картина, имеющая форму концентрических колец с резкими максимумами.

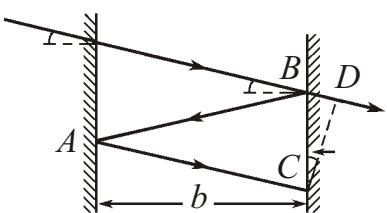


Рис. 27.18

Разность хода двух соседних интерферирующих волн (рис. 27.18)

$$(BA - AC) - BD,$$

где  $BA = AC = b/\cos \theta$ ;  $BD = BC \sin \theta = 2b \tan \theta \sin \theta$ ;  $b$  – ширина зазора между зеркалами  $Z_1$  и  $Z_2$ . Следовательно,

$$\frac{2b}{\cos \theta} - 2b \tan \theta \sin \theta = 2b \cos \theta. \quad (27.20)$$

Максимумы интенсивности в проходящем свете образуются там, где  $\theta$  составляет целое число длин волн:

$$2b \cos \theta = m \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно, с уменьшением угла  $\theta$  порядок интерференции растет. Расстояние  $b$  между зеркальными поверхностями обычно составляет 1–100 мм. Поэтому порядки интерференции  $m = 2b/\lambda$  в видимом диапазоне длин волн очень велики: при  $b = 5$  мм  $m = 20000$ .

Из выражения (27.20) следует, что угол  $\theta$  связан с длиной волны  $\lambda$ . На этом основано использование интерферометра Фабри–Перо в качестве спектрального прибора. Если свет содержит разные длины волн, то этим волнам на экране будет соответствовать своя интерференционная картина. При этом расстояние между максимумами интерферирующих волн, различающихся по длине волны даже на 1 нм, будет достаточно большим, чтобы эти максимумы были различимы.

Интерферометр Фабри–Перо получил широкое применение в оптических системах при визуальной, фотографической и фотоэлектрической регистрации спектров, особенно в областях длин волн ближнего ультрафиолетового, видимого и ближнего инфракрасного света.

### Краткие выводы

**1. Световой вектор и его проекция на направление, вдоль которого он колебается:**

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i[\omega t - (\vec{k}, \vec{r})]}; \quad E = E_0 \cos(\omega t - kr),$$

где  $E_0$  – амплитуда колебаний светового вектора;  $\omega$  – частота волны;  $k$  – волновое число (модуль волнового вектора);  $r$  – расстояние, отсчитываемое вдоль направления распространения световой волны;  $\omega$  – начальная фаза колебаний.

**2. Абсолютный показатель преломления среды:**

$$n = c/v; \quad n = \sqrt{\epsilon_r} = \sqrt{\mu_r}.$$

**3. Длина волны света в среде с показателем преломления  $n$ :**

$$\lambda_0/n,$$

где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

**4. Когерентными** называются источники, если испускаемые ими волны имеют одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз. Время и длина когерентности:

$$t_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{c}; \quad l_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda^2}{c}.$$

**5. Интерференцией** волн называется перераспределение интенсивности светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности.

**6. Оптическая разность хода двух волн**

$$|n_1 L_1 - n_2 L_2|,$$

где  $L_1, L_2$  геометрические пути волн в средах с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ .

**7. Условия максимумов и минимумов при двухлучевой интерференции:**

$$\max m \equiv 0; \quad \min (m - \frac{\lambda}{2}) \equiv 0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**8. Расстояние между интерференционными полосами и ширина интерференционной полосы при двухлучевой интерференции:**

$$x = \frac{l}{d}.$$

**9. Радиусы колец Ньютона**

$$r_m = \sqrt{\frac{1}{2} l_0 R m} \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

где нечетным  $m$  соответствуют радиусы светлых колец, четным – темных.

**Вопросы для самоконтроля и повторения**

1. Что такое световой вектор?
2. Какие волны называются когерентными? В чем состоят условия временной и пространственной когерентности?
3. Что такое интерференция света?
4. Как определяется оптическая разность хода волн?
5. Каковы условия максимумов и минимумов при двухлучевой интерференции?
6. Какие интерференционные схемы вам известны?
7. Каковы условия максимумов и минимумов интерференции при отражении света в тонких пленках?
8. Получите выражения для радиусов светлых и темных колец Ньютона в проходящем свете.
9. В чем отличие интерференционной картины при многолучевой интерференции от двухлучевой?
10. Для чего используются интерферометры?

**Задачи**

1. Интерферируют две когерентные световые волны одного направления, но разной интенсивности. Когда на пути одной из волн поместили светофильтр, пропускающий четверть падающего на него света, максимальная интенсивность в интерференционной картине уменьшилась в два раза. Определите отношение интенсивностей волн.

**Решение**

Поскольку интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, то интенсивности интерферирующих волн

$$I_1 \sim A_1^2; \quad I_2 \sim A_2^2,$$

где  $A_1, A_2$  – амплитуды колебаний, возбуждаемых рассматриваемыми волнами.

При интерференции волн одного направления амплитуда колебаний результирующего вектора

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \phi}$$

будет максимальной, если световые векторы интерферирующих волн совершают колебания в одной плоскости с разностью фаз , равной нулю. Тогда амплитуда и интенсивность результирующего колебания

$$A_{\max} = A_1 + A_2; \quad I_{\max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2. \quad (1)$$

После того, как на пути первой из волн поместили светофильтр, пропускающий четверть падающего на него света, максимальные амплитуда и интенсивность результирующего колебания стали равны соответственно

$$A_{\max} = A_1 - A_2; \quad I_{\max} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2,$$

где  $I_{\max} = \frac{1}{2} I_{\max}$ ;  $I_1 = \frac{1}{4} I_1$ . Следовательно,

$$\frac{1}{2} I_{\max} = (\frac{1}{2} \sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2. \quad (2)$$

Решив совместно уравнения (1) (2), получим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 &= (\frac{1}{2} \sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2; \quad \frac{1}{2} I_1 - \sqrt{I_1 I_2} = \frac{1}{2} I_2 - \frac{1}{4} I_1 - \sqrt{I_1 I_2} = I_2; \\ \frac{1}{2} I_1 - \frac{1}{2} I_2 &= \frac{1}{4} I_1 - I_2; \quad I_1/I_2 = 2. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $I_1/I_2 = 2$ .

**2.** Плоская монохроматическая световая волна распространяется в воздухе в направлении, перпендикулярном экрану. На пути волны поставили плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной  $d = 2$  мм так, что свет падает на поверхность пластинки под углом  $60^\circ$  к ее нормали. Длина волны света в воздухе

500 нм. Показатель преломления стекла  $n = 2$ . На сколько изменилась при этом:

- 1) оптическая длина пути;
- 2) фаза колебаний, возбуждаемых волной на экране?

#### Решение

При прохождении света через пластинку оптическая длина пути волны изменится на участке между параллельными плоскостями, проходящими через точки  $A$  и  $D$  перпендикулярно направлению распространения волны (см. рисунок):

$$(nL_2 - L_3) - L_1,$$

где  $L_1$  — путь света на рассматриваемом участке при отсутствии пластинки, равный длине отрезка  $AD$ ;  $L_2$  — путь света в пластинке, равный длине отрезка  $AB$ ;  $L_3$  — путь света после выхода из пластинки, равный длине отрезка  $BC$  или отрезка  $KD$ .

Поскольку

$$AD = \frac{AN}{\cos 60^\circ} = \frac{d}{\cos 60^\circ}; \quad AB = \frac{AN}{\cos 60^\circ} = \frac{d}{\cos 60^\circ};$$

$BC = KD = AD - AK = AD - AB \cos(60^\circ) = AD - AB(\cos 60^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \sin 60^\circ)$ ,

то

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{d}{\cos 60^\circ}; \quad L_2 = \frac{d}{\cos 60^\circ}; \quad L_3 = \frac{d}{\cos 60^\circ} - \frac{d}{\cos 60^\circ} (\cos 60^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \sin 60^\circ); \\ &\quad \frac{d}{\cos 60^\circ} (n \cos 60^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \sin 60^\circ). \end{aligned}$$

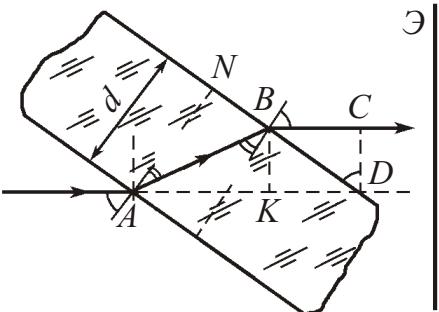


Рис. к задаче №2

Отсюда с учетом закона преломления

$$\sin \frac{\sin}{n} n \sin$$

получим:

$$\sin \frac{\sin}{n} ; \cos \sqrt{1 - \sin^2} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2}}{n} ;$$

$$\frac{n d}{\sqrt{n^2 - \sin^2}} = n \cos \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2}}{n} = \frac{\sin^2}{n} d (\sqrt{n^2 - \sin^2} \cos) = 2,6 \text{ мм.}$$

Следовательно, фаза колебаний, возбуждаемых волной на экране, изменилась на

$$\frac{2}{\pi} \frac{2}{\pi} d (\sqrt{n^2 - \sin^2} \cos) = 3,3 \cdot 10^4 \text{ рад.}$$

**Ответ:** 1)  $d (\sqrt{n^2 - \sin^2} \cos) = 2,6 \text{ мм};$

2)  $\frac{2}{\pi} d (\sqrt{n^2 - \sin^2} \cos) = 3,27 \cdot 10^4 \text{ рад.}$

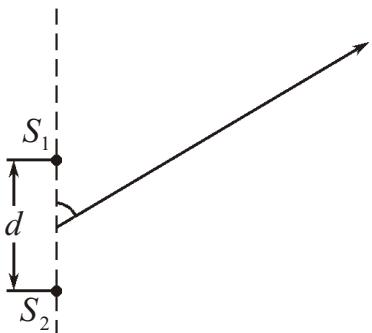


Рис. 1 к задаче №3

3. Два одинаковых точечных когерентных источника света  $S_1$  и  $S_2$  расположены в вакууме на расстоянии  $d$  друг от друга, где длина излучаемых волн. Излучение одного источника находится в противофазе с излучением другого. Определите углы (рис. 1), в направлении которых интенсивность излучения этой системы: максимальна; минимальна. Расстояние до точек наблюдения значительно больше расстояния между источниками.

#### Решение

Поскольку по условию задачи расстояние до точек наблюдения значительно превышает расстояние между источниками, то направления распространения волн, представленных на рис. 2 лучами 1 и 2, в точке наблюдения  $P$  будут практически совпадать.

Волны, пройдя соответствующие пути  $S_1 P$  и  $S_2 P$ , приобретут разность хода

$$S_2 P - S_1 P,$$

равную длине отрезка  $S_2 A - d \cos$ , которой соответствует разность фаз колебаний

$$\frac{2}{\pi} .$$

Так как излучение одного источника находится в противофазе с излучением другого, то разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке  $P$ ,

$$\frac{2}{\pi} \frac{2}{\pi} d \cos \cos ,$$

где учтено, что расстояние между источниками  $d$ .

Чтобы интенсивность излучения в точке наблюдения была максимальной, разность фаз должна быть кратной 2 :

$$2 m (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно,

$$\cos \max 2 m; \cos \max m \frac{1}{2}.$$

Так как последнее соотношение выполняется при условии  $m = 0$  и  $m = 1$ , то максимумы интенсивности будут наблюдаться при углах

$$\max 1 \frac{1}{3}; \max 2 \frac{2}{3}$$

Интенсивность излучения в точке наблюдения будет минимальной при разности фаз колебаний

$$(2m - 1) (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно,

$$\cos \min (2m - 1) \cos \min m - 1; \min 1 0; \min 2 \frac{1}{2} \min 3$$

где углы  $\min 1$ ,  $\min 2$  и  $\min 3$  соответствуют значениям  $m = 0$ ,  $m = 1$  и  $m = 2$ .

**Ответ:**  $\max \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \min 0; \frac{1}{2}; \dots$

**4.** В опыте Юнга плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на расстояние  $d = 2,5$  мм. На экране, расположенном за диафрагмой на расстоянии  $l = 100$  см, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщиной  $h = 10$  мкм? Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

### Решение

Узкие щели диафрагмы служат источниками двух когерентных волн, интерферирующих на экране. Очевидно, что при отсутствии пластины максимум нулевого порядка интерференционной картины будет расположен в точке с координатой  $x = 0$  (см. рисунок).

Если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой, то между волнами появится разность хода и, как следствие, разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами на экране. Поэтому максимум нулевого порядка и вся интерференционная картина смещаются.

Рассмотрим две волны, представленные на рисунке лучами 1 и 2.

Полагая, что углы падения волны на пластинку малы, оптический путь первой волны в пластинке будет равен

$$n h,$$

а от пластины до экрана в точку с координатой  $x$  (учитывая, что  $h \ll l$ )

$$_1 \sqrt{l^2 - (x - \frac{1}{2}d)^2} + h.$$

Следовательно, оптический путь первой волны от диафрагмы до экрана

$$_1 _1 _1 (n - 1)h + \sqrt{l^2 - (x - \frac{1}{2}d)^2},$$

оптический путь второй волны

$$_2 \sqrt{l^2 - (x - \frac{1}{2}d)^2},$$

а оптическая разность хода волн

$$| _1 - _2 | = (n - 1)h + l \sqrt{1 - \frac{2x - d}{2l}^2} - l \sqrt{1 - \frac{2x - d}{2l}^2}.$$

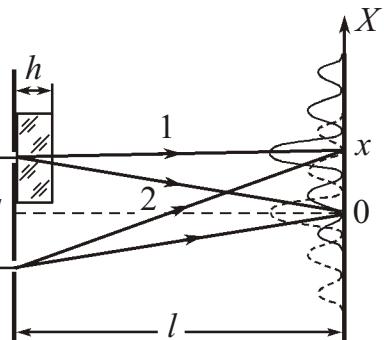


Рис. к задаче №4

Так как  $(2x - d)/2l = 1$ , то, воспользовавшись приближенным равенством (1)  $x = 1 + \frac{d}{2l}$  при  $x \gg 1$ , получим

$$(n - 1)h = l - 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2x - d}{2l} \right)^2 = 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2x - d}{2l} \right)^2 = (n - 1)h - \frac{d^2}{l}. \quad (1)$$

Оптической разности хода (1) соответствует разность фаз

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2}{d} (n - 1)h - \frac{d^2}{l}.$$

Следовательно, максимум нулевого порядка, соответствующий разности фаз  $0$ , а вместе с ним и все интерференционные полосы сместятся на

$$x = \frac{(n - 1)h l}{d} = 2 \text{ мм.}$$

**Ответ:** смещаются в сторону щели, перекрытой пластинкой, на  $x = \frac{(n - 1)h l}{d} = 2 \text{ мм.}$

**5.** В установке Ллойда расстояние от монохроматического источника света до экрана  $l = 100 \text{ см}$ . При некотором положении источника ширина интерференционных полос на экране  $x = 0,25 \text{ мм}$ . После того, как источник отодвинули от плоскости зеркала на  $h = 0,6 \text{ мм}$ , ширина полос уменьшилась в  $n = 1,5$  раза. Определите длину волны света.

### Решение

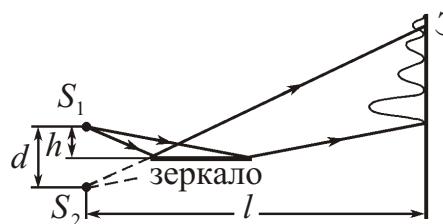


Рис. к задаче №5

В установке Ллойда свет отражается от полированной плоской поверхности черного стекла или зеркала. В результате получаются две когерентные световые волны: одна от источника  $S_1$ , другая от изображения  $S_2$  источника  $S_1$  в зеркале. На участке экрана  $\mathcal{E}$ , где перекрываются прямой и отраженный свет, наблюдаются полосы интерференции (см. рисунок).

Если источник света расположен на расстоянии  $h$  от отражающей поверхности, то расстояние между источником и его изображением

$$d = 2h,$$

а ширина интерференционных полос на экране

$$x = \frac{l}{d},$$

где  $\lambda$  — длина волны.

После того, как источник отодвинули от плоскости зеркала на  $h$ , расстояние между источником света и его изображением увеличилось на  $h$ , а ширина интерференционных полос

$$x = \frac{l}{d + 2h}$$

уменьшилась в  $n$  раз.

Следовательно,

$$d = \frac{l}{x}; \quad \frac{x}{n} = \frac{l}{d + 2h}; \quad \frac{x}{n} = \frac{l}{l / x + 2h}; \quad \frac{2h - x}{l(n-1)} = 0,6 \text{ мкм.}$$

**Ответ:**  $\frac{2h - x}{l(n-1)} = 0,6 \text{ мкм.}$

6. В установке с бизеркалами Френеля свет от узкой ярко освещенной щели  $S$  падает на два плоских зеркала, расположенных так, что их отражающие поверхности образуют между собой малый угол  $12^\circ$ . Расстояния от линии пересечения зеркал до щели  $S$  и экрана равны соответственно  $r = 10 \text{ см}$  и  $b = 1,3 \text{ м}$ . Длина волны света  $550 \text{ нм}$ . Определите:

- 1) ширину интерференционной полосы на экране;
- 2) число возможных максимумов в интерференционной картине;
- 3) сдвиг интерференционной картины при смещении щели  $S$  на  $l = 1 \text{ мм}$  по дуге окружности радиусом  $r$  с центром в точке, лежащей на линии пересечения зеркал.

### Решение

В установке с бизеркалами Френеля при отражении от зеркал падающая волна разделяется на две когерентные волны, как бы исходящие от щелей  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся мнимыми изображениями щели  $S$  в зеркалах (см. рисунок). Прямой свет от щели  $S$  загораживается непрозрачной ширмой  $Ш$  так, что на экран  $\mathcal{E}$  падают только отраженные волны. В области  $PQ$ , где волны перекрываются, будут наблюдаться интерференционные полосы.

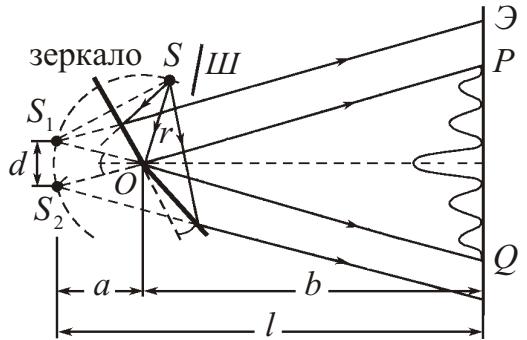


Рис. к задаче №6

Так как точки  $S$ ,  $S_1$  и  $S_2$  лежат на одной окружности радиуса  $r$ , то расстояние  $d$  между точками  $S_1$  и  $S_2$  равно

$$d = 2r \sin \frac{\alpha}{2}.$$

Поскольку угол  $\alpha$  мал, то  $d \approx 2r \alpha$ . Угол  $\alpha$ , под которым из точки  $O$  видны точки  $S_1$  и  $S_2$ , также мал и равен  $2^\circ$ . Из рисунка видно, что

$$a = r \cos (\frac{\alpha}{2}) \approx r; \quad l = a + b \approx r + b.$$

Следовательно, ширина интерференционной полосы

$$x = \frac{l}{d} = \frac{r + b}{2r} \approx 1,1 \text{ мм.}$$

Так как ширина области перекрытия волн  $PQ = 2b \tan \frac{\alpha}{2} \approx 2b$ , то максимальное число полос, которые могут наблюдаться на экране,

$$N_{\max} = \frac{PQ}{x} = \frac{4rb^2}{(r+b)} \approx 8.$$

При смещении щели на  $l$  оба изображения щели  $S$  смеются по дуге окружности радиусом  $r$  на угол  $l/r$ . Следовательно, центр интерференционной картины на экране смеется на

$$x = b + b \frac{l}{r} \approx 13 \text{ мм.}$$

**Ответ:** 1)  $x = \frac{r + b}{2r} \approx 1,1 \text{ мм};$  2)  $N_{\max} = 8;$  3)  $x = b + b \frac{l}{r} \approx 13 \text{ мм.}$

7. Расстояния от бипризмы Френеля до узкой щели и экрана равны соответственно  $a = 25 \text{ см}$  и  $b = 100 \text{ см}$ . Преломляющий угол призмы  $20^\circ$ . На экране наблюдают интерференционную картину. Определите длину волны света, если ширина интерференционной полосы  $x = 0,55 \text{ мм}$ . Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

### Решение

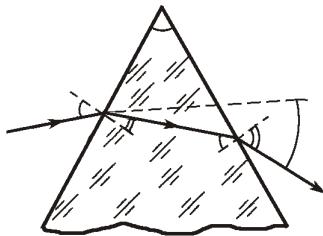


Рис. 1 к задаче №7

Прежде чем приступить к решению данной задачи, докажем, что при преломлении в призме с малым преломляющим углом луч отклоняется от своего первоначального направления на одинаковые углы независимо от угла падения, если он также мал (рис. 1).

Запишем закон преломления на границе раздела воздух-стекло и на границе стекло-воздух:

$$\sin n \sin ; \quad n \sin \sin .$$

Поскольку углы падения и преломления малы, то синусы углов равны самим углам в радианной мере. Следовательно,

$$n = n .$$

Таким образом, при преломлении в призме луч изменит направление распространения на угол

$$( ) ( ) (n ) (n ) (n 1)( ) (n 1)$$

где учтено, что угол . Что и требовалось доказать.

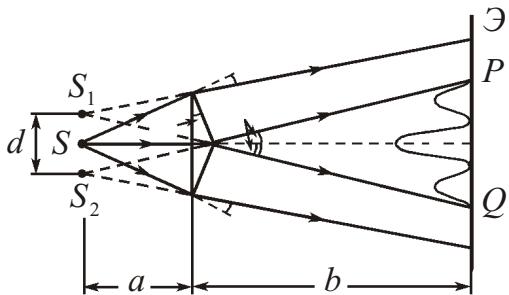


Рис. 2 к задаче №7

В результате преломления в бипризме Френеля (рис. 2) падающая световая волна разделяется на две когерентные волны, как бы исходящие от щелей  $S_1$  и  $S_2$ , являющихся мнимыми изображениями щели  $S$ , причем щель  $S$  и ее изображения  $S_1$  и  $S_2$  будут лежать в одной плоскости. На экране в области  $PQ$ , где волны перекрываются, будут наблюдаться параллельные интерференционные полосы.

Расстояние  $d$  между изображениями  $S_1$  и  $S_2$  равно

$$d = 2a \operatorname{tg} [ (n - 1) ] = 2a(n - 1) .$$

Следовательно, ширина интерференционной полосы

$$x = \frac{l}{d} = \frac{a}{2a(n - 1)} = \frac{a}{2(n - 1)} .$$

Отсюда получим

$$\frac{2a(n - 1)}{a} = \frac{x}{b} = 0,6 \text{ мкм.}$$

**Ответ:**  $\frac{2a(n - 1)}{a} = 0,6 \text{ мкм.}$

**8.** На поверхности стекла находится тонкая пленка воды. На нее падает свет под углом  $30^\circ$  к нормали. Длина волны света  $0,68 \text{ мкм}$ . Определите скорость, с которой из-за испарения уменьшается толщина пленки, если интенсивность отраженного света меняется так, что промежуток времени между последовательными максимумами равен  $t = 15 \text{ мин}$ . Показатель преломления стекла больше показателя преломления воды, равного  $n = 1,33$ .

### Решение

Рассмотрим волну, направление распространения которой представлено лучом, падающим на пленку под углом (см. рисунок).

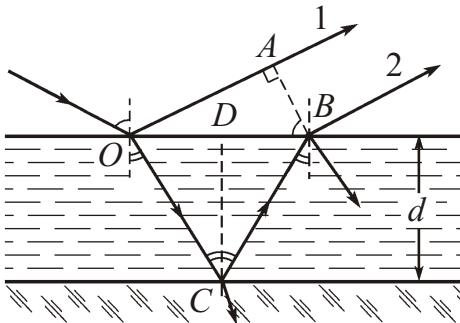


Рис. к задаче №8

Часть падающего света отражается от границы раздела воздух-пленка под углом падения  $\alpha$ , а часть проходит внутрь пленки под углом преломления  $\beta$ , и, в свою очередь, частично отражается от границы раздела пленка-стекло. Волна, отраженная от границы раздела пленка-стекло, выходит в воздух и интерферирует с волной, отраженной от границы раздела воздух-пленка.

При малой толщине пленки эти две волны будут

когерентными и, если их оптическая разность хода равна четному числу длин полуволн (целому числу длин волн)

$$m \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

то свет вследствие интерференции будет максимально усилен, то есть будет наблюдаться интерференционный максимум.

Оптическая разность хода волн равна

$$n L_2 - L_1,$$

где  $L_1$  – длина отрезка  $OA$ ;  $L_2$  – суммарная длина отрезков  $OC$  и  $CB$ .

Поскольку

$$OA = OB \sin \alpha \quad OD \sin \beta; \quad OD = d \tan \beta; \quad OC = CB = \frac{d}{\cos \beta},$$

то

$$L_1 = d \tan \beta \sin \alpha; \quad L_2 = 2 \frac{d}{\cos \beta}; \quad 2 n \frac{d}{\cos \beta} = d \tan \beta \sin \alpha.$$

С учетом закона преломления

$$\sin \alpha = n \sin \beta$$

получим:

$$\frac{2 n d}{\cos \beta} = \frac{2 d \sin \alpha \sin \beta}{\cos \beta} = \frac{2 d (n^2 - \sin^2 \beta)}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}} = 2 d \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}. \quad (2)$$

Так как показатель преломления воздуха меньше показателя преломления пленки, который, в свою очередь, меньше показателя преломления стекла, то в обоих случаях отражение волны происходит от среды оптически более плотной, чем та, в которой идет падающая волна. Поэтому фаза волны, распространяющейся вдоль луча  $O - C - B - 2$ , при отражении в точке  $C$  изменяется на  $\pi$  радиан, и точно так же на  $\pi$  радиан изменяется фаза волны, распространяющейся вдоль луча  $O - 1$ , при отражении света в точке  $O$ . Следовательно, результат интерференции этих волн будет такой же, как если бы никакого изменения фазы ни у той ни у другой волны не было. Поэтому оптическая разность хода рассматриваемых волн определяется соотношением (2) и условие (1) для двух последовательных максимумов можно записать в виде

$$2 d_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta} = m_1; \quad 2 d_2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta} = m_2.$$

Следовательно, скорость, с которой уменьшается толщина пленки,

$$\frac{d_1 - d_2}{t} = \frac{(m_1 - m_2)}{2 t \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{2 t \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}} \text{ мкм/с,}$$

где учтено, что  $m_1 - m_2 = 1$ .

**Ответ:**  $\frac{3 \cdot 10^{-4}}{2 t \sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}}$  мкм/с.

9. Монохроматический свет с длиной волны  $0,55 \text{ мкм}$  от удаленного источника падает нормально на поверхность стеклянного клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, расстояние между соседними максимумами которых на поверхности клина  $x = 0,21 \text{ мм}$ . Определите угол между гранями клина. Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

### Решение

Интерференция в отраженном свете от поверхностей клина может наблюдаться только при малых углах между гранями клина и принципиально ничем не отличается от интерференции в тонких пленках.

Поскольку толщина клина увеличивается по мере удаления от его вершины, то отчетливость интерференционной картины по мере удаления от вершины клина будет ухудшаться и на некотором расстоянии поверхность клина будет освещена равномерно.

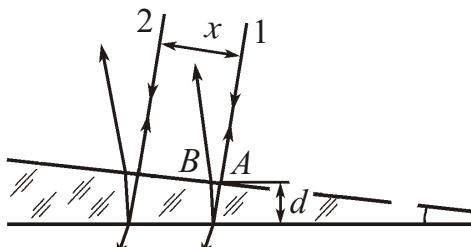


Рис. к задаче №9

Рассмотрим пластинку в виде клина с малым углом между его гранями .

Поскольку свет падает на поверхность клина от удаленного источника, то волны, направления распространения которых представлены лучами 1 и 2 (см. рисунок), можно считать параллельными. Пусть эти волны соответствуют соседним максимумам интерференции, наблюдавшейся в отраженном свете.

Как в пластинке или в пленке (см. решение задачи №8), часть падающего света отражается от поверхности клина, а часть проходит внутрь и частично отражается от границы раздела стекло-воздух. Волна, отраженная от границы раздела стекло-воздух, выходит в воздух и интерферирует с волной, отраженной от границы раздела воздух-стекло. Если оптическая разность хода интерферирующих волн равна четному числу длин полуволн (целому числу длин волн)

$$m (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

то будет наблюдаться интерференционный максимум, если оптическая разность хода равна нечетному числу длин полуволн

$$(2m + 1) \frac{1}{2} (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

то будет наблюдаться интерференционный минимум.

Так как свет падает нормально на поверхность клина и угол мал, то расстояние между точкой  $A$  падения луча 1 и точкой  $B$  выхода этого же луча в воздух после отражения от границы раздела стекло-воздух также мало. Поэтому волны, отраженные от обеих поверхностей клина, интерферируют практически в точке  $A$ .

Чтобы определить оптическую разность хода интерферирующих волн, воспользуемся выражением (2), полученным при решении задачи №8, положив угол падения  $0$ :

$$2d n.$$

Поскольку одна из волн отражается от границы раздела с более плотной средой, то она при отражении меняет фазу на , что эквивалентно изменению оптического пути на  $\frac{1}{2}$ . Следовательно, оптическая разность хода волн

$$2d n - \frac{1}{2}.$$

Для соседних максимумов интерференционной картины, наблюдаемой при наложении волн, распространяющихся вдоль лучей 1 и 2,

$$2d_1n - \frac{\lambda}{2} = m ; \quad 2d_2n - \frac{\lambda}{2} = (m-1) .$$

Отсюда получим

$$2(d_2 - d_1)n = \frac{\lambda}{2} .$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \frac{d_2 - d_1}{x} = \frac{1}{2n - x} ; \quad \frac{1}{2n - x} = 3 .$$

**Ответ:**  $\frac{1}{2n - x} = 3$ .

**10.** Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности  $R = 40$  см соприкасается выпуклой стороной со стеклянной пластинкой. Свет от удаленного монохроматического источника падает нормально на плоскую поверхность линзы. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных колец. Радиус некоторого светлого кольца  $r = 2,5$  мм. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластиинки на  $h = 5$  мкм. Определите радиус этого кольца.

### Решение

Рассмотрим волну, направление распространения которой представлено на рис. 1 лучом 1, падающим на плоскую поверхность линзы перпендикулярно к ней.

В точке  $B$  на границе линзы с воздушным зазором исходная волна разделяется на две части. Одна часть волны отражается, а другая часть после преломления в линзе отражается от пластиинки. Так как радиус кривизны линзы достаточно велик, то можно считать, что после преломления в линзе эта часть волны падает на поверхность пластиинки практически по нормали и отражается по тому же направлению. После отражения от пластиинки волна падает на поверхность линзы и в точке  $B$  интерферирует с волной, отраженной от верхней границы воздушного зазора, пройдя дважды расстояние  $b$  в зазоре между линзой и пластиинкой. При малой величине зазора  $b$  эти две волны будут когерентными.

Поскольку наблюдение интерференции производится в отраженном свете, то для определения оптической разности хода интерферирующих волн необходимо учесть изменения фазы при отражении от границ раздела сред. Так как показатель преломления среды, заполняющей зазор между линзой и пластиинкой (в нашем случае это воздух с  $n = 1$ ), меньше показателей преломления линзы и пластиинки, то отражение части волны в точке  $A$  происходит от границы раздела с оптически более плотной средой. Поэтому фаза волны при отражении изменится на  $\pi$  радиан, что соответствует изменению разности хода на  $\frac{\lambda}{2}$ . Фаза волны, которая отражается в точке  $B$  от границы раздела с менее плотной средой, не изменяется. Следовательно, оптическая разность хода интерферирующих волн

$$2b - \frac{\lambda}{2} .$$

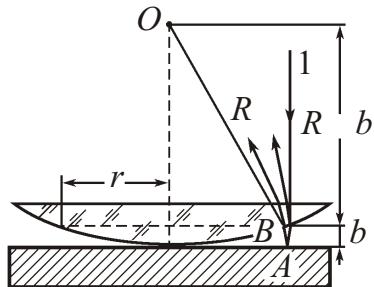


Рис. 1 к задаче №10

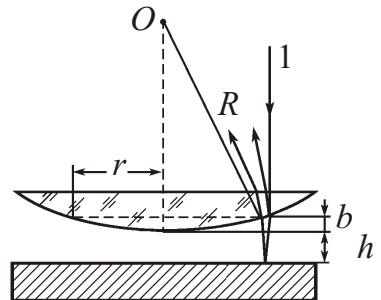


Рис. 2 к задаче №10

Таким образом, условие максимумов интерференционной картины можно записать в виде

$$m ; \quad 2b \frac{1}{2} m \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (1)$$

Из рис. 1 следует, что

$$R^2 - (R - b)^2 = r^2 - R^2 + 2Rb - b^2 = r^2,$$

где  $r$  – радиус кольца, всем точкам которого соответствует одинаковый зазор  $b$ . Ввиду малости  $b$ ,

$$2Rb \approx r^2. \quad (2)$$

Из (1) с учетом (2) находим номер светлого кольца радиуса  $r$ :

$$m = \frac{r^2}{R} = \frac{1}{2}.$$

При перемещении линзы вверх параллельно самой себе на расстояние  $h$  толщина воздушной прослойки станет равной  $(b - h)$  (рис. 2), и выражения (1)–(2) примут вид

$$2(b - h) \frac{1}{2} m ; \quad 2Rb \approx r^2.$$

Следовательно, радиус светлого кольца с номером  $m$  станет равен

$$r = \sqrt{2bR} = \sqrt{[(m - \frac{1}{2}) - 2(h)]R} = \sqrt{r^2 - 2Rh} = 1,5 \text{ мм.}$$

Таким образом, кольца будут стягиваться к центру интерференционной картины. Достигнув центра, каждое кольцо превратится в кружок, исчезающий при дальнейшем перемещении линзы.

**Ответ:**  $r = \sqrt{r^2 - 2Rh} = 1,5 \text{ мм.}$

**11.** Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности  $R = 100$  см соприкасается выпуклой стороной со стеклянной пластинкой. Пространство между линзой и пластинкой заполнено сероуглеродом. Показатели преломления линзы, сероуглерода и пластиинки равны соответственно  $n_1 = 1,5$ ,  $n_2 = 1,63$  и  $n_3 = 1,7$ . Свет с длиной волны  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$  падает нормально на плоскую поверхность линзы. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных колец. Определите радиус пятого темного кольца.

### Решение

На первом этапе решение данной задачи совпадает с решением задачи №10.

Так как зазор между линзой и пластинкой заполняет сероуглерод с показателем преломления  $n_2 = 1,63$ , который больше показателя преломления стекла ( $n_1 = 1,5$ ) и меньше показателя преломления пластиинки ( $n_3 = 1,7$ ), то обе части исходной волны отражаются от границ раздела с оптически более плотной средой. Поэтому фаза каждой волны при отражении изменится на  $\pi$  радиан. Следовательно, результат интерференции этих волн будет такой же, как если бы никакого изменения фазы ни у той ни у другой волны не было. Поэтому оптическая разность хода рассматриваемых волн

$$2b n_2,$$

где учтено, что между линзой и пластинкой находится среда с показателем преломления  $n_2$ .

Условие минимумов интерференционной картины можно записать в виде

$$(2m - 1)\frac{\lambda}{2} ; \quad 2b n_2 = (2m - 1)\frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Поскольку радиус кольца, всем точкам которого соответствует одинаковый зазор  $b$  (см. выражение (2) решения задачи №10), равен

$$r = \sqrt{2 R b},$$

то радиус пятого темного кольца ( $m = 4$ )

$$r_5 = \sqrt{2 R b} = \sqrt{R \frac{(2m-1)\frac{1}{2}}{2n_2}} = \sqrt{\frac{9R}{2n_2}} = 1,18 \text{ мм.}$$

**Ответ:**  $r_5 = \sqrt{\frac{9R}{2n_2}} = 1,18 \text{ мм.}$

**12.** В некоторой точке экрана  $N$  когерентных волн с одинаковыми амплитудой  $A_0$  и частотой  $\omega$  возбуждают колебания одного направления вида

$$A_i = A_0 \cos [\omega t - (i-1)\frac{1}{2}\pi],$$

где  $i$  — номер колебания ( $i = 1, 2, 3, \dots$ );  $\omega$  — разность фаз между  $i$ -м и  $(i-1)$ -м колебаниями. Определите амплитуду результирующего колебания.

### Решение

При многолучевой интерференции когерентных волн амплитуду результирующего колебания проще всего определить с помощью векторной диаграммы.

Для геометрического сложения, например, двух колебаний одного направления и одинаковой частоты от конца первого вектора следует отложить второй вектор, повернутый относительно первого вектора на угол, соответствующий разности фаз между колебаниями. Амплитуда результирующего колебания будет равна длине вектора, соединяющего начало первого вектора с концом второго. Таким же образом можно найти длину результирующего вектора при сложении  $N$  колебаний.

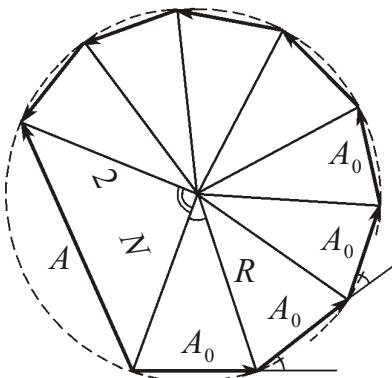


Рис. к задаче №12

Отложим вектор длиной  $A_0$ , от конца которого отложим второй вектор такой же длины  $A_0$ , направленный под углом  $\omega$  относительно первого вектора. Затем от конца второго вектора отложим третий вектор длиной  $A_0$ , направленный под углом  $\omega$  относительно второго вектора, и т. д. Векторы складываемых колебаний образуют часть правильного многоугольника, вписанного в окружность радиусом  $R$  (см. рисунок). Из рисунка следует, что

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} A &= R \sin(\frac{1}{2}\omega); \\ \frac{1}{2} A &= R \sin[\frac{1}{2}(2\pi - N)] = R \sin(\frac{1}{2}N\pi). \end{aligned}$$

Исключив  $R$ , найдем амплитуду результирующего колебания:

$$A = A_0 \frac{\sin(\frac{1}{2}N\pi)}{\sin(\frac{1}{2}\omega)}.$$

**Ответ:**  $A = A_0 \frac{\sin(\frac{1}{2}N\pi)}{\sin(\frac{1}{2}\omega)}$ .

**13.** В интерферометре Рэлея на пути каждой из интерферирующих световых волн с длиной волны  $\lambda = 589 \text{ нм}$  расположены одинаковые трубы с воздухом, длина каждой из которых  $l = 10 \text{ см}$ . Когда воздух в одной трубке заменили аммиаком, интерференционная картина сместилась вверх на  $N = 17$  полос. Определите показатель преломления аммиака, если показатель преломления воздуха  $n = 1,000277$ .

### Решение

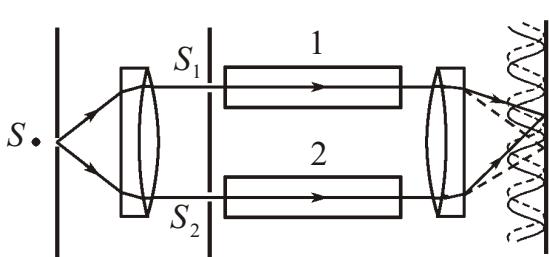


Рис. к задаче №13

В интерферометре Рэлея монохроматическая световая волна от точечного источника  $S$ , находящегося в фокусе левой линзы (см. рисунок), превращается этой линзой в плоскую волну, распространяющуюся параллельно оси системы. Далее, за линзой, располагается диафрагма с двумя симметричными относительно главной оси системы отверстиями вторичными источниками  $S_1$  и  $S_2$ . Волны от источников  $S_1$  и  $S_2$  фокусируются второй линзой на экран  $\mathcal{E}$ , находящийся в ее фокальной плоскости. В результате возникает интерференционная картина из горизонтальных полос.

Когда между линзами находятся одинаковые трубки с воздухом, то нулевой максимум интерференционной картины, соответствующий нулевой разности хода волн, лежит на оси системы (в точке  $O$ ). Если воздух в одной трубке заменить аммиаком, показатель преломления которого  $n$ , то волны получат дополнительную разность хода

$$l(n - n).$$

Поскольку нулевая полоса интерференционной картины сместится вверх на  $N$  полос (в точку  $O'$ ), то это означает, что разность хода волн стала равной

$$N.$$

Следовательно,

$$l(n - n) = N; \quad n = \frac{N}{l} = 1,000377.$$

**Ответ:**  $n = \frac{N}{l} = 1,000377$ .

**14.** В интерферометре Майкельсона используют желтую линию натрия, состоящую из двух компонент с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм. При поступательном перемещении подвижного зеркала интерференционная картина периодически исчезала. Определите величину перемещения зеркала, при котором последовательно появляются наиболее четкие интерференционные картины.

### Решение

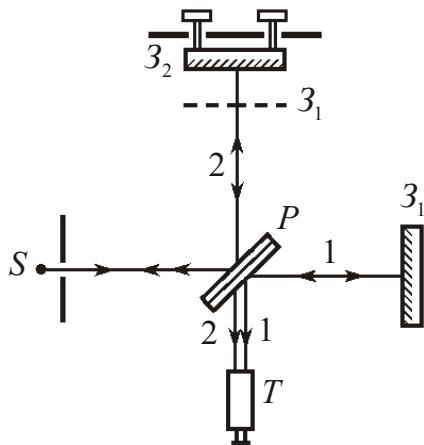


Рис. к задаче №14

В интерферометре Майкельсона (см. рисунок) пластина  $P$  разделяет падающую на нее волну на две волны, представленные лучами 1 и 2, распространяющиеся к зеркалам  $Z_1$  и  $Z_2$  (зеркало  $Z_1$  неподвижно, а зеркало  $Z_2$  можно перемещать поступательно и изменять его наклон).

Волна 1, отразившись от зеркала  $Z_1$ , вторично падает на пластинку  $P$ , где снова разделяется на две части. Одна из них отражается в сторону зрительной трубы  $T$ . Волна 2, после отражения от полупрозрачного слоя серебра в пластинке  $P$ , отражается от зеркала  $Z_2$ , возвращается

к пластинке  $P$ , где разделяется на две части, одна из которых идет в сторону зрительной трубы  $T$ . Таким образом, от одного источника  $S$  получают две когерентные волны примерно одинаковой интенсивности, которые распространяются после разделения пластинкой  $P$  в разных направлениях, затем снова накладываются и создают в фокальной плоскости зрительной трубы интерференционную картину.

Заменим зеркало  $Z_1$  его мнимым изображением  $Z_1'$  в «зеркале» полупрозрачной пластиинки  $P$ . Тогда волны 1 и 2 можно рассматривать как возникающие при отражении от поверхностей прозрачной «пластиинки», ограниченной плоскостями  $Z_1$  и  $Z_2$ . Изменяя положение зеркала  $Z_2$  можно менять толщину «пластиинки».

Чтобы интерференционная картина была четкой, максимумы интерференции волн с длинами  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  должны накладываться друг на друга. Это возможно при выполнении условия

$$m - 1) \lambda_1 = m \lambda_2,$$

где  $m$  некоторое целое число.

При поступательном перемещении зеркала  $Z_2$  расстояние между ним и мнимым изображением  $Z_1'$  зеркала  $Z_1$  будет изменяться. Поэтому интерферирующие волны приобретают дополнительную разность хода

$$2 b,$$

где  $b$  величина перемещения зеркала  $Z_2$ . Условие максимумов интерференции в этом случае

$$m ,$$

где под  $m$  можно понимать как  $\lambda_1$ , так и  $\lambda_2$  (поскольку их различие слишком мало).

Следовательно,

$$m = \frac{1}{2(b - \lambda_1)}; \quad 2 b = m; \quad b = \frac{m}{2} = \frac{\lambda^2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = 0,3 \text{ мм.}$$

**Ответ:**  $b = \frac{\lambda^2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = 0,3 \text{ мм}$ , где  $\lambda_1$  или  $\lambda_2$ .

**15.** При использовании в интерферометре Фабри Перо рассеянного света с длиной волны  $\lambda = 500 \text{ нм}$  в фокальной плоскости линзы наблюдают интерференционную картину в виде системы концентрических колец. Расстояние между зеркалами  $b = 2,5 \text{ см}$ . Определите максимальный порядок интерференции.

#### Решение

В интерферометре Фабри Перо (рис. 1) свет, попадая между зеркалами  $Z_1$  и  $Z_2$ , испытывает многократное отражение. При этом первичная плоская волна разбивается в результате многократных отражений от зеркал на последовательности вторичных плоских волн, отличающихся по амплитуде и сдвинутых по фазе. В результате многолучевой интерференции в фокальной плоскости линзы образуется интерференционная картина, имеющая форму концентрических колец с резкими максимумами.

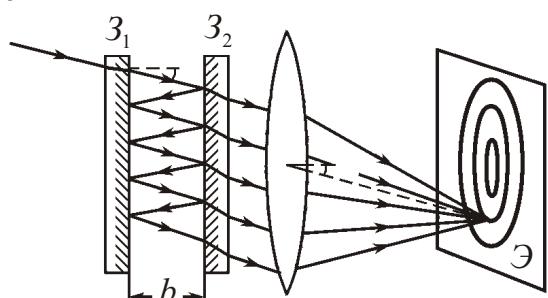


Рис. 1 к задаче №15

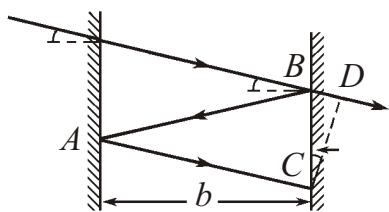


Рис. 2 к задаче №15

Разность хода двух соседних интерферирующих волн, которые образуют с оптической осью линзы угол (рис. 2):

$$(BA - AC) / BD,$$

где  $BA = AC = b/\cos \theta$ ;  $BD = BC \sin \theta = 2b \tan \theta \sin \theta$ ;  $b$  ширина зазора между зеркалами  $Z_1$  и  $Z_2$ . Следовательно,

$$\frac{2b}{\cos \theta} - \frac{2b \sin^2 \theta}{\cos \theta} = 2b \cos \theta$$

Максимумы интенсивности в проходящем свете образуются там, где  $\theta$  составляет целое число длин волн:

$$2b \cos \theta = m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Поскольку

$$|\cos \theta| \leq \frac{m}{2b} \leq 1,$$

то максимальный порядок интерференции

$$m_{\max} = \frac{2b}{\lambda} \approx 10^5,$$

где квадратные скобки означают, что от полученного числового значения надо взять только целую часть.

**Ответ:**  $m_{\max} = \frac{2b}{\lambda} \approx 10^5$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**27.1.** Интерферируют две когерентные световые волны одного направления, но разной интенсивности. Отношение максимальной и минимальной интенсивностей в интерференционной картине равно четырем. Определите отношение интенсивностей волн.

**27.2.** Плоская монохроматическая световая волна распространяется в воздухе в направлении, перпендикулярном экрану. На пути волны перпендикулярно ее распространению поставили плоскопараллельную стеклянную пластинку с показателем преломления  $n = 1,5$ . При какой минимальной толщине пластиинки фаза колебаний, возбуждаемых волной на экране, изменится на  $\pi$ ? Длина волны в воздухе 500 нм.

**27.3.** Два точечных одинаковых когерентных источника света  $S_1$  и  $S_2$  расположены в вакууме на расстоянии  $d = \frac{\lambda}{2}$  друг от друга, где  $\lambda$  длина излучаемых волн. Излучения источников находятся в фазе. Определите углы  $\alpha$  (см. рисунок), в направлении которых интенсивность излучения этой системы максимальна; минимальна. Расстояние до точек наблюдения значительно больше расстояния между источниками.

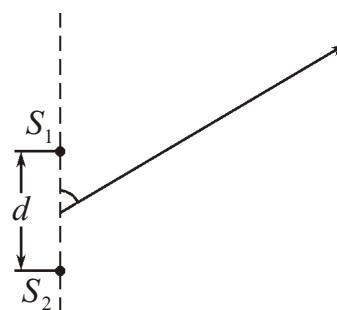


Рис. к задаче №27.3

**27.4.** В опыте Юнга плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими близко расположенными щелями. На экране, расположеннем за диафрагмой, образуется система интерференционных полос. На сколько полос сместится интерференционная картина, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщиной  $h = 12 \text{ мкм}$ ? Длина волны света в вакууме  $600 \text{ нм}$ . Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**27.5.** В установке Ллойда источник монохроматического света расположен на расстоянии  $h = 1 \text{ мм}$  от зеркала. Когда источник немного отодвинули от зеркала, то пятая светлая полоса на экране переместилась на место, первоначально занятое четвертой светлой полосой. На какое расстояние отодвинули источник?

**27.6.** Плоская монохроматическая световая волна падает на бизеркала Френеля, угол между которыми  $= 20^\circ$ . На экране наблюдают интерференционную картину. Определите длину волны света, если ширина интерференционных полос  $x = 0,55 \text{ мм}$ .

**27.7.** Расстояние от бипризмы Френеля до экрана равно  $b = 100 \text{ см}$ . Преломляющий угол призмы  $= 20^\circ$ . Источником света служит ярко освещенная щель  $S$ , расположенная параллельно общей грани призмы. На экране наблюдают интерференционную картину. Определите число возможных максимумов в интерференционной картине, если ширина интерференционных полос  $x = 0,5 \text{ мм}$ . Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**27.8.** Определите минимальную толщину пленки с показателем преломления  $n = 1,33$ , при которой свет с длиной волны  $\lambda_1 = 0,64 \text{ мкм}$  испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны  $\lambda_2 = 0,4 \text{ мкм}$  не отражается совсем. Угол падения света  $= 30^\circ$ .

**27.9.** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,65 \text{ мкм}$  падает на поверхность стеклянного клина под углом  $= 30^\circ$  к нормали. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос. Определите ширину интерференционной полосы. Угол между гранями клина  $= 15^\circ$ . Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**27.10.** Плоско-выпуклая стеклянная линза лежит на стеклянной пластинке, причем из-за попадания пылинки между выпуклой поверхностью линзы и пластинкой нет контакта. Свет с длиной волны  $\lambda$  падает нормально на плоскую поверхность линзы. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных колец. Определите радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если диаметры  $n$ -го и  $m$ -тенных колец равны соответственно  $d_1$  и  $d_2$ .

**27.11.** Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности  $R = 100 \text{ см}$  соприкасается выпуклой стороной со стеклянной пластинкой. Пространство между линзой и пластинкой заполнено водой. Показатели преломления линзы, воды и пластинки равны соответственно  $n_1 = 1,5$ ,  $n_2 = 1,33$  и  $n_3 = 1,7$ . Свет с длиной волны  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$  падает нормально на плоскую поверхность линзы. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных колец. Определите радиус пятого светлого кольца.

**27.12.** В некоторой точке экрана три когерентные волны одинаковой частоты возбуждают колебания одного направления:  $A_1 = A_0 \cos(\omega t)$ ;  $A_2 = 2A_0 \sin(\omega t)$ ;  $A_3 = 1,5A_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{3})$ . Определите амплитуду результирующего колебания.

**27.13.** В интерферометре Рэлея на пути каждой из интерферирующих волн с длиной волны  $\lambda = 589$  нм расположены одинаковые трубы с воздухом, длина каждой из которых  $l = 2$  см. Воздух в одной трубке заменили хлором. Определите, на сколько полос сместились интерференционная картина. Показатель преломления воздуха  $n_1 = 1,000277$ , хлора  $n_2 = 1,000865$ .

**27.14.** В интерферометре Майкельсона используют оранжевую линию ртути, состоящую из двух компонент с длинами волн  $\lambda_1 = 576,97$  нм и  $\lambda_2 = 579,03$  нм. При каком наименьшем порядке интерференции четкость интерференционной картины будет наихудшей?

**27.15.** При использовании в интерферометре Фабри-Перо рассеянного света с длиной волны  $\lambda$  в фокальной плоскости линзы наблюдают интерференционную картину системы концентрических колец. Расстояние между зеркалами равно  $b$ , фокусное расстояние линзы  $F$ . Полагая, что радиусы колец значительно меньше фокусного расстояния линзы, определите радиус  $m$ -го светлого кольца.

## Тесты



Ответ: MM

**6.** Интерферируют две когерентные световые волны одного направления и одинаковой интенсивности  $I$ . Максимальная интенсивность при интерференции этих волн ...

A.  $I_{\max} = I$

Б.  $I_{\max} = \sqrt{2}I$

В.  $I_{\max} = 2I$

Г.  $I_{\max} = 4I$

**7.** Интерферируют две когерентные световые волны одного направления с разными амплитудами  $A_1$  и  $A_2$ . Минимальная интенсивность при интерференции этих волн ...

A.  $I_{\min} = |A_1 - A_2|$

Б.  $I_{\min} = |A_1^2 - A_2^2|$

В.  $I_{\min} = |A_1^2 - A_2^2 - 2A_1A_2|$

Г.  $I_{\min} = |A_1^2 - A_2^2 + 2A_1A_2|$

**8.** На экране наблюдают интерференционную картину от двух когерентных источников света. Как изменится интерференционная картина, если, не изменения расстояния между источниками, отдалить их от экрана?

А. Расстояния между интерференционными полосами увеличатся

Б. Расстояния между интерференционными полосами уменьшатся

В. Ширина интерференционных полос уменьшится

Г. Ничего не изменится

**9.** В воздухе наблюдают интерференционную картину от двух когерентных источников света. Как изменится интерференционная картина, если наблюдения производить в воде, сохраняя все остальные условия опыта неизменными?

А. Расстояния между интерференционными полосами увеличатся

Б. Ширина интерференционных полос увеличится

В. Ширина интерференционных полос уменьшится

Г. Ничего не изменится

**10.** В опыте Юнга плоская монохроматическая световая волна падает на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми равно  $d = 1$  мм. На расстоянии  $l = 3$  м от диафрагмы расположен экран, на котором наблюдают интерференционные полосы шириной  $x = 1,5$  мм. Какова длина волны света?

Ответ: \_\_\_\_\_ нм

**11.** В опыте Юнга плоская монохроматическая световая волна падает на диафрагму с двумя узкими щелями, расстояние между которыми равно  $d = 1,5$  мм. На расстоянии  $l = 60$  см от диафрагмы расположен экран, на котором наблюдают интерференционные полосы. На каком расстоянии от центра интерференционной картины находится пятая светлая полоса? Длина волны света  $= 600$  нм.

А.  $x = 1$  мм

Б.  $x = 1,2$  мм

В.  $x = 1,5$  мм

Г.  $x = 2$  мм

**12.** В опыте Юнга плоская монохроматическая световая волна падает на диафрагму с двумя узкими щелями. На экране наблюдают интерференционные полосы. Расстояние от центра интерференционной картины до третьей темной полосы равно  $x = 6$  мм. Чему равно расстояние между интерференционными полосами?

А.  $x = 1$  мм

Б.  $x = 1,2$  мм

В.  $x = 1,5$  мм

Г.  $x = 2,4$  мм

**13.** В опыте Ллойда источник монохроматического света расположен на расстоянии  $h = 1$  мм от зеркала. На экране, расположенному на расстоянии  $l = 2$  м от источника,

наблюдают интерференционные полосы. Определите ширину интерференционных полос. Длина волны света 600 нм.

- |                         |                       |
|-------------------------|-----------------------|
| А. $x = 0,6 \text{ мм}$ | Б. $x = 1 \text{ мм}$ |
| В. $x = 1,2 \text{ мм}$ | Г. $x = 2 \text{ мм}$ |

14. В опыте Ллойда источник монохроматического света расположен на расстоянии  $h = 1,2 \text{ мм}$  от зеркала. После того, как источник немного отодвинули от плоскости зеркала, четвертая светлая полоса на экране переместилась на место, первоначально занятое третьей светлой полосой. На какое расстояние передвинули источник? Ответ выразите в миллиметрах, умножив на 10.

Ответ: \_\_\_\_\_ мм

15. Какую наименьшую толщину должна иметь пластинка, изготовленная из материала с показателем преломления  $n = 1,54$ , чтобы при ее освещении красным светом с длиной волны 750 нм она в отраженном свете казалась черной? Свет падает перпендикулярно к поверхности пластинки.

- |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| А. $d_{\min} = 0,14 \text{ мкм}$ | Б. $d_{\min} = 0,24 \text{ мкм}$ |
| В. $d_{\min} = 0,36 \text{ мкм}$ | Г. $d_{\min} = 0,48 \text{ мкм}$ |

16. На стеклянную пластинку с показателем преломления  $n = 1,5$  падает белый свет. При какой наименьшей толщине пластинки отраженный свет с длиной волны 600 нм окажется максимально усиленным в результате интерференции? Свет падает перпендикулярно к поверхности пластинки.

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| А. $d_{\min} = 0,1 \text{ мкм}$ | Б. $d_{\min} = 0,3 \text{ мкм}$ |
| В. $d_{\min} = 0,5 \text{ мкм}$ | Г. $d_{\min} = 1 \text{ мкм}$   |

17. Плоская монохроматическая волна падает на мыльную пленку, нанесенную на поверхность стеклянной пластинки, под углом  $30^\circ$  к нормали. При какой минимальной толщине пленки отраженный свет будет максимально ослаблен? Показатель преломления пленки  $n_1 = 1,33$ , показатель преломления стекла  $n_2 = 1,5$ . Длина волны света 600 нм.

- |                                   |                                   |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| А. $d_{\min} = 0,122 \text{ мкм}$ | Б. $d_{\min} = 0,221 \text{ мкм}$ |
| В. $d_{\min} = 0,244 \text{ мкм}$ | Г. $d_{\min} = 0,486 \text{ мкм}$ |

18. В установке с бизеркалами Френеля свет от узкой щели падает на два плоских зеркала, расположенные так, что их отражающие поверхности образуют между собой малый угол  $\theta = 9^\circ$ . Расстояния от линии пересечения зеркал до щели и экрана равны соответственно  $r = 10 \text{ см}$  и  $b = 100 \text{ см}$ . На экране наблюдают интерференционные полосы шириной  $x = 1,1 \text{ мм}$ . Определите длину волны света.

- |           |           |
|-----------|-----------|
| А. 524 нм | Б. 674 нм |
| В. 746 нм | Г. 826 нм |

19. В установке с бизеркалами Френеля (см. рисунок) свет от узкой щели  $S$  падает на два плоских зеркала, расположенные так, что их отражающие поверхности образуют между собой малый угол  $\theta = 9^\circ$ . Расстояния от линии пересечения зеркал  $O$  до щели  $S$  и экрана равны соответственно  $r = 5 \text{ см}$  и  $b = 100 \text{ см}$ . Щель смешили по дуге окружности радиусом

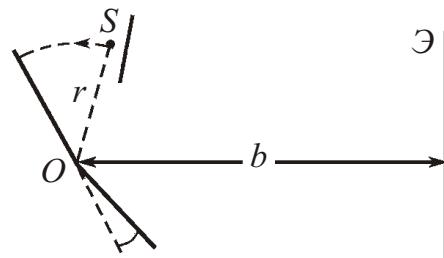


Рис. к тесту №19

диусом  $r$  с центром в точке  $O$  на  $l = 5$  мм. На какое расстояние сместились интерференционная картина на экране?

Ответ: \_\_\_\_\_ см

20. Расстояния от бипризмы Френеля до узкой щели и экрана равны соответственно  $a = 10$  см и  $b = 100$  см. Преломляющий угол призмы  $36^\circ$ . Показатель преломления материала призмы  $n = 1,5$ . На экране наблюдают интерференционные полосы шириной  $x = 0,5$  мм. Определите длину волны света.

- A. 476 нм      Б. 674 нм  
B. 746 нм      Г. 826 нм

21. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны  $R = 40$  см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. Свет с длиной волны  $600$  нм падает нормально на плоскую поверхность линзы. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных колец. Определите радиус шестого светлого кольца.

- A.  $r = 1,15$  мм      Б.  $r = 2,3$  мм  
B.  $r = 3,45$  мм      Г.  $r = 4,6$  мм

22. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны  $R = 100$  см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. Свет падает нормально на плоскую поверхность линзы. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных колец. Радиус пятого темного кольца равен  $r = 1,6$  мм. Определите длину волны света.

- A. 468 нм      Б. 512 нм  
B. 608 нм      Г. 634 нм

23. Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны  $R = 12,5$  см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. Свет падает нормально на плоскую поверхность линзы. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных колец. Диаметры десятого и пятнадцатого темных колец равны  $d_1 = 1$  мм и  $d_2 = 1,5$  мм. Определите длину волны света.

Ответ: \_\_\_\_\_ нм

24. В интерферометре Рэлея на пути каждой из интерферирующих световых волн расположены одинаковые трубы с воздухом, длина каждой трубы  $l = 10$  см. Когда воздух в одной из трубок заменили аммиаком, интерференционная картина сместились на  $N = 20$  полос. Разность показателей преломления аммиака и воздуха  $n = 0,0001$ . Определите длину волны света.

- A. 400 нм      Б. 500 нм  
B. 600 нм      Г. 700 нм

25. В интерферометре Майкельсона используют свет с длиной волны  $500$  нм. При определенном положении зеркал наблюдают четкую интерференционную картину. Подвижное зеркало перемещают поступательно. При какой минимальной величине перемещения зеркала интерференционная картина снова окажется четкой?

- A.  $x_{\min} = 0,1$  мкм      Б.  $x_{\min} = 0,2$  мкм  
B.  $x_{\min} = 0,25$  мкм      Г.  $x_{\min} = 0,5$  мкм

## §28. Дифракция света

Как отмечалось во введении к данному разделу, *дифракцией* называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями (вблизи границ тел, сквозь малые отверстия и т. п.) и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.

Качественно поведение света за препятствием (щелью) может быть объяснено с помощью **принципа Гюйгенса**. Принцип Гюйгенса основан на представлении, что каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, распространяющихся от нее во все стороны, и результирующую волну можно рассматривать как наложение вторичных волн.

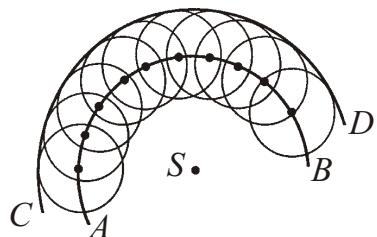


Рис. 28.1

В качестве примера применения принципа Гюйгенса рассмотрим волновой фронт  $AB$  (напомним, *волновым фронтом* называется геометрическое место точек, до которых дошли колебания к данному моменту времени, то есть это поверхность, отделяющая часть пространства, уже вовлеченнную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли), распространяющийся от источника  $S$  (рис. 28.1). Будем считать, что скорость волн одинакова по всем направлениям (то есть среда *изотропна*).

Чтобы найти положение волнового фронта спустя короткий промежуток времени  $dt$  после того, как он занимал положение  $AB$ , проведем окружности радиусом  $r = dt$ . Центры этих окружностей лежат на исходном волновом фронте  $AB$ , а сами окружности представляют собой *элементарные волны Гюйгенса*. Огибающая этих элементарных волн – линия  $CD$  – определяет новое положение волнового фронта.

Принцип Гюйгенса наглядно показывает как движется волновой фронт, который строится на огибающих вторичных волн. При этом остается необъясенным, почему при распространении света не возникает обратная волна. Кроме того, принцип Гюйгенса не дает никаких сведений об амплитуде, а, следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся в различных направлениях. Френель дополнил принцип Гюйгенса об огибающей вторичных волн положением, согласно которому вторичные волны когерентны и при наложении интерферируют друг с другом. Тем самым становится понятным, по крайней мере качественно, отсутствие обратной волны: вторичные волны, идущие от волнового фронта вперед, вступают в свободное от возмущений пространство и усиливаются, интерферируя друг с другом; волны, идущие назад, вступают в область пространства, где уже есть волновое возмущение – прямая волна, – которую они гасят.

Согласно **принципу Гюйгенса – Френеля**, если окружить источник света произвольной замкнутой поверхностью  $S$ , то каждый элемент  $dS$  такой поверхности можно рассматривать как источник вторичной сферической волны, распространяющейся во всех направлениях. При этом амплитуда вторичной волны пропорциональна площади элемента  $dS$  и убывает с расстоянием  $r$  от источника вторичной волны до точки  $P$ , лежащей перед этой поверхностью, по закону

$$dE = K(\phi) \frac{A}{r} \cos(\phi - kr) dS, \quad (28.1)$$

где  $A$  – амплитуда колебаний светового вектора в том месте, где находится элемент  $dS$ ;  $(\phi - kr)$  – фаза первичной волны на элементе  $dS$ ;  $K(\phi)$  – коэффициент, зависящий от угла между направлением волнового вектора  $\vec{k}$  первичной волны на элементе  $dS$  и направлением от него к точке  $P$  (рис. 28.2). С увеличением угла от нуля до  $\frac{\pi}{2}$  коэффициент  $K(\phi)$  монотонно убывает от 1 до 0. Очевидно, если в качестве поверхности  $S$  рассматривать одну из волновых поверхностей первичной волны, то направление волнового вектора  $\vec{k}$  будет совпадать с направлением нормали  $\vec{n}$  к элементу поверхности  $dS$ .

Результирующая амплитуда колебаний в точке  $P$  представляет собой суперпозицию колебаний (28.1):

$$\int_S dE = \int_S K(\phi) \frac{A}{r} \cos(\phi - kr) dS, \quad (28.2)$$

где интеграл берется по всей поверхности  $S$ , а вторичные волны от каждого элемента  $dS$  предполагаются когерентными, поскольку они возбуждаются одним и тем же источником первичной волны.

Между интерференцией и дифракцией света нет существенного физического различия: то и другое заключается в перераспределении интенсивности света в результате наложения волн. Если рассматриваются волны, возбуждаемые дискретными источниками, то говорят об интерференции, если же источники расположены непрерывно – то о дифракции.

В зависимости от способа наблюдения дифракционной картины различают два вида дифракции. Если лучи, вдоль которых распространяются волны, падающие на преграду, и лучи, идущие к экрану, практически параллельны, то говорят о *дифракции в параллельных лучах*, или о *дифракции Фраунгофера*. Если экран расположен вблизи преграды и в точку наблюдения приходят лучи, идущие под разными углами, то имеет место *дифракция Френеля*.

### 28.1. Зоны Френеля

Вычисление амплитуды результирующего колебания по формуле (28.2) представляет собой очень трудную задачу. Однако в случаях, отличающихся симметрией, это может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрическим суммированием.

Пусть световая волна от точечного источника  $S$  распространяется в однородной и изотропной среде. При этом волновые поверхности будут представлять собой концентрические сферы.

Рассмотрим две волны, распространяющиеся от волновой поверхности радиусом  $a$  к точке  $P$ , находящейся от нее на расстоянии  $b$ : от точки  $O$  и от точки  $A$ , причем  $OA = a$  и  $OA = b$  (рис. 28.3).

Оптическая разность хода этих волн

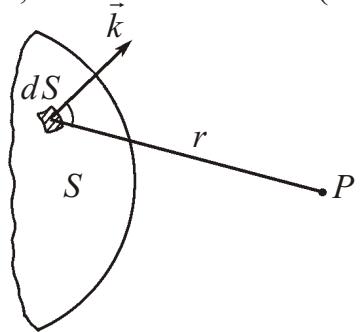


Рис. 28.2

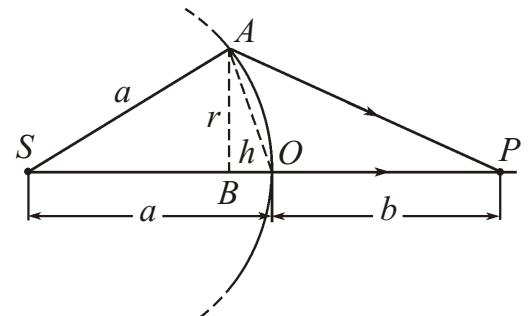


Рис. 28.3

$$AP = OP,$$

где

$$AP = \sqrt{AB^2 - BP^2} = \sqrt{AB^2 - (BO - OP)^2} = \sqrt{r^2 - (h - b)^2}; \quad OP = b.$$

Здесь  $r = AB$  – радиус границы сферического сегмента волновой поверхности;  $h = BO$  – высота этого сферического сегмента:

$$h = SO = SB = SO = \sqrt{SA^2 - AB^2} = a = \sqrt{a^2 - r^2} = a \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}}.$$

Используя приближенное равенство  $(1 - x) \approx 1 - x$  при малых  $x = r^2/a^2$ , получим

$$h = a \cdot \sqrt{1 - \frac{r^2}{2a^2}} \approx \frac{r^2}{2a}.$$

Следовательно,

$$\sqrt{r^2 - (h - b)^2} = b = \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{2a} - b^2} = b = \sqrt{r^2 - b^2 - \frac{r^2}{2ab} - 1} = b.$$

Дважды используем указанное выше приближенное равенство при малых  $r$ :

$$\sqrt{r^2 - b^2 - \frac{r^2}{ab} - 1} = b = \sqrt{r^2 - \frac{br^2}{a} - b^2} = b = b \sqrt{\frac{(a - b)r^2}{ab^2} - 1} = b;$$

$$b = \frac{(a - b)r^2}{2ab^2} = 1 = b = \frac{(a - b)r^2}{2ab}.$$

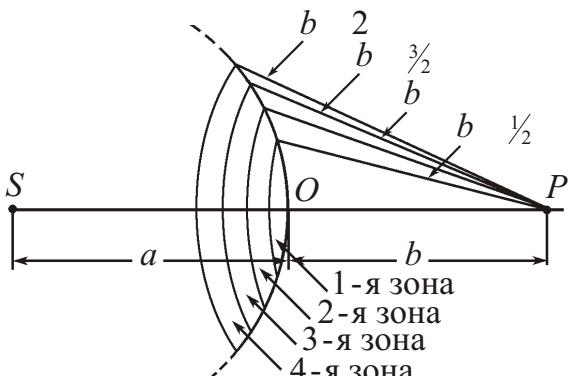


Рис. 28.4

Радиусы внешних границ зон Френеля:

$$\frac{1}{2} \frac{(a - b)r_1^2}{2ab}; \quad r_1 = \sqrt{\frac{ab}{a - b}};$$

$$\frac{1}{2} \frac{(a - b)r_2^2}{2ab}; \quad r_2 = \sqrt{\frac{ab}{a - b} 2};$$

$$\frac{3}{2} \frac{(a - b)r_3^2}{2ab}; \quad r_3 = \sqrt{\frac{ab}{a - b} 3},$$

и т. д. Следовательно, радиус внешней границы произвольной  $m$ -й зоны

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a - b} m} \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (28.3)$$

Площадь  $m$ -й зоны

$$S_m = S_m - S_{m-1},$$

где  $S_m$  и  $S_{m-1}$  – площади сферических сегментов, выделяемых внешними границами  $m$ -й и  $(m-1)$ -й зон:

$$S_m = 2\pi a h_m; \quad S_{m-1} = 2\pi a h_{m-1}.$$

Поскольку высоты  $h_m$  и  $h_{m-1}$  соответствующих сегментов равны

$$h_m = \frac{r_m^2}{2a}; \quad h_{m-1} = \frac{r_{m-1}^2}{2a},$$

то с учетом (28.3):

$$S_m = 2\pi a (h_m - h_{m-1}) = (r_m^2 - r_{m-1}^2) = \frac{\pi ab}{a-b} [m - (m-1)] = \frac{\pi ab}{a-b}.$$

Полученное выражение не зависит от значения  $m$ . Это означает, что площади зон Френеля одинаковы.

Расстояние от краев зон до точки  $P$  медленно растет с номером зоны. Угол между нормалью к элементам зоны и направлением на точку  $P$  также растет. Это означает, что амплитуда  $A_m$  колебания, возбуждаемого  $m$ -й зоной в точке  $P$ , монотонно убывает с ростом  $m$ :

$$A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad \dots \quad A_{m-1} \quad A_m \quad A_{m+1} \quad \dots$$

Поскольку оптические разности хода волн от краев соседних зон будут различаться на  $\lambda/2$ , то соответствующие волны будут в противофазе. Поэтому амплитуда колебаний в точке  $P$  может быть представлена в виде

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + \dots, \quad (28.4)$$

или

$$A = \frac{A_1}{2} + \frac{A_1}{2} + A_2 + \frac{A_3}{2} + \frac{A_3}{2} + A_4 + \frac{A_5}{2} + \dots \quad (28.5)$$

Вследствие монотонного убывания  $A_m$

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m-1}}{2}.$$

Следовательно,

$$A = \frac{1}{2} A_1. \quad (28.6)$$

Согласно (28.6) амплитуда результирующего колебания, созданная в некоторой точке  $P$  всей сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой лишь одной первой зоной Френеля. Таким образом, если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только первую зону Френеля, амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  будет равна  $A_1$ , то есть в два раза больше амплитуды (28.6). Соответственно интенсивность результирующего колебания в точке  $P$  будет в этом случае в четыре раза больше, чем в отсутствие преграды.

Решим задачу о распространении света от источника  $S$  к точке  $P$  методом графического сложения амплитуд. Для этого разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны, аналогичные зонам Френеля, но гораздо меньшие по ширине. Колебание, создаваемое в точке  $P$  такой зоной, изобразим в виде вектора, а колебание от следующей зоны представим в виде такого же вектора, направленного по отношению к предыдущему под некоторым углом, соответствующим сдвигу по фазе. Поскольку амплитуда колебаний, создаваемых такими зонами, убывает при переходе от

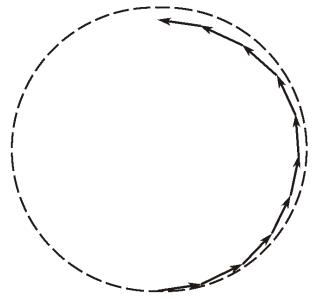


Рис. 28.5

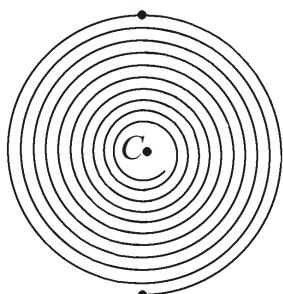
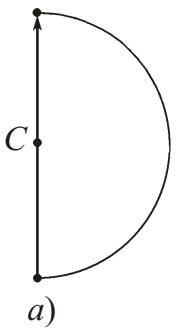


Рис. 28.6



зоны к зоне и каждое колебание отстает по фазе от предыдущего на малую величину, то векторная диаграмма от любой из зон Френеля будет иметь вид, показанный на рис. 28.5.

В пределе при стремлении ширины кольцевых зон к нулю (при этом их число будет неограниченно возрастать) векторная диаграмма примет вид спирали, закручивающейся к точке  $C$  (рис. 28.6). Фазы колебаний в точках, отмеченных на рисунке, различаются на

(так как бесконечно малые векторы, образующие спираль в этих точках, направлены в противоположные стороны). Следовательно, внешний участок спирали, заключенный между этими точками, соответствует первой зоне Френеля. Вектор, соединяющий эти точки, изображает амплитуду колебания, возбуждаемого в точке  $P$  первой зоной (рис. 28.7,  $a$ ). На рис. 28.7,  $b$  представлена диаграмма от первых двух зон Френеля, а на рис. 28.7,  $c$  – от двух с половиной зон.

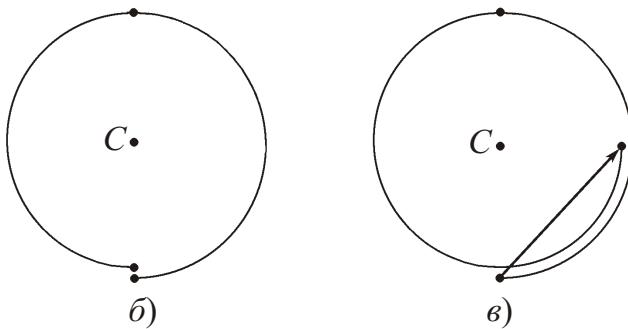


Рис. 28.7

Таким образом, амплитуда колебаний и интенсивность света в точке  $P$  по мере увеличения радиуса отверстия изменяются немонотонно. Пока открывается первая зона Френеля, амплитуда колебаний в точке  $P$  увеличивается и достигает максимума при полностью открытой зоне. Но по мере открывания второй зоны Френеля амплитуда колебаний в точке  $P$  убывает и при полностью открытых первых двух зонах уменьшается почти до нуля (что особенно неожиданно, поскольку световой поток увеличился). Затем амплитуда увеличивается снова.

То же самое будет наблюдаться, если вместо увеличения радиуса отверстия приближать к нему точку наблюдения – при этом число открытых зон Френеля будет увеличиваться.

Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе, вследствие чего взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути света пластинку, которая перекрывала бы все четные или нечетные зоны, то интенсивность света в точке  $P$  резко возрастет. Такая пластина называется *амплитудной зонной пластинкой*. Еще большего эффекта можно достичь, не перекрывая четные (или нечетные) зоны, а изменяя фазу их колебаний на  $\pi$ . Это можно осуществить с помощью прозрачной пластины, толщина которой в местах, соответствующих четным или нечетным зонам, обеспечивает необходимый сдвиг фаз колебаний. Такая пластина назы-

вается *фазовой зонной пластинкой* и по сравнению с амплитудной дает дополнительное увеличение амплитуды в два раза, а интенсивности – в четыре.

Метод зон Френеля позволяет с достаточной точностью определить распределение интенсивности при дифракции, если размеры отверстий или препятствий не слишком малы (по сравнению с длиной волны света). Однако метод Френеля дает неправильное значение фазы результирующего колебания. Для полностью открытой волновой поверхности расчетное значение фазы отличается от действительного на  $\frac{1}{2}$ . Это хорошо видно из рис. 28.6. Направление спирали в ее начале дает в точке наблюдения фазу колебаний от центрального элемента первой зоны. Это и есть то значение фазы, которое соответствует действительности. Результирующий же вектор от полностью открытой волновой поверхности повернут на  $\frac{1}{2}$  против часовой стрелки, то есть отстает по фазе на  $\frac{1}{2}$ .

Рассмотрим дифракцию Френеля от простейших преград.

### 1. Дифракция на круглом отверстии

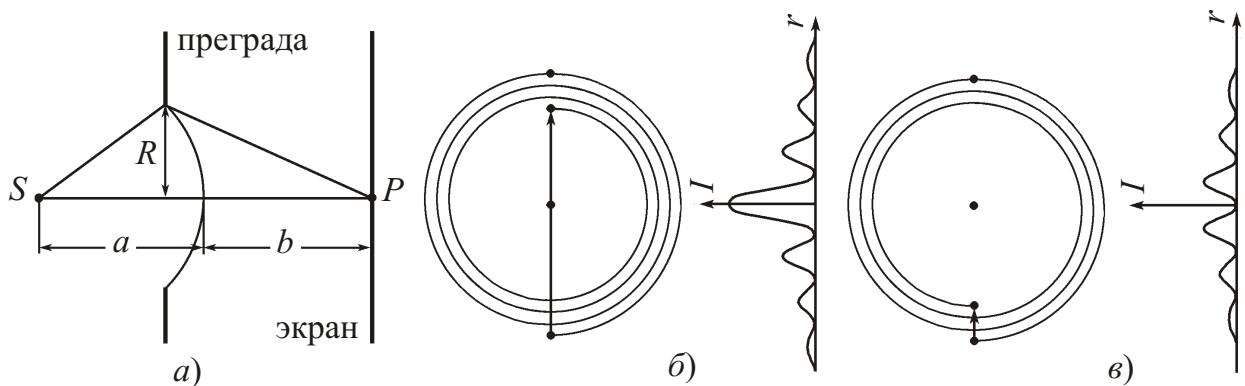


Рис. 28.8

Поместим на пути сферической световой волны преграду с круглым отверстием радиусом  $R$ , расположив ее так, чтобы перпендикуляр, опущенный из источника света  $S$ , попал в центр отверстия (рис. 28.8, a). На продолжении этого перпендикуляра на экране, расположенном параллельно преграде, возьмем точку  $P$ .

При радиусе отверстия, значительно меньшем, чем расстояние  $a$  от источника света до преграды и расстояние  $b$  от преграды до экрана, на экране будет наблюдаться дифракционная картина. Если расстояния  $a$  и  $b$  удовлетворяют соотношению

$$R \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m$$

(где  $m$  – целое число), то отверстие оставит открытыми ровно  $m$  первых зон Френеля:

$$m \quad \frac{R^2}{a+b} \quad \frac{1}{a} \quad \frac{1}{b} \quad .$$

Согласно (28.4)

$$A \quad A_1 \quad A_2 \quad A_3 \quad A_4 \quad \dots \quad A_m, \quad (28.7)$$

где перед слагаемым  $A_m$  берется знак «плюс» – если  $m$  нечетное и «минус» – если  $m$  четное.

Представив (28.7) в виде, аналогичном (28.5), получим:

$$A \quad \frac{A_1}{2} \quad \frac{A_m}{2}, \text{ если } m \text{ нечетное; } \quad A \quad \frac{A_1}{2} \quad \frac{A_{m-1}}{2} \quad A_m, \text{ если } m \text{ четное.}$$

Поскольку амплитуды колебаний от двух соседних зон практически одинаковы, то  $\frac{1}{2}A_{m-1} - A_m + \frac{1}{2}A_m$ . Следовательно,

$$A = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2},$$

где знак «плюс» берется при нечетных, а «минус» — при четных  $m$ .

Для малых  $m$  амплитуда  $A_m$  мало отличается от  $A_1$ . Следовательно, при нечетных  $m$  амплитуда колебаний в точке  $P$  будет приближенно равна  $A_1$ , при четных  $m$  — нулю. Этот результат легко получить с помощью векторных диаграмм, изображенных на рис. 28.8, б и в.

Метод зон Френеля позволяет сравнительно просто определить интенсивность света только в точке, лежащей на оси круглого отверстия. Расчет распределения интенсивности для всей дифракционной картины значительно сложнее. Вся картина будет представлять собой чередующиеся светлые и темные кольца, плавно переходящие друг в друга.

## 2. Дифракция на диске

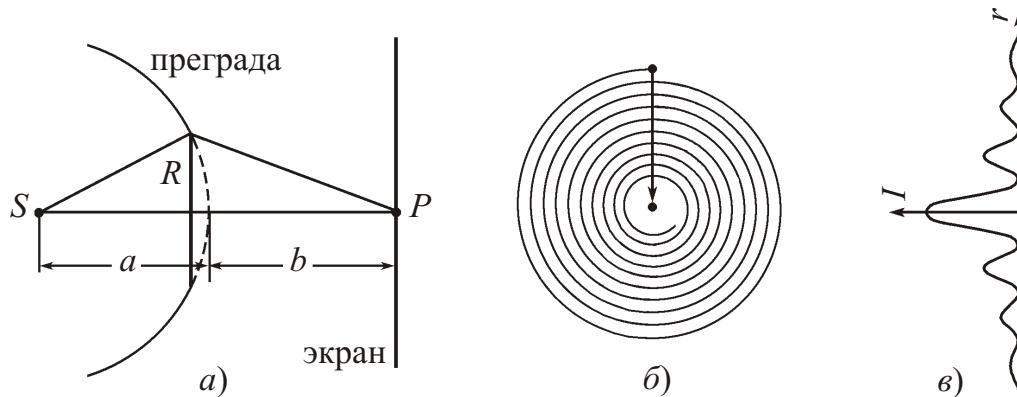


Рис. 28.9

Поместим между источником света  $S$  и экраном непрозрачный диск радиусом  $R$ , расположенный параллельно экрану. На продолжении перпендикуляра, опущенного от источника света в центр диска, на экране возьмем точку  $P$  (рис. 28.9, а).

Если диск закроет  $m$  первых зон Френеля, амплитуда колебаний в точке  $P$  будет равна

$$A = A_{m-1} - A_{m-2} + A_{m-3} - \dots - \frac{A_{m-1}}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-3}}{2} - \dots$$

Вследствие монотонного убывания  $A_m$  выражение в скобках можно положить равным нулю. Следовательно,

$$A = \frac{A_{m-1}}{2}.$$

Очевидно, при небольшом числе  $m$  закрытых зон амплитуда  $A_{m-1}$  мало отличается от  $A_1$ . Поэтому интенсивность колебаний в точке  $P$  будет почти такая же, как в отсутствие преграды (рис. 28.9, б, в).

В случае непрозрачного диска дифракционная картина будет иметь вид чередующихся светлых и темных концентрических колец. В центре картины в любом случае будет находиться светлое пятно. Его часто называют *пятном Пуассона* (Пуассон первым заметил, что из теории Френеля следовал «нелепый» вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим диском, должно находиться светлое пятно).

## 28.2. Дифракция Фраунгофера на щели

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на узкую щель шириной  $b$  (рис. 28.10), за которой на достаточно большом расстоянии находится экран. Для наблюдения дифракции поместим между щелью и экраном собирающую линзу так, чтобы экран оказался в ее фокальной плоскости.

Мысленно разобьем щель она же открыта часть волновой поверхности на  $N$  одинаковых по ширине элементарных зон шириной  $b/N$ , параллельных краям щели. Согласно принципу Гюйгенса – Френеля каждая такая зона будет источником вторичных волн. Рассмотрим интерференцию вторичных волн, идущих от различных элементарных зон в направлении, определяемом некоторым углом .

Колебания, возбуждаемые в точке  $P$  вторичными волнами от каждой элементарной зоны, имеют одинаковую амплитуду, обратно пропорциональную числу зон:

$$A_0 / N,$$

где учтено, что линза собирает на экране плоские волны (поэтому множитель  $1/r$  в выражении для амплитуды отсутствует), и рассматриваются малые углы .

Согласно принципу Ферма свет распространяется по пути, оптическая длина которого минимальна. Поэтому оптические пути вторичных волн от плоскости  $AB$  до точки  $P$  *таухотронны* (то есть время их прохождения одинаково), и разность фаз возникает только на участке от щели до плоскости  $AB$ . Очевидно, при этом разности фаз между колебаниями, возбуждаемыми в точке  $P$  вторичными волнами от соседних элементарных зон, будут одинаковыми. Поэтому при графическом сложении амплитуд мы получим цепочку равных по длине векторов  $\vec{A}_0$ , повернутых относительно друг друга на один и тот же угол, а амплитуда результирующего колебания изображается вектором  $\vec{A}$  хордой дуги окружности с центром в точке  $C$  (рис. 28.11).

Если разность хода волн от краев щели составит , то их разность фаз в точке  $P$  будет равна 2 . При этом цепочка окажется замкнутой и амплитуда результирующего колебания будет равной нулю. Очевидно, амплитуда результирующего колебания обращается в нуль и тогда, когда разность фаз волн от краев щели равна 2  $k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$

Так как разность хода волн, идущих от краев щели, равна  $b \sin$  , а разность фаз связана с оптической разностью хода соотношением (см. (27.3))

$$\frac{2}{\lambda} ,$$

то условие *минимумов интенсивности* результирующего колебания в точке  $P$

$$b \sin k \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (28.8)$$

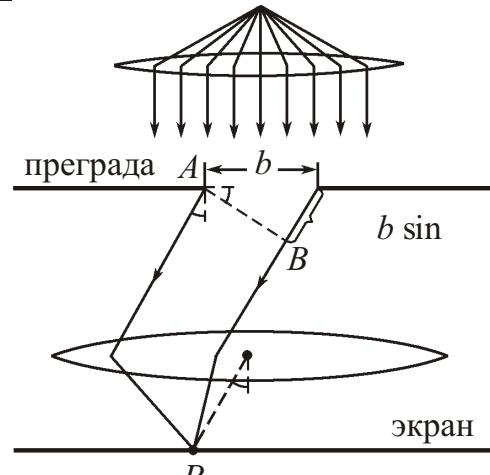


Рис. 28.10

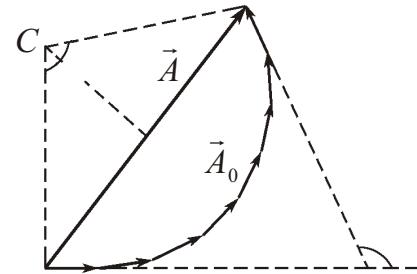


Рис. 28.11

К этому же результату можно прийти, рассмотрев многолучевую интерференцию  $N$  когерентных волн с одинаковой амплитудой  $A_0$ .  $A_0/N$ , если фаза каждой волны сдвинута относительно фазы предыдущей на одну и ту же величину

$$\frac{2}{N} \frac{b}{\lambda} \sin$$

где разность хода волн от краев соседних элементарных зон,

$$\frac{b}{N} \sin$$

Для нахождения амплитуды  $A$  результирующего колебания в точке  $P$  воспользуемся формулой (27.16) многолучевой интерференции:

$$A = A_0 \frac{\sin(\frac{1}{2}N)}{\sin(\frac{1}{2})} \frac{A_0}{N} \frac{\sin[(b/\lambda) \sin]}{\sin[(b/N) \sin]}. \quad (28.9)$$

Амплитуда  $A$  зависит от числа  $N$  элементарных зон. В пределе при  $N \rightarrow \infty$  аргумент синуса в знаменателе (28.9) мал, и синус можно заменить самим углом:

$$A = \lim_{N \rightarrow \infty} A = A_0 \frac{\sin[(b/\lambda) \sin]}{(b/\lambda) \sin}. \quad (28.10)$$

При  $\sin \neq 0$  дробь в выражении (28.10) стремится к единице (в этом легко убедиться, раскрыв неопределенность по правилу Лопитала). Следовательно, коэффициент  $A_0$  есть амплитуда колебаний в середине дифракционной картины (напротив центра линзы).

В формулах (28.9) и (28.10) индекс  $\lambda$  указывает на то, что рассматриваются волны, распространяющиеся под углом  $\lambda$  к нормали.

Интенсивность  $I$  результирующего колебания в точке  $P$

$$I = A^2 = A_0^2 \frac{\sin^2[(b/\lambda) \sin]}{(b/\lambda)^2 \sin^2} = I_0 \frac{\sin^2[(b/\lambda) \sin]}{(b/\lambda)^2 \sin^2}. \quad (28.11)$$

Из (28.11) следует, что при значениях  $\sin = 0$ , удовлетворяющих условию

$$(b/\lambda) \sin = k\pi, \quad \text{или} \quad b \sin = k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (28.12)$$

интенсивность света в точке  $P$  обращается в нуль. Таким образом, условие (28.12), которое совпадает с выражением (28.8), определяет положения минимумов интенсивности дифракционной картины.

На рис. 28.12 представлен график зависимости  $I(\sin)$ .

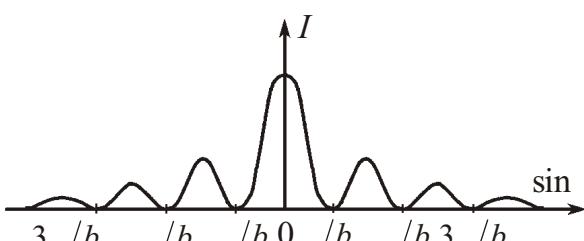


Рис. 28.12

Краям центрального максимума соответствуют значения угла  $\lambda$ , синус которого равен  $b/\lambda$ . Следовательно, угловая ширина центрального максимума

$$\arcsin(b/\lambda).$$

Из (28.12) следует, что

$$\sin \frac{k\pi}{b}.$$

Так как  $|\sin| \leq 1$ , то  $k \leq b/\lambda$ . Таким образом, количество минимумов интенсивности определяется отношением ширины щели  $b$  к длине волны  $\lambda$ . При ширине щели, меньшей длины волны, минимумов вообще не возникает: интенсивность света монотонно убывает от середины дифракционной картины к ее краям.

### 28.3. Дифракционная решетка

Рассмотрим теперь дифракцию на так называемой *дифракционной решетке*, состоящей из большого числа параллельных щелей, расположенных на равных расстояниях  $d$  (*период решетки*) друг от друга. Дифракционные решетки обычно изготавливают нанося на стекло очень тонкие линии алмазным резцом; промежутки между штрихами служат щелями. Существуют также отражательные решетки, в которых штрихи наносят на металлическую поверхность: здесь дифракцию наблюдают в отраженном свете.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на дифракционную решетку с периодом  $d$  (рис. 28.13), за которой находится экран. Для наблюдения дифракции поместим между решеткой и экраном собирающую линзу так, чтобы экран оказался в ее фокальной плоскости.

Каждая из щелей будет давать на экране дифракционную картину, описываемую кривой, изображенной на рис. 28.12. При отсутствии когерентности такие картины от всех щелей накладывались бы друг на друга, независимо от их положения. Интенсивности при этом складывались бы, и на экране мы получили бы дифракционную картину как от одной щели, но усиленную в  $N$  раз, где  $N$  – число щелей.

Если длина пространственной когерентности (ширина когерентности) падающей волны намного превышает длину решетки, то колебания от всех щелей будут когерентными. В этом случае волны от всех щелей будут интерферировать друг с другом и дифракционная существенно изменится.

Результирующее колебание в точке  $P$  будет являться суперпозицией  $N$  колебаний с одинаковыми амплитудами  $A$ , сдвинутых друг относительно друга по фазе на угол  $\pi$ . Согласно (27.15) интенсивность результирующего колебания, создаваемого решеткой,

$$I_{\text{реш}} = I_0 \frac{\sin^2(\frac{1}{2}N\pi)}{\sin^2(\frac{1}{2}\pi)}, \quad (28.13)$$

где роль  $I_0$  играет  $I$  – интенсивность колебания в точке  $P$ , создаваемая одной щелью.

Из рис. 28.13 видно, что разность хода волн, идущих от соседних щелей,  $d \sin \theta$ .

Следовательно, разность фаз колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  соседними щелями,

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{2\pi}{c} d \sin \theta. \quad (28.14)$$

Интенсивность  $I$  колебания в точке  $P$ , создаваемая одной щелью (см. (28.11)),

$$I = I_0 \frac{\sin^2[(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{2\pi}{c} d \sin \theta)]}{(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{2\pi}{c} d \sin \theta)^2}. \quad (28.15)$$

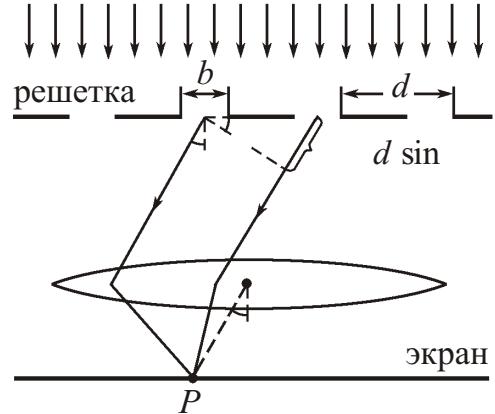


Рис. 28.13

С учетом (28.14) (28.15) выражение (28.13) примет вид

$$I_{\text{реш}} = I_0 \frac{\sin^2 [(\frac{b}{\lambda}) \sin \theta] \sin^2 [(\frac{N d}{\lambda}) \sin \theta]}{(\frac{b}{\lambda})^2 \sin^2 \theta} \frac{\sin^2 [(\frac{d}{\lambda}) \sin \theta]}{\sin^2 [(\frac{N d}{\lambda}) \sin \theta]}, \quad (28.16)$$

где  $I_0$  – интенсивность колебания, создаваемая одной щелью в середине дифракционной картины (напротив центра линзы)

Первый множитель в (28.16) обращается в нуль в точках, для которых

$$b \sin \theta = k \pi \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (28.17)$$

В этих точках интенсивность, создаваемая каждой из щелей в отдельности, равна нулю (см. условие (28.12)).

Второй множитель в (28.16) принимает значение  $N^2$  (см. (27.17)) в точках, удовлетворяющих условию

$$d \sin \theta = m \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (28.18)$$

Для направлений, определяемых этим условием, колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга, вследствие чего интенсивность колебаний в соответствующей точке экрана равна

$$I_{\max} = N^2 I_0. \quad (28.19)$$

Условие (28.18) определяет положения максимумов интенсивности, называемых *главными*. При этом число  $m$  называется *порядком главного максимума*.

В направлениях, определяемых выражением (20.18), излучения от всех щелей решетки приходят в точку наблюдения в одинаковых фазах и поэтому усиливают друг друга. Однако в таких направлениях при отдельных значениях  $m$  максимумы могут и не возникнуть: это бывает, если направления на дифракционные максимумы совпадают с направлениями на минимумы от одной щели. Например, при  $d = 2b$  все главные максимумы четных порядков не появятся – условия появления главных максимумов четных порядков совпадают с условиями минимумов на щели.

Кроме минимумов, определяемых условием (28.17), в промежутках между соседними главными максимумами имеется ( $N - 1$ ) добавочных минимумов. Они возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей гасят друг друга.

Воспользуемся еще раз формулой (27.16) для амплитуды результирующего колебания при многолучевой интерференции от  $N$  одинаковых источников, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга:

$$A = A_0 \frac{\sin(\frac{1}{2}N\pi)}{\sin(\frac{1}{2}\pi)}. \quad (28.20)$$

Выражение (28.20) обращается в нуль, если  $\sin(\frac{1}{2}N\pi) = 0$ , а  $\sin(\frac{1}{2}\pi) = 0$ , то есть при

$$\frac{1}{2}N\pi = k\pi \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots); \quad \frac{1}{2}\pi = k\pi \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

Отсюда следует, что  $k = kN$ .

Таким образом, амплитуда и интенсивность результирующего колебания будут равны нулю при условии

$$d \sin \theta = m \pi \quad \frac{k}{N}, \quad (28.21)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots; k = 1, 2, 3, \dots$ , кроме  $N, 2N, 3N, \dots$

Выражение (28.21) определяет положение добавочных минимумов интенсивности.

На рис. 28.14 представлен график функции (28.16) для  $N = 4$  и  $d/b = 3$ . При таком соотношении постоянной решетки  $d$  и ширины щели  $b$  максимумы 3-го, 6-го и т. д. порядков приходятся на минимумы интенсивности от одной щели, вследствие чего пропадают. Штриховая линия, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на  $N^2$ .

Из (28.18) следует, что  $\sin m \pi /d$ . Поскольку  $|\sin | \leq 1$ , то количество наблюдаемых главных максимумов определяется отношением периода решетки к длине волны света:

$$m_{\max} = \frac{d}{\lambda},$$

где квадратные скобки означают, что от полученного числового значения надо взять только целую часть.

Если свет, падающий на дифракционную решетку, не монохроматичен, а содержит две или больше длин волн, то во всех порядках (кроме  $m = 0$ ) для каждой длины волны максимумы будут возникать под своим углом. Например, если на решетку падает белый свет, то центральный максимум будет представлять собой светлую полосу, а во всех остальных порядках будет наблюдаться радужное цветное размытие по некоторому диапазону углов. Картину, получаемую при разложения света на составляющие, соответствующие различным длинам волн, называют *спектром*. Поэтому дифракционную решетку часто называют *спектральным прибором*. Дифракционные решетки служат для измерения длин волн света и используются в приборах (спектроскопах) для разделения цветов или для наблюдения спектров.

Основными характеристиками спектральных приборов являются дисперсия и разрешающая способность.

*Линейной дисперсией* называют величину

$$D_{\text{лин}} = \frac{l}{\lambda}, \quad (28.22)$$

где  $l$  – расстояние между спектральными линиями, длины волн которых отличаются на  $\lambda$ .

*Угловой дисперсией* называется величина

$$D = \frac{\theta}{\lambda}, \quad (28.23)$$

где  $\theta$  – угловое расстояние между спектральными линиями, различающимися по длине волны на  $\lambda$ . Дисперсия характеризует степень пространственного (углового) разделения волн с различными длинами волн.

Продифференцировав условие главных максимумов (28.18)

$$d \cos \theta = m \lambda,$$

получим

$$D = \frac{m}{d \cos \theta}. \quad (28.24)$$

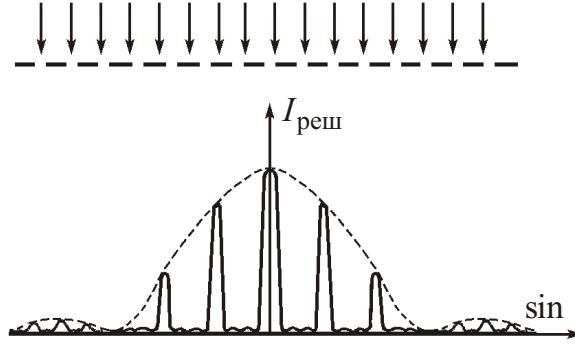


Рис. 28.14

В пределах небольших углов  $\cos \theta \approx 1$ . Поэтому

$$D \approx m/d,$$

то есть угловая дисперсия обратно пропорциональна периоду решетки.

*Разрешающей способностью* спектрального прибора называется величина

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad (28.25)$$

где  $\Delta\lambda$  — минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти две линии воспринимаются в спектре раздельно.

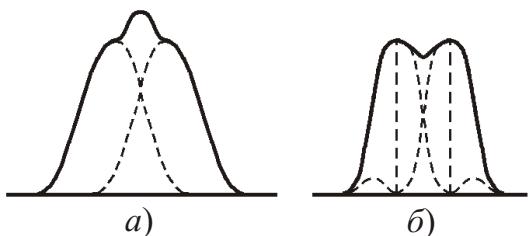


Рис. 28.15

Возможность разрешения (то есть раздельного восприятия) двух близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними, но и от ширины спектрального максимума. На рис. 28.15 показана результирующая интенсивность (сплошные кривые), наблюдаемая при наложении двух близких максимумов (штриховые кривые).

В случае а оба максимума воспринимаются как один. В случае б между максимумами лежит минимум. Два близких максимума воспринимаются раздельно в том случае, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80% от интенсивности максимума. Согласно критерию, предложенному Рэлеем, такое соотношение интенсивности имеет место когда середина одного максимума совпадает с краем другого (рис. 28.15, б). Такое взаимное расположение максимумов получается при определенном значении  $\sin \theta = m \lambda / d$ .

Для дифракционной решетки положение середины  $m$ -го максимума для длины волны  $\lambda$  определяется условием (28.18)

$$d \sin \theta_{\text{max}} = m \lambda.$$

Края  $m$ -го максимума для длины волны  $\lambda$  располагаются под углами, определяемыми соотношением (28.21)

$$d \sin \theta_{\text{min}} = (m - 1/N) \lambda.$$

Середина максимума для длины волны  $(m + 1/2)\lambda$  совпадает с краем максимума для длины волны  $\lambda$  в том случае, если

$$m \sin \theta = (m + 1/2) \lambda.$$

Отсюда

$$m = N/2.$$

Следовательно, разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = mN \quad (28.26)$$

пропорциональна порядку спектра  $m$  и числу щелей  $N$ .

#### 28.4. Дифракция рентгеновских лучей

Поместим две дифракционные решетки одну за другой так, чтобы их штрихи были взаимно перпендикулярны. При падении плоской монохроматической волны первая решетка (штрихи которой, скажем, вертикальны) даст в горизонтальном направлении ряд максимумов, положения которых определяются условием

$$d_1 \sin \theta_1 = m_1 \lambda \quad (m_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (28.27)$$

Вторая решетка (с горизонтальными штрихами) разбьет каждый из образованных первой решеткой пучков на расположенные по вертикали максимумы, положения которых определяются условием

$$d_2 \sin \theta_2 = m_2 \quad (m_2 = 0, 1, 2, \dots). \quad (28.28)$$

В итоге дифракционная картина будет иметь вид правильно расположенных пятен, каждому из которых соответствуют два целочисленных индекса  $m_1$  и  $m_2$ . Такая же дифракционная картина получится, если вместо двух решеток взять одну, на которую нанесены штрихи во взаимно перпендикулярных направлениях. Такая решетка представляет собой двумерную структуру. Измерив углы  $\theta_1$  и  $\theta_2$ , определяющие положения максимумов, можно по формулам (28.27) и (28.28) найти периоды  $d_1$  и  $d_2$  структуры.

Подобную дифракционную картину дают любые двумерные периодические структуры: система небольших отверстий или система непрозрачных маленьких шариков.

Дифракция наблюдается также на трехмерных структурах, у которых есть периодичность по трем не лежащим в одной плоскости направлениям. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Однако их период (порядка 0,1 нм) слишком мал, чтобы можно было наблюдать дифракцию в видимом свете. В случае кристаллов условие  $d$  выполняется только для рентгеновских лучей.

Рассчитаем дифракционную картину от кристаллической решетки.

Проведем через узлы кристаллической решетки параллельные плоскости (рис. 28.16), которые называются *атомными плоскостями* или *слоями*. Если падающая на кристалл волна плоская, то огибающая вторичных волн, порожденных атомами, лежащими в таком слое, также будет плоской. Поэтому суммарное действие атомов, лежащих в одном и том же слое, можно представить в виде плоской волны, отразившейся от атомного слоя по обычному закону отражения.

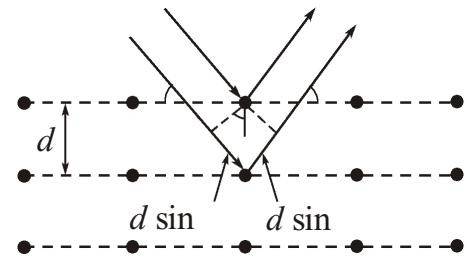


Рис. 28.16

Плоские вторичные волны, отразившиеся от разных атомных слоев, будут ко- герентными и будут интерферировать друг с другом подобно волнам, распространяющимся в данном направлении от различных щелей дифракционной решетки. При этом, как и в случае решетки, вторичные волны будут практически гасить друг друга во всех направлениях, кроме тех, для которых разность хода между соседними волнами кратна  $\pi$ . Из рис. 28.16 видно, что разность хода двух волн, отразившихся от соседних атомных слоев, равна

$$2d \sin \theta$$

где  $d$  – период идентичности кристалла в направлении, перпендикулярном к рассматриваемым слоям;  $\theta$  – дополнительный к углу падения угол, называемый *углом скольжения*. Следовательно, направления, в которых получаются дифракционные максимумы, определяются условием

$$2d \sin \theta = m \pi \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (28.29)$$

Это соотношение называется *формулой Брэгга – Вульфа*.

В кристалле можно провести множество систем атомных плоскостей в различных направлениях. Каждая система плоскостей может дать дифракционный максимум, если для нее будет выполнено условие (28.29). Однако эффективными являются только те плоскости, в которых атомы расположены наиболее плотно.

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах находит два основных применения: она используется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения и для изучения структуры кристаллов.

## 28.5. Понятие о голограммии

**Голограммия** это особый фотографический метод, при котором с помощью лазера регистрируются, а затем восстанавливаются изображения трехмерных объектов, в высшей степени похожие на реальные. Такая фотографическая запись называется *голограммой*. При освещении лазером голограмма формирует изображение, которое представляет собой точную копию исходного объекта.

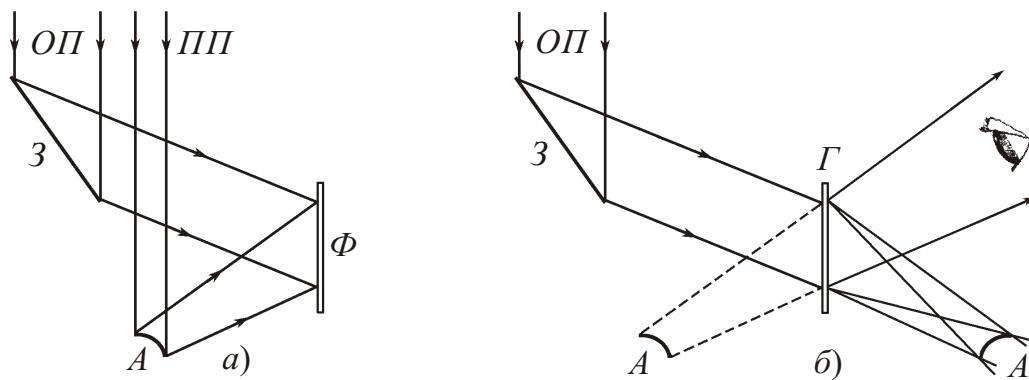


Рис. 28.17

Одна из возможных схем регистрации голограмм трехмерных объектов представлена на рис. 28.17 (а – получение голограммы; б – восстановление изображения). Здесь когерентное излучение лазера разделяется на две волны. Одна волна падает на объект, который необходимо зарегистрировать; отраженная от объекта волна *ПП*, называемая *предметной*, падает на фотографическую пластинку  $\Phi$  или другую фоточувствительную регистрирующую среду. Другая волна *ОП*, называемая *опорной*, направляется зеркалом  $Z$  под некоторым углом на ту же фотографическую пластинку  $\Phi$ , где ее волновой фронт налагается на волновой фронт предметной волны. В результате взаимного наложения двух когерентных волновых фронтов возникает интерференционная картина, которая и регистрируется на фотографической пластинке как изменения плотности почернения – увеличение плотности почернения в тех местах, где волновые фронты совпадают по фазе, и уменьшение плотности почернения там, где они пришли не в фазе. Эта запись интерференционной картины и называется *голограммой*.

Обычно голограмма не обнаруживает никакого сходства с зарегистрированным объектом; это просто какой-то набор темных и светлых пятен, в которых не угадывается никакого смысла. Но, будучи интерференционной картиной, голограмма в закодированной форме содержит полную информацию об амплитудах и фазах рассеянной объектом предметной волны. Для восстановления (декодирования) изображения голограмму  $\Gamma$  просвечивают как диапозитив той же опорной волной *ОП*, которая использовалась для ее получения, причем при той же ориентации голограммы

по отношению к опорной волне. Эта волна даст мнимое изображение предмета  $A$ , которое воспринимается глазом наблюдателя. Изображение  $A$  по зрительному восприятию практически тождественно самому предмету и создает полную иллюзию реальности наблюдавшего предмета. Изменяя положение глаза, можно видеть «предмет» в разных ракурсах и даже заглядывать за него.

Наряду с волной, образующей мнимое изображение, возникает еще одна волна, которая дает действительное изображение  $A$  с рельефом, обратным рельефу предмета (выпуклые места заменены вогнутыми и наоборот).

Интерференционная картина в каждой точке голограммы определяется светом, рассеянным всеми точками предмета. Поэтому каждый участок голограммы содержит информацию обо всем предмете. В большинстве случаев для восстановления изображения достаточно любой малой части голограммы; если голограмма повреждена или частично уничтожена, она все равно восстановит изображение. Отличие будет состоять лишь в том, что изображение будет менее четким и ярким. Кроме того, изменяя угол между предметной и опорной волной, можно на одном участке фотографической пластиинки записать более одной голограммы. Восстановить изображение каждого предмета можно без помех со стороны других изображений, изменяя каждый раз угол падения на голограмму опорной волны.

На объемных голограммах, полученных с регистрацией интерференционной картины по толщине фотоэмulsionационного слоя на фотопластинке, была продемонстрирована возможность восстановления многоцветных трехмерных изображений при освещении белым светом. Весьма перспективным представляется применение голографии в микроскопии. Благодаря возможности спокойно исследовать трехмерный объект, после того как записана его голограмма, устраняются некоторые трудности, связанные с визуальным исследованием объектов при большом увеличении. То, что вместо самого объекта рассматривается его восстановленное голографическое изображение, не мешает исследователю использовать метод фазового контраста и другие методы микроскопии. Более того, этим могут быть существенно уменьшены трудности, связанные с подготовкой образца, в ходе которой объект может оказаться деформированным. Был создан ряд голографических методов, позволяющих получать восстановленное изображение объекта вместе с волновым фронтом от того же самого объекта после какой-либо его деформации, столь малой, что ее невозможно обнаружить другими методами.

Метод голографии, применяемый в основном для регистрации информации, которую несет свет, отражающийся от объекта или проходящий сквозь него, пригоден не только для видимого света. Этот метод приложим ко всем другим волновым явлениям звуковым волнам, сверхвысокочастотному, инфракрасному, рентгеновскому и электронному излучению.

Методами, аналогичными оптическим, были получены акустические голограммы записи картин интерференции звуковых волн. Были сделаны голограммы объектов, находящихся под водой. Результаты такого просвечивания можно представить в виде оптического изображения. Аналогичными методами можно получать голограммы в сверхвысокочастотном излучении. Специальные СВЧ-голограммы, зарегистрированные с борта самолета, позволяют получать изображения местности с высоким разрешением рельефа.

## Краткие выводы

**1.** Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдавшихся при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

**2.** Радиус внешней границы произвольной  $m$ -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{a b}{a - b} m} \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

**3.** Интенсивность результирующего колебания при дифракции Фраунгофера на щели

$$I = I_0 \frac{\sin^2 [(\frac{b}{\lambda}) \sin \theta]}{(\frac{b}{\lambda})^2 \sin^2 \theta}.$$

**4.** Условие минимумов интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели

$$b \sin \theta = k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

**5.** Интенсивность результирующего колебания, создаваемого дифракционной решеткой,

$$I_{\text{реш}} = I_0 \frac{\sin^2 [(\frac{b}{\lambda}) \sin \theta] \sin^2 [(\frac{N d}{\lambda}) \sin \theta]}{(\frac{b}{\lambda})^2 \sin^2 \theta \sin^2 [(\frac{d}{\lambda}) \sin \theta]}.$$

**6.** Условие главных максимумов интенсивности дифракции на дифракционной решетке

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**7.** Условие минимумов интенсивности дифракции на дифракционной решетке

$$b \sin \theta = k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

**8.** Условие добавочных минимумов интенсивности дифракции на дифракционной решетке

$$d \sin \theta = m \lambda + \frac{k \lambda}{N},$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots; k = 1, 2, 3 \dots$ , кроме  $0, N, 2N, 3N, \dots$

**9.** Линейная и угловая дисперсия дифракционной решетки

$$D_{\text{лин}} = \frac{l}{d}; \quad D = \frac{m}{d \cos \theta} = \frac{m}{d}.$$

**10.** Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = m N.$$

**11.** Условие максимумов интенсивности при дифракции рентгеновских лучей (формула Брэгга – Вульфа)

$$2 d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

## Вопросы для самоконтроля и повторения

1. В чем отличие дифракции от интерференции света?
2. В чем состоит идея разбиения волновой поверхности на зоны Френеля?
3. Объясните с помощью зон Френеля дифракционную картину при дифракции света на круглом отверстии.

4. Чем примечательна картина, получающаяся при дифракции света на круглом диске?
5. Как устроены амплитудная и фазовая зонные пластиинки?
6. Что произойдет с дифракционной картиной от щели при уменьшении ширины щели?
7. В каких случаях наблюдаются не все главные максимумы интенсивности при дифракции света на дифракционной решетке?
8. Чем определяется количество главных максимумов интенсивности при дифракции света на дифракционной решетке?
9. Почему дифракционную решетку называют спектральным прибором?
10. Что характеризуют линейная и угловая дисперсия спектрального прибора?
11. Что такое разрешающая способность спектрального прибора?
12. Сформулируйте критерий Рэлея раздельного восприятия двух близких спектральных линий.
13. Почему на кристаллах можно наблюдать дифракцию только рентгеновских лучей?
14. На каких физических явлениях основана голограмия?

### Задачи

1. Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого  $r$  можно изменять в процессе опыта. Расстояния от диафрагмы до источника и экрана равны соответственно  $a = 100$  см и  $b = 125$  см. Определите длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при  $r_1 = 1$  мм и следующий максимум при  $r_2 = 1,29$  мм.

#### **Решение**

Максимумы освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдаются, если отверстие в диафрагме открывает нечетное число зон Френеля. Воспользовавшись формулой (28.3) для радиусов зон, получим:

$$r_1 = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m_1}; \quad r_2 = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m_2},$$

где для двух последовательных максимумов  $m_2 - m_1 = 2$ . Отсюда находим:

$$m_1 = r_1^2 \frac{a+b}{ab}; \quad m_2 = r_2^2 \frac{a+b}{ab}; \quad \frac{a+b}{ab} (r_2^2 - r_1^2) = 2; \quad \frac{a+b}{2ab} (r_2^2 - r_1^2) = 0,6 \text{ мкм.}$$

**Ответ:**  $\frac{a+b}{2ab} (r_2^2 - r_1^2) = 0,6 \text{ мкм.}$

2. Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на преграду с круглым отверстием радиусом  $r = 1,2$  мм. Оцените интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем от преграды на расстояние  $b = 1,5$  м. Длина волны света  $640$  нм.

#### **Решение**

Запишем формулу (28.3) для радиусов зон Френеля в случае падения на преграду сферической волны

в виде

$$r = \sqrt{\frac{a b}{a + b}} m$$

$$\frac{m}{r^2} = \frac{a}{a b} \frac{b}{b} = \frac{1}{b} \frac{1}{a}. \quad (1)$$

Положив в (1)  $a = b$ , получим выражение для числа открытых зон Френеля в случае падения плоской волны на преграду с круглым отверстием радиусом  $r$ :

$$m = \frac{r^2}{b}.$$

При заданной геометрии задачи число открытых зон Френеля, укладывающихся в отверстии радиусом  $r$ ,

$$m = 1,5.$$

Векторная диаграмма при открытых  $m = 1,5$  зонах Френеля будет иметь вид, представленный на рисунке. Поскольку число открытых зон мало, то часть спирали векторной диаграммы, соответствующая открытым зонам, можно считать дугой окружности с радиусом, равным амплитуде колебаний  $A_0$  в точке наблюдения при полностью открытой волновой поверхности.

Из рисунка следует, что амплитуда колебаний в центре дифракционной картины на экране

$$A = \sqrt{2} A_0.$$

Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды  $I \sim A^2$ , то

$$I = 2I_0.$$

**Ответ:**  $I = 2I_0$ .

**3.** Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачный диск. За преградой находится экран. Для данной геометрии опыта диск закрывает первую зону Френеля. Оцените интенсивность света в центре дифракционной картины на экране после того, как из диска удалили половину (по диаметру).

### Решение

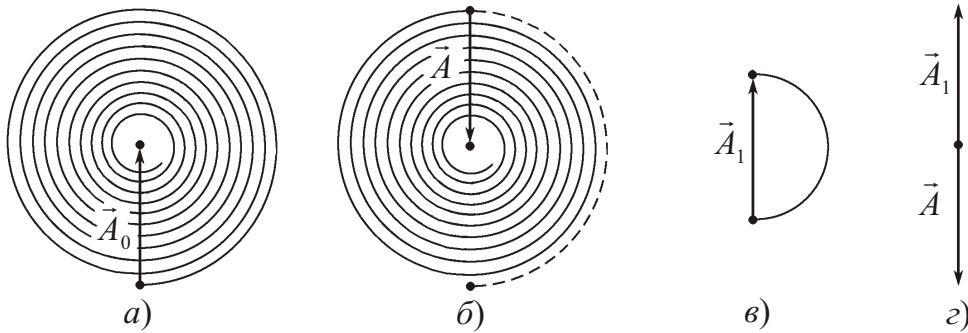


Рис. к задаче №3

Изобразим векторную диаграмму при отсутствии преграды (см. рис. *a*), где вектор  $\vec{A}_0$  соответствует амплитуде результирующего колебания в центре дифракционной картины при полностью открытой волновой поверхности.

Если на пути света расположен непрозрачный диск, то он перекроет колебания, возбуждаемые вторичными волнами от первой зоны Френеля, и векторная диаграмма будет иметь вид, представленный на рис. б, где вектор  $\vec{A}$  соответствует амплитуде результирующего колебания от всех зон, кроме первой. Поскольку витки спирали расположены достаточно плотно, то можно считать  $A = A_0$ . Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, то

$$I_0 \sim A_0^2; \quad I \sim A^2 = A_0^2.$$

Следовательно, наличие диска практически не повлияет на дифракционную картину на экране.

Если из диска удалить половину (по диаметру), то первая зона Френеля станет также открытой, однако световой поток от нее будет в два раза меньше, чем при отсутствии диска. Следовательно, амплитуда колебаний, возбуждаемых вторичными волнами от первой зоны Френеля, будет составлять  $\frac{1}{2}$  от максимальной, равной  $2A_0$  (см. рис. в), то есть  $A_1 = A_0$ .

Поскольку колебания векторов  $\vec{A}_1$  и  $\vec{A}$  происходят в одной плоскости, то амплитуда результирующего колебания в центре дифракционной картины на экране будет равна геометрической сумме векторов  $\vec{A}_1$  и  $\vec{A}$ . Так как векторы  $\vec{A}_1$  и  $\vec{A}$  направлены противоположно друг другу (см. рис. г), то

$$A = A_1 - A_0 = A_0 - A_0 = 0.$$

Следовательно, интенсивность света в центре дифракционной картины на экране после того, как из диска удалили половину (по диаметру), будет практически равна нулю.

Хорошо известно, что в случае непрозрачного диска дифракционная картина будет иметь вид чередующихся светлых и темных концентрических колец и в центре картины в любом случае будет находиться светлое пятно (пятно Пуассона). Поэтому полученный результат является несколько неожиданным, поскольку при удалении половины диска световой поток увеличился, а интенсивность уменьшилась до нуля.

**Ответ:**  $I = 0$ .

**4.** Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачную преграду, имеющую форму, показанную на рис. 1. На экране, расположенному параллельно плоскости преграды, наблюдают дифракционную картину. Оцените интенсивность света на экране в точке  $P$ , являющейся проекцией точки  $O$ , для которой закругленная часть преграды является границей первой зоны Френеля.

### Решение

При отсутствии преграды интенсивность света в точке  $P$  и во всех других точках на экране будет одинаковой и равной  $I_0$ . При наличии непрозрачной преграды с круглым отверстием дифракционная картина будет представлять собой систему концентрических колец с центром в точке  $P$ , причем интенсивность света в центре будет зависеть от числа открытых зон Френеля. В нашем случае дифракционная картина значительно сложнее, в частности, она не будет обладать центральной симметрией.

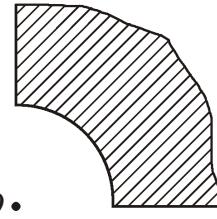


Рис. 1 к задаче №4

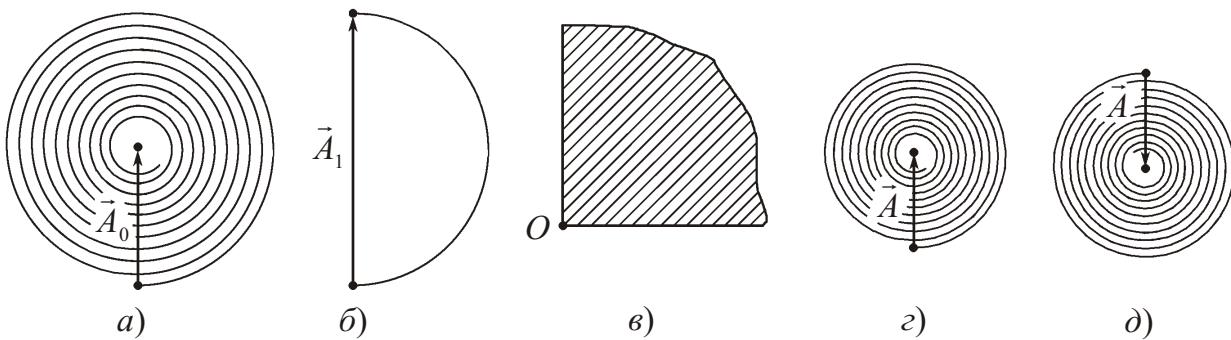


Рис. 2 к задаче №4

Решим поставленную задачу в несколько этапов.

При отсутствии преграды волновая поверхность полностью открыта и амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  будет равна  $A_0$  (рис. 2, а). При этом амплитуда колебаний, возбуждаемых вторичными волнами от первой зоны Френеля,  $A_1 = 2A_0$  (рис. 2, б).

Поставим на пути света непрозрачную преграду, имеющую форму, показанную на рис. 2, в. При этом волновая поверхность также будет полностью открыта, но амплитуда колебаний в точке  $P$ , возбуждаемых вторичными волнами от каждой зоны Френеля, будет составлять  $\frac{3}{4}$  от максимальной. Поэтому амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  будет равна  $A = \frac{3}{4}A_0$  (рис. 2, г).

Если преграда имеет форму, показанную на рис. 1 (первая зона Френеля полностью открыта), то амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  будет равна разности амплитуды колебаний  $A_1 - 2A_0$ , возбуждаемых вторичными волнами от первой зоны Френеля, и амплитуды  $A = A - \frac{3}{4}A_0$ , возбуждаемых вторичными волнами от всех остальные зон, кроме первой (рис. 2, д). Подчеркнем: именно разности, поскольку обеим амплитудам на векторной диаграмме соответствуют векторы, имеющие противоположные направления, то есть имеющие разность фаз . Следовательно,

$$A = A_1 - A = 2A_0 - A = 2A_0 - \frac{3}{4}A_0 = \frac{5}{4}A_0.$$

Так как интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, то

$$I = \frac{25}{16}I_0.$$

**Ответ:**  $I = \frac{25}{16}I_0$ .

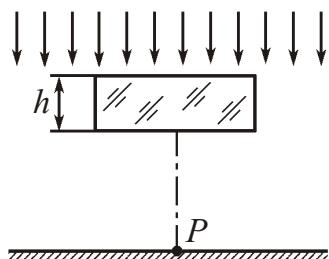


Рис. 1 к задаче №5

**5.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $640$  нм падает нормально на поверхность стеклянного диска, который для точки наблюдения  $P$  перекрывает первые полторы зоны Френеля (рис. 1). Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Определите минимальную толщину диска, при которой интенсивность света в точке  $P$  будет максимальной.

### Решение

Изобразим векторную диаграмму при отсутствии преграды (рис. 2, а), на которой вектор  $\vec{A}_0$ , соответствующий амплитуде результирующего колебания в точке  $P$  при полностью открытой волновой поверхности, представим в виде суммы двух векторов

$$\vec{A}_0 \quad \vec{A} \quad \vec{A},$$

где  $\vec{A}$  вектор, соответствующий амплитуде колебаний в точке  $P$  от первых полутора зон Френеля;  $\vec{A}$  вектор, соответствующий амплитуде колебаний от всех остальных зон Френеля.

Поместим на пути света ничтожно тонкий стеклянный диск, который для точки наблюдения  $P$  перекрывает первые полторы зоны Френеля. Очевидно, что в наблюдаемой дифракционной картине ничего не изменится. Теперь постепенно начнем увеличивать толщину диска. Это приведет к тому, что колебания от первых полутора зон Френеля начнут отставать по фазе от колебаний в отсутствие диска, поскольку оптический путь вторичных волн в итоге увеличится на  $n h - h$ , где  $h$  толщина диска.

Напомним, при построении векторной диаграммы методом графического сложения амплитуд колебание от произвольной элементарной зоны изображается вектором, а колебание от следующей зоны таким же вектором, направленным по отношению к предыдущему под некоторым углом, соответствующим отставанию по фазе. Таким образом, отставание по фазе соответствует повороту вектора против часовой стрелки. В нашем случае отставание по фазе на

$$\frac{2}{\pi} \quad \frac{2}{\pi} h (n - 1)$$

приведет к поворачиванию вектора  $\vec{A}$  на угол  $\frac{2}{\pi} h (n - 1)$ . Очевидно, интенсивность света в точке  $P$  будет максимальной, если вектор  $\vec{A}$  будет сонаправлен с вектором  $\vec{A}$  (рис. 2, б). В этом случае

$$\frac{2}{\pi} \quad 2 \quad m \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно,

$$\frac{2}{\pi} h (n - 1) = \frac{2}{\pi} \quad 2 \quad m; \quad h = \frac{\frac{2}{\pi} \quad 2 \quad m}{2(n - 1)}.$$

Минимальная толщина диска, при которой интенсивность света в точке  $P$  максимальна, будет при  $m = 0$ :

$$h_{\min} = \frac{5}{8(n - 1)} \quad 0,8 \text{ мкм.}$$

**Ответ:**  $h_{\min} = \frac{5}{8(n - 1)} \quad 0,8 \text{ мкм.}$

**6.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны 640 нм падает нормально на достаточно большую стеклянную пластинку, на противоположной стороне которой сделана круглая выемка (рис. 1). Для точки наблюдения  $P$  она составляет первые полторы зоны Френеля. Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Определите глубину выемки, при которой интенсивность света в точке  $P$  будет минимальной.

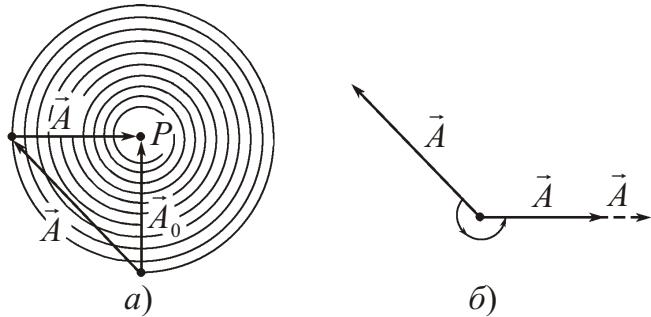


Рис. 2 к задаче №5

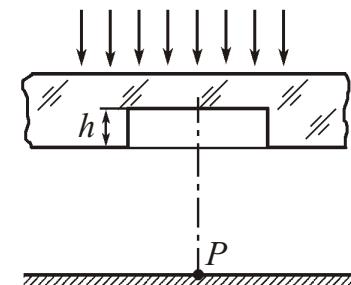


Рис. 1 к задаче №6

### Решение

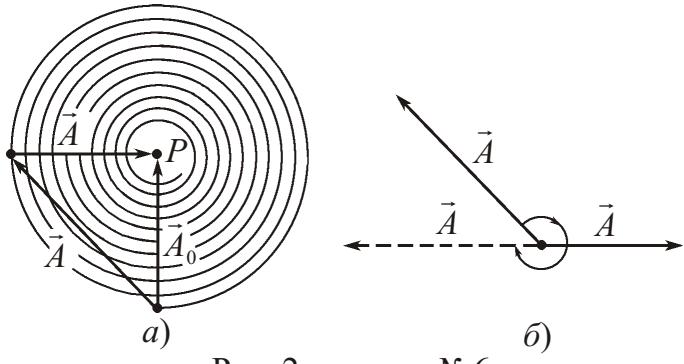


Рис. 2 к задаче №6

Поступим таким же образом, как при решении задачи №5.

Изобразим векторную диаграмму при отсутствии выемки (рис. 2, а), на которой вектор  $\vec{A}_0$ , соответствующий амплитуде результирующего колебания в точке  $P$  при полностью открытой волновой поверхности, представим в виде суммы двух векторов

$$\vec{A}_0 = \vec{A} + \vec{A},$$

где  $\vec{A}$  вектор, соответствующий амплитуде колебаний в точке  $P$  от первых полутора зон Френеля;  $\vec{A}$  вектор, соответствующий амплитуде колебаний от всех остальных зон Френеля.

Теперь постепенно начнем делать выемку, увеличивая ее глубину. Это приведет к тому, что колебания от первых полутора зон Френеля начнут опережать по фазе колебания в отсутствие выемки, поскольку оптический путь вторичных волн в итоге уменьшится на  $n h - h$ , где  $h$  глубина выемки. На векторной диаграмме опережению по фазе соответствует поворот вектора  $\vec{A}$  по часовой стрелке (см. решение задачи №5). В нашем случае опережение по фазе на

$$\frac{2}{\lambda} \pi = \frac{2}{\lambda} h(n-1)$$

приведет к поворачиванию вектора  $\vec{A}$  на угол  $\frac{\pi}{4}$ . Очевидно, интенсивность света в точке  $P$  будет минимальной, если вектор  $\vec{A}$  будет направлен противоположно вектору  $\vec{A}$  (рис. 2, б). В этом случае

$$\frac{\pi}{4} = 2m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно,

$$\frac{2}{\lambda} h(n-1) = \frac{\pi}{4} = 2m\pi; \quad h = \frac{\pi}{2(n-1)} = \frac{2m}{2(n-1)}.$$

Минимальная толщина диска, при которой интенсивность света в точке  $P$  минимальна, будет при  $m = 0$ :

$$h_{\min} = \frac{7}{8(n-1)} = 1,12 \text{ мкм.}$$

**Ответ:**  $h_{\min} = \frac{7}{8(n-1)} = 1,12 \text{ мкм.}$

7. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на преграду с длинной прямоугольной щелью шириной  $b = 11 \text{ мкм}$ . За щелью находится собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 200 \text{ мм}$ , в фокальной плоскости которой расположен экран. Определите длину волны света, если расстояние на экране между симметрично расположенными минимумами второго порядка равно  $x = 50 \text{ мм}$ .

### Решение

Положение минимумов интенсивности при дифракции Фраунгофера на щели определяется условием

$$b \sin \theta = k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Следовательно, для угла , под которым наблюдается минимум  $k$ -го порядка,

$$\sin \frac{k}{b}.$$

Так как экран расположен в фокальной плоскости линзы, то расстояние между симметрично расположенными минимумами  $k$ -го порядка (см. рисунок),

$$x = 2F \operatorname{tg}$$

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \frac{\sin k}{\cos} = \frac{\sin k}{\sqrt{1 - \sin^2 k}} = \frac{k}{\sqrt{b^2 - k^2/2}};$$

$$x = 2F \frac{k}{\sqrt{b^2 - k^2/2}}.$$

Отсюда при  $k = 2$  находим

$$\frac{b}{k \sqrt{4F^2 / x^2 - 1}} = 0,68 \text{ мкм.}$$

**Ответ:**  $\frac{b}{k \sqrt{4F^2 / x^2 - 1}} = 0,68 \text{ мкм, где } k = 2.$

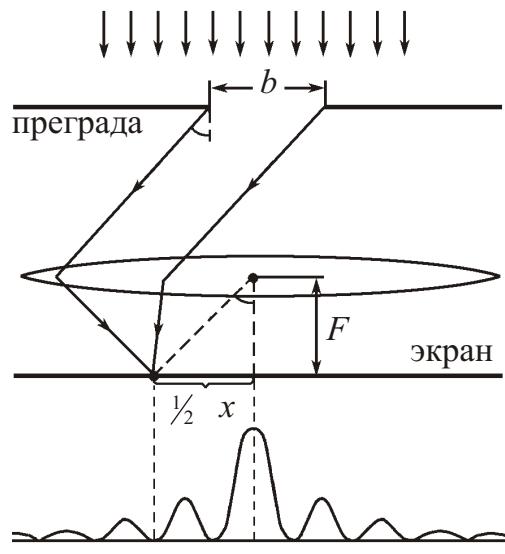


Рис. к задаче №7

**8.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $500 \text{ нм}$  падает на преграду с длинной прямоугольной щелью шириной  $b = 10 \text{ мкм}$  под углом  $30^\circ$  к нормали. За щелью находится собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Определите угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны от центрального максимума.

### Решение

При нормальном падении света на преграду с щелью оптическая разность хода волн, интерферирующих на экране, возникает только за преградой. Если свет падает под углом, то разность хода волн возникает и до преграды.

Оптические пути всех волн до линии  $AB$  и за линией  $CD$  одинаковы (см. рисунок). Разность хода волн, идущих к краям щели,

$$_1 AC = b \sin 30^\circ,$$

а идущих под углом  $30^\circ$  от краев щели к экрану,

$$_2 BD = b \sin 60^\circ$$

Следовательно, результирующая разность хода волн

$$_2 - _1 = b \sin 60^\circ - b \sin 30^\circ$$

Отсюда следует, что при разность хода волн, прошедших через края щели (а также и через все другие точки щели), равна нулю. Таким образом, центральный максимум на экране будет наблюдаться под углом дифракции  $30^\circ$ , то есть будет смещен относительно центра щели.

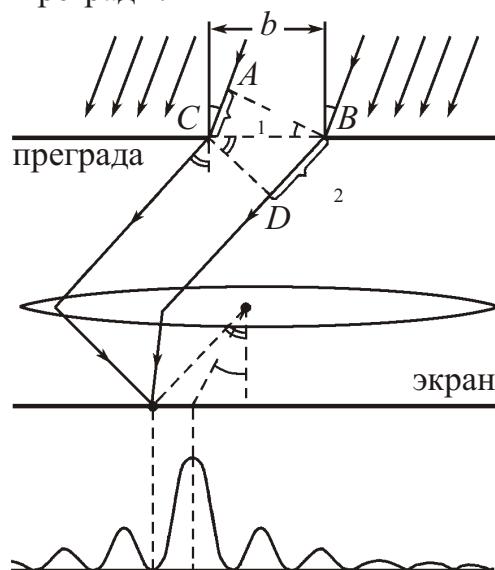


Рис. к задаче №8

Дальнейший анализ дифракционной картины совпадет со случаем нормального падения света на преграду со щелью.

Разность фаз рассматриваемых волн связана с их оптической разностью хода соотношением

$$\frac{2}{\lambda}.$$

Амплитуда результирующего колебания в точке наблюдения обращается в нуль, когда разность фаз  $\frac{2}{\lambda} k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$  (см. п. 28.2). Следовательно,

$$\frac{2}{\lambda} b (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = 2\pi k,$$

а условие минимумов интенсивности результирующего колебания примет вид

$$b (\sin \theta_1 - \sin \theta_2) = k\pi \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Отсюда угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны от центрального максимума,

$$\sin \theta_1 = \frac{1}{b} \sin 33,37^\circ; \quad k = 1 \quad \arcsin \frac{1}{b} \sin 33,37^\circ;$$

$$\sin \theta_2 = \frac{1}{b} \sin 26,74^\circ; \quad k = 1 \quad \arcsin \frac{1}{b} \sin 26,74^\circ.$$

**Ответ:**  $\theta_1 = \arcsin \frac{1}{b} \sin 33,37^\circ; \quad \theta_2 = \arcsin \frac{1}{b} \sin 26,74^\circ.$

**9.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку с тремя одинаковыми узкими щелями. За решеткой находится собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Изобразите примерную дифракционную картину, возникающую на экране при дифракции Фраунгофера, если отношение периода решетки к ширине щели равно трем.

### Решение

Положение главных максимумов интенсивности колебаний, создаваемых дифракционной решеткой, определяется условием

$$d \sin \theta = m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

а минимумов интенсивности — условием

$$b \sin \theta = k\pi \quad (k = 1, 2, 3, \dots). \quad (2)$$

Условие (1) определяет направления, в которых излучения от всех щелей решетки приходят в точку наблюдения в одинаковых фазах и поэтому усиливают друг друга. В таких направлениях при отдельных значениях  $m$  максимумы могут и не возникнуть: это бывает, если направления на дифракционные максимумы совпадают с направлениями на минимумы от одной щели. В нашем случае при отношении периода решетки к ширине щели  $d/b = 3$  условие (1) можно записать в виде

$$3b \sin \theta = m\pi; \quad b \sin \theta = \frac{1}{3}m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно, когда порядок главного максимума кратен трем, направление на соответствующий максимум совпадает с направлением на минимум интенсивности колебаний, создаваемых каждой щелью. Поэтому в данном направлении максимум наблюдать не будет. Таким образом, на экране будут отсутствовать главные максимумы с номерами 3, 6, 9, ...

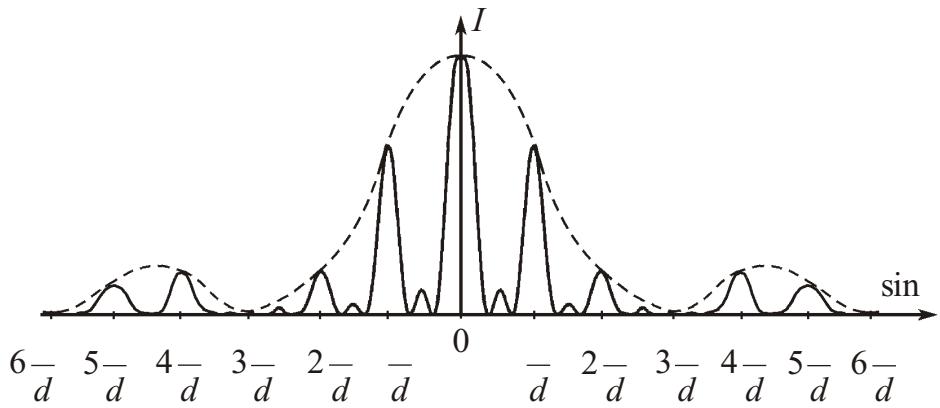


Рис. к задаче №9

Кроме минимумов, определяемых условием (2), в промежутках между соседними главными максимумами имеется ( $N - 1$ ) добавочных минимумов. Они возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей гасят друг друга. Поскольку  $N = 3$ , то между главными максимумами будут расположены по два минимума.

На рисунке представлен качественный график интенсивности колебаний, наблюдаемый при дифракции Фраунгофера для  $N = 3$  и  $d/b = 3$ . Штриховая линия, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на  $N^2$ .

**Ответ:** см. рисунок.

**10.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны 535 нм падает нормально на прозрачную дифракционную решетку. Определите период решетки, если одному из фраунгоферовых максимумов соответствует угол дифракции  $k = 35^\circ$ , а наибольший порядок спектра  $m_{\max} = 5$ .

#### Решение

Положение главных максимумов интенсивности колебаний, создаваемых дифракционной решеткой при нормальном падении света, определяется условием

$$d \sin k = m \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Отсюда следует, что

$$\sin k = \frac{m}{d}.$$

Поскольку  $|\sin k| \leq 1$ , то количество наблюдаемых главных максимумов определяется отношением периода решетки к длине волны света:

$$m_{\max} = \frac{d}{\lambda},$$

где квадратные скобки означают, что от полученного числового значения надо взять только целую часть. Следовательно,

$$m_{\max} = \frac{d}{\lambda}; \quad d = m_{\max} \lambda.$$

Порядок максимума, которому соответствует угол дифракции  $k$ ,

$$k = \frac{d \sin k}{\lambda}.$$

Следовательно,

$$k \sin k = 2,87.$$

Поскольку наибольший порядок спектра  $m_{\max} = 5$ , то порядок максимума, которому соответствует угол дифракции  $k$ , может быть равен или 3, или 4.

При  $k = 3$  период решетки и наибольший порядок спектра равны соответственно

$$d = \frac{k}{\sin k} = \frac{3}{\sin k} = 2,8 \text{ мкм}; \quad m_{\max} = \frac{d}{\sin k} = 5.$$

При  $k = 4$

$$d = \frac{4}{\sin k} = 3,7 \text{ мкм}; \quad m_{\max} = \frac{4}{\sin k} = 6.$$

Как видим, если порядок максимума, которому соответствует угол дифракции  $k$ , равен 4, то наибольший порядок спектра не удовлетворяет условию задачи. Следовательно,  $k = 3$  и период решетки

$$d = \frac{3}{\sin k} = 2,8 \text{ мкм}.$$

**Ответ:**  $d = \frac{3}{\sin k} = 2,8 \text{ мкм}.$

**11.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $\lambda = 530 \text{ нм}$  падает на прозрачную дифракционную решетку, период которой  $d = 1,5 \text{ мкм}$ . Определите угол с нормалью к решетке, под которым образуется фраунгоферов максимум наибольшего порядка, если свет падает на решетку под углом  $60^\circ$  к нормали.

### Решение

Положение главных максимумов интенсивности колебаний, создаваемых дифракционной решеткой при нормальному падении света, определяется условием

$$d \sin k = m \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (1)$$

Чтобы получить условие, аналогичное (1), при падении света на дифракционную решетку под углом  $\theta$  к нормали, поступим таким же образом, как при решении задачи №8.

Волны, пройдя через щели, распространяются по всем направлениям. Максимуму наибольшего порядка соответствует максимальная разность хода волн от соседних щелей. Это условие выполняется для вторичных волн, которые за дифракционной решеткой отклоняются так, как показано на рисунке. В этом случае оптическая разность хода волн от соседних щелей

$$AB - BC = d (\sin k - \sin \theta).$$

Максимум интерференции волн, которым соответствует оптическая разность хода  $d \sin k$ , наблюдается при

$$m = (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно, условие главных максимумов интенсивности колебаний, создаваемых дифракционной решеткой при падении света под углом к нормали,

$$d(\sin \theta - \sin \phi) = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Отсюда следует, что

$$\sin \theta = \frac{m}{d} \sin \phi.$$

Поскольку  $|\sin \phi| \leq 1$ , то количество наблюдаемых главных максимумов

$$\left| \frac{m_{\max}}{d} \sin \phi \right| \leq 1; \quad m_{\max} \leq \frac{d}{1 - \sin \phi} \approx 5,$$

где квадратные скобки означают, что от полученного числового значения надо взять только целую часть.

Следовательно, угол с нормалью к решетке, под которым образуется фраунгоферов максимум этого порядка,

$$\sin \theta_m = \frac{m_{\max}}{d} \sin \phi; \quad m_{\max} = \arcsin \frac{m_{\max}}{d} \sin \phi \approx 64,2^\circ.$$

**Ответ:**  $\theta_m = \arcsin \frac{m_{\max}}{d} \sin \phi \approx 64,2^\circ$ , где  $m_{\max} = \frac{d}{1 - \sin \phi} \approx 5$ .

**12.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $\lambda = 589$  нм падает нормально на прозрачную дифракционную решетку, содержащую  $N = 10^4$  штрихов. Период решетки  $d = 2,5$  мкм. Определите угловую ширину дифракционного максимума второго порядка.

### Решение

Положение главных максимумов интенсивности колебаний, создаваемых дифракционной решеткой при нормальному падении света, определяется условием

$$d \sin \theta_m = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

а положение добавочных минимумов — условием

$$d \sin \theta_m = m \frac{k}{N},$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots$ , кроме  $0, N, 2N, 3N$ .

Следовательно (см. рисунок), для угла, соответствующего направлению на центр максимума интенсивности второго порядка,

$$\sin \theta_2 = \frac{k}{d}, \quad (1)$$

а для углов в направлениях прилегающих к нему добавочных минимумов

$$\sin(\theta_2 - \theta_1) = 2 \frac{1}{N} \frac{1}{d}; \quad \sin(\theta_2 - \theta_3) = 2 \frac{1}{N} \frac{1}{d}.$$

Поскольку углы  $\theta_1$  и  $\theta_3$  очень малы, то

$$\begin{aligned} \sin(\theta_2 - \theta_1) &\approx \sin \theta_2 \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \sin \theta_1 \approx \sin \theta_2 - \theta_2 \cos \theta_2; \\ \sin(\theta_2 - \theta_3) &\approx \sin \theta_2 \cos \theta_3 - \cos \theta_2 \sin \theta_3 \approx \sin \theta_2 + \theta_2 \cos \theta_2. \end{aligned}$$

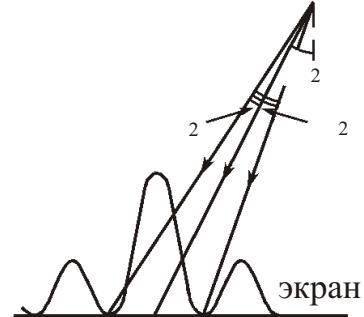


Рис. к задаче №12

Отсюда получим:

$$\begin{aligned} \sin^2_2 \cos^2_2 \frac{(2N-1)}{dN} ; & \quad \sin^2_2 \cos^2_2 \frac{(2N-1)}{dN} ; \\ \tg^2_2 \frac{(2N-1)}{dN \cos^2_2} ; & \quad \frac{(2N-1)}{dN \cos^2_2} \tg^2_2 ; \\ \frac{(2N-1)}{dN \cos^2_2} \frac{(2N-1)}{dN \cos^2_2} \frac{2}{dN \cos^2_2}, & \end{aligned}$$

или с учетом (1)

$$\frac{2}{dN \sqrt{1 - \sin^2_2}} = \frac{2}{N \sqrt{d^2 - 4^2}} = 11.$$

**Ответ:**  $\frac{2}{N \sqrt{d^2 - 4^2}} = 11.$

**13.** Свет, содержащий две спектральные линии одинаковой интенсивности и с длинами волн  $\lambda_1 = 600,00$  нм и  $\lambda_2 = 600,05$  нм, падает нормально на прозрачную дифракционную решетку шириной  $h = 10$  мм. Определите угол, под которым эти линии окажутся на пределе разрешения (в соответствии с критерием Рэлея). В каком наибольшем порядке спектра эти линии будут разрешены, если период решетки  $d = 3$  мкм?

#### Решение

Поскольку различие длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  очень мало, то при дифракции максимумы одного порядка будут расположены очень близко друг к другу и могут быть неразличимы (см. рис. а). Возможность разрешения (то есть раздельного восприятия) двух близких спектральных линий зависит от расстояния между ними (которое определяется дисперсией прибора) и шириной спектрального максимума. Два близких максимума воспринимаются раздельно в том случае, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80% от интенсивности максимума. Согласно критерию, предложенному Рэлеем, такое соотношение интенсивности имеет место в том случае, если середина одного максимума совпадает с краем другого (см. рис. б). Такое взаимное расположение максимумов получается при определенном значении

из критерия Рэлея следует, что разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \dots$$

пропорциональна порядку спектра  $m$  и числу щелей  $N$ :

$$R = m N.$$

Так как положение главных максимумов интенсивности колебаний, создаваемых дифракционной решеткой при нормальном падении света, определяется условием

$$d \sin \theta = m \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

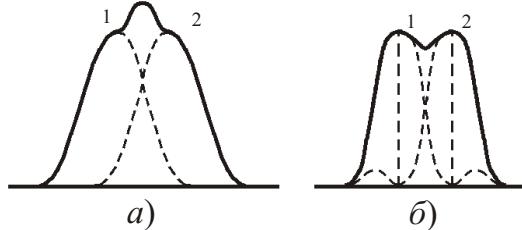


Рис. к задаче №13

то искомый угол

$$\sin \frac{m}{d} \frac{R}{Nd} \frac{2}{Nd} \frac{2}{h} \frac{2}{h_{2-1}} ; \arcsin \frac{2}{h_{2-1}} = 46^\circ,$$

где учтено, что ширина решетки  $h = Nd$ ; под  $m$  можно понимать как  $m_1$ , так и  $m_2$  (поскольку их различие слишком мало).

Наибольший порядок спектра, в котором данные спектральные линии будут разрешены при дифракции на решетке с периодом  $d$ ,

$$m_{\max} = \frac{d \sin}{h_{2-1}} = 3,$$

где квадратные скобки означают, что от полученного числового значения берется только целая часть.

$$\text{Ответ: } \arcsin \frac{2}{h_{2-1}} = 46^\circ; m_{\max} = \frac{d}{h_{2-1}} = 3.$$

**14.** Свет, содержащий две компоненты желтой линии натрия с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,06$  нм, падает нормально на прозрачную дифракционную решетку шириной  $h = 5$  см. Определите угловую дисперсию, соответствующую направлению на главный максимум, под которым эти линии окажутся на пределе разрешения.

### Решение

Угловая дисперсия характеризует степень углового разделения волн с различными длинами волн и равна

$$D = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \cos \theta},$$

где  $D$  — угловое расстояние между спектральными линиями, различающимися по длине волны на  $\lambda$ .

Продифференцировав условие главных максимумов

$$d \sin \theta = m,$$

получим:

$$d \cos \theta = m; D = \frac{m}{d \cos \theta}.$$

Максимальный порядок спектра  $m$  и угол  $\theta$ , под которым линии дублета оказываются разрешенными, можно определить с помощью формулы для разрешающей способности дифракционной решетки:

$$R = m N$$

и воспользоваться промежуточным результатом, полученным при решении задачи №13:

$$\sin \theta = \frac{2}{h_{2-1}}.$$

Следовательно,

$$D = \frac{R}{Nd \cos \theta} = \frac{h}{h_{2-1} \cos \theta} = \frac{h}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta}} = \frac{h}{\sqrt{h^2 (\lambda_2 - \lambda_1)^2 / 4}} = 196 \text{ рад/мм.}$$

$$\text{Ответ: } D = \frac{h}{\sqrt{h^2 (\lambda_2 - \lambda_1)^2 / 4}} = 196 \text{ рад/мм.}$$

**15.** Плоская волна рентгеновского излучения с длиной волны 174 пм падает на поверхность монокристалла, который поворачивается вокруг оси, параллельной его поверхности и перпендикулярной к направлению распространения волны. При этом направления на максимумы второго и третьего порядков от системы плоскостей, параллельных поверхности монокристалла, образуют между собой угол  $60^\circ$ . Определите соответствующее межплоскостное расстояние.

### Решение

Дифракцию рентгеновского излучения в кристалле можно рассматривать как результат зеркального отражения от системы параллельных кристаллических плоскостей, то есть плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки. Вторичные волны, отразившись от разных атомных плоскостей, когерентны и будут интерферировать друг с другом подобно волнам, распространяющимся в данном направлении от различных щелей дифракционной решетки.

Направления, в которых получаются дифракционные максимумы, определяется условием Брэгга – Вульфа

$$2d \sin \theta = m \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $d$  – межплоскостное расстояние;  $\theta$  – угол скольжения.

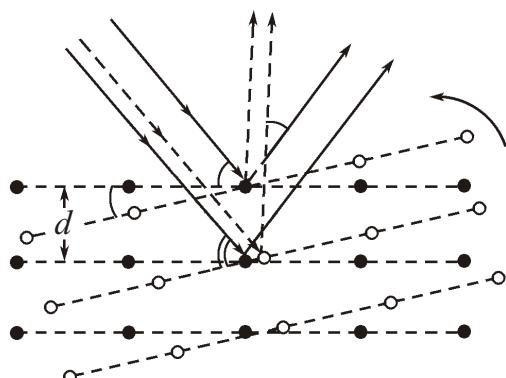


Рис. к задаче №15

При падении излучения на атомные слои кристалла под углом скольжения  $\theta$ , при отражении максимум дифракционной картины второго порядка будет наблюдаться под таким же углом  $\theta$ , направление на который на рисунке обозначено сплошными лучами, а положение атомов – кружками.

Если кристалл повернуть относительно оси, параллельной его поверхности и перпендикулярной к направлению распространения волны, на некоторый угол  $\phi$ , то угол скольжения станет равен  $\theta + \phi$ , и при отражении максимум третьего порядка будет наблюдаться под таким же углом  $\theta + \phi$ , направление на который на рисунке обозначено пунктирными лучами, а положение атомов – окружностями.

Запишем условие Брэгга – Вульфа для этих двух максимумов в виде

$$2d \sin \theta_1 = m_1 \quad ; \quad 2d \sin(\theta_1 + \phi) = m_2 \quad ,$$

где  $m_1 = 2$ ;  $m_2 = 3$ .

Отсюда получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\sin(\theta_1 + \phi)}{\sin \theta_1} = \frac{m_2}{m_1}; \quad \frac{\sin \theta_1 \cos \phi + \cos \theta_1 \sin \phi}{\sin \theta_1} = \frac{m_2}{m_1}; \\ & \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} \sin \phi = \frac{m_2}{m_1} \cos \theta_1; \quad \frac{(1 - \sin^2 \theta_1) \sin^2 \phi}{\sin^2 \theta_1} = \frac{m_2^2 - 2m_1 m_2 \cos \theta_1 + m_1^2 \cos^2 \theta_1}{m_1^2}; \\ & \sin \phi = \frac{m_1 \sin \theta_1}{\sqrt{m_1^2 - 2m_1 m_2 \cos \theta_1 + m_2^2}}; \quad d = \frac{m_1}{2 \sin \theta_1} = \frac{m_1}{2 \sin \theta_1} \sqrt{m_1^2 - 2m_1 m_2 \cos \theta_1 + m_2^2}. \end{aligned}$$

По условию задачи при повороте кристалла направления на соответствующие максимумы образуют между собой угол . Так как при падении излучения под углом скольжения угол между направлениями падающей и отраженной волн равен ( 2 ), а при падении под углом скольжения угол между направлениями падающей и отраженной волн равен ( ), то

$$( \quad 2 \quad ( \quad 2 \quad ; \quad \quad 2 \quad 2 \quad ; \quad \quad 2( \quad ) \quad 2 \quad ; \quad \quad \frac{1}{2} \quad .$$

Следовательно,

$$d = \frac{1}{2 \sin(\frac{1}{2})} \sqrt{m_1^2 - 2 m_1 m_2 \cos(\frac{1}{2}) + m_2^2} = 0,28 \text{ нм.}$$

**Ответ:**  $d = \frac{1}{2 \sin(\frac{1}{2})} \sqrt{m_1^2 - 2 m_1 m_2 \cos(\frac{1}{2}) + m_2^2} = 0,28 \text{ нм}$ , где  $m_1 = 2$ ,  $m_2 = 3$ .

### Задачи для самостоятельного решения

**28.1.** Точечный источник света расположен на расстоянии  $a = 1 \text{ м}$  перед диафрагмой с круглым отверстием радиусом  $r = 1 \text{ мм}$ . Определите расстояние от диафрагмы до точки наблюдения, для которой число открытых зон Френеля составляет  $m = 3$ . Длина волны света  $= 500 \text{ нм}$ .

**28.2.** Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на преграду с круглым отверстием радиусом  $r = 1,2 \text{ мм}$ . Оцените интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем от преграды на расстояние  $b = 80 \text{ см}$ . Длина волны света  $= 600 \text{ нм}$ .

**28.3.** Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачный диск. За преградой находится экран. Для данной геометрии опыта диск закрывает первую зону Френеля. Оцените интенсивность света в центре дифракционной картины на экране после того, как из диска удалили половину внешней половины первой зоны Френеля (по диаметру).

**28.4.** Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачную преграду, имеющую форму, показанную на рисунке. На экране, расположенному параллельно плоскости преграды, наблюдают дифракционную картину. Оцените интенсивность света на экране в точке  $P$ , являющейся проекцией точки  $O$ , для которой закругленная часть преграды является границей первой зоны Френеля.

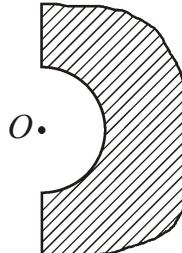


Рис. к задаче №28.4

**28.5.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $= 640 \text{ нм}$  падает нормально на поверхность стеклянного диска, который для точки наблюдения  $P$  перекрывает первые полторы зоны Френеля (см. рисунок). Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Определите минимальную толщину диска, при которой интенсивность света в точке  $P$  будет минимальной.

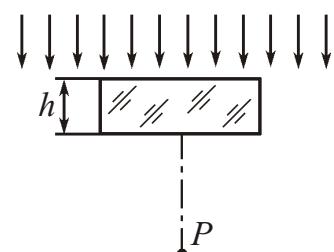


Рис. к задаче №28.5

**28.6.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $= 640 \text{ нм}$  падает нормально на поверх-

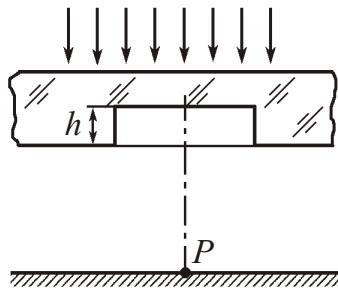


Рис. к задаче №28.6

**28.7.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $500 \text{ нм}$  падает на преприма с длинной прямоугольной щелью шириной  $b = 3 \text{ мкм}$  по нормали к преприма. За щелью находится собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Определите количество максимумов интенсивности, наблюдаемых на экране.

**28.8.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $640 \text{ нм}$  падает на преприма с длинной прямоугольной щелью шириной  $b = 8 \text{ мкм}$  под углом  $30^\circ$  к нормали. За щелью находится собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Определите угловую ширину центрального максимума.

**28.9.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку с тремя одинаковыми узкими щелями. За решеткой находится собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Изобразите примерную дифракционную картину, возникающую на экране при дифракции Фраунгофера, если отношение периода решетки к ширине щели равно двум.

**28.10.** На прозрачную дифракционную решетку нормально падает пучок света от газоразрядной трубки. Второму порядку главного максимума для длины волны  $\lambda_1 = 650 \text{ нм}$  соответствует угол дифракции  $\theta_1 = 45^\circ$ . Определите угол дифракции для длины волны  $\lambda_2 = 500 \text{ нм}$ , которому соответствует третий порядок главного максимума.

**28.11.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $530 \text{ нм}$  падает нормально на прозрачную дифракционную решетку, период которой равен  $d = 1,5 \text{ мкм}$ . Определите угол с нормалью к решетке, под которым образуется фраунгоферов максимум наибольшего порядка.

**28.12.** Плоская монохроматическая световая волна с длиной волны  $600 \text{ нм}$  падает нормально на прозрачную дифракционную решетку шириной  $l = 3 \text{ см}$ . За решеткой находится собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 50 \text{ см}$ , в фокальной плоскости которой расположен экран. Определите ширину дифракционного максимума нулевого порядка на экране.

**28.13.** Свет, содержащий две компоненты желтой линии натрия с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 589,06 \text{ нм}$ , падает нормально на прозрачную дифракционную решетку шириной  $h = 10 \text{ мм}$ . Эти линии оказываются разрешенными (в соответствии с критерием Рэлея), начиная с пятого порядка спектра. Определите период решетки.

**28.14.** Свет содержит спектральную линию с длиной волны  $670,8 \text{ нм}$ , которая состоит из двух компонент, различающихся на  $0,015 \text{ нм}$ . Свет падает нормально на прозрачную дифракционную решетку с периодом  $d = 2,5 \text{ мкм}$ , содержащую  $N = 10^4$  штрихов. Определите угловую дисперсию, соответствующую направлению на главный максимум второго порядка.

**28.15.** Плоская волна рентгеновского излучения падает под углом скольжения  $60^\circ$  на естественную грань монокристалла каменной соли, плотность которого  $2,16 \text{ г}/\text{см}^3$ . При зеркальном отражении от этой грани образуется максимум второго порядка. Определите длину волны излучения. Молярная масса каменной соли  $58,5 \text{ г}/\text{моль}$ .

### Тесты

1. Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачную преграду, имеющую форму, показанную на рисунке. Экран расположен параллельно плоскости преграды. Интенсивность света в точке  $P$  на экране, являющейся проекцией точки  $O$ , равна ...

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| А. $I = \frac{1}{4} I_0$  | Б. $I = \frac{3}{4} I_0$  |
| В. $I = \frac{1}{16} I_0$ | Г. $I = \frac{9}{16} I_0$ |

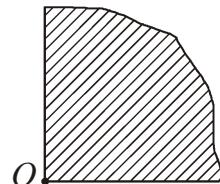


Рис. к тесту №1

2. Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачную преграду, имеющую форму, показанную на рисунке. Экран расположен параллельно плоскости преграды. Интенсивность света в точке  $P$  на экране, являющейся проекцией точки  $O$ , равна ...

- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| А. $I = \frac{1}{4} I_0$  | Б. $I = \frac{3}{4} I_0$  |
| В. $I = \frac{1}{16} I_0$ | Г. $I = \frac{9}{16} I_0$ |

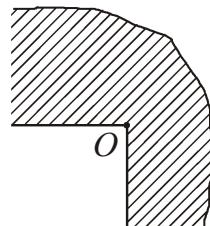


Рис. к тесту №2

3. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом  $r = 1,2 \text{ мм}$ . Длина волны света  $= 640 \text{ нм}$ . Параллельно плоскости преграды за ней расположен экран. Расстояние от преграды до экрана  $b = 150 \text{ см}$ . Количество открытых зон Френеля относительно точки на экране, находящейся в центре дифракционной картины, равно ...

- |            |              |
|------------|--------------|
| А. $m = 1$ | Б. $m = 1,5$ |
| В. $m = 2$ | Г. $m = 2,5$ |

4. Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом  $r = 1,2 \text{ мм}$ . Оцените интенсивность света в центре дифракционной картины на экране, отстоящем от преграды на расстояние  $b = 225 \text{ см}$ . Длина волны света  $= 640 \text{ нм}$ .

- |               |               |
|---------------|---------------|
| А. $I = 0$    | Б. $I = I_0$  |
| В. $I = 2I_0$ | Г. $I = 4I_0$ |

5. Плоская монохроматическая световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом  $r = 1,2 \text{ мм}$ . Оцените интенсивность света в центре дифракционной картины на экране, отстоящем от преграды на расстояние  $b = 60 \text{ см}$ . Длина волны света  $= 600 \text{ нм}$ .

- |               |               |
|---------------|---------------|
| А. $I = 0$    | Б. $I = I_0$  |
| В. $I = 2I_0$ | Г. $I = 4I_0$ |

6. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием переменного радиуса. Параллельно плоскости преграды за ней расположен экран. При данной геометрии опыта отверстие открывает для точки в центре дифракционной картины на экране первую зону Френеля. Во сколько раз следует увеличить радиус отверстия, чтобы в центре экрана возник первый минимум?

- А. В 2 раза  
Б. В  $\sqrt{2}$  раз  
В. В 3 раза  
Г. В  $\sqrt{3}$  раз

7. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с круглым отверстием переменного радиуса. Параллельно плоскости преграды за ней расположен экран. При данной геометрии опыта отверстие открывает для точки в центре дифракционной картины на экране первую зону Френеля. Во сколько раз следует увеличить радиус отверстия, чтобы в центре экрана снова возник максимум?



8. Диафрагма с круглым отверстием расположена посередине между точечным источником света и экраном, расстояние между которыми  $l = 4$  м. Длина волны света 500 нм. При каком минимальном радиусе отверстия центр дифракционной картины на экране будет темным?

Ответ: MM

9. Диафрагма с круглым отверстием расположена посередине между точечным источником света и экраном, расстояние между которыми  $l = 2$  м. Длина волны света 500 нм. При каком радиусе отверстия центр дифракционной картины на экране будет наиболее светлым?

- A.  $r_{\min}$  0,5 mm      B.  $r_{\min}$  1 mm  
 B.  $r_{\min}$  2 mm      C.  $r_{\min}$  5 mm

**10.** Точечный источник света расположен на расстоянии  $a$  от круглого непрозрачного диска радиусом  $R = 0,5$  мм. Длина волны света  $\lambda = 500$  нм. Параллельно плоскости диска за ним расположен экран. Расстояние от преграды до экрана  $b = a$ . В центре дифракционной картины на экране светлое пятно максимальной интенсивности. Определите расстояние между источником света и экраном, если диск закрывает целое число зон Френеля.

Ответ: M

**11.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на преграду с длинной прямоугольной щелью шириной  $b = 3$  мкм. Длина волны света  $\lambda = 500$  нм. За щелью находится тонкая собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Количество максимумов интенсивности дифракционной картины, наблюдаемой на экране, равно ...

- A.  $m_{\max}$  9      Б.  $m_{\max}$  10  
 В.  $m_{\max}$  11      Г.  $m_{\max}$  12

12. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на преграду с длинной прямоугольной щелью шириной  $b = 1$  мкм. Длина волны света  $\lambda = 500$  нм.

За щелью находится тонкая собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Определите угловую ширину центрального максимума дифракционной картины, наблюдаемой на экране.

Ответ: \_\_\_\_\_°

**13.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на преграду с длинной прямоугольной щелью шириной  $b = 1 \text{ мкм}$ . За щелью находится тонкая собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Угловое расстояние между первыми минимумами дифракционной картины, наблюдаемой на экране,  $\frac{\lambda}{3}$ . Длина волны света равна ...

- A. 500 нм                          B. 560 нм  
B. 600 нм                          Г. 640 нм

**14.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на преграду с тремя одинаковыми узкими щелями, причем ширина каждой щели равна расстоянию между щелями. Какие главные максимумы дифракционной картины не будут видны на экране?

- A. Нулевого порядка              Б. Четные  
B. Нечетные                        Г. Все

**15.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку. За решеткой находится тонкая собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Как изменится расстояние между главными максимумами, если длину волны света увеличить?

- A. Увеличится                      Б. Уменьшится  
B. Не изменится                    Г. Дифракционная картина исчезнет

**16.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку. За решеткой находится тонкая собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Как изменится расстояние между главными максимумами, если щели решетки перекрыть через одну?

- A. Увеличится                      Б. Уменьшится  
B. Не изменится                    Г. Дифракционная картина исчезнет

**17.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку. За решеткой находится тонкая собирающая линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. Главный максимум второго порядка наблюдается на экране под углом  $10^\circ$ . Под каким углом будет наблюдаться максимум того же порядка, если щели решетки перекрыть через одну?

- A.  $5^\circ$                               Б.  $10^\circ$   
B.  $5^\circ$                                 Г.  $5^\circ$

**18.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку. Период решетки  $d = 1,4 \text{ мкм}$ . Длина волны света  $500 \text{ нм}$ . Определите наибольший порядок спектра.

Ответ: \_\_\_\_\_

**19.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку. Решетка содержит  $n = 200$  штрихов/мм. Длина волны света  $\lambda = 640$  нм. Максимум наибольшего порядка наблюдается под углом ...

- A.  $15,8^\circ$       Б.  $31,6^\circ$   
B.  $63,6^\circ$       Г.  $76,4^\circ$

**20.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку. Период решетки  $d = 2,3$  мкм. Длина волны света  $\lambda = 500$  нм. На дифракционной картине видны только пять главных максимумов (включая центральный). Какова ширина щели этой решетки?

- A.  $b = 0,46$  мкм      Б.  $b = 0,575$  мкм  
В.  $b = 1,15$  мкм      Г.  $b = 1,38$  мкм

**21.** Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на дифракционную решетку, содержащую  $N = 10^4$  штрихов. Период решетки  $d = 1,4$  мкм. Длина волны света  $\lambda = 700$  нм. Угловая ширина главного максимума нулевого порядка равна ...

- A.  $3,6^\circ$       Б.  $1,8^\circ$   
В.  $20,6$       Г.  $10,3$

**22.** Какова длина волны монохроматического рентгеновского излучения, падающего на кристалл кальцита, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается, когда угол между падающим излучением и гранью кристалла равен  $3^\circ$ ? Расстояние между атомными плоскостями кристалла принять равным  $d = 0,3$  нм.

- A.  $15,7$  пм      Б.  $31,4$  пм  
В.  $15,7$  мкм      Г.  $31,4$  мкм

**23.** На грань кристалла каменной соли падает монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны  $\lambda = 147$  пм под углом скольжения  $31,3^\circ$  к поверхности кристалла. При этом наблюдается дифракционный максимум второго порядка. Расстояние между атомными плоскостями кристалла равно ...

- A.  $d = 36$  пм      Б.  $d = 72$  пм  
В.  $d = 141$  пм      Г.  $d = 283$  пм

**24.** Свет, содержащий две спектральные линии  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм, падает нормально на дифракционную решетку с периодом  $d = 20$  мкм. При какой наименьшей ширине решетки эти линии будут разрешены во втором порядке?

- A.  $h_{\min} = 5$  мм      Б.  $h_{\min} = 10$  мм  
В.  $h_{\min} = 15$  мм      Г.  $h_{\min} = 20$  мм

**25.** Какой наименьшей разрешающей способностью должна обладать дифракционная решетка, чтобы с ее помощью можно было разрешить две спектральные линии  $\lambda_1 = 578$  нм и  $\lambda_2 = 580$  нм?

Ответ: \_\_\_\_\_

## §29. Поляризация света

При изучении интерференции и дифракции предполагалось, что складываемые колебания светового вектора совершаются в одном направлении, и поперечность электромагнитных волн никак не учитывалась.

Напомним, в электромагнитной волне совершают колебания два вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ . В естественном свете векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и волновой вектор  $\vec{k}$ , хотя и остаются взаимно перпендикулярными в каждый момент времени, но направления векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в любой (фиксированной) точке быстро и беспорядочно изменяются. Поэтому все направления колебаний светового вектора  $\vec{E}$  равновероятны и естественный свет обладает осевой симметрией относительно направления распространения (рис. 29.1).

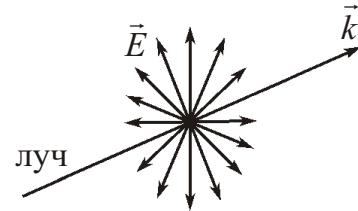


Рис. 29.1

### 29.1. Общие сведения о поляризации. Закон Малюса

Свет, у которого направления колебаний светового вектора каким-либо образом упорядочены, называется *поляризованным*. Если колебания светового вектора происходят только в одной плоскости, проходящей через луч, то свет называется *плоско- (или линейно-) поляризованным*. Плоскость, в которой колеблется световой вектор в плоскополяризованной волне, называется *плоскостью колебаний* или *плоскостью поляризации*.

Упорядоченность колебаний может заключаться в том, что вектор  $\vec{E}$  вращается вокруг направления распространения волны, одновременно изменяясь по величине так, что конец вектора  $\vec{E}$  описывает эллипс. Такой свет называется *эллиптически поляризованным*. Если конец вектора  $\vec{E}$  описывает окружность, свет называется *поляризованным по кругу*.

Рассмотрим две волны одинаковой частоты, световые векторы которых в некоторой точке совершают взаимно перпендикулярные колебания вдоль осей  $OX$  и  $OY$ , различающиеся по фазе на  $\pi/2$  (рис. 29.2):

$$E_x = A_1 \cos(\omega t); \quad E_y = A_2 \cos(\omega t + \pi/2), \quad (29.1)$$

где  $A_1$ ,  $A_2$  – амплитуды колебаний, возбуждаемых рассматриваемыми волнами.

Угол между направлением результирующего колебания

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

и осью  $OX$  в каждый момент времени определяется выражением

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{A_2 \cos(\omega t + \pi/2)}{A_1 \cos(\omega t)}. \quad (29.2)$$

Если разность фаз колебаний претерпевает случайные изменения, то и угол (то есть направление вектора  $\vec{E}$ ) будет испытывать неупорядоченные изменения. Поскольку в естественном свете колебания вектора  $\vec{E}$  в любой точке пространства совершаются в разных направлениях, быстро и беспорядочно сменяя друг друга, то такой свет можно представить как наложение двух некогерентных волн, линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях.

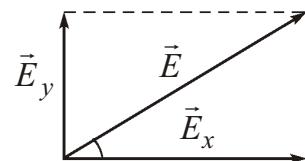


Рис. 29.2

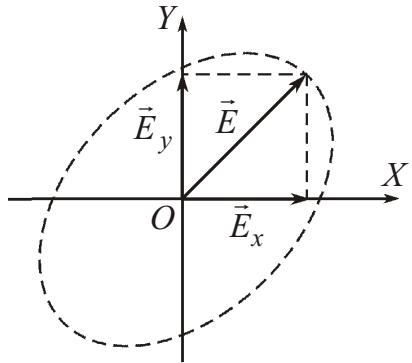


Рис. 29.3

В [14, §6] было установлено, что при сложении взаимно перпендикулярных колебаний одной частоты, совершающихся с постоянной разностью фаз, конец результирующего вектора в общем случае движется по эллипсу (рис. 29.3). В частности, может получиться движение по прямой или по окружности.

Допустим, что рассматриваемые выше световые волны когерентны, причем разность фаз равна нулю или . Тогда, согласно (29.2),

$$\operatorname{tg} \frac{A_2}{A_1} = \text{const.}$$

Следовательно, результирующее колебание совершается в фиксированном направлении свет оказывается плоскополяризованным.

Если  $A_1 = A_2$  и  $\frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{2}$ , то

$$\operatorname{tg} \frac{\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})}{\cos(\omega t)} = \pm \frac{\sin(\omega t)}{\cos(\omega t)} = \mp \operatorname{tg}(\omega t).$$

Отсюда вытекает, что плоскость колебаний поворачивается вокруг направления луча с угловой скоростью, равной частоте колебаний . Свет в этом случае будет поляризован по кругу.

Таким образом, две когерентные плоскополяризованные световые волны, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны, при наложении дают эллиптически поляризованный свет. При разности фаз , равной нулю или , эллипс вырождается в прямую и получается плоскополяризованный свет. При  $\frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{2}$  и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс превращается в окружность и получается свет, поляризованный по кругу. В зависимости от направления вращения вектора  $\vec{E}$  различают правую и левую эллиптическую или круговую поляризацию.

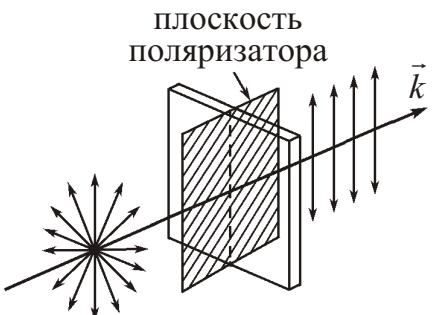


Рис. 29.4

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами*. Эти приборы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, которую называют *плоскостью поляризатора*, и полностью или частично задерживают колебания, перпендикулярные к этой плоскости (рис. 29.4). Поляризатор, задерживающий перпендикулярные к его плоскости колебания только частично, называется *несовершенным*. Просто поляризатором будем называть идеальный поляризатор, полностью задерживающий колебания, перпендикулярные к плоскости поляризатора, и не ослабляющий колебаний, параллельных этой плоскости.

На выходе из несовершенного поляризатора получается свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений. Такой свет называется *частично поляризованным*. Его можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного света. Частично поляризованный свет, как и естественный, можно представить в виде наложения двух некогерентных плоскополяризованных волн с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний. В случае естественного света амплитуды этих волн одинаковы, а в случае частично поляризованного разные.

Поляризатор, применяемый для исследования поляризации света, называется *анализатором*.

Если пропустить частично поляризованный свет через анализатор, то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться в пределах от  $I_{\min}$  до  $I_{\max}$ , причем переход от одного из этих значений к другому будет совершаться при повороте на угол, равный  $\frac{1}{2}$  (за один полный поворот два раза будет достигаться минимальное и два раза максимальное значение интенсивности). Выражение

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (29.3)$$

определяет *степень поляризации* света. Для плоскополяризованного света  $I_{\min} = 0$  и  $P = 1$ ; для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$  и  $P = 0$ . К эллиптически поляризованному свету понятие степени поляризации неприменимо.

Пусть на поляризатор падает линейно поляризованный свет интенсивностью  $I_0$ . Разложим колебание светового вектора  $\vec{E}$ , который составляет с плоскостью поляризатора угол  $\theta$ , на два колебания с амплитудами  $E_{||} = E_0 \cos \theta$  и  $E_{\perp} = E_0 \sin \theta$ ; первое из них совершается в плоскости поляризатора, второе — в перпендикулярном направлении (рис. 29.5; луч перпендикулярен к плоскости рисунка). При этом первое колебание пройдет через прибор, а второе будет задержано. Следовательно, интенсивность света после прохождения поляризатора (поскольку интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды) будет равна

$$I = E_{||}^2 = E_0^2 \cos^2 \theta,$$

или

$$I = I_0 \cos^2 \theta, \quad (29.4)$$

где  $\theta$  — угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора (рис. 29.6). Соотношение (29.4) выражает **закон Малюса**.

Пусть на поляризатор падает естественный свет интенсивностью  $I_{\text{ест}}$ . При этом направление колебаний светового вектора  $\vec{E}$  и угол  $\theta$  между ним и плоскостью поляризатора будут испытывать неупорядоченные изменения. Поскольку среднее значение  $\cos^2 \theta$  за период равно  $\frac{1}{2}$ , то, как следует из закона Малюса, интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор, будет равна

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}.$$

Поляризованный свет можно превратить в естественный, то есть неполяризованный. Для этого можно, например, поляризованный свет пропустить через слой мелко истолченного стекла; поляризованный свет, проходящий через такой слой, претерпевает многократные отражения, в результате чего его поляризация будет нарушена.

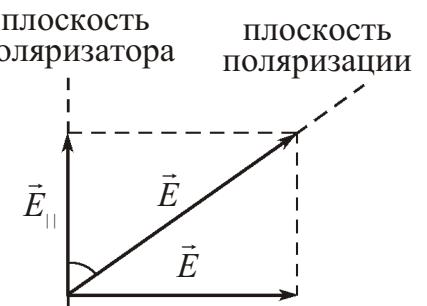


Рис. 29.5

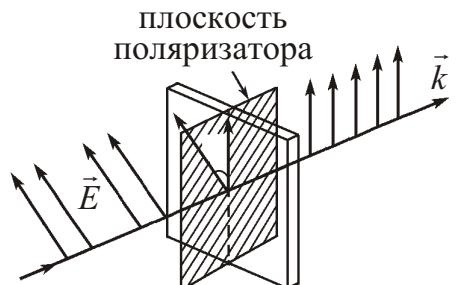


Рис. 29.6

## 29.2. Поляризация света при отражении и преломлении

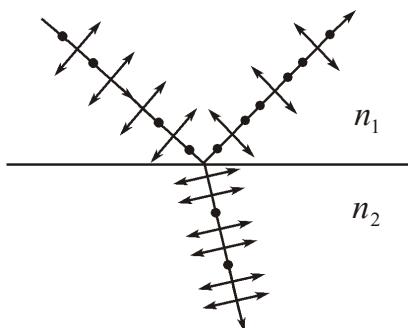


Рис. 29.7

Если угол падения света на границу раздела двух прозрачных диэлектриков (например, на поверхность стеклянной пластинки) отличен от нуля, то отраженная и преломленная волны оказываются частично поляризованными. В отраженной волне преобладают колебания светового вектора, перпендикулярные к плоскости падения, в преломленной волне — колебания, параллельные плоскости падения (рис. 29.7; точками и стрелками показаны направления колебаний вектора  $\vec{E}$ ). Причем степень поляризации обеих волн зависит от угла падения.

При некотором угле падения отраженный свет становится полностью поляризованным. Этот угол  $\theta_B$  удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} \theta_B = n_{1,2} / n_2 \quad (29.5)$$

(где  $n_{1,2}$  — показатель преломления второй среды относительно первой) и называется **углом Брюстера**. Соотношение (29.5) выражает **закон Брюстера**.

При падении естественного света под углом Брюстера на границу раздела двух прозрачных диэлектриков отраженная волна содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения, но интенсивность отраженного света будет очень мала (для границы стекло — воздух около 4% от интенсивности падающего света), а степень поляризации преломленной волны достигает наибольшего значения, однако эта волна будет поляризованной только частично. Чтобы увеличить интенсивность отраженной волны и повысить степень поляризации преломленной волны, используют стопу (*стопу Столетова*), состоящую из нескольких одинаковых параллельных пластинок, установленных под углом Брюстера к падающему свету. При достаточно большом числе пластинок и отсутствии поглощения интенсивности отраженного и преломленного света будут равны половине интенсивности падающего на стопу естественного света, причем проходящий свет станет практически полностью линейно поляризованным.

Используя законы отражения и преломления, легко убедиться в том, что при падении света под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны (см. решение задачи №7).

Явление поляризации света при отражении и преломлении объясняет электромагнитная теория Максвелла. Здесь ограничимся лишь качественным объяснением.

Предположим для простоты, что отражение и преломление света происходят на границе диэлектрика с вакуумом. Падающая световая волна, проникнув в диэлектрик, заставляет так называемые оптические электроны атомов (см. §30) совершать вынужденные колебания. Колеблющиеся электроны излучают электромагнитные волны, которые мы назовем вторичными. Вне диэлектрика вторичные волны, налагаясь друг на друга, дают отраженную волну; внутри диэлектрика они складываются с падающей (первичной) волной. Результирующая первичной и вторичной волн образует преломленную волну. Вынужденные колебания электронов совершаются в направлении вектора  $\vec{E}$  этой результирующей волны.

Рассмотрим один из электронов, излучающих вторичную волну. Разложим колебание электрона на два колебания, одно из которых совершается в плоскости падения, второе в направлении, перпендикулярном к этой плоскости. Первое колебание изображено на рис. 29.8 сплошной двусторонней стрелкой, второе — штриховой стрелкой. Каждому из колебаний соответствует плоскополяризованная вторичная волна.

Из теории Максвелла следует, что интенсивность излучения электрона максимальна в направлении, перпендикулярном к направлению колебаний; в направлении колебаний электрон не излучает. Следовательно, в направлении отраженного луча интенсивность вторичной волны с плоскостью колебаний, перпендикулярной к плоскости падения (штриховой лепесток, лежащий в плоскости перпендикулярной к плоскости рисунка), намного превышает интенсивность вторичной волны, в которой вектор  $\vec{E}$  колеблется в плоскости падения (сплошной лепесток, лежащий в плоскости рисунка). Таким образом, в отраженном луче колебания, перпендикулярные к плоскости падения, преобладают над колебаниями иных направлений, поэтому отраженный луч оказывается частично поляризованным.

При падении света под углом Брюстера направление колебаний электронов, параллельных плоскости падения (сплошная двусторонняя стрелка), совпадает с направлением отраженного луча, так что интенсивность вторичной волны с соответствующим направлением колебаний обращается в нуль — отраженный луч оказывается полностью поляризованным.

В естественном свете интенсивность колебаний различных направлений одинакова. Энергия падающей волны распределяется между отраженной и преломленной волнами. Поэтому, если в отраженном луче будет больше интенсивность колебаний одного направления, то в силу закона сохранения энергии в преломленном луче должна быть выше интенсивность колебаний другого направления. Отсюда следует, что преломленный луч будет всегда частично поляризован.

Если падающий луч поляризован в плоскости падения, то при падении под углом Брюстера отраженного луча не будет совсем. Это легко продемонстрировать при отражении линейно поляризованного света от плоской стеклянной пластинки. Поворачивая пластинку под разными углами к направлению падающего луча, при ее определенном положении можно заметить резкий спад интенсивности отраженного луча. Это произойдет когда плоскость поляризации совпадет с плоскостью падения.

При падении отраженного от диэлектрика луча на поляроид, плоскость поляризации которого совпадает с плоскостью падения, прошедший сквозь поляроид луч будет максимально ослаблен. Это используется, например, в поляроидных очках. Поскольку большинство поверхностей под открытым небом горизонтальны (дороги, водоемы), плоскость поляризации таких очков направляют по вертикали, с тем чтобы избавиться от бликов. На этом же принципе основано использование всевозможных поляризационных фильтров, применяемых, например, в фотографии.

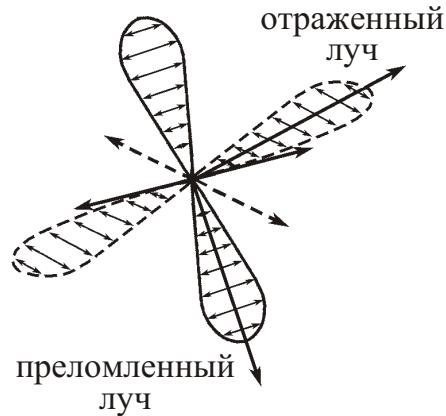


Рис. 29.8

### **29.3. Поляризация света при двойном лучепреломлении**

Во многих прозрачных средах скорость света одинакова по всем направлениям. Такие среды называются *изотропными*. Но в некоторых кристаллах и растворах скорость света в различных направлениях неодинакова. Такие среды называются *анизотропными*, о них также говорят как о *двойкопреломляющих*. При прохождении света через такие среды наблюдается явление, состоящее в том, что упавший на них луч разделяется на два луча, распространяющихся с разными скоростями и в различных направлениях. Это явление получило название *двойного лучепреломления*.

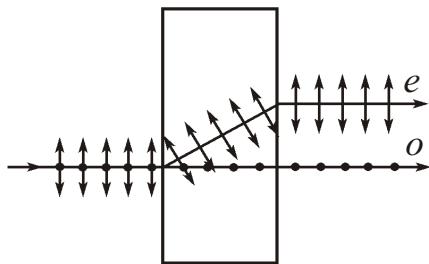


Рис. 29.9

Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, подразделяются на *одноосные* и *двухосные*. У одноосных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычному закону преломления, в частности он лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Этот луч называется *обыкновенным* и обозначается буквой *o*. Для другого луча, называемого *необыкновенным* (его обозначают буквой *e*), отношение синусов угла падения и угла преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальному падении света на кристалл необыкновенный луч, вообще говоря, отклоняется от нормали (рис. 29.9). Кроме того, необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Примерами одноосных кристаллов могут служить исландский шпат, кварц и турмалин (минерал сложного состава). У двухосных кристаллов (слюда, гипс) оба луча необыкновенные показатели преломления у них зависят от направления в кристалле. В дальнейшем ограничимся рассмотрением только одноосных кристаллов.

У одноосных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью. Это направление называется *оптической осью кристалла*. Следует иметь в виду, что оптическая ось – это не прямая линия, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла. Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется *главным сечением* или *главной плоскостью кристалла*.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 29.9). Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна к главному сечению кристалла. В необыкновенном луче колебания светового вектора совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением. По выходе из кристалла оба луча различаются только направлением поляризации, так что названия «обыкновенный» и «необыкновенный» луч имеют смысл только внутри кристалла.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов. В кристаллах некубической системы диэлектрическая проницаемость оказывается зависящей от направления в кристалле. В одноосных кристаллах диэлектрическая проницаемость в направлении оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к

ней, имеет значения  $\parallel$  и  $\perp$ . В других направлениях  $n$  имеет промежуточные значения. Если откладывать из некоторой точки отрезки, длина которых равна значению  $n$  в данном направлении, то концы отрезков образуют эллипсоид вращения, ось которого совпадает с оптической осью кристалла.

В анизотропных кристаллах показатель преломления  $n$  зависит от направления в кристалле. Одноосные кристаллы характеризуют показателем преломления обыкновенного луча  $n_o$  и показателем преломления необыкновенного луча, перпендикулярного к оптической оси,  $n_e$ . Таким образом, анизотропия кристаллов по-разному отражается на скорости распространения обыкновенного и необыкновенного луча. В то время как скорость  $n_o$  обыкновенного луча не зависит от направления в кристалле, скорость  $n_e$  необыкновенного луча по мере отклонения от оптической оси (вдоль которой скорости обоих лучей одинаковы) будет все больше отличаться, достигая максимального различия в направлении, перпендикулярном оптической оси.

В обыкновенном луче колебания светового вектора перпендикулярны к главному сечению кристалла (на рис. 29.10 эти колебания изображены точками на соответствующем луче). При любом направлении обыкновенного луча (на рисунке указаны три направления: 1, 2, 3) световой вектор образует с оптической осью кристалла прямой угол и скорость световой волны будет одна и та же:  $c/n_o$ . Изображая скорость обыкновенного луча в виде отрезков, отложенных по разным направлениям, мы получим сферическую поверхность. На рис. 29.10 показано пересечение этой поверхности с плоскостью чертежа. Такая картина, как на рисунке, наблюдается в любом главном сечении, то есть в любой плоскости, проходящей через оптическую ось кристалла. Представим себе, что в точке  $O$  внутри кристалла помещен точечный источник света. Тогда построенная нами сфера будет волновой поверхностью обыкновенных лучей.

Колебания в необыкновенном луче совершаются в главном сечении. Поэтому для разных лучей направления колебаний светового вектора (на рис. 29.10 эти направления изображены двусторонними стрелками) образуют с оптической осью кристалла разные углы  $\theta$ . Для необыкновенного луча, идущего в направлении 1, угол  $\theta = \frac{\pi}{2}$  и скорость световой волны  $n_e = c/n_o$ ; для луча 2 угол  $\theta = 0$ , скорость  $n_e = c/n_e$ ; для луча 3 скорость волны имеет промежуточное значение. При этом волновая поверхность необыкновенных лучей будет представлять собой эллипсоид вращения. В местах пересечения с оптической осью кристалла этот эллипсоид и сфера, построенная для обыкновенных лучей, соприкасаются.

Ход обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле можно определить с помощью принципа Гюйгенса. На рис. 29.11 построены волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей с центром в точке 2, лежащей на поверхности кристалла. Построение выполнено для момента времени, когда волновой фронт падающей плоской волны достигает точки 1. Огибающие всех вторичных волн (волны, центры которых лежат в промежутке между точками 1 и 2, на рисунке

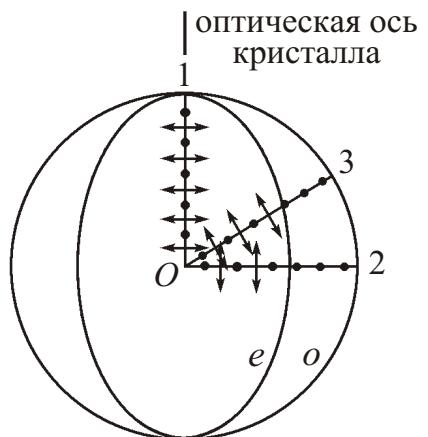


Рис. 29.10

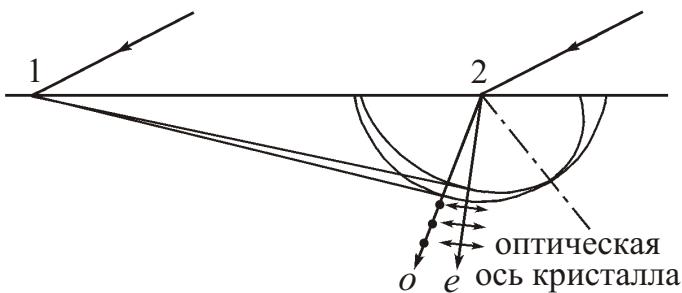


Рис. 29.11

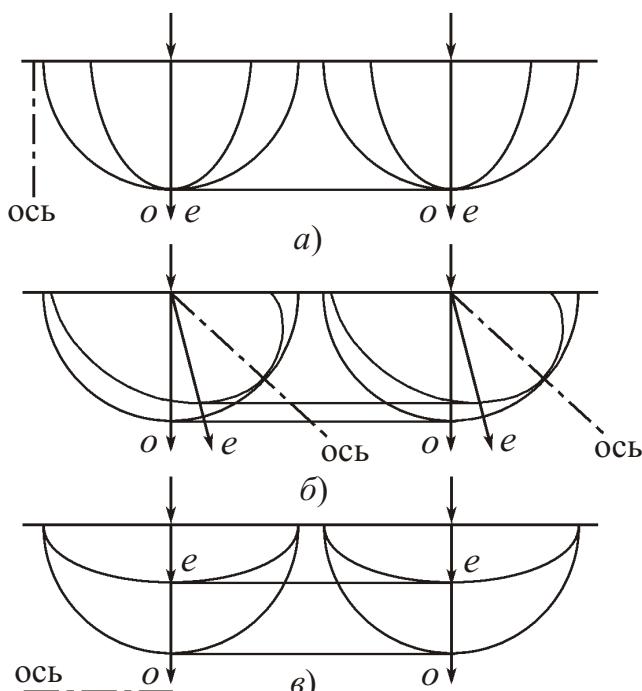


Рис. 29.12

преломляющей поверхности. В этом случае при нормальном падении света обыкновенный и необыкновенный лучи идут по одному и тому же направлению, но распространяются с разной скоростью, вследствие чего между ними возникает все возрастающая разность фаз.

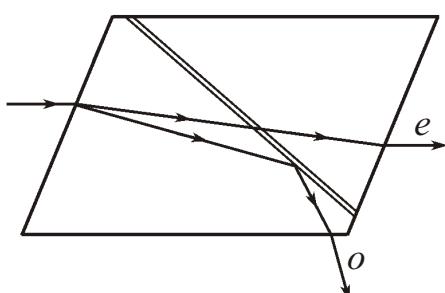


Рис. 29.13

претерпевал на прослойке бальзама полное внутреннее отражение и отклонялся в сторону, а необыкновенный луч свободно проходил через эту прослойку и выходил из призмы. Таким образом, из призмы выходит только один плоскополяризованный луч.

не показаны) для обычного и необыкновенного лучей, очевидно, представляют собой плоскости. Преломленные обычный  $o$  и необыкновенный  $e$  лучи, вышедшие из точки 2, проходят через точку касания огибающей с соответствующей волновой поверхностью. Из рис. 29.11 следует, что обычный луч  $o$  совпадает с нормалью к соответствующей волновой поверхности, а необыкновенный луч  $e$  заметно отклоняется от нормали к волновой поверхности.

На рис. 29.12 изображены три случая нормального падения света на поверхность кристалла, различающихся направлением оптической оси.

В случае, представленном на рис. 29.12,  $a$ , обычный  $o$  и необыкновенный  $e$  лучи распространяются вдоль оптической оси и поэтому идут не разделяясь. Из рис. 29.12,  $b$  видно, что даже при нормальном падении света на преломляющую поверхность необыкновенный луч может отклониться от нормали к этой поверхности. На рис. 29.12,  $c$  оптическая ось кристалла параллельна

На явлении двойного лучепреломления основано действие поляризационного устройства, называемого *призмой Николя* (или просто *николем*). Оно представляет собой призму из испанского шпата (рис. 29.13), разрезанную по диагонали и склеенную канадским бальзамом. Значение показателя преломления канадского бальзама  $n = 1,55$  лежит между показателями преломления обычного и необыкновенного лучей ( $n_e < n < n_o$ ). Угол падения света подбирается таким, чтобы обычный луч

## 29.4. Интерференция поляризованных волн

Рассмотрим кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. При нормальном падении на такую пластинку плоскополяризованного света из нее выйдут два когерентных луча, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях (см. рис. 29.12, в). Отношение амплитуд колебаний светового вектора в этих лучах зависит от угла между плоскостью колебаний в падающем луче и оптической осью пластинки.

Поскольку обыкновенный и необыкновенный лучи внутри пластинки распространяются с разными скоростями, между ними возникает разность фаз, зависящая от толщины пластинки и разности показателей преломления  $|n_o - n_e|$ . В зависимости от толщины пластинки  $d$  между лучами возникнет оптическая разность хода

$$|n_o - n_e| d, \quad (29.6)$$

которой соответствует разность фаз

$$\frac{2}{0} \pi - \frac{2}{0} |n_o - n_e| d, \quad (29.7)$$

где  $\lambda_0$  длина волны света в вакууме.

Пластинка, толщина которой удовлетворяет условию

$$|n_o - n_e| d = m \frac{\pi}{4} \quad (m = 1, 3, 5, \dots), \quad (29.8)$$

называется *пластинкой в четверть волны*. При прохождении через такую пластинку обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз  $\frac{\pi}{2}$  (точнее,  $\frac{\pi}{2} + m\pi$ ).

Таким образом, при падении на пластинку в четверть волны плоскополяризованного света из пластинки выходят два световых колебания, совершаемых во взаимно перпендикулярных направлениях и сдвинутых по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ . В этом случае конец результирующего вектора  $\vec{E}$  движется по эллипсу (рис. 29.14). Следовательно, вышедший из пластинки свет будет эллиптически поляризованным. В частном случае, когда угол между плоскостью колебаний в падающем луче и оптической осью пластинки  $\frac{\pi}{4}$ , амplitуды колебаний будут одинаковы и свет будет поляризован по кругу.

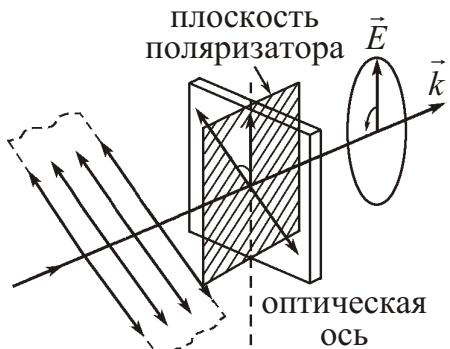


Рис. 29.14

На свойстве пластинки в четверть волны основан способ получения эллиптически поляризованного света (и света, поляризованного по кругу). Он заключается в последовательном пропускании естественного света через поляризатор и пластинку в четверть волны. Вращая пластинку вокруг направления луча, можно изменять отношение полуосей эллипса. Отметим, что при  $m = 0$  или  $\frac{1}{2}$  из пластинки выходит плоскополяризованный свет.

Если толщина пластинки удовлетворяет условию

$$|n_o - n_e| d = m \frac{\pi}{2} \quad (m = 1, 3, 5, \dots), \quad (29.9)$$

то ее называют *пластинкой в полволны*. При прохождении через такую пластинку обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз  $\pi$  (точнее,  $\pi + m\pi$ ).

При падении плоскополяризованного света на пластинку в полволны на выходе направление колебаний светового вектора повернется на угол  $\pi/m$  (где  $m$  – угол между плоскостью колебаний в падающем луче и оптической осью пластинки) симметрично главному сечению пластинки. При  $m = 1/4$  такая пластинка «поворачивает» плоскость поляризации на угол  $90^\circ$ , то есть плоскость поляризации прошедшего через пластинку света будет перпендикулярна плоскости поляризации падающего света.

Следует отметить, что при ( $m = 2, 4, 6, \dots$ ) в формуле (29.9) прошедший через пластинку свет остается линейно поляризованным в той же плоскости, что и падающий свет, то есть такая пластинка ничего нового не вносит. Ее называют *пластинкой в целую волну*.

До сих пор, говоря об интерференции, мы имели в виду интерференцию как наложение одинаково поляризованных волн. Рассмотрим случай, когда интерферируют две плоскополяризованные волны, плоскости колебаний которых не совпадают, а взаимно перпендикулярны.

Рассмотрим кристаллическую пластинку, оптическая ось которой параллельна ее поверхности. В этом случае при нормальном падении света оба луча (обыкновенный и необыкновенный) внутри пластинки распространяются в одном направлении (перпендикулярно к плоскости пластинки), но с различными скоростями. Выйдя из пластинки, оба луча будут когерентными, но будут поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях, и интерференция наблюдаться не будет.

Если на пути света, вышедшего из такой пластинки, поставить поляризатор, то колебания будут происходить в одной плоскости и результат интерференции будет зависеть от разности хода волн, то есть от толщины пластинки: при пластинке в четверть волны один из лучей (обыкновенный или необыкновенный) отстанет по фазе от другого на  $\pi/2$ ; при пластинке в полволны один из лучей отстанет по фазе от другого на  $\pi$ ; при пластинке в целую волну обычный и необыкновенный лучи будут складываться в одинаковой фазе, то есть так, как если бы они пластинку вообще не проходили.

Пластинку в четверть волны можно использовать в качестве анализатора света, поляризованного по кругу. Для этого одного поляризатора недостаточно: и для естественного света, и для поляризованного по кругу при вращении пластинки вокруг направления светового луча интенсивность проходящего света не изменяется. Если же предварительно ввести пластинку в четверть волны, то поляризованный по кругу свет превращается в плоскополяризованный. Вращая поляризатор, можно добиться полного «гашения» света. Если же свет естественный, то он останется таким и после прохождения пластинки; при любом положении поляризатора интенсивность прошедшего света будет одинаковой.

Для анализа эллиптически поляризованного света также используют пластинку в четверть волны и поляризатор. Если вращением пластинки вокруг направления светового луча будет найдено положение, при котором свет, прошедший через нее, можно «погасить», вращая поляризатор, то свет эллиптически поляризован.

Для анализа плоскополяризованного света достаточно любого поляризатора: если при вращении поляризатора вокруг направления светового луча интенсивность проходящего света будет изменяться и при некотором положении полностью гаситься, то свет плоскополяризован.

## 29.5. Искусственное двойное лучепреломление

Обычные прозрачные тела, не обладающие двойным лучепреломлением, при определенном воздействии на них обнаруживают двойное лучепреломление.

В прозрачных аморфных телах, а также в кристаллах кубической системы может возникать двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий. В частности, это происходит при механических деформациях тел. Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обычного и необыкновенного лучей. Экспериментально установлено, что эта разность пропорциональна напряжению в данной точке тела (то есть силе, приходящейся на единицу площади):

$$|n_o \quad n_e| \quad k , \quad (29.10)$$

где  $k$  коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

Для наблюдения двойного лучепреломления исследуемое тело помещают между скрещенными поляризаторами, плоскости пропускания которых составляют угол  $45^\circ$  с направлением деформации. Если тело имеет форму пластинки или кубика, то при увеличении напряжения наблюдают усиление или ослабление прошедшего света. Если же тело в виде клина или другой более сложной формы, то в проходящем свете наблюдается картина так или иначе расположенных полос с максимумами и минимумами освещенности. При изменении напряжений картина меняется. Этим пользуются при исследовании распределения напряжений в сложных тела (конструкциях): изготавливают геометрически подобную модель, подвергают ее нагрузке и по наблюдаемой между скрещенными поляризаторами картине судят о распределении внутренних напряжений.

Двойное лучепреломление было обнаружено в жидкостях и в аморфных твердых телах под воздействием электрического поля. Это явление получило название *эффекта Керра*.

Установка для исследования эффекта Керра в жидкостях состоит из ячейки Керра, помещенной между скрещенными поляризаторами. Ячейка Керра представляет собой герметичный сосуд с жидкостью, в котором находится конденсатор (рис. 29.15). При подаче на пластины конденсатора напряжения между ними возникает практически однородное электрическое поле. Если вектор напряженности электрического поля составляет с плоскостями пропускания поляризаторов угол  $45^\circ$ , жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля.

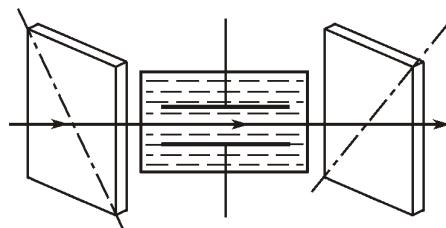


Рис. 29.15

Возникающая разность показателей преломления  $n_o$  и  $n_e$  в ячейке Керра пропорциональна квадрату напряженности поля  $\vec{E}$ , и на пути  $l$  между обычным и необыкновенным лучами возникает разность хода

$$|n_o \quad n_e| l \quad k l E^2$$

и разность фаз

$$\frac{2}{0} \quad \frac{2 \quad k l E^2}{0} .$$

Это выражение принято записывать в виде

$$2 B l E^2, \quad (29.11)$$

где  $B$  характерная для вещества величина, называемая *постоянной Керра*. Постоянная Керра зависит от температуры вещества и от частоты света.

Эффект Керра объясняется различной поляризацией молекул по разным направлениям. В отсутствие электрического поля молекулы ориентированы хаотическим образом, поэтому жидкость в целом не обнаруживает анизотропии. Под действием поля молекулы поворачиваются так, чтобы в направлении поля были ориентированы их дипольные электрические моменты. В результате жидкость становится оптически анизотропной. Ориентирующему действию поля противится тепловое движение молекул. Этим обусловливается уменьшение постоянной Керра с повышением температуры.

Время, в течение которого устанавливается (при включении поля) или исчезает (при выключении поля) преобладающая ориентация молекул, ничтожно мало (порядка  $10^{-13}$ – $10^{-10}$  с), поэтому ячейка Керра, помещенная между скрещенными поляризаторами, может служить практически безынерционным световым затвором. В отсутствие напряжения на пластинах конденсатора затвор будет закрыт. При включении напряжения затвор пропускает значительную часть света, падающего на первый поляризатор. Ячейка Керра применяется в скоростной фото- и киносъемке, в оптической телефонии, в схемах для управления оптическими квантовыми генераторами (лазерами), а также в научных исследованиях.

## 29.6. Вращение плоскости поляризации

Многие вещества, называемые *оптически активными*, обладают способностью поворачивать направление поляризации проходящего через них плоскополяризованного света. Это кристаллические тела (кварц и др.), чистые жидкости (скипицдар, никотин и др.) и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.).

Если на оптически активное вещество падает плоскополяризованный свет, то прошедший через него свет оказывается тоже плоскополяризованным; поворотом анализатора его можно полностью «погасить» и установить при этом угол поворота плоскости поляризации.

Опыт показывает, что оптически активные вещества поворачивают плоскость поляризации падающего на них света на угол

$$l, \quad (29.12)$$

где  $l$  толщина оптически активного слоя; коэффициент называется *вращением на единицу длины*. Он зависит от природы вещества, его температуры и частоты света.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации все оптически активные вещества подразделяются на право- и левовращающие, то есть вращающие по или против часовой стрелки, если смотреть навстречу световому лучу. Опыт показывает, что при изменении направления распространения света на противоположное поворот плоскости поляризации происходит в обратную сторону. Другими словами, направление вращения (правое или левое) привязано к направлению луча. Поэтому при прохождении света сквозь активную среду, отражении его от зеркала и вторичного прохождения через ту же среду назад, направление поляризации восстанавливается.

Изменение угла поворота плоскости поляризации лежит в основе методов определения концентрации оптически активных веществ. Этим пользуются, например, для определения концентрации сахара в крови.

Способность поворачивать плоскость поляризации приобретают также оптически неактивные вещества, если их поместить в сильное продольное магнитное поле (эффект Фарадея). Угол поворота пропорционален длине пути  $l$  света в веществе и напряженности магнитного поля  $H$ :

$$VlH, \quad (29.13)$$

где коэффициент  $V$  называется *постоянной Верде*. Он зависит от рода вещества, его состояния и частоты света.

Направление вращения плоскости поляризации зависит только от направления магнитного поля и не зависит от направления луча. Поэтому при отражении луча зеркалом и возвращении его в исходную точку поворот плоскости поляризации удваивается. Это свойство позволяет увеличить угол поворота удлинением пути света в образце за счет многократных отражений от посеребренных поверхностей образца.

Тот факт, что направление вращения плоскости поляризации в магнитном поле связано только с направлением поля, позволяет осуществить так называемый оптический вентиль, который способен пропускать свет только в одном направлении.

### Краткие выводы

**1. Поляризация света** процесс упорядочения колебаний вектора напряженности электрического поля световой волны в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. Свет, у которого направления колебаний светового вектора упорядочены каким-либо образом, называется *поляризованным*.

**2. Степень поляризации света**

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где  $I_{\min}$ ,  $I_{\max}$  минимальная и максимальная интенсивность света.

**3. Закон Малюса**

$$I = I_0 \cos^2 \theta,$$

где  $\theta$  угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью поляризатора.

**4. Закон Брюстера**

$$\operatorname{tg} \theta_B = n_{1,2},$$

где  $n_{1,2}$  показатель преломления второй среды относительно первой.

**5. Двойное лучепреломление** эффект расщепления в анизотропных средах световой волны на две составляющие, полностью поляризованные во взаимно перпендикулярных направлениях.

**6. Оптическая разность хода волн при двойном лучепреломлении**

$$|n_o - n_e| d,$$

где  $n_o$  показатель преломления обыкновенного луча;  $n_e$  показатель преломления необыкновенного луча, перпендикулярного к оптической оси кристалла.

Если пластинка в четверть волны, то

$$m \frac{0}{4} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

и обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз  $\frac{\pi}{2}$  ;  
если пластинка в полволны, то

$$m \frac{0}{2} \quad (m = 1, 3, 5, \dots)$$

и обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз ;  
если пластинка в целую волну, то

$$m_0 \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

и обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз 2 .

**7. Эффект Керра** возникновение двойного лучепреломления в жидкостях и в аморфных твердых телах под воздействием электрического поля. Возникающая разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами после прохождения ячейки Керра

$$2 B l E^2,$$

где  $E$  напряженность электрического поля;  $B$  постоянная Керра.

**8. Угол поворота плоскости поляризации** при прохождении линейно поляризованного света через оптически активные вещества

$$l,$$

где  $l$  вращение на единицу длины.

**9. Угол поворота плоскости поляризации** при прохождении линейно поляризованного света через оптически неактивные вещества в продольном магнитном поле (эффект Фарадея)

$$V l H,$$

где  $V$  постоянная Верде.

### **Вопросы для самоконтроля и повторения**

1. Чем отличается поляризованный свет от естественного?
2. Что такое степень поляризации света? Чему равна степень поляризации естественного света? плоскополяризованного света?
3. Как изменится интенсивность естественного света после прохождения двух поляризаторов, плоскости поляризации которых повернуты друг относительно друга на угол  $45^\circ$ ? на угол  $90^\circ$ ?
4. Докажите, что при падении света на границу раздела двух прозрачных диэлектриков под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.
5. Каково направление колебаний светового вектора в обыкновенном и необыкновенном лучах в кристалле?
6. Каковы причины возникновения двойного лучепреломления в одноосных кристаллах?
7. Чему равна разность фаз колебаний светового вектора в обыкновенном и необыкновенном лучах после прохождения пластиинки в четверть волны? в полволны? в целую волну?

8. Как можно получить свет, поляризованный по кругу?
9. В чем заключается эффект Керра? Чем он объясняется?
10. Чем различаются оптически активные и оптически неактивные вещества?  
В чем состоит эффект Фарадея?

### Задачи

1. В плоской электромагнитной волне проекции вектора напряженности электрического поля на оси декартовой системы координат, перпендикулярные направлению распространения волны, с течением времени изменяются по законам:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz); \quad E_y = E_0 \sin(\omega t - kz),$$

где  $\omega$  частота волны;  $k$  модуль волнового вектора. Определите характер поляризации волны.

#### **Решение**

В фиксированной точке пространства (координата  $z = \text{const}$ ) электромагнитная волна будет возбуждать два взаимно перпендикулярных колебания, совершающихся вдоль осей  $OX$  и  $OY$ :

$$E_x = E_0 \cos(\omega t); \quad E_y = E_0 \sin(\omega t).$$

Амплитуда результирующего колебания (см. рисунок)

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y; \quad E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{2} E_0,$$

а угол между направлением вектора  $\vec{E}$  и осью  $OX$  в каждый момент времени:

$$\tg \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_0 \sin(\omega t)}{E_0 \cos(\omega t)} = \tg(\omega t); \quad t.$$

Отсюда вытекает, что плоскость колебаний вектора  $\vec{E}$  длиной

$$E = \sqrt{2} E_0$$

поворачивается вокруг направления распространения волны с угловой скоростью  $\omega$ , равной частоте колебаний (частоте волны). Следовательно, волна будет поляризована по кругу.

**Ответ:** волна будет поляризована по кругу.

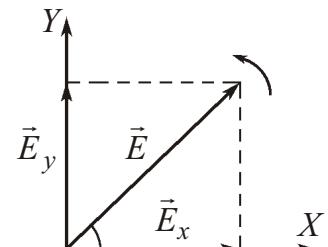


Рис. к задаче №1

2. Монохроматическая волна естественного света интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачную преграду с круглым отверстием. Для точки  $P$  экрана, расположенного за преградой, отверстие открывает первую зону Френеля. Определите интенсивность света в точке  $P$  после того, как отверстие перекрыли двумя одинаковыми идеальными поляризаторами, плоскости пропускания (плоскости поляризации) которых взаимно перпендикулярны, а граница раздела проходит по окружности, ограничивающей первую половину зоны Френеля.

#### **Решение**

В общем случае естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных линейно поляризованных волн одинаковой интенсивности с взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации. Если же волна монохроматическая (то есть строго синусоидальная волна с постоянными во времени частотой, ампли-

тудой и начальной фазой), то эти волны будут когерентными. Однако эти волны, как и некогерентные, интерферировать не могут, так как колебания их световых векторов взаимно перпендикулярны. При таком представлении интенсивность света будет равна сумме интенсивностей этих волн.

Монохроматическая волна естественного света интенсивностью  $I_0$  в фиксированной точке пространства будет возбуждать два взаимно перпендикулярных колебания, совершающихся вдоль осей  $OX$  и  $OY$  и изменяющихся с течением времени по законам:

$$E_x = A_0 \cos(\omega t); \quad E_y = A_0 \sin(\omega t),$$

где  $A_0 \sim \sqrt{\frac{1}{2} I_0}$  амплитуды колебаний (так как  $I_0 \sim A_0^2 + A_0^2 = 2A_0^2$ ),  $\omega$  их частота; разность фаз колебаний, изменяющаяся со временем неопределенным образом.

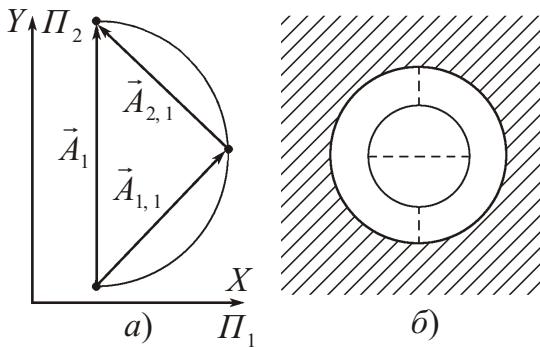


Рис. к задаче №2

Как известно (см. § 28), при открытой только первой зоне Френеля амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  экрана  $A_1 = 2A_0$ .

Изобразим векторную диаграмму при открытой только первой зоне Френеля (рис. а), на которой вектор  $\vec{A}_1$ , соответствующий амплитуде результирующего колебания в точке  $P$ , представим в виде

$$\vec{A}_1 = \vec{A}_{1,1} + \vec{A}_{2,1},$$

где  $\vec{A}_{1,1}$  вектор, соответствующий амплитуде колебаний от первой (внутренней) половины первой зоны Френеля;  $\vec{A}_{2,1}$  вектор, соответствующий амплитуде колебаний от второй (внешней) половины первой зоны Френеля. Очевидно, что

$$A_{1,1} = A_{2,1} = A_1 / \sqrt{2} = \sqrt{2} A_0,$$

а интенсивности света от этих частей первой зоны:

$$I_{1,1} \sim A_{1,1}^2 = 2A_0^2; \quad I_{2,1} \sim A_{2,1}^2 = 2A_0^2; \quad I_{1,1} = I_{2,1} = 2I_0.$$

Согласно условию задачи плоскости пропускания поляризаторов взаимно перпендикулярны, а граница раздела проходит по окружности, ограничивающей первую половину зоны Френеля. Пусть плоскость пропускания поляризатора  $\Pi_1$ , перекрывающего внутреннюю половину первой зоны Френеля, расположена вдоль оси  $OX$ , а плоскость пропускания поляризатора  $\Pi_2$ , перекрывающего внешнюю половину, расположена вдоль оси  $OY$  (рис. б). Тогда каждый поляризатор пропустит часть света, колебания светового вектора в котором совпадают с его плоскостью поляризации, и задержит свет, в котором колебания перпендикулярны плоскости пропускания. Поскольку свет естественный, то, как следует из закона Малюса, каждый поляризатор пропустит половину интенсивности падающего на него света. Следовательно, интенсивность света, прошедшего через внутреннюю и внешнюю половины первой зоны Френеля,

$$I_{1,1} = \frac{1}{2} I_{1,1} = I_0; \quad I_{2,1} = \frac{1}{2} I_{2,1} = I_0,$$

а интенсивность света в точке  $P$

$$I = I_{1,1} + I_{2,1} = 2I_0.$$

**Ответ:**  $I = 2I_0$ .

**3.** Естественный свет падает на систему из двух последовательно расположенных одинаковых поляризаторов. При этом через первый поляризатор проходит  $I_1$  30% интенсивности падающего света, а через оба поляризатора  $I_2$  13,5%. Определите угол между плоскостями пропускания (плоскостями поляризации) поляризаторов.

### Решение

Пусть на систему поляризаторов падает естественный свет интенсивностью  $I_{\text{ест}}$ . При этом направление колебаний светового вектора и угол между ним и плоскостью пропускания первого поляризатора будут испытывать неупорядоченные изменения.

Как следует из закона Малюса, интенсивность естественного света, прошедшего через один поляризатор, равна

$$I_1 = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}.$$

Поскольку по условию задачи через первый поляризатор проходит  $I_1$  50% падающего света, то, очевидно, наряду с поляризацией света в поляризаторах происходит ослабление света за счет потерь на отражение и поглощение.

Пусть при прохождении каждого поляризатора потери светового потока составляют часть  $\alpha$  от падающего на него света. Тогда интенсивность естественного света, прошедшего через первый поляризатор, будет равна

$$I_1 = \frac{1}{2}(1 - \alpha) I_{\text{ест}},$$

где  $(1 - \alpha)$  часть светового потока, прошедшего через поляризатор.

После прохождения первого поляризатора свет будет линейно поляризованным.

По закону Малюса при прохождении второго поляризатора, плоскость пропускания которого повернута на угол  $\theta$  относительно плоскости пропускания первого поляризатора, свет выйдет интенсивностью

$$I_2 = (1 - \alpha) I_1 \cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 I_{\text{ест}} \cos^2 \theta.$$

По условию задачи

$$I_1 = \frac{1}{2}(1 - \alpha) I_{\text{ест}}; \quad I_2 = \frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 I_{\text{ест}}.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{2}(1 - \alpha) I_{\text{ест}} = \frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 I_{\text{ест}}; \quad 1 - \alpha = \frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3}.$$

Отсюда получим:

$$1 - \alpha = 2; \quad 2 = \frac{1}{2}(2 - 1)^2 \cos^2 \theta; \quad \cos^2 \theta = \frac{2^2}{2^2 - 1}; \quad \theta = \arccos \sqrt{\frac{2^2}{2^2 - 1}} = 30^\circ.$$

**Ответ:**  $\theta = \arccos \sqrt{\frac{2^2}{2^2 - 1}} = 30^\circ$ .

**4.** Естественный свет падает на систему из шести последовательно расположенных одинаковых поляризаторов, плоскость пропускания (плоскость поляризации) каждого из которых повернута на угол  $30^\circ$  относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит через эту систему? В каждом из поляризаторов потери на отражение и поглощение составляют 8% падающего на него света.

### Решение

Пусть на систему поляризаторов падает естественный свет интенсивностью  $I_{\text{ест}}$ .

После прохождения первого поляризатора свет будет линейно поляризованным, а интенсивность прошедшего света будет равна (см. решение задачи №3)

$$I_1 = \frac{1}{2}(1 - P)I_{\text{ест}}.$$

При прохождении второго поляризатора, плоскость пропускания которого повернута на угол  $\theta$  относительно плоскости пропускания первого поляризатора, свет выйдет с интенсивностью

$$I_2 = (1 - P)I_1 \cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - P)^2 I_{\text{ест}} \cos^2 \theta.$$

Аналогично, после прохождения следующих поляризаторов:

$$I_3 = (1 - P)I_2 \cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - P)^3 I_{\text{ест}} \cos^4 \theta;$$

$$I_4 = (1 - P)I_3 \cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - P)^4 I_{\text{ест}} \cos^6 \theta;$$

$$I_5 = (1 - P)I_4 \cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - P)^5 I_{\text{ест}} \cos^8 \theta;$$

$$I_6 = (1 - P)I_5 \cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - P)^6 I_{\text{ест}} \cos^{10} \theta.$$

Следовательно, через данную систему поляризаторов проходит часть светового потока

$$n = \frac{I_6}{I_{\text{ест}}} = \frac{1}{2}(1 - P)^6 \cos^{10} \theta = 0,072 \approx 7,2\%.$$

**Ответ:**  $n = \frac{1}{2}(1 - P)^6 \cos^{10} \theta = 0,072 \approx 7,2\%$ .

**5.** Частично поляризованный свет падает на поляризатор. При повороте поляризатора на угол  $60^\circ$  из положения, соответствующего максимуму пропускания света, интенсивность прошедшего света уменьшилась в  $n = 3$  раза. Определите степень поляризации падающего света.

### Решение

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где  $I_{\min}$ ,  $I_{\max}$  – минимальная и максимальная интенсивность света, прошедшего через поляризатор.

Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь естественного и плоскополяризованного света. Пусть интенсивность поляризованной составляющей света равна  $I_{\text{пол}}$ , а интенсивность естественной составляющей –  $I_{\text{ест}}$ .

Интенсивность естественной составляющей света, прошедшего через поляризатор, будет равна (см. решение задачи №3)

$$I_{\text{ест}} = \frac{1}{2}I_{\text{ест}}.$$

При положении поляризатора, соответствующему максимуму пропускания света, плоскость колебаний светового вектора в поляризованной составляющей будет параллельна плоскости пропускания поляризатора. При этом интенсивность прошедшего света

$$I_{\max} = I_{\text{пол}} + I_{\text{ест}} = I_{\text{пол}} + \frac{1}{2}I_{\text{ест}}. \quad (1)$$

При повороте поляризатора на угол из положения, соответствующего максимуму пропускания света, интенсивность поляризованной составляющей после прохождения поляризатора

$$I_{\text{пол}} = I_{\text{пол}} \cos^2 \theta,$$

а интенсивность прошедшего света

$$I = I_{\text{пол}} + I_{\text{ест}} - I_{\text{пол}} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} I_{\text{ест}}.$$

По условию задачи  $I_{\text{max}} = n I$ . Следовательно,

$$I_{\text{пол}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} = n (I_{\text{пол}} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} I_{\text{ест}}); \quad I_{\text{пол}} = \frac{\frac{n}{2} I_{\text{ест}}}{1 - \frac{n}{2} \cos^2 \theta}. \quad (2)$$

Очевидно, интенсивность прошедшего через поляризатор света будет минимальной, если плоскость колебаний светового вектора в поляризованной составляющей будет перпендикулярна плоскости пропускания поляризатора. В этом случае через поляризатор пройдет только часть естественной составляющей света, а поляризованная составляющая будет полностью задержана:

$$I_{\text{мин}} = I_{\text{ест}} - \frac{1}{2} I_{\text{ест}}. \quad (3)$$

Следовательно, с учетом (1) – (3) степень поляризации падающего света

$$P = \frac{(I_{\text{пол}} - \frac{1}{2} I_{\text{ест}}) / \frac{1}{2} I_{\text{ест}}}{(I_{\text{пол}} - \frac{1}{2} I_{\text{ест}}) / \frac{1}{2} I_{\text{ест}}} = \frac{\frac{n}{2} - 1}{(n - 1) / 2 (1 - \frac{n}{2} \cos^2 \theta)} = \frac{n - 1}{1 - n (1 - \frac{n}{2} \cos^2 \theta)} = 0,8.$$

**Ответ:**  $P = \frac{n - 1}{1 - n (1 - \frac{n}{2} \cos^2 \theta)} = 0,8$ .

**6.** Монохроматическая волна естественного света проходит через систему из двух одинаковых несовершенных поляризаторов. При этом, если плоскости пропускания поляризаторов (плоскости поляризации) параллельны, то интенсивность света, прошедшего через эту систему, в  $n = 10$  раз больше интенсивности света, проходящего при скрещенных плоскостях пропускания поляризаторов. Определите степень поляризации света, которую создает вся система при параллельных плоскостях пропускания поляризаторов.

### Решение

Естественный монохроматический свет можно представить как наложение двух когерентных линейно поляризованных волн одинаковой интенсивности с взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации (см. решение задачи №2).

Пусть каждый поляризатор пропускает часть света  $I_1$ , если плоскость колебаний светового вектора совпадает с плоскостью пропускания поляризатора, и часть  $I_2$ , если плоскость колебаний перпендикулярна его плоскости пропускания.

Рассмотрим расположение поляризаторов, когда их плоскости пропускания параллельны.

Пройдя первый поляризатор  $P_1$ , естественный свет будет частично поляризован, причем плоскость колебаний светового вектора в поляризованной составляющей будет параллельна осям поляризаторов. При этом интенсивность прошедшего света будет равна

$$I_1 = I_{1||} + I_1 - I_{1||} I_0 - I_1 I_0,$$

где  $I_{1||}$  – интенсивность составляющей света, плоскость колебаний которого параллельна плоскости пропускания поляризатора  $P_1$ ;  $I_1 - I_{1||} I_0$  – интенсивность

составляющей света, плоскость колебаний которого перпендикулярна плоскости пропускания данного поляризатора.

Пройдя второй поляризатор  $P_2$ , свет останется частично поляризованным, а интенсивность прошедшего света через оба поляризатора будет равна

$$I_2 - I_{2\parallel} - I_2 - I_1 - I_{1\parallel} - I_2 - I_1 - I_0 - I_2 - I_0,$$

где  $I_{2\parallel} = I_1$ ;  $I_2 = I_1$ .

Рассмотрим случай скрещенных плоскостей пропускания поляризаторов. Поляризаторы называют скрещенными, если их плоскости пропускания взаимно перпендикулярны.

Прохождение светом первого поляризатора аналогично случаю, рассмотренному выше, когда плоскости пропускания поляризаторов параллельны. Пройдя второй поляризатор  $P_2$ , интенсивность прошедшего света через оба поляризатора будет равна

$$I_2 - I_{2\parallel} - I_2 - I_1 - I_{1\parallel} - I_2 - I_0 - I_2 - I_0,$$

где  $I_{2\parallel} = I_1$ ;  $I_2 = I_{1\parallel}$ .

С учетом условия задачи ( $I_2 = n I_1$ ) получим:

$$\frac{2}{1} - \frac{2}{2} - 2n - \frac{1}{1} - \frac{2}{2}; \quad -\frac{1}{2} - 2n - \frac{1}{2} - 1 - 0; \quad -\frac{1}{2} - n - \sqrt{n^2 - 1}.$$

Чтобы определить степень поляризации света при параллельных плоскостях пропускания поляризаторов, воспользуемся третьим поляризатором  $P_3$ , но уже идеальным. Интенсивность света, прошедшего через поляризатор  $P_3$ , будет минимальной, если его плоскость пропускания будет перпендикулярной плоскостям пропускания поляризаторов  $P_1$  и  $P_2$ . При этом составляющая света  $I_{2\parallel}$  будет задержана поляризатором, а составляющая  $I_2$  пропущена. Следовательно,

$$I_{\min} = I_0.$$

Интенсивность света, прошедшего через поляризатор  $P_3$ , будет максимальной, если плоскость пропускания поляризатора  $P_3$  будет параллельной плоскостям пропускания поляризаторов  $P_1$  и  $P_2$ . В этом случае составляющая света  $I_{2\parallel}$  будет пропущена поляризатором, а составляющая  $I_2$  задержана. Тогда

$$I_{\max} = I_0.$$

Следовательно, степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{\frac{2}{1} - \frac{2}{2}}{\frac{2}{1} + \frac{2}{2}} = \frac{\frac{2}{1} / \frac{2}{2} - 1}{\frac{2}{1} / \frac{2}{2} + 1} = \frac{(n - \sqrt{n^2 - 1})^2 - 1}{(n - \sqrt{n^2 - 1})^2 + 1} = 0,995,$$

где учтено, что знак «минус» перед радикалом в скобках не подходит (в этом случае  $P = 0$ ).

$$\text{Ответ: } P = \frac{(n - \sqrt{n^2 - 1})^2 - 1}{(n - \sqrt{n^2 - 1})^2 + 1} = 0,995.$$

7. Пучок естественного света падает на стеклянный шар (рис. 1). Определите угол между преломленным и падающим лучом, если преломленный луч максимально поляризован. Показатель преломления стекла  $n = 1,54$ .

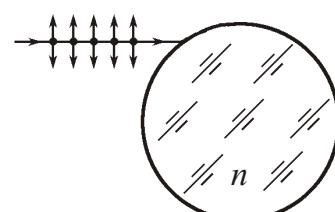


Рис. 1 к задаче №7

### Решение

Поскольку преломленный луч максимально поляризован, то свет падает на поверхность шара под углом Брюстера  $\theta_{\text{Бр}}$ :

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{Бр}} = n_{1,2},$$

где  $n_{1,2}$  показатель преломления второй среды относительно первой, в нашем случае равный показателю преломления стекла  $n$ .

При падении естественного света под углом Брюстера на границу раздела двух прозрачных диэлектриков отраженный луч будет полностью поляризован (колебания светового вектора в нем перпендикулярны к плоскости падения света), а степень поляризации преломленного луча достигает наибольшего значения, однако этот луч будет поляризован только частично.

Записав закон Брюстера в виде

$$\sin \theta_{\text{Бр}} = n \cos \theta_{\text{Бр}}$$

и сравнив его с законом преломления

$$\sin \theta = n \sin \phi,$$

с учетом того, что  $\theta = \theta_{\text{Бр}}$ , получим:

$$\sin \theta = \cos \theta_{\text{Бр}}; \quad \sin \theta = \cos \phi; \quad \sin \theta = \sin (\theta + \phi);$$

Следовательно, при падении света под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны, то есть

$$180^\circ - (\theta + \phi) = 90^\circ.$$

Как следует из рис. 2, угол между преломленным и падающим лучами

$$270^\circ - 270^\circ - 2\theta_{\text{Бр}} = 270^\circ - 2\arctg n = 156^\circ.$$

**Ответ:**  $2\arctg n = 156^\circ$ .

**8.** Кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, имеет толщину  $d = 0,25$  мм. Для каких длин волн в области видимого спектра эта пластинка будет пластинкой в четверть волны? Считать, что для всех длин волн видимого спектра разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн равна  $n_o - n_e = 0,009$ .

### Решение

Пластинка, толщина которой удовлетворяет условию

$$|n_o - n_e|d = m \frac{\lambda}{4} \quad (m = 1, 3, 5, \dots),$$

называется пластинкой в четверть волны. Следовательно, пластинка будет пластинкой в четверть волны для длин волн

$$0 \leq \frac{4|n_o - n_e|d}{m} \leq \frac{4n d}{m} = \frac{9}{m} [\text{мкм}].$$

Обычно в качестве коротковолновой границы видимого участка спектра принимают участок 380–400 нм, а в качестве длинноволновой – 760–780 нм. Поэтому

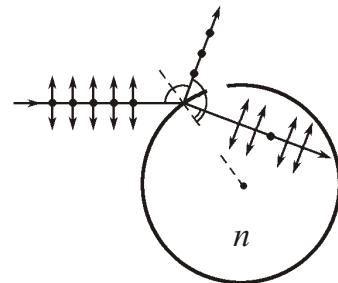


Рис. 2 к задаче №7

$$m_{\max} = \frac{9}{0\text{min}} = 23; \quad m_{\min} = \frac{9}{0\text{max}} = 1 \quad 12,$$

где квадратные скобки означают, что от полученного числового значения надо взять только целую часть.

Поскольку  $m$  может быть только нечетным числом, то

$$m_1 = 23, \quad _1 \frac{9}{m_1} = 391 \text{ мкм}; \quad m_2 = 21, \quad _2 \frac{9}{m_2} = 428 \text{ мкм};$$

$$m_3 = 19, \quad _3 \frac{9}{m_3} = 474 \text{ мкм}; \quad m_4 = 17, \quad _4 \frac{9}{m_4} = 529 \text{ мкм};$$

$$m_5 = 15, \quad _5 \frac{9}{m_5} = 600 \text{ мкм}; \quad m_6 = 13, \quad _6 \frac{9}{m_6} = 692 \text{ мкм}.$$

**Ответ:**  $_1 391 \text{ мкм}; \quad _2 428 \text{ мкм}; \quad _3 474 \text{ мкм}; \quad _4 529 \text{ мкм}; \quad _5 600 \text{ мкм}; \quad _6 692 \text{ мкм}.$

**9.** Линейно поляризованный монохроматический свет падает на кристаллическую пластинку в четверть волны так, что плоскость колебаний светового вектора совпадает с плоскостью главного сечения кристалла. В точке  $P$  экрана, расположенного за пластинкой, интенсивность света равна  $I_0$ . Из пластинки вырезали диск, закрывающий для точки  $P$  первую зону Френеля. Определите интенсивность света в точке  $P$  после того, как вырезанный диск повернули вокруг его геометрической оси на  $90^\circ$  и поставили на место.

### Решение

Пластинка в четверть волны представляет собой одноосный кристалл, в котором в общем случае происходит двойное лучепреломление и исходная волна разделяется на две волны обыкновенную и необыкновенную, между которыми возникает разность фаз  $\frac{\lambda}{2}$ . При этом плоскость колебаний в обыкновенной волне перпендикулярна к главному сечению кристалла, а в необыкновенной волне колебания совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением.

Если падающий свет естественный (или поляризован по эллипсу; кругу), то из кристалла всегда выходят две волны, линейно поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях. Если же падающий свет линейно поляризован в плоскости главного сечения или перпендикулярно к ней, то двойного лучепреломления не будет из пластинки выйдет только одна волна с сохранением исходной поляризации.

Поскольку в нашем случае свет линейно поляризован в плоскости главного сечения кристалла, то первоначально в пластинке будет распространяться только необыкновенная волна. Если из пластинки вырезать диск, затем повернуть его вокруг геометрической оси на  $90^\circ$  и поставить на место, то оптическая ось этой части кристалла станет перпендикулярной плоскости колебаний светового вектора  $\vec{E}$  в падающем свете, а оптическая ось остальной части останется

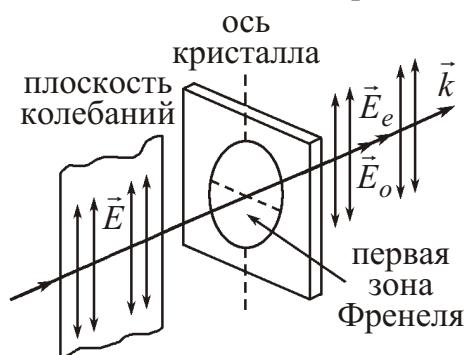


Рис. 1 к задаче №9

параллельной плоскости колебаний (рис. 1). Поэтому внутри диска теперь будет распространяться только обыкновенная волна.

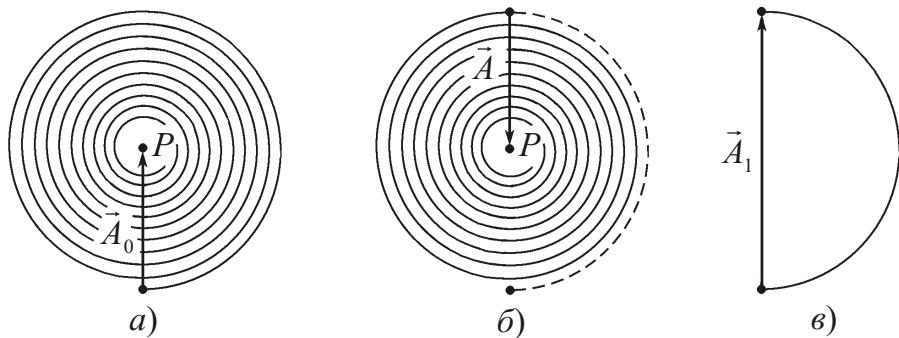


Рис. 2 к задаче №9

Представим векторную диаграмму при исходном положении диска (рис. 2, а) в виде двух диаграмм, одна из которых соответствует всем открытым зонам Френеля, кроме первой (рис. 2, б), а другая — открытой первой зоне Френеля (рис. 2, в). При этом амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  от всех зон, кроме первой, будет равна  $A = A_0$ , а от одной первой зоны  $A_1 = 2A_0$ .

После того, как диск повернули на  $90^\circ$  и поставили на место, колебания светового вектора  $\vec{E}_o$  в обыкновенной волне, распространяющейся в диске, и колебания светового вектора  $\vec{E}_e$  в необыкновенной волне, распространяющейся в остальной части пластиинки, будут происходить в одной плоскости с амплитудами, равными соответственно  $A_1$  и  $A$ , и разностью фаз  $\frac{\pi}{2}$ , обусловленной разностью хода этих волн в пластинке. Так как эти волны когерентны и колебания их световых векторов происходят в одной плоскости, то волны будут интерферировать. Следовательно, амплитуда результирующего колебания и интенсивность света в точке  $P$  будут равны соответственно (см. §27)

$$A = \sqrt{A_1^2 + A^2 - 2A_1 A \cos \frac{\pi}{2}} = \sqrt{5} A_0; \quad I = 5I_0.$$

**Ответ:**  $I = 5I_0$ .

**10.** Монохроматическая волна естественного света падает на кристаллическую пластинку в полволны. В точке  $P$  экрана, расположенного за пластинкой, интенсивность света равна  $I_0$ . Из пластиинки вырезали диск, закрывающий для точки  $P$  первые полторы зоны Френеля. Определите интенсивность света в точке  $P$  после того, как вырезанный диск повернули вокруг его геометрической оси на  $90^\circ$  и поставили на место.

#### Решение

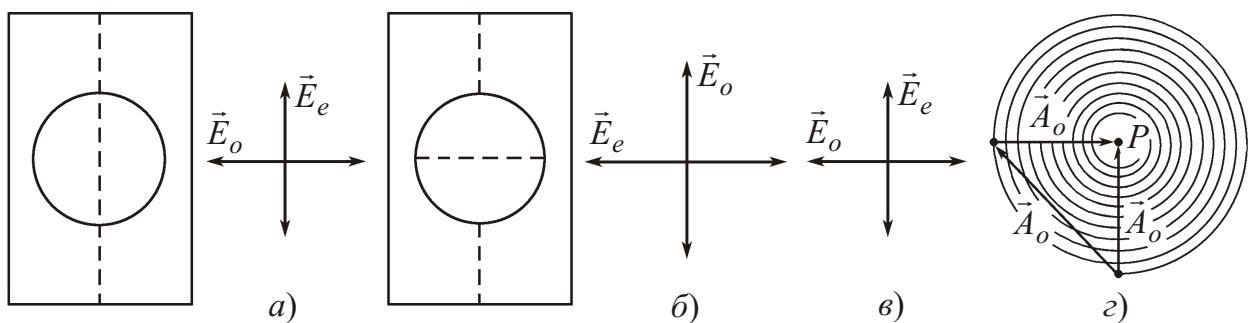


Рис. к задаче №10

Пластиинка в полволны оказывает на свет такое же действие, как и пластиинка в четверть волн (см. решение задачи №9). Разница состоит лишь в том, что в пластиинке в полволны между обычновенной волной и необыкновенной возникает разность фаз .

Поскольку в нашем случае на пластиинку падает естественный монохроматический свет, то из пластиинки выходят две когерентные волны (обыкновенная и необыкновенная) с одинаковыми амплитудами колебаний, линейно поляризованные во взаимно перпендикулярных плоскостях: плоскость колебаний светового вектора  $\vec{E}_o$  в обычновенной волне перпендикулярна к главному сечению кристалла (рис. *a*), а в необыкновенной волне колебания вектора  $\vec{E}_e$  совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением. Так как колебания световых векторов этих волн взаимно перпендикулярны, то обыкновенная и необыкновенная волны интерферировать не могут. Поэтому интенсивность света в точке *P* экрана будет равна сумме интенсивностей этих волн:

$$I_0 \quad I_o \quad I_e; \quad I_o \quad I_e \quad \frac{1}{2} I_0.$$

Если из пластиинки вырезать диск, затем повернуть его вокруг геометрической оси на  $90^\circ$  и поставить на место, то оптическая ось этой части кристалла также повернется на  $90^\circ$ . Поэтому внутри диска будет распространяться обычновенная волна, плоскость колебаний светового вектора  $\vec{E}_o$  (рис. *b*) в которой совпадает с плоскостью колебаний вектора  $\vec{E}_e$  в необыкновенной волне (рис. *c*), распространяющейся в остальной части пластиинки, и необыкновенная волна, колебания вектора  $\vec{E}_e$  в которой совершаются в плоскости, совпадающей с плоскостью колебаний вектора  $\vec{E}_o$  в обычновенной волне, распространяющейся в остальной части пластиинки. Поэтому обыкновенная и необыкновенная волны, прошедшие через диск, будут интерферировать соответственно с необыкновенной и обычновенной волнами, вышедшими из остальной части пластиинки.

Представим вектор  $\vec{A}_o$ , соответствующий амплитуде результирующего колебания от обычновенной волны при исходном положении диска, в виде суммы (рис. *c*):

$$\vec{A}_o \quad \vec{A}_o \quad \vec{A}_o,$$

где  $A_o \sim \sqrt{I_o} = \sqrt{\frac{1}{2} I_0}$ ;  $A_o = A_o$ ,  $A_o = \sqrt{2} A_o$  амплитуды колебаний в точке *P* от всех зон Френеля, кроме первых полутора зон, и от первых полутора зон соответственно. Таким же образом представим амплитуду результирующего колебания от необыкновенной волны:  $A_e = A_e = A_o$ ;  $A_e = \sqrt{2} A_e = \sqrt{2} A_o$ ;  $A_e \sim \sqrt{I_e} = \sqrt{\frac{1}{2} I_0}$ .

Амплитуды колебаний и интенсивности света в точке *P* в результате интерференции обычновенной и необыкновенной волн, прошедших через диск, с необыкновенной и обычновенной волнами, вышедшими из остальной части пластиинки, будут равны:

$$A = \sqrt{A_o^2 + A_e^2 - 2 A_o A_e \cos} \quad \sqrt{2 A_o^2 + A_e^2 - 2 \sqrt{2} A_o A_e} \quad A_o \sqrt{3 - 2\sqrt{2}};$$

$$I = \frac{1}{2}(3 - 2\sqrt{2}) I_0;$$

$$A = \sqrt{A_e^2 + A_o^2 - 2 A_e A_o \cos} \quad A_o \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}; \quad I = \frac{1}{2}(3 - 2\sqrt{2}) I_0.$$

Следовательно, результирующая интенсивность света в точке *P*

$$I = I - (3 - 2\sqrt{2}) I_0.$$

**Ответ:**  $I = (3 - 2\sqrt{2}) I_0$ .

**11.** Монохроматическая волна естественного света (длина волны 540 нм) проходит через систему из двух поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси. Плоскости пропускания поляризаторов параллельны, а оптическая ось пластинки составляет с ними угол  $\frac{\pi}{4}$ . При какой минимальной толщине пластинки интенсивность света, прошедшего через эту систему, будет максимальной? Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей  $n = 0,009$ .

### Решение

Пройдя первый поляризатор  $P_1$ , естественный свет будет линейно поляризован, причем плоскость колебаний светового вектора будет параллельна оси поляризатора (рис. 1).

При падении света на кристаллическую пластинку, оптическая ось  $OO'$  которой составляет с плоскостью пропускания поляризатора  $P_1$  угол  $\frac{\pi}{4}$ , плоскополяризованная волна с амплитудой  $A$  разделится на обыкновенную и необыкновенную волны, амплитуды колебаний которых будут одинаковы:

$$A_o = A_e = A/\sqrt{2},$$

а плоскости колебаний взаимно перпендикулярны. При этом плоскость колебаний обыкновенной волны будет перпендикулярна оптической оси кристалла, а в необыкновенной волне колебания светового вектора будут совершаться в плоскости, совпадающей с оптической осью. Таким образом, после прохождения пластинки свет будет поляризован по кругу.

В пластинке обыкновенная и необыкновенная волны приобретут оптическую разность хода

$$|n_o - n_e| d = n d$$

(где  $d$  — толщина пластинки), которой соответствует разность фаз

$$\frac{2\pi}{n_o} - \frac{2\pi}{n_e} = \frac{2\pi}{n} d.$$

Затем плоскости колебаний волн, вышедших из пластинки, вторым поляризатором  $P_2$  будут приведены к одной плоскости, в которой колебания будут происходить в одном направлении с одинаковыми амплитудами:

$$A_o = A_e = \frac{\sqrt{2}}{2} A.$$

Результат интерференции прошедших волн будет зависеть от разности фаз. Как следует из векторной диаграммы, представленной на рис. 2 (здесь предположено, что в пластинке отстает по фазе необыкновенная волна; это не существенно), амплитуда результирующего колебания

$$A_r = \sqrt{A_o^2 + A_e^2 - 2A_o A_e \cos(\phi)} = \frac{\sqrt{2}}{2} A \sqrt{2(1 - \cos\phi)} = A \cos\frac{\phi}{2}.$$

Следовательно, интенсивность света, прошедшего через эту систему, будет максимальной при  $\phi = 2m\pi$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots$

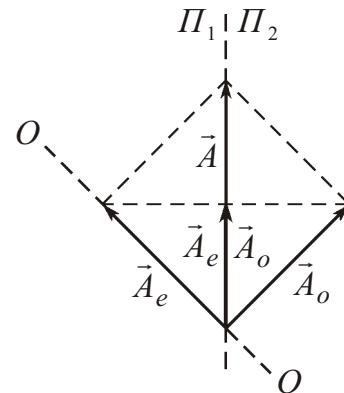


Рис. 1 к задаче №11

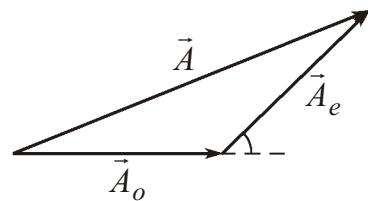


Рис. 2 к задаче №11

Отсюда получим:

$$\frac{2}{n} d = 2 m; \quad d = \frac{m}{n}.$$

Поскольку при  $m = 0$  толщина пластиинки  $d = 0$ , то минимальная толщина пластиинки, при которой интенсивность света, прошедшего через систему, будет максимальной, равна

$$d_{\min} = \frac{60}{n} \text{ мкм.}$$

**Ответ:**  $d_{\min} = \frac{60}{n} \text{ мкм.}$

**12.** Монохроматическая волна естественного света проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластиинка, вырезанная параллельно оптической оси. Оптическая ось пластиинки составляет угол  $\frac{\pi}{4}$  с плоскостями пропускания поляризаторов. При какой минимальной толщине пластиинки свет с длиной волны  $\lambda_1 = 643 \text{ нм}$  будет проходить через эту систему с максимальной интенсивностью, а свет с  $\lambda_2 = 564 \text{ нм}$  будет практически задержан? Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для обеих длин волн  $n = 0,009$ .

### Решение

Прохождение светом первого поляризатора и пластиинки аналогично случаю, рассмотренному в задаче №11, когда плоскости пропускания поляризаторов были параллельны. Таким образом, при падении на второй поляризатор свет будет поляризован по кругу, плоскости колебаний в обыкновенной и необыкновенной волнах будут взаимно перпендикулярными, амплитуды колебаний одинаковыми

$$A_o = A_e = A/\sqrt{2},$$

а разность фаз

$$\frac{2}{n} d = \frac{2}{n} d.$$

Вторым поляризатором  $\Pi_2$  плоскости колебаний волн, вышедших из пластиинки, будут приведены к одной плоскости.

Как видно из рис. 1, колебания в обыкновенной и необыкновенной волнах направлены противоположно друг другу. Это означает, что, кроме разности фаз  $\phi$ , вносимой пластиинкой, здесь возникает дополнительная разность фаз, равная  $\pi/2$ , которая обусловлена скрещенным расположением поляризаторов. Следовательно, после второго поляризатора колебания будут происходить в одном направлении с одинаковыми амплитудами  $A_o = A_e = \frac{1}{2}A$  и разностью фаз  $\pi/2$ .

Как следует из векторной диаграммы, представленной на рис. 2, амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_o^2 + A_e^2 - 2 A_o A_e \cos(\pi/2)} = A \sin(\pi/2). \quad (1)$$

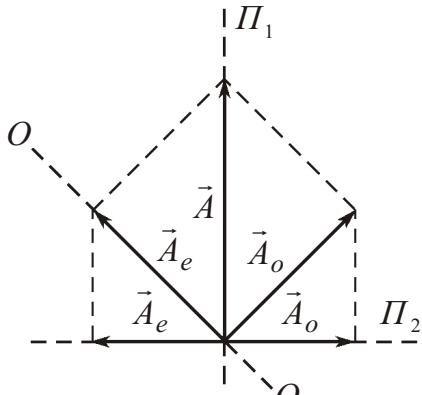


Рис. 1 к задаче №12

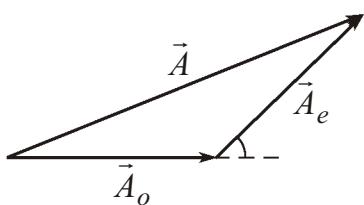


Рис. 2 к задаче №12

Из сравнения (1) с аналогичным выражением, полученным при решении задачи №11, когда плоскости пропускания поляризаторов были параллельны, следует, что если свет монохроматический и толщина пластиинки всюду одинакова, то на выходе получим равномерную освещенность без характерных для интерференционной картины чередующихся светлых и темных полос. Здесь интерференция проявляется себя в перераспределении интенсивности света между взаимно перпендикулярными плоскостями. Например, если при параллельных плоскостях пропускания мы наблюдаем максимум освещенности, то, повернув поляризатор  $P_2$  на  $90^\circ$ , поле интерференции окажется темным. То же будет и наоборот.

Вернемся к нашей задаче.

Согласно (1) интенсивность прошедшего света будет максимальной при  $\frac{2}{m}$  (или  $m$ , где  $m$  нечетное число) и минимальной при  $\frac{1}{m}$  (или  $\frac{1}{2}m$ , где  $m$  четное число). Следовательно,

$$\frac{2}{m} n d = m; \quad \frac{2}{m} n d = m \quad (m = 1, 3, 5, \dots; m = 2, 4, 6, \dots).$$

Отсюда с учетом числовых данных задачи получим

$$\frac{m}{m} = \frac{1}{2} = 1,14.$$

Непосредственным перебором легко убедиться, что приближенно такое отношение будет при минимальных значениях  $m = 7$  и  $m = 8$ . Следовательно,

$$d_{\min} = \frac{7}{2} \frac{1}{n} = 0,25 \text{ мм.}$$

**Ответ:**  $d_{\min} = \frac{7}{2} \frac{1}{n} = 0,25 \text{ мм.}$

**13.** Монохроматическая волна естественного света (длина волны  $500 \text{ нм}$ ) проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена ячейка Керра. Конденсатор имеет длину  $l = 10 \text{ см}$  и заполнен нитробензолом. Вектор напряженности электрического поля в конденсаторе составляет угол  $\frac{1}{4} \text{ с}$  с плоскостями пропускания поляризаторов. Определите минимальную величину напряженности электрического поля в конденсаторе, при которой интенсивность света, прошедшего через эту систему, не будет зависеть от поворота заднего поляризатора. Постоянная Керра при данных условиях  $B = 2,2 \cdot 10^{-10} \text{ см}/\text{В}^2$ .

### Решение

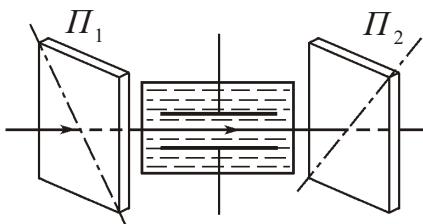


Рис. к задаче №13  
ра  $P_1$  угол  $\frac{1}{4}$ , жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля.

Ячейка Керра представляет собой герметичный сосуд с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора, помещенные между скрещенными поляризаторами (см. рисунок). При подаче на пластины конденсатора напряжения между ними возникает практически однородное электрическое поле. Если вектор напряженности электрического поля составляет с плоскостью пропускания первого поляризатора  $P_1$  угол  $\frac{1}{4}$ , жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля.

Пройдя первый поляризатор  $\Pi_1$ , естественный свет будет линейно поляризован. В ячейке Керра плоскополяризованная волна разделится на обыкновенную и необыкновенную волны. Возникающая разность показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн приведет к появлению между ними разности хода

$$|n_o - n_e| l$$

и разности фаз

$$2 BlE^2.$$

Очевидно, что интенсивность света, прошедшего через эту систему, не будет зависеть от поворота поляризатора  $\Pi_2$ , если на него будет падать свет, поляризованный по кругу. Таким образом, действие ячейки Керра в данном случае должно быть аналогичным пластинке в четверть волны (см. решение задачи №11), то есть

$$\frac{1}{2} m \quad (m = 1, 3, 5, \dots).$$

Следовательно,

$$2 BlE^2 = \frac{1}{2} m; \quad E = \sqrt{m \frac{1}{4Bl}}; \quad E_{\min} = \frac{1}{2\sqrt{Bl}} = 10,7 \text{ кВ/см.}$$

**Ответ:**  $E_{\min} = \frac{1}{2\sqrt{Bl}} = 10,7 \text{ кВ/см.}$

**14.** Монохроматическая волна естественного света проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Оптическая ось пластинки расположена вдоль направления распространения света. При какой минимальной толщине пластинки система будет пропускать 30% света? Постоянная вращения кварца для этой волны равна 17 угл. град/мм.

#### Решение

Оптически активные вещества, к которым относится и кварц, обладают способностью поворачивать направление поляризации проходящего через них линейно поляризованного света.

Пройдя первый поляризатор  $\Pi_1$  (см. рисунок), естественный свет будет линейно поляризован, а его интенсивность уменьшится в два раза:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_{\text{ест.}}$$

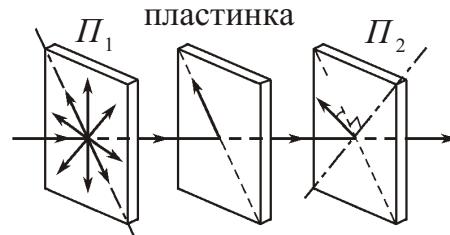


Рис. к задаче №14

При прохождении света через пластинку плоскость поляризации волны повернется на угол

$$l,$$

где  $l$  — толщина пластинки. Следовательно, плоскость колебаний светового вектора в волне будет составлять угол

$$\frac{\pi}{2}$$

(где  $\frac{\pi}{2}$ ) с плоскостью пропускания второго поляризатора  $\Pi_2$ .

Согласно закону Малиуса интенсивность света, прошедшего через второй поляризатор, будет равна

$$I_2 = I_1 \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2} I_{\text{ест.}} \sin^2(l).$$

Отсюда с учетом условия задачи ( $I_2 = I_{\text{ект}}$ ) получим:

$$\frac{1}{2} I_{\text{ект}} \sin^2(\pi l) = I_{\text{ект}}; \quad \frac{1}{2} \sin^2(\pi l) = 1; \quad l = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{2} = 2 \text{ м} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно, минимальная толщина пластиинки

$$l_{\min} = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{2} \approx 3 \text{ мм.}$$

**Ответ:**  $l_{\min} = \frac{1}{\pi} \arcsin \sqrt{2} \approx 3 \text{ мм.}$

**15.** Трубка с бензолом длиной  $l = 26 \text{ см}$  находится в продольном магнитном поле соленоида, расположенного между двумя поляризаторами. Угол между плоскостями пропускания поляризаторов равен  $\frac{\pi}{4}$ . Определите минимальную напряженность магнитного поля, при которой свет с длиной волны  $589 \text{ нм}$  будет проходить через эту систему только в одном направлении (оптический вентиль). Постоянная Верде для бензола  $V = 2,59 \text{ угл. мин/А.}$

### Решение

Оптически неактивные вещества, если их поместить в сильное продольное магнитное поле, приобретают способность поворачивать плоскость поляризации (эффект Фарадея). Угол поворота пропорционален длине пути света в веществе и напряженности магнитного поля:

$$V l H.$$

Направление вращения плоскости поляризации зависит только от направления магнитного поля. Это позволяет создать так называемый оптический вентиль, который способен пропускать свет только в одном направлении. Знак направления вращения плоскости поляризации условно определяют по правилу правого винта: вращение считается положительным ( $+0$ ), если смотреть вдоль направления магнитного поля, и отрицательным в противном случае.

Пройдя первый поляризатор, свет становится линейно поляризованным. Поскольку угол между плоскостями пропускания поляризаторов равен  $\frac{\pi}{4}$ , то, чтобы свет прошел второй поляризатор, плоскость колебаний светового вектора при прохождении трубки должна повернуться так, чтобы не стать перпендикулярной плоскости пропускания второго поляризатора, то есть

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = (2m + 1) \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (1)$$

С другой стороны, для света, распространяющегося в обратном направлении, плоскость колебаний светового вектора должна повернуться перпендикулярно плоскости пропускания первого поляризатора:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = (2m + 1) \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (2)$$

Следовательно,

$$V l H = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = (2m + 1); \quad H = \frac{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}}{V l} = \frac{(2m + 1)}{V l} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Отсюда следует, что минимальное значение напряженности магнитного поля соответствует  $m = 1$ :

$$H_{\min} = \frac{4}{4 V l} \text{ кА/м},$$

где  $V = 10800 \text{ угловых минут.}$

В этом случае угол поворота плоскости колебаний светового вектора в трубке равен  $\frac{\pi}{4}$ , и неравенство (1) будет соблюдено при любых значениях  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ :

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad (2m - 1).$$

**Ответ:**  $H_{\min} = \frac{4}{4Vl} = 4 \text{ кА/м.}$

### Задачи для самостоятельного решения

**29.1.** В плоской электромагнитной волне проекции вектора напряженности электрического поля на оси декартовой системы координат, перпендикулярные направлению распространения волны, с течением времени изменяются по законам:

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz); \quad E_y = E_0 \sin(\omega t - kz),$$

где  $\omega$  частота волны;  $k$  модуль волнового вектора. Определите характер поляризации волны.

**29.2.** Плоская поляризованныя по кругу монохроматическая волна света с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачную преграду с круглым отверстием. Для точки  $P$  экрана, расположенного за преградой, отверстие открывает первую зону Френеля. Определите интенсивность света в точке  $P$  после того, как отверстие перекрыли двумя одинаковыми поляризаторами, плоскости пропускания (плоскости поляризации) которых взаимно перпендикулярны, а граница раздела проходит по диаметру отверстия.

**29.3.** Естественный свет падает на систему из двух последовательно расположенных одинаковых поляризаторов. Определите угол между плоскостями пропускания (плоскостями поляризации) поляризаторов, если интенсивность света после прохождения этой системы уменьшается в  $n = 4$  раза. Ослаблением света за счет потерь на отражение и поглощение пренебречь.

**29.4.** Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляризаторов, причем плоскость пропускания (плоскость поляризации) среднего поляризатора составляет угол  $60^\circ$  относительно плоскостей пропускания двух других поляризаторов. Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы? В каждом из поляризаторов потери на отражение и поглощение составляют 19% падающего на него света.

**29.5.** Степень поляризации частично поляризованного света  $P = 0,25$ . Определите отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

**29.6.** Монохроматическая волна естественного света проходит через систему из двух одинаковых несовершенных поляризаторов. При этом, если плоскости пропускания поляризаторов (плоскости поляризации) параллельны, то интенсивность света, проходящего через эту систему, в  $n = 10$  раз больше интенсивности света, проходящего при скрещенных плоскостях пропускания поляризаторов. Определите степень поляризации света, которую создает вся система при скрещенных плоскостях пропускания поляризаторов.

**29.7.** Пучок естественного света падает на стеклянный клин параллельно его основанию (см. рисунок). Определите угол при основании клина, если отраженный луч максимально поляризован. Показатель преломления стекла  $n = 1,6$ .

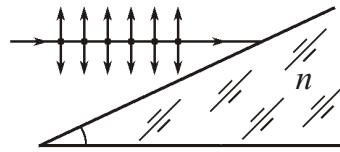


Рис. к задаче №29.7

**29.8.** Определите наименьшую толщину пластинки из кварца, чтобы она могла служить пластинкой в четверть волны для желтой линии натрия с длиной волны

589 нм. Показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн, идущих внутри пластинки перпендикулярно к ней, равны соответственно  $n_o = 1,5442$ ,  $n_e = 1,5533$ .

**29.9.** Линейно поляризованный монохроматический свет падает на кристаллическую пластинку в полволны так, что плоскость колебаний светового вектора совпадает с плоскостью главного сечения кристалла. В точке  $P$  экрана, расположенного за пластинкой, интенсивность света равна  $I_0$ . Из пластинки вырезали диск, закрывающий для точки  $P$  первую зону Френеля. Определите интенсивность света в точке  $P$  после того, как вырезанный диск повернули вокруг его геометрической оси на  $90^\circ$  и поставили на место.

**29.10.** Монохроматическая волна естественного света падает на кристаллическую пластинку в четверть волны. В точке  $P$  экрана, расположенного за пластинкой, интенсивность света равна  $I_0$ . Из пластинки вырезали диск, закрывающий для точки  $P$  первые полторы зоны Френеля. Определите интенсивность света в точке  $P$  после того, как вырезанный диск повернули вокруг его геометрической оси на  $90^\circ$  и поставили на место.

**29.11.** Монохроматическая волна естественного света интенсивностью  $I_0$  проходит через систему из двух поляризаторов, между которыми расположена пластинка в четверть волны. Плоскости пропускания поляризаторов параллельны друг другу, а оптическая ось пластинки составляет с ними угол  $\frac{\pi}{4}$ . Определите интенсивность света, прошедшего через эту систему.

**29.12.** Монохроматическая волна естественного света с длиной волны  $\lambda$  и интенсивностью  $I_0$  проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кристаллическая пластинка толщиной  $d$ . Оптическая ось пластинки составляет угол  $\frac{\pi}{6}$  с плоскостью пропускания первого поляризатора. Определите интенсивность света, прошедшего через эту систему, если разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей равна  $n$ .

**29.13.** Монохроматическая волна естественного света падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена ячейка Керра. Конденсатор имеет длину  $l = 10$  см и заполнен некоторой жидкостью. Вектор напряженности электрического поля в конденсаторе составляет угол  $\frac{\pi}{4}$  с плоскостями пропускания поляризаторов. Определите постоянную Керра, если минимальная величина напряженности электрического поля в конденсаторе, при которой система не пропускает свет,  $E_{\min} = 10$  кВ/см.

**29.14.** Монохроматическая волна естественного света проходит через систему из двух поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. Плоскости пропускания поляризаторов

параллельны, а оптическая ось пластинки расположена вдоль направления распространения света. При какой минимальной толщине пластинки свет не пройдет через данную систему? Постоянная вращения кварца для этой волны  $20$  угл. град/мм.

**29.15.** Некоторое вещество поместили в продольное магнитное поле соленоида, расположенного между двумя поляризаторами. Длина трубы с веществом  $l = 30$  см. При величине индукции магнитного поля  $B = 8$  мТл угол поворота плоскости поляризации составляет  $\varphi_1 = 2^\circ 15'$  при одном направлении поля и  $\varphi_2 = 1^\circ 1'$  при противоположном. Определите постоянную Верде при данных условиях.

### Тесты

1. Поляризованными могут быть ...

- A. Только продольные волны
- B. Только поперечные волны
- C. Продольные и поперечные волны
- D. Только электромагнитные волны

2. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были максимально поляризованы? Показатель преломления воды  $n = 1,33$ .

- A.  $37^\circ$
- B.  $43^\circ$
- C.  $48^\circ$
- D.  $53^\circ$

3. Пучок естественного света направлен на полированную поверхность стеклянной пластиинки под углом падения  $60^\circ$ . Отраженный от пластиинки свет полностью поляризован. Показатель преломления пластиинки равен ...

- A.  $n = 1,43$
- B.  $n = 1,53$
- C.  $n = 1,63$
- D.  $n = 1,73$

4. Предельный угол полного внутреннего отражения пучка света на границе некоторой прозрачной жидкости с воздухом равен  $\theta_{\text{пр}} = 60^\circ$ . Угол Брюстера для пучка света, падающего из воздуха на поверхность этой жидкости, равен ...

- A.  $\theta_{\text{Бр}} = 28^\circ$
- B.  $\theta_{\text{Бр}} = 36^\circ$
- C.  $\theta_{\text{Бр}} = 49^\circ$
- D.  $\theta_{\text{Бр}} = 63^\circ$

5. Анализатор в  $k = 2$  раза уменьшает интенсивность света, падающего на него после прохождения поляризатора. Пренебрегая потерями интенсивности света в анализаторе, определите угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора.

- A.  $30^\circ$
- B.  $45^\circ$
- C.  $60^\circ$
- D.  $90^\circ$

6. Угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен  $45^\circ$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через анализатор, если угол между плоскостями пропускания увеличить до  $60^\circ$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

7. Во сколько раз ослабляется интенсивность естественного света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют друг с другом угол

$30^\circ$ , если в каждом из николей в отдельности за счет поглощения теряется 10% падающего на него света?

- |        |        |
|--------|--------|
| А. 1,3 | Б. 2,6 |
| В. 2,9 | Г. 3,3 |

**8.** В частично поляризованном свете интенсивность поляризованной составляющей равна интенсивности естественной составляющей. Степень поляризации света равна ...

- |              |              |
|--------------|--------------|
| А. $P = 0,4$ | Б. $P = 0,5$ |
| В. $P = 0,6$ | Г. $P = 0,8$ |

**9.** В частично поляризованном свете амплитуда колебаний светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в  $k = 2$  раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности. Степень поляризации света равна ...

- |               |               |
|---------------|---------------|
| А. $P = 0,33$ | Б. $P = 0,5$  |
| В. $P = 0,6$  | Г. $P = 0,72$ |

**10.** Степень поляризации частично поляризованного света  $P = 0,5$ . Во сколько раз амплитуда колебаний светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности?

- |               |              |
|---------------|--------------|
| А. $k = 1,33$ | Б. $k = 1,5$ |
| В. $k = 1,73$ | Г. $k = 2$   |

**11.** Степень поляризации частично поляризованного света  $P = 0,6$ . На пути этого света поставили анализатор так, что интенсивность прошедшего через него света максимальна. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, если плоскость пропускания анализатора повернуть на угол  $30^\circ$ ?

- |               |               |
|---------------|---------------|
| А. $k = 1,15$ | Б. $k = 1,23$ |
| В. $k = 1,56$ | Г. $k = 2$    |

**12.** Линейно поляризованный свет падает нормально на кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. Плоскость колебаний светового вектора перпендикулярна главному сечению пластиинки. Из пластиинки выйдут (выйдет) ...

- |   |   |
|---|---|
| А. Обыкновенный и необыкновенный лучи с разностью фаз $\frac{1}{2}$ | Б. Обыкновенный и необыкновенный лучи с разностью фаз |
| В. Только обыкновенный луч  | Г. Только необыкновенный луч                          |

**13.** Пластиинку из кварца толщиной  $d = 2$  мм, вырезанную параллельно оптической оси, поместили между двумя поляризаторами, плоскости пропускания которых параллельны. После прохождения системы между обыкновенным и необыкновенным лучами возникла разность фаз  $60^\circ$ . При какой минимальной толщине пластиинки свет не пройдет через данную систему?

Ответ: \_\_\_\_\_ мм

**14.** Пластиинку из кварца толщиной  $d = 2$  мм, вырезанную параллельно оптической оси, поместили между двумя скрещенными поляризаторами. После прохождения системы между обыкновенным и необыкновенным лучами возникла разность фаз

$240^\circ$ . При какой минимальной толщине пластинки интенсивность света, прошедшего через данную систему, будет максимальной?

Ответ: \_\_\_\_\_ мм

**15.** Линейно поляризованный свет падает на кристаллическую пластинку в четверть волны. Плоскость колебаний светового вектора совпадает с плоскостью пропускания пластинки. Из пластинки выйдут (выйдет) ...

- A. Только обычновенный луч
- B. Только необыкновенный луч
- C. Обыкновенный и необыкновенный лучи с разностью фаз  $\frac{1}{4}$
- D. Обыкновенный и необыкновенный лучи с разностью фаз  $\frac{1}{2}$

**16.** Монохроматическая волна естественного света падает на кристаллическую пластинку в четверть волны. После прохождения пластинки свет будет ...

- A. Линейно поляризованным
- B. Поляризованным по кругу
- C. Эллиптически поляризованным
- D. Останется естественным

**17.** Линейно поляризованный свет падает на кристаллическую пластинку в четверть волны так, что плоскость колебаний светового вектора составляет угол  $45^\circ$  с оптической осью пластинки. После прохождения пластинки разность фаз между обычновенным и необыкновенным лучами составит ...

- A.  $\frac{1}{4}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 2

**18.** Линейно поляризованный свет падает на кристаллическую пластинку в полволны так, что плоскость колебаний светового вектора составляет угол  $45^\circ$  с оптической осью пластинки. После прохождения пластинки разность фаз между обычновенным и необыкновенным лучами составит ...

- A.  $\frac{1}{4}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 2

**19.** Какой должна быть наименьшая толщина пластинки слюды, чтобы она могла служить в качестве пластиинки в четверть волны для линейно поляризованного света с длиной волны 589 нм? Для этого света при нормальном падении на пластинку разность показателей преломления для обычновенного и необыкновенного лучей в слюде равна  $n = 0,0054$ .

- A.  $d_{\min} = 14 \text{ мкм}$
- B.  $d_{\min} = 27 \text{ мкм}$
- C.  $d_{\min} = 54 \text{ мкм}$
- D.  $d_{\min} = 108 \text{ мкм}$

**20.** Какой должна быть наименьшая толщина пластинки из кварца, вырезанной параллельно оптической оси, чтобы падающий на нее линейно поляризованный свет с длиной волны 500 нм, выходил поляризованным по кругу? Для этого света при нормальном падении на пластинку разность показателей преломления для обычновенного и необыкновенного лучей в кварце равна  $n = 0,009$ .

- A.  $d_{\min} = 14 \text{ мкм}$
- B.  $d_{\min} = 27 \text{ мкм}$
- C.  $d_{\min} = 54 \text{ мкм}$
- D.  $d_{\min} = 108 \text{ мкм}$

**21.** Какой должна быть наименьшая толщина пластиинки слюды, чтобы она могла служить в качестве пластиинки в полволны для линейно поляризованного света с длиной волны 640 нм. Для этого света при нормальном падении на пластиинку разность показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей в слюде равна  $n = 0,008$ .

Ответ: \_\_\_\_\_ мкм

**22.** Пластиинку из кварца толщиной  $d = 2$  мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между двумя поляризаторами, плоскости пропускания которых параллельны. После прохождения пластиинки плоскость колебаний светового вектора повернулась на угол  $53^\circ$ . При какой минимальной толщине пластиинки свет не пройдет через систему?

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| A. $d_{\min} = 2,8$ мкм | Б. $d_{\min} = 3,4$ мкм |
| В. $d_{\min} = 4,6$ мкм | Г. $d_{\min} = 5,6$ мкм |

**23.** Монохроматическая волна естественного света проходит систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластиинка, вырезанная перпендикулярно оптической оси. При какой минимальной толщине пластиинки система будет пропускать 50% света? Постоянная вращения кварца для этой волны  $17$  угл. град/мм.

- |                        |                         |
|------------------------|-------------------------|
| A. $d_{\min} = 2,5$ мм | Б. $d_{\min} = 5,3$ мм  |
| В. $d_{\min} = 8,4$ мм | Г. $d_{\min} = 10,8$ мм |

**24.** Монохроматическая волна естественного света с длиной волны 500 нм проходит систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена ячейка Керра. При прохождении конденсатора между обыкновенным и необыкновенным лучами возникает разность фаз  $45^\circ$ . Определите длину пластиин конденсатора, если для этого света при данных условиях разность показателей преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей равна  $n = 10^{-6}$ .

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| A. $l = 6,25$ см | Б. $l = 12,5$ см |
| В. $l = 25$ см   | Г. $l = 50$ см   |

**25.** Трубка, заполненная бензолом, находится между двумя поляризаторами в продольном магнитном поле напряженностью  $H = 4$  кА/м. Угол между плоскостями пропускания поляризаторов равен  $45^\circ$ . После прохождения первого поляризатора и трубки плоскость колебаний светового вектора повернулась на угол  $90^\circ$ . Определите длину трубки. Постоянная Верде для бензола  $V = 2,59$  угл. мин/А.

- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| A. $l = 0,1$ см | Б. $l = 1,2$ см  |
| В. $l = 5,2$ см | Г. $l = 12,4$ см |

## §30. Распространение света в веществе

### 30.1 Дисперсия света

Дисперсией света называется совокупность оптических явлений, обусловленных зависимостью показателя преломления вещества от частоты света.

Все среды, за исключением абсолютного вакуума, обладают дисперсией. Наилучшим приближением к вакууму является межпланетное и межзвездное пространство. По астрономическим данным, средняя плотность вещества в межпланетном пространстве составляет около одного атома (иона) на  $1 \text{ см}^3$ . В межзвездном пространстве нашей Галактики средняя концентрация вещества около  $10^{-2}$  атомов на  $1 \text{ см}^3$ , а в межгалактическом еще меньше. В лучших же вакуумных приборах она превышает  $10^4$  атомов на  $1 \text{ см}^3$ .

Отсутствие дисперсии у межзвездного пространства доказывается астрономическими наблюдениями над затмениями двойных звезд. Допустим, например, что красные лучи в межзвездном пространстве распространяются быстрее синих. Тогда при начале затмения должно было бы наблюдаться изменение цвета звезды от нормального к синему, а при окончании — от красного к нормальному. При колоссальных расстояниях до звезд этот эффект должен быть заметен, даже если бы разница в скоростях красных и синих лучей оказалась ничтожно малой. В действительности в видимой области спектра этот эффект обнаружен не был.

В средах, обладающих дисперсией, зависимость показателя преломления  $n$  вещества от частоты света можно охарактеризовать функцией

$$n = f(\nu). \quad (30.1)$$

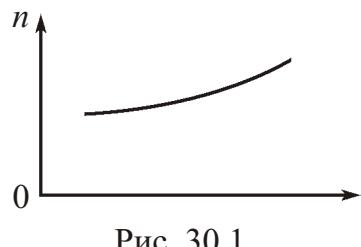


Рис. 30.1

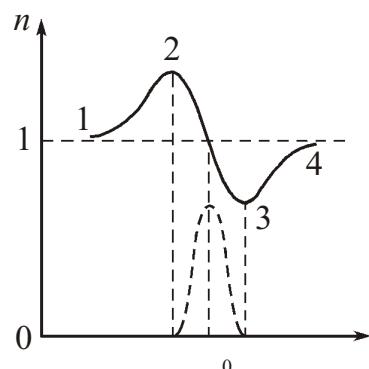


Рис. 30.2

Для всех прозрачных бесцветных веществ функция (30.1) имеет в видимой части спектра вид, показанный на рис. 30.1. С увеличением частоты света показатель преломления возрастает:  $dn/d\nu > 0$ . В этом случае дисперсия называется *нормальной*.

Если вещество поглощает часть света, то в области поглощения дисперсия обнаруживает аномалию: показатель преломления при увеличении частоты уменьшается:  $dn/d\nu < 0$  (рис. 30.2, участок 2–3; штриховой линией показана зависимость коэффициента поглощения света от частоты; область аномальной дисперсии совпадает с полосой поглощения). Такой ход зависимости  $n$  от  $\nu$  называется *аномальной дисперсией*.

Дисперсия света возникает в результате возбужденных колебаний заряженных частиц под действием переменного поля электромагнитной волны. Строго

говоря, движение (точнее, поведение) электронов в атоме подчиняется законам квантовой механики. Однако для качественного понимания многих оптических явлений достаточно ограничиться классическими представлениями, которые приводят к тем же результатам, что и квантовая теория: в отношении дисперсии и поглощения света атомы и молекулы ведут себя так, как если бы среда представляла собой

набор осцилляторов с различными собственными частотами и коэффициентами затухания, подчиняющимися классическим уравнениям движения Ньютона. С этой точки зрения, будучи выведенными из положения равновесия, под действием квазиупругих сил электроны в атомах начнут совершать колебания, постепенно теряя энергию колебаний на излучение электромагнитных волн. В результате колебания будут затухающими. Затухание можно учесть, введя «силу трения излучения», пропорциональную скорости электрона (в действительности никаких квазиупругих сил и сил трения в атомах и молекулах нет).

Итак, при прохождении через вещество электромагнитной волны каждый электрон оказывается под воздействием силы Лоренца [17, §21, (21.6)]

$$\vec{F} = e[\vec{v}, \vec{B}] = e\vec{E} + e\omega_0[\vec{v}, \vec{H}] = e\vec{E}, \quad (30.2)$$

квазиупругой силы вида

$$\vec{F}_{\text{упр}} = k\vec{r} \quad (30.3)$$

и силы «трения»

$$\vec{F}_{\text{тр}} = -k\vec{v}, \quad (30.4)$$

где  $k$  и  $\omega_0$  — коэффициенты пропорциональности.

Согласно [17, §25, (25.42)] в вакууме отношение напряженностей магнитного и электрического полей в волне равно

$$H/E = \sqrt{\omega_0/c}.$$

Следовательно, для отношения магнитной и электрической составляющих сил, действующих на электрон со стороны электромагнитной волны,

$$\frac{\omega_0 H}{E} = \sqrt{\frac{\omega_0}{c}} = \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega_0^2/c}} = \frac{1}{\sqrt{\omega_0}},$$

где учтено, что скорость электромагнитной волны в вакууме  $c = 1/\sqrt{\omega_0}$ .

Даже если бы амплитуда колебаний электрона  $A$  достигла значения порядка  $10^{-10}$  м (порядка размеров атома), то амплитуда скорости электрона  $\max A$  соста- вила бы не более  $10^5$  м/с (частота видимых световых волн порядка  $10^{15}$  рад/с). Таким образом, отношение  $\omega_0/c$  заведомо меньше  $10^{-3}$ , так что первым слагаемым в (30.2) можно пренебречь.

Представим электрическую составляющую поля электромагнитной волны

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i[\omega t - (\vec{k}, \vec{r})]} \quad (30.5)$$

в виде

$$\vec{E} = \vec{A}_0 e^{i[\omega t - (\vec{k}, \vec{r})]},$$

где  $\vec{A}_0 = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}, \vec{r})}$  — амплитуда поля, меняющаяся от точки к точке. Это означает, что в различных точках траектории электрон подвергается действию поля различной амплитуды.

Итак, можно считать, что при прохождении через вещество электромагнитной волны каждый электрон находится под воздействием силы

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{A}_0 e^{i[\omega t - (\vec{k}, \vec{r})]}. \quad (30.6)$$

Видимый свет оказывает заметное воздействие только на внешние, слабее других связанные с атомом электроны, называемые *валентными* или *оптическими* электронами. Собственные частоты внутренних электронов сильно отличаются от частот оптического диапазона. Поэтому колебания внутренних электронов световой волной практически не возбуждаются.

Для простоты рассмотрим случай, когда в атоме имеется только один оптический электрон. Кроме того, будем считать, что атомы не взаимодействуют (что в первом приближении справедливо для газообразных веществ).

Уравнение движения электрона в этом случае имеет вид

$$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F} - \vec{F}_{\text{упр}} - \vec{F}_{\text{тр}}; \quad m \ddot{\vec{r}} = k \vec{r} \rightarrow e \vec{A}_0 e^{i \omega t},$$

или

$$\ddot{\vec{r}} = 2 \vec{r} - \frac{2}{\omega_0^2} \vec{r} = (e/m) \vec{A}_0 e^{i \omega t}, \quad (30.7)$$

где  $\omega_0^2 / (2m)$  коэффициент затухания;  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  собственная частота колебаний электрона [14, § 6; п. 6.5].

Легко проверить подстановкой, что частным решением уравнения (30.7) будет функция

$$\vec{r} = \frac{e/m}{\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2} - 2i} \vec{A}_0 e^{i \omega t} = \frac{e/m}{\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2} - 2i} \vec{E}, \quad (30.8)$$

где  $\omega = \sqrt{\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2}}$ .

Поскольку массы ядер велики по сравнению с массой электрона, пренебрежем смещениями ядер из положений равновесия под действием поля волны. В этом приближении дипольный электрический момент [16, § 17, (17.1)] молекулы можно представить в виде

$$\vec{p} = e \vec{r} = \frac{e^2/m}{\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2} - 2i} \vec{E}. \quad (30.9)$$

Пусть  $n_0$  число молекул в единице объема. Тогда произведение  $n_0 \vec{p}$  дает поляризованность вещества  $\vec{P}$  [16, § 17]. Для изотропных диэлектриков диэлектрическая проницаемость

$$1 + \frac{1}{\epsilon_0 \vec{E}},$$

где  $\epsilon_0$  диэлектрическая восприимчивость. Следовательно [16, § 17, (17.5)],

$$1 + \frac{\vec{P}}{\epsilon_0 \vec{E}} = 1 + \frac{n_0}{\epsilon_0} \frac{\vec{p}}{\vec{E}},$$

или с учетом (30.9)

$$1 + \frac{n_0}{\epsilon_0} \frac{e^2/m}{\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2} - 2i}. \quad (30.10)$$

Заменив  $\epsilon_0$  через  $n^2$  (см. § 27; формула (5)), получим:

$$n^2 - 1 + \frac{n_0}{\epsilon_0} \frac{e^2/m}{\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2} - 2i}. \quad (30.11)$$

При частотах волны  $\omega$ , заметно отличающихся от собственной частоты колебаний электрона  $\omega_0$  (то есть  $\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2} \gg 4 \cdot 10^{-2}$ ), мнимой частью в знаменателе выражения (30.11) можно пренебречь. Тогда

$$n^2 - 1 + \frac{n_0}{\epsilon_0} \frac{e^2/m}{\frac{2}{\omega_0^2} - \frac{2}{\omega^2}}. \quad (30.12)$$

Вблизи собственной частоты функция (30.12) терпит разрыв: при стремлении  $\omega \rightarrow \omega_0$  слева она обращается в  $(+)$ , при стремлении справа в  $(-)$  (см. рис. 30.3). Такое поведение функции (30.12) обусловлено тем, что мы пренебрегли трением излучения (напомним, что при пренебрежении трением амплитуда вынужденных колебаний при резонансе обращается в бесконечность [14, § 6, (6.73)]. Учет трения из-

лучения приводит к зависимости  $n^2$  от  $\omega/\omega_0$ , показанной на рис. 30.3 сплошной кривой. Переходя от  $n^2$  к  $n$ , получим кривую, изображенную на рис. 30.2. Участок 1–2 аналогичен кривой, приведенной на рис. 30.1. Участки 1–2 и 3–4 соответствуют нормальной дисперсии ( $dn/d\omega > 0$ ). На участке 2–3 дисперсия аномальна ( $dn/d\omega < 0$ ).

В области 3–4 показатель преломления меньше единицы (подобное имеет место в плазме, где  $\omega_0 > 0$ , и для рентгеновского излучения, где  $\omega_0 \gg c$ ), следовательно, фазовая скорость волны превышает скорость света в вакууме  $c$ ! Однако это не противоречит теории относительности, основывающейся на утверждении, что скорость передачи сигнала не может превзойти  $c$ . Передача сигнала с помощью идеально монохроматической волны невозможна. Передача же энергии (то есть сигнала) с помощью группы волн осуществляется с групповой скоростью  $v_{\text{grp}}$ , определяемой формулой [14, §7, (7.27)]. В области нормальной дисперсии  $d\omega/d\omega_0 > 0$  ( $dn$  и  $d\omega$  имеют разные знаки, а  $dn/d\omega > 0$ ), так что, хотя

$v_{\text{grp}} < c$ , групповая скорость оказывается меньшей  $c$ . В области с аномальной дисперсией понятие групповой скорости утрачивает смысл (поглощение очень велико, и волна быстро затухает).

Дисперсия играет очень важную роль при распространении электромагнитных волн в плазме. Плазма – это ионизированный газ, в котором электроны и ионы могут рассматриваться как свободные частицы с собственными частотами, равными нулю. Диэлектрическая проницаемость плазмы определяется в основном свободными электронами (влиянием ионов можно пренебречь, так как их массы практически бесконечно велики по сравнению с массами электронов). Полагая в формуле (30.12)

$\omega_0 = 0$  и пренебрегая затуханием, получим для плазмы

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (30.13)$$

где величина

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_e \omega_0}}$$

называется *плазменной* или *ленгмюровской частотой*. Частота  $\omega_p$  играет для плазмы роль собственной частоты. Однако она характеризует не отдельные частицы, а весь коллектив заряженных частиц, из которых состоит плазма.

Для электромагнитной волны с частотой  $\omega < \omega_p$  диэлектрическая проницаемость  $n^2$  превращается в нуль. При  $\omega > \omega_p$  величина  $n^2$  (а вместе с ней и показатель преломления  $n = \sqrt{n^2}$ ) положительна, но меньше единицы. При  $\omega > \omega_p$  диэлектрическая проницаемость отрицательна и показатель преломления мнимый. Поэтому *длинные электромагнитные волны* (частота которых  $\omega < \omega_p$ ) в *плазме* *распространяться не могут*. Они могут проникать только в тонкий поверхностный слой плазмы, испытывая от него полное отражение.

В земной атмосфере имеется ионизированная область, называемая *ионосферой*. Она начинается примерно с высоты 60 км и простирается до высот порядка 20 000 км. Основными источниками ионизации ионосферы являются ультрафиоле-

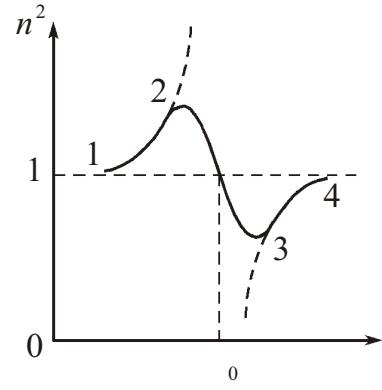


Рис. 30.3

тальное излучение Солнца и мягкое рентгеновское излучение солнечной короны. Наличие ионосферы и отражения от нее электромагнитных волн играет исключительную роль в осуществлении на Земле радиосвязи: только благодаря этому возможна передача радиосигналов на земной поверхности на многие тысячи километров.

Найдем связь между фазовой  $v_f$  и групповой  $v_{gp}$  скоростями электромагнитных волн в плазме при  $\rho \ll n^2 k^2$ .

Используя связь волнового числа  $k$  с частотой волны  $\omega$  [17, §25, (25.34)]

$$k = n \frac{c}{c_p} \sqrt{\frac{c}{c_p}},$$

получим выражение для фазовой скорости волны в плазме [14, §7, (7.26)]:

$$\frac{v_f}{v_{gp}} = \frac{c}{n} \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_p^2}}}, \quad (30.14)$$

которая всегда больше скорости света в вакууме.

Из выражения (30.13) получим:

$$\frac{c^2}{c_p^2} = n^2 k^2 = n^2 k^2 - k^2 c^2; \quad d \frac{c^2 k dk}{k} = c^2 dk.$$

Таким образом, для плазмы всегда выполняется соотношение

$$v_{gp} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_p^2}}}, \quad (30.15)$$

где групповая скорость волны [14, §7, (7.27)]

$$v_{gp} = \frac{d}{dk}.$$

Из (30.15) с учетом (30.14) получим

$$v_{gp} = c n \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c_p^2}}}.$$

$$(30.16)$$

Наблюдения над *пульсарами* (нейтронными звездами) с помощью современных радиоприемных устройств позволили установить наличие дисперсии межзвездного пространства в области радиодиапазона. С помощью формулы (30.16) впервые были оценены расстояния до пульсаров, которые лежат между 200 и 7 000 световых лет.

## 30.2. Поглощение света

При прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых колеблющимися электронами; частично она переходит в энергию движения атомов, то есть во внутреннюю энергию вещества (в результате чего вещество нагревается). Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается — свет поглощается в веществе.

Опытным путем установлено, что интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 e^{-l}, \quad (30.17)$$

где  $I_0$  — интенсивность света на входе в поглащающий слой (на границе или в каком-то месте внутри вещества);  $l$  — толщина слоя; — постоянная, зависящая от

свойств поглощающего вещества и называемая *коэффициентом поглощения*. Зависимость (30.17) выражает закон *Бугера*.

Дифференцирование соотношения (30.17) приводит к формуле

$$dI = I_0 e^{-l} dl = I dl,$$

из которой следует, что убыль интенсивности на пути  $dl$  пропорциональна длине этого пути и значению самой интенсивности. Коэффициентом пропорциональности служит коэффициент поглощения.

Как следует из (30.17), при  $l \rightarrow 1$  интенсивность  $I$  оказывается в  $e$  раз меньше, чем  $I_0$ . Таким образом, коэффициент поглощения есть величина, обратная толщине слоя, при прохождении которого интенсивность света уменьшается в  $e$  раз.

Коэффициент поглощения зависит от частоты

(или длины волны) света. У веществ, атомы (или молекулы) которых практически не взаимодействуют (газы и пары металлов при невысоком давлении), коэффициент поглощения для большинства длин волн близок к нулю и лишь для очень узких спектральных областей (ширина в несколько тысячных нанометра) обнаруживает резкие максимумы (рис. 30.4). Эти максимумы соответствуют резонансным частотам колебаний электронов внутри атомов. В случае многоатомных молекул обнаруживаются также частоты, соответствующие колебаниям атомов внутри молекул. Поскольку массы атомов в десятки тысяч раз больше массы электрона, молекулярные частоты бывают намного меньше атомных — они лежат в инфракрасной области спектра.

Газы при высоких давлениях, а также жидкости и твердые тела имеют широкие полосы поглощения (рис. 30.5). По мере повышения давления газов максимумы поглощения, первоначально очень узкие (рис. 30.4), все более расширяются, и при высоких давлениях спектр поглощения газов приближается по характеру к спектрам поглощения жидкостей. Этот факт указывает на то, что расширение полос поглощения есть результат взаимодействия атомов.

Металлы практически непрозрачны для света (коэффициент поглощения для них имеет значение порядка  $10^6 \text{ м}^{-1}$ ; для сравнения: для стекла  $1 \text{ м}^{-1}$ ). Это обусловлено наличием в металлах свободных электронов. Под действием электрического поля световой волны свободные электроны приходят в движение в металле возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. В результате энергия световой волны быстро убывает, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

### 30.3. Рассеяние света

С классической точки зрения процесс рассеяния света заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает колебания электронов в атомах. Колеблющиеся электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям. При этом вторичные волны оказываются когерентными между собой и интерферируют.

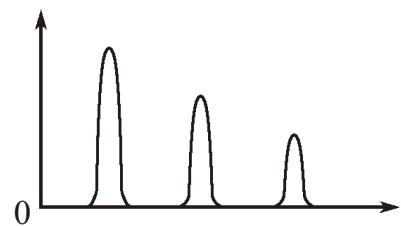


Рис. 30.4

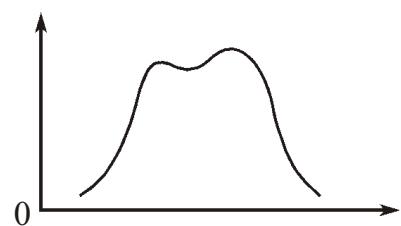


Рис. 30.5

Соответствующий расчет приводит к следующему выводу: в случае однородной среды вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределения света по направлениям, то есть рассеяние света, в однородной среде не происходит.

Вторичные волны не гасят друг друга в боковых направлениях только при распространении света в неоднородной среде. В этом случае световые волны, дифрагируя на неоднородностях среды, дают дифракционную картину, характеризующуюся довольно равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую дифракцию на мелких неоднородностях называют *рассеянием света*.

Среды с явно выраженной оптической неоднородностью носят название *оптически мутных сред*. К их числу относятся: 1) дымы, то есть взвеси в газах мельчайших твердых частиц; 2) туманы – взвеси в газах мельчайших капель жидкости; 3) взвеси или суспензии, образованные плавающими в жидкости твердыми частицами; 4) эмульсии – взвеси мельчайших капель одной жидкости в другой, не растворяющей первую (примером эмульсии может служить молоко, представляющее собой взвесь капель жира в воде); 5) твердые тела, вроде перламутра, опалов, молочных стекол и т. п.

Рассеяние света в мутных средах можно непосредственно наблюдать, например, при прохождении яркого светового пучка через слой воздуха с мелкими частицами дыма или сосуд с водой, в которую добавлено немного молока. При наблюдении сбоку в рассеянном свете среда кажется голубой, то есть обнаруживается преобладание коротковолновой границы спектра. В свете же, прошедшем через толстый слой мутной среды, обнаруживается преобладание длинноволновой части спектра, и среда кажется красноватой.

Причина такого явления состоит в том, что электроны, совершающие вынужденные колебания в атомах электрически изотропной частицы (неполярные молекулы) малого размера (не более чем  $0,1 \text{ } \mu$ ), эквивалентны одному колеблющемуся диполю. Этот диполь совершает колебания с частотой, равной частоте падающей на него световой волны, и интенсивность рассеянного света  $I$  оказывается обратно пропорциональной четвертой степени длины волны:

$$I \sim \lambda^4 \sim 1/\nu^4. \quad (30.18)$$

Эта зависимость выражает *закон Рэлея*. Из него следует, что коротковолновая часть спектра рассеивается значительно более интенсивно. Голубой свет, частота которого примерно в 1,5 раза больше частоты красного света, рассеивается почти в 5 раз интенсивнее красного. Этим и объясняется голубой цвет рассеянного света и красноватый прошедшего.

Если размеры неоднородностей сравнимы с длиной волны, электроны, находящиеся в различных местах неоднородности, колеблются с заметным сдвигом по фазе. Это усложняет явление и приводит к иной закономерности – интенсивность рассеянного света становится пропорциональной квадрату частоты (то есть обратно пропорциональной квадрату длины волны). Если же размеры неоднородностей значительно больше длины световой волны, то спектральный состав рассеянного света практически совпадает со спектральным составом первичного пучка. Этим объясняется, например, белый цвет облаков.

Даже тщательно очищенные от посторонних примесей и загрязнений жидкости и газы в некоторой степени рассеивают свет. Установлено, что причиной возникновения оптических неоднородностей являются в этом случае флюктуации плотности вещества (то есть наблюдаемые в пределах малых объемов отклонения плотности от ее среднего значения). Эти флюктуации вызваны беспорядочным движением молекул вещества; обусловленное ими рассеяние света называется *молекулярным*. Молекулярным рассеянием объясняется голубой цвет неба. Непрерывно возникающие в атмосфере вследствие беспорядочного молекулярного движения места сгущения и разрежения воздуха рассеивают солнечный свет. При этом в соответствии с законом Рэлея (см. (30.18)) голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обусловливая голубой цвет неба. Когда Солнце находится низко над горизонтом, распространяющиеся непосредственно от него лучи проходят большую толщу рассеивающей среды, в результате чего они оказываются обедненными меньшими длинами волн. По этой причине небо при восходе и заходе Солнца окрашивается в красные тона. Аналогично объясняется и красный цвет зари.

В результате рассеяния интенсивность светового пучка убывает в направлении распространения быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому в мутной среде в выражении (30.17) вместо коэффициента поглощения должен стоять коэффициент ослабления

,

где *коэффициент рассеяния*. Тогда интенсивность света при прохождении через вещество будет убывать по закону

$$I = I_0 e^{-\kappa l}. \quad (30.19)$$

В заключение отметим, что при рассеянии в мутной среде зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеяния имеет вид

$$I = I_0 (1 - \cos^2 \theta), \quad (30.20)$$

где  $I_0$  интенсивность света, рассеянного под прямым углом ( $\frac{\pi}{2}$ ) к направлению светового пучка. Если молекулы рассеивающих частиц электрически изотропны, то рассеиваемый свет оказывается частично поляризованным и под углом

$\frac{\pi}{2}$  полностью поляризованным. В этом случае его плоскость поляризации перпендикулярна направлению первичного светового пучка. Если размеры неоднородностей сравнимы с длиной волны, то свет, рассеянный под углом  $\frac{\pi}{2}$ , оказывается поляризованным лишь частично.

#### 30.4. Излучение Вавилова Черенкова

Согласно электромагнитной теории заряженная частица, движущаяся в вакууме с постоянной скоростью, не излучает электромагнитных волн. Однако, как показывает опыт, при движении в веществе с определенной скоростью частица излучает. Такое излучение было обнаружено экспериментально для электронов, протонов и мезонов при их движении в жидких и твердых средах и получило название *излучения Вавилова Черенкова*.

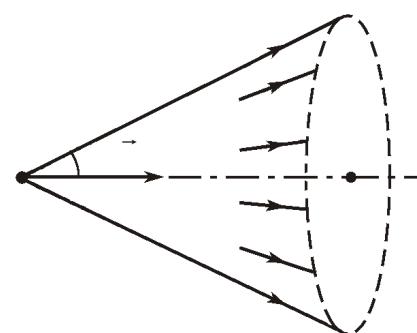


Рис. 30.6

В излучении Вавилова Черенкова преобладают короткие волны, вследствие чего оно имеет голубую окраску. Наиболее характерное свойство этого излучения оно испускается не по всем направлениям, а лишь вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы (рис. 30.6). Угол между направлениями распространения излучения и скоростью частицы определяется соотношением

$$\cos \frac{c/n}{\sqrt{1 - \frac{n^2 - 1}{n^2}}}. \quad (30.21)$$

При движении с постоянной скоростью в однородной прозрачной среде частица своим полем возбуждает атомы и молекулы среды, и последние становятся центрами излучения электромагнитных волн. При равномерном движении частицы эти волны оказываются когерентными и интерферируют между собой. Если скорость частицы превышает фазовую скорость  $c/n$  электромагнитных волн в той среде, в которой она движется, то когерентные волны, излучаемые атомами и молекулами среды, усиливают друг друга в направлении, определяемом условием (30.21), и мы будем наблюдать максимум интерференции.

Излучение заряженной частицы приводит, конечно, к ее торможению. Но это торможение является не причиной излучения, а его следствием. Если бы к частице приложить силу, уравновешивающую «тормозящие силы», то ее ускорение станет равным нулю, а излучение Вавилова Черенкова останется. Именно так надо понимать утверждение, что заряженная частица, равномерно движущаяся в среде, излучает, если ее скорость больше фазовой скорости света в этой среде.

Эффект Вавилова Черенкова находит широкое применение в экспериментальной технике. В так называемых черенковских счетчиках световая вспышка, порожденная быстродвижущейся заряженной частицей, превращается с помощью фотомножителя в импульс тока. Для того чтобы заставить сработать такой счетчик, энергия частицы должна превысить пороговое значение, определяемое условием

$c/n$ . Поэтому черенковские счетчики позволяют не только регистрировать частицы, но и судить об их энергии. Удастся также определить угол между направлением вспышки и скоростью частицы, что дает возможность вычислить по формуле (30.21) скорость (а следовательно, и энергию) частицы.

### Краткие выводы

**1.** Дисперсией света называется совокупность оптических явлений, обусловленных зависимостью показателя преломления вещества от частоты света.

**2.** Диэлектрическая проницаемость и показатель преломления диспергирующей среды с учетом затуханий:

$$1 - \frac{n_0}{n} \frac{\omega^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2/2i}; \quad n = \sqrt{1 - \frac{n_0}{n} \frac{\omega^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2/2i}},$$

где  $n_0$  – число молекул в единице объема;  $\omega$  – коэффициент затухания;  $\omega_0$  – собственная частота колебаний электрона;  $\sqrt{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{1}{2}}$ .

**3.** Диэлектрическая проницаемость и показатель преломления диспергирующей среды без учета затуханий:

$$1 - \frac{n_0}{n} \frac{\omega^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}; \quad n = \sqrt{1 - \frac{n_0}{n} \frac{\omega^2/m}{\omega_0^2 - \omega^2}}.$$

**4.** Диэлектрическая проницаемость и показатель преломления для плазмы без учета затуханий:

$$1 - \frac{p}{2}; \quad n = \sqrt{1 - \frac{p}{2}},$$

где *плазменная или ленгмюровская частота*

$$p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_0}}.$$

**5.** Фазовая и групповая скорости электромагнитных волн в плазме при  $p$  и связь между ними:

$$\frac{c}{\sqrt{1 - \frac{p}{2}}}; \quad p = c \sqrt{1 - \frac{p}{2}}; \quad p = c^2.$$

**6.** *Поглощением света* называется уменьшение интенсивности света, проходящего через материальную среду, за счет процессов его взаимодействия со средой. Закон Бугера (закон поглощения света)

$$I = I_0 e^{-l},$$

где  $l$  толщина слоя;  $e$  коэффициент поглощения.

**7.** *Рассеянием света* называется уменьшение интенсивности света, проходящего через оптически неоднородную среду, за счет дифракции на мелких неоднородностях среды. Закон рассеяния света

$$I = I_0 e^{-l},$$

где  $l$  толщина слоя;  $e$  коэффициент ослабления.

**8.** *Излучение Вавилова Чerenкова* это излучение, вызываемое в прозрачной среде заряженной частицей, которая движется с постоянной скоростью, превышающей фазовую скорость распространения света в этой среде.

### Вопросы для самоконтроля и повторения

1. Что такое дисперсия света? Чем отличается аномальная дисперсия от нормальной?
2. От чего зависит показатель преломления среды?
3. В каком случае фазовая скорость волны превышает скорость света в вакуме?
4. Каким образом можно оценить концентрацию электронов в плазме?
5. Почему длинные электромагнитные волны не могут распространяться в плазме?
6. Чем обусловлено поглощение света веществом? Сформулируйте закон Бугера.
7. Чем объясняется расширение полос поглощения в жидкостях и твердых телах?
8. Чем обусловлено рассеяние света? Сформулируйте закон Рэлея для рассеяния света.
9. Чем объясняется голубой цвет неба? Почему небо при восходе и закате Солнца окрашивается в красные тона?
10. Каковы причины излучения Вавилова Чerenкова?

## Задачи

1. В некоторой диспергирующей среде фазовая скорость электромагнитной волны зависит от волнового числа  $k$  по закону:  $\bar{k}$ , где  $\bar{k}$  положительная постоянная. Определите зависимость между групповой и фазовой скоростями волнового пакета в данной среде.

### Решение

Фазовой скоростью монохроматической волны называется скорость распространения волнового фронта. В среде с показателем преломления  $n$  фазовая скорость волны равна

$$\frac{1}{\bar{k}},$$

где  $\bar{k}$  циклическая частота волны.

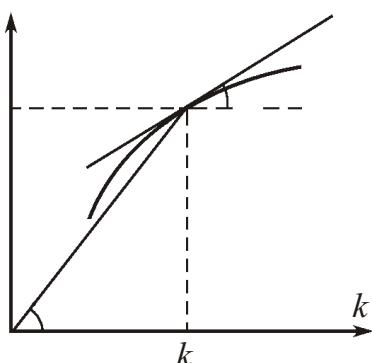


Рис. к задаче №1

Как показывает опыт, все без исключения среды обладают дисперсионными свойствами из-за зависимости показателя преломления вещества от частоты волны разных частот распространяются с различными фазовыми скоростями. При распространении монохроматической волны определенной частоты в среде с дисперсией никаких особых явлений не наблюдается; волна распространяется со своей фазовой скоростью, которая определяется значением показателя преломления, соответствующим частоте данной волны. Но если в диспергирующей среде одновременно распространяется группа волн разных частот, то по мере распространения между волнами возникают фазовые сдвиги. При этом происходит деформация формы суммарного процесса. Если на входе в диспергирующую среду возмущение имело вид импульса (волнового пакета) определенной формы, то после прохождения некоторого слоя форма импульса может существенно измениться. В общем случае наблюдается расплывание волнового пакета.

Вопрос о скорости распространения волнового пакета в среде с дисперсией достаточно сложен и неоднозначен. Обычно скорость перемещения волнового пакета характеризуют групповой скоростью  $v_{\text{grp}}$  скоростью перемещения центра волновой группы или точки с максимальным значением амплитуды:

$$v_{\text{grp}} = \frac{d}{dk}.$$

Для пояснения различия между фазовой и групповой скоростями изобразим какую-либо зависимость частоты волны от волнового числа  $k$  (см. рисунок). Как следует из определения фазовой и групповой скорости, их геометрический смысл различен:

$$\bar{k} = \frac{1}{\omega}; \quad v_{\text{grp}} = \frac{d}{dk} \omega.$$

Из определения фазовой скорости следует, что

$$\frac{d\omega}{dk}.$$

Тогда групповая скорость

$$v_{\text{grp}} = \bar{k} \frac{d\omega}{dk},$$

или, учитывая условие задачи,

$$\text{grp} \quad k \frac{d}{dk} \quad k = 2.$$

**Ответ:**  $\text{grp} = 2$ .

**2.** В вакууме показатель преломления сероуглерода для света с длинами волн  $\lambda_1 = 509$  нм,  $\lambda_2 = 534$  нм и  $\lambda_3 = 589$  нм равен соответственно  $n_1 = 1,647$ ,  $n_2 = 1,640$  и  $n_3 = 1,630$ . Оцените фазовую и групповую скорости света в области данных длин волн.

### Решение

Фазовая и групповая скорости волны, по определению, равны соответственно

$$\bar{k}; \quad \text{grp} \quad \frac{d}{dk}. \quad (1)$$

Преобразуем выражения (1) так, чтобы групповая и фазовая скорости волны зависели от показателя преломления среды  $n$  и длины волны  $\lambda$ .

Из (1) получим:

$$\text{grp} \quad \frac{d}{dk}(k) = \frac{d}{dk} \frac{k c}{n} = \frac{c}{n} \frac{k c}{n^2} \frac{dn}{dk} = \frac{c}{n} \frac{1}{n} \frac{k}{n} \frac{dn}{dk},$$

где  $n = c/v$  — показатель преломления среды.

Воспользовавшись выражениями для волнового числа [14, §7, (7.13)] и циклической частоты волны [14, §7, (7.9)] в виде

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2\pi c}{n},$$

получим:

$$dk = \frac{2\pi}{\lambda} d; \quad \frac{2\pi c}{\lambda} = \frac{2\pi c}{n}; \quad \text{grp} = \frac{c}{n} \frac{1}{n} \frac{dn}{dk}.$$

Поскольку рассматриваемый интервал длин волн  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  достаточно узок, то для оценки фазовой и групповой скоростей света в области данных длин волн можно воспользоваться приближениями

$$\frac{c}{n} = 1,83 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \quad \text{grp} = \frac{c}{n} \frac{1}{n} \frac{n}{n} = 1,7 \cdot 10^8 \text{ м/с},$$

где  $n = \sqrt[3]{n_1 n_2 n_3}$ ;  $\sqrt[3]{n_1 n_2 n_3} = \sqrt[3]{n_1 n_3 n_2}$ ;  $n = n_3 - n_1$ ;  $n_3 - n_1$ .

**Ответ:**  $\frac{c}{n} = 1,83 \cdot 10^8 \text{ м/с}; \quad \text{grp} = \frac{c}{n} \frac{1}{n} \frac{n}{n} = 1,7 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$

**3.** В некоторой диспергирующей среде связь между групповой и фазовой скоростями электромагнитной волны имеет вид  $\text{grp} = c^2/n$ , где  $c$  — скорость света в вакууме. Определите зависимость диэлектрической проницаемости этой среды от частоты волны.

### Решение

Фазовая и групповая скорости волны, по определению, равны соответственно

$$\bar{k}; \quad \text{grp} = \frac{d}{dk},$$

где  $\omega$  — циклическая частота волны;  $k = \omega/\lambda$  — волновое число.

Учитывая связь показателя преломления среды

$$n \propto c /$$

с ее диэлектрической проницаемостью

$$n \propto \sqrt{\epsilon},$$

представим выражение для волнового числа в виде

$$k = \frac{n}{c} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{c}.$$

Продифференцировав это выражение по  $\epsilon$ , получим:

$$\frac{dk}{d\epsilon} = \frac{1}{c} \sqrt{\epsilon} - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon}} \frac{d\epsilon}{d\epsilon} = 0.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{\epsilon_{\text{гр}}} = \frac{1}{c} \sqrt{\epsilon} - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon}} \frac{d\epsilon}{d\epsilon},$$

или с учетом условия задачи:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c} \sqrt{\epsilon} - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon}} \frac{d\epsilon}{d\epsilon}; \quad \frac{1}{n} = \sqrt{\epsilon} - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon}} \frac{d\epsilon}{d\epsilon}; \quad \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} = \sqrt{\epsilon} - \frac{1}{2\sqrt{\epsilon}} \frac{d\epsilon}{d\epsilon};$$

$$1 = \frac{d\epsilon}{2d\epsilon}.$$

Разделив переменные и

$$\frac{d\epsilon}{1} = 2 \frac{d\epsilon}{d\epsilon}$$

и проинтегрировав полученное выражение

$$\ln(1) = 2 \ln \epsilon - \ln C,$$

находим:

$$1 = C \frac{1}{\epsilon^2},$$

где  $C$  некоторая положительная постоянная.

**Ответ:**  $1 = C \frac{1}{\epsilon^2}$ , где  $C$  некоторая положительная постоянная.

**4. Монохроматическая электромагнитная волна с частотой  $\omega$  распространяется в разреженной плазме. Концентрация свободных электронов в плазме равна  $n_0$ . Пренебрегая взаимодействием волны с ионами плазмы и столкновениями электронов и ионов, определите зависимость фазовой скорости волны от ее частоты.**

#### Решение

Плазма – это ионизованный газ, в котором электроны и ионы могут рассматриваться как свободные частицы с собственными частотами, равными нулю. Диэлектрическая проницаемость плазмы определяется в основном свободными электронами (влиянием ионов можно пренебречь, так как их массы практически бесконечно велики по сравнению с массами электронов).

Пренебрегая затуханием, представим выражение для диэлектрической проницаемости диспергирующей среды (см. формулу (30.10))

$$1 - \frac{n_0}{0} \frac{e^2/m}{\sqrt{\frac{2}{0}}^2 / 2i}$$

в виде

$$1 - \frac{n_0}{0} \frac{e^2/m}{\sqrt{\frac{2}{0}}^2},$$

где  $m$  масса электрона;  $e$  величина его заряда.

Поскольку собственная частота колебаний электронов  $\omega_0 = 0$ , то

$$1 - \frac{n_0}{0} \frac{e^2/m}{\sqrt{\frac{2}{0}}^2}. \quad (1)$$

Представим выражение для волнового числа в виде (см. решение задачи №3)

$$k_p = \frac{n}{c} = \frac{\sqrt{\frac{c}{\epsilon_p}}}{c}.$$

Следовательно, фазовая скорость волны

$$\bar{k} = \frac{c}{\sqrt{\frac{c}{\epsilon_p}}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{n_0}{0} \frac{e^2}{m^2}}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_0}}}, \quad (2)$$

где

$$\epsilon_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_0}}$$

плазменная или ленгмюровская частота; она играет для плазмы роль собственной частоты, но характеризует не отдельные частицы, а весь коллектив заряженных частиц, из которых состоит плазма.

Из (2) следует, что при  $\epsilon_p < \epsilon_0$  фазовая скорость волны всегда больше скорости света в вакууме.

**Ответ:**  $\bar{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_0}}}$ , где  $\epsilon_p = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_0}}$ .

**5.** Оцените концентрацию свободных электронов ионосферы, если для радиоволн с частотой  $100 \text{ МГц}$  ее показатель преломления равен  $n = 0,9$ .

### Решение

Как следует из выражения (1), полученного при решении задачи №4,

$$1 - \frac{n_0}{0} \frac{e^2/m}{\sqrt{\frac{2}{0}}^2} = 1 - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_0}, \quad (1)$$

для электромагнитной волны с частотой  $\omega_p$  диэлектрическая проницаемость превращается в нуль. При  $\omega_p$  величина  $(\epsilon_p - \epsilon_0)$  (а вместе с ней и показатель преломления  $n = \sqrt{\epsilon_p}$ ) положительна, но меньше единицы. При  $\omega_p > \omega_p$  диэлектрическая проницаемость отрицательна и показатель преломления мнимый. Поэтому длинные электромагнитные волны (частота которых  $< \omega_p$ ) в плазме распространяться не могут. Они могут проникать только в тонкий поверхностный слой плазмы, испытывая о него полное отражение.

Если для радиоволн с частотой  $\omega_p / \omega_0$  показатель преломления ионосферы равен  $n$ , то, согласно выражению (1), концентрация свободных электронов в ионосфере

$$n_0 = \frac{(1 - \alpha_0)^2}{e^2/m} = \frac{(1 - n^2)^2}{e^2/m} = \frac{(1 - n^2) \cdot 4^{-2}}{e^2/m} = 2,36 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3},$$

где  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг — масса электрона,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл — величина его заряда.

**Ответ:**  $n_0 = \frac{(1 - n^2) \cdot 4^{-2}}{e^2/m} = 2,36 \cdot 10^9 \text{ м}^{-3}$ .

**6.** Из некоторого вещества изготовили две пластиинки: одну толщиной  $h_1 = 3,8$  мм, другую толщиной  $h_2 = 9$  мм. Введя поочередно эти пластиинки в пучок монохроматического света, обнаружили, что первая пластиинка пропускает  $\alpha_1 = 0,84$  светового потока, вторая  $\alpha_2 = 0,7$ . Определите коэффициент поглощения этого вещества. Вторичными отражениями света пренебречь.

### Решение

При прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия вновь возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых колеблющимися электронами, частично переходит во внутреннюю энергию вещества (вещество нагревается). Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается свет поглощается в веществе.

На основании закона Бугера интенсивность света, прошедшего через пластиинку толщиной  $h$ , равна

$$I = I_0 e^{-\kappa h},$$

где  $I_0$  — интенсивность света на входе в пластиинку;  $\kappa$  — коэффициент поглощения вещества, из которого изготовлена пластиинка.

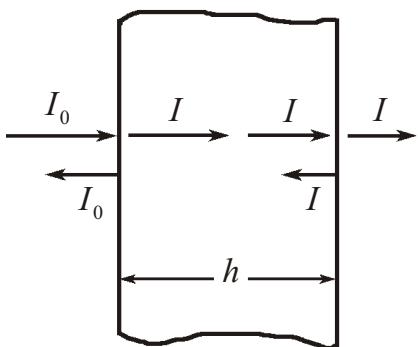


Рис. к задаче №6

Пусть при прохождении света от каждой из поверхностей пластиинки отражается часть энергии, равная  $\alpha$ , одинаковая для обеих поверхностей пластиинки. При падении света на первую (по ходу распространения света) поверхность пластиинки часть светового потока отразится, и интенсивность света, вошедшего в пластиинку, будет равна (см. рисунок)

$$I = (1 - \alpha) I_0.$$

Аналогично для другой поверхности:

$$I = (1 - \alpha) I.$$

Поэтому с учетом отражения от поверхностей пластиинки интенсивность света, прошедшего через пластиинку, будет равна

$$I = (1 - \alpha)^2 I_0 = (1 - \alpha)^2 I_0 e^{-\kappa h}.$$

Полагая коэффициенты отражения от обеих пластиинок одинаковыми, интенсивности света, прошедшего через первую и вторую пластиинки,

$$I_1 = (1 - \alpha)^2 I_0 e^{-\kappa h_1}; \quad I_2 = (1 - \alpha)^2 I_0 e^{-\kappa h_2}.$$

Поскольку по условию задачи

$$I_1 = \alpha_1 I_0; \quad I_2 = \alpha_2 I_0,$$

то

$$\alpha_1 = (1 - \alpha)^2 e^{-\kappa h_1}; \quad \alpha_2 = (1 - \alpha)^2 e^{-\kappa h_2}.$$

Отсюда получим:

$$\frac{1}{2} e^{(h_2 - h_1)}; \quad (h_2 - h_1) = \ln \frac{1}{2}; \quad \frac{\ln(\frac{1}{2})}{h_2 - h_1} = 35 \text{ м}^{-1}.$$

**Ответ:**  $\frac{\ln(\frac{1}{2})}{h_2 - h_1} = 35 \text{ м}^{-1}$ .

7. Монохроматический пучок света падает нормально на поверхность плоско-параллельной пластинки толщиной  $h$ . Коэффициент поглощения вещества пластиинки линейно изменяется вдоль нормали к ее поверхности от  $_1$  до  $_2$ . Определите коэффициент пропускания этой пластиинки. Отражениями света от поверхностей пластиинки пренебречь.

#### Решение

Поскольку коэффициент поглощения вещества изменяется, то непосредственно использовать закон Бугера нельзя.

Мысленно разобъем пластиинку на тонкие слои толщиной  $dx$  (см. рисунок), в пределах которых коэффициент поглощения можно считать постоянным.

Убыль интенсивности света на пути от  $x$  до  $(x + dx)$  будет пропорциональна длине этого пути:

$$dI = -I dx,$$

где  $I$  — интенсивность света и коэффициент поглощения вещества в данном месте пластиинки, а знак «минус» связан с тем, что интенсивность света убывает.

Поскольку коэффициент поглощения вещества пластиинки изменяется линейно от  $_1$  до  $_2$ , то на расстоянии  $x$  от поверхности пластиинки со стороны падения света

$$_1 = \frac{2}{h} x.$$

Следовательно,

$$dI = -_1 \frac{2}{h} x \cdot I dx.$$

Разделив переменные

$$\frac{dI}{I} = -_1 \frac{2}{h} x \cdot dx$$

и проинтегрировав полученное выражение

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -_1 \int_0^h \frac{2}{h} x \cdot dx,$$

найдем интенсивность света, вышедшего из пластиинки:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -_1 h - \frac{2}{h} \frac{h^2}{2}; \quad I = I_0 \exp[-\frac{1}{2}(_1 - _2)h].$$

Следовательно, коэффициент пропускания пластиинки

$$\frac{I}{I_0} = \exp[-\frac{1}{2}(_1 - _2)h].$$

**Ответ:**  $\exp[-\frac{1}{2}(_1 - _2)h]$ .

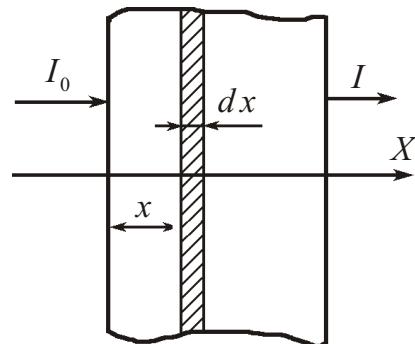


Рис. к задаче №7

8. Точечный монохроматический источник, испускающий световой поток интенсивностью  $I_0$ , находится в центре сферического слоя вещества, внутренний радиус которого равен  $a$ , а внешний —  $b$ . Показатель поглощения вещества в радиальном направлении равен  $\kappa$ . Коэффициент отражения от каждой поверхности слоя одинаков и равен  $\rho$ . Определите интенсивность света, прошедшего через этот слой. Вторичными отражениями света и зависимостью его интенсивности от расстояния до источника пренебречь.

### Решение

Закон Бугера

$$I = I_0 e^{-\kappa h}$$

справедлив для плоскопараллельных пластинок толщиной  $h$ .

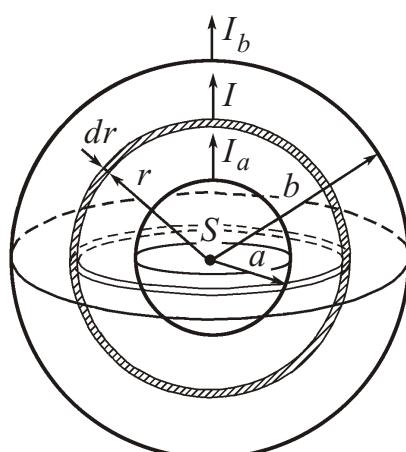


Рис. к задаче №8

Чтобы получить выражение для интенсивности света при прохождении через сферический слой вещества, мысленно разобьем слой на бесконечно тонкие концентрические шаровые слои толщиной  $dr$  (см. рисунок). Убыль интенсивности света на пути от  $r$  до  $(r + dr)$  будет пропорциональна длине этого пути (см. решение задачи №7):

$$dI = -I dr, \quad (1)$$

где  $I$  — интенсивность света в данном месте слоя.

При падении света от источника на внутреннюю поверхность слоя часть светового потока отразится. Поэтому интенсивность света, вошедшего в слой, будет равна (см. решение задачи №6)

$$I_a = (1 - \rho) I_0.$$

Разделив переменные в (1)

$$\frac{dI}{I} = -\frac{dr}{\kappa},$$

и проинтегрировав полученное выражение

$$\frac{I_b}{I_a} = \frac{dI}{-\kappa dr} = \frac{I_b}{I_a} = \frac{1}{e^{\kappa(b-a)}},$$

найдем интенсивность света у внешней поверхности слоя:

$$\ln \frac{I_b}{I_a} = -\kappa(b-a); \quad I_b = I_a \exp[-\kappa(b-a)] = (1 - \rho) I_0 \exp[-\kappa(b-a)].$$

Поскольку часть светового потока отражается также и на внешней поверхности слоя, то интенсивность света, вышедшего из слоя,

$$I = (1 - \rho)^2 I_b = (1 - \rho)^2 I_0 \exp[-\kappa(b-a)].$$

**Ответ:**  $I = (1 - \rho)^2 I_0 \exp[-\kappa(b-a)]$ .

9. Интенсивность монохроматического пучка света с длиной волны  $\lambda_1$  после прохождения слоя дыма протяженностью  $l = 1$  м ослабляется в  $\lambda_1 / \lambda_2 = 1,5$  раза. Определите коэффициент ослабления этого слоя дыма для света с такой же интенсивностью и длиной волны  $\lambda_2 = 1,5 \lambda_1$ .

### Решение

Дым взвесь в газах мельчайших твердых частиц относится к мутным средам с явно выраженной оптической неоднородностью. При прохождении света через такие среды наблюдается рассеяние света. В результате рассеяния интенсивность светового пучка убывает в направлении распространения быстрее, чем в случае одного лишь поглощения.

Интенсивность света, прошедшего через такую среду, равна

$$I = I_0 e^{-\frac{l}{4}},$$

где  $I_0$  интенсивность света на входе в вещество; коэффициент ослабления данного вещества, равный сумме коэффициентов поглощения и рассеяния;  $l$  толщина слоя.

Согласно закону Рэлея интенсивность рассеянного света пропорциональна четвертой степени длины волны:

$$I \propto \frac{1}{\lambda^4},$$

где некоторый коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

Следовательно, интенсивности света с длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , прошедшего слой дыма,

$$I_1 = \frac{I_0}{\lambda_1^4}; \quad I_2 = \frac{I_0}{\lambda_2^4}.$$

Поскольку после прохождения слоя дыма интенсивность света с длиной волны  $\lambda_1$  равна  $I_1 = I_0 / \lambda_1^4$ , то

$$\lambda_1^4 = \frac{I_0}{I_1}; \quad I_2 = I_0 \frac{\lambda_1^4}{\lambda_2^4}.$$

Следовательно, для света с интенсивностью  $I_0$  и длиной волны  $\lambda_2$ :

$$I_2 = I_0 e^{-\frac{2}{l}}; \quad \frac{I_2}{I_0} = e^{-\frac{2}{l}}; \quad \frac{1}{l} \ln \frac{I_0}{I_2} = \frac{1}{l} \ln \frac{\lambda_2^4}{\lambda_1^4} = \frac{1}{l} \ln \frac{\lambda_2^4}{\lambda_1^4} = 1,22 \text{ м}^{-1}.$$

**Ответ:**  $\frac{1}{l} \ln \frac{\lambda_2^4}{\lambda_1^4} = 1,22 \text{ м}^{-1}$ .

**10.** Определите кинетическую энергию электронов, которые в среде с показателем преломления  $n = 1,5$  излучают свет под углом  $30^\circ$  к направлению своего движения.

### Решение

При движении с постоянной скоростью в однородной прозрачной среде частица своим полем возбуждает атомы и молекулы среды, и последние становятся центрами излучения электромагнитных волн (излучения Вавилова Черенкова). При равномерном движении частицы эти волны оказываются когерентными и интерферируют между собой. Если скорость частицы превышает фазовую скорость  $c/n$  электромагнитных волн в той среде, в которой она движется, то когерентные волны, излучаемые атомами и молекулами среды, усиливают друг друга в направлении, определяемом условием

$$\cos \frac{c/n}{},$$

и мы будем наблюдать максимум интерференции.

Поскольку излучение Вавилова Черенкова (или черенковское излучение) возникает только при скоростях частицы, превышающих фазовую скорость  $c/n$  электромагнитных волн, то частица должна быть релятивистской. Кинетическая энергия такой частицы

$$T = m c^2 \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 ,$$

где  $m$  масса покоя частицы.

Следовательно,

$$\frac{c}{n \cos} ; \quad T = m c^2 \frac{n \cos}{\sqrt{n^2 \cos^2}} - 1 = 4,64 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,29 \text{ МэВ},$$

где  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг масса покоя электрона.

**Ответ:**  $T = m c^2 \frac{n \cos}{\sqrt{n^2 \cos^2}} - 1 = 4,64 \cdot 10^{-14} \text{ Дж} = 0,29 \text{ МэВ}.$

### Задачи для самостоятельного решения

**30.1.** В некоторой диспергирующей среде фазовая скорость электромагнитной волны зависит от частоты по закону:  $v = c_0 / \sqrt{1 + f^2}$ , где  $c_0$  положительная постоянная. Определите зависимость между групповой и фазовой скоростями волнового пакета в данной среде.

**30.2.** Показатели преломления для двух близких длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (в вакууме) равны соответственно  $n_1$  и  $n_2$ . Оцените фазовую скорость света в области данных длин волн.

**30.3.** В некоторой диспергирующей среде связь между групповой и фазовой скоростями электромагнитной волны имеет вид  $v_{\text{гр}} = c_0 / \sqrt{1 + f^2}$ , где  $c_0$  скорость света в вакууме. Определите зависимость показателя преломления этой среды от длины волны.

**30.4.** Монохроматическая электромагнитная волна с частотой  $\omega$  распространяется в разреженной плазме. Концентрация свободных электронов в плазме равна  $n_0$ . Пренебрегая взаимодействием волны с ионами плазмы и столкновениями электронов и ионов, определите зависимость диэлектрической проницаемости плазмы от частоты волны.

**30.5.** При зондировании разреженной плазмы радиоволнами различных частот обнаружено, что радиоволны с длиной волны  $\lambda_0 = 0,75$  м испытывают полное внутреннее отражение. Оцените концентрацию свободных электронов в этой плазме.

**30.6.** Монохроматический пучок света проходит через стопу из  $N = 5$  одинаковых плоскопараллельных стеклянных пластинок толщиной  $h = 0,5$  см каждая. Коэффициент отражения от каждой поверхности пластинок одинаков и равен  $R = 0,05$ . Отношение интенсивности света, прошедшего через эту стопу пластинок, к интенсивности падающего света  $I/I_0 = 0,55$ . Определите коэффициент поглощения стекла,

из которого изготовлены эти пластинки. Вторичными отражениями света пренебречь.

**30.7.** Пучок света интенсивностью  $I_0$  падает нормально на поверхность плоского параллельной пластиинки толщиной  $h$ . Пучок содержит все длины волн в диапазоне от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$  одинаковой интенсивности. В этом диапазоне длин волн показатель поглощения линейно зависит от  $\lambda$  в пределах от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ . Определите интенсивность света, прошедшего через пластиинку. Отражениями света от поверхностей пластиинки пренебречь.

**30.8.** Точечный монохроматический источник, испускающий световой поток интенсивностью  $I_0$ , находится в центре сферического слоя вещества, внутренний радиус которого равен  $a$ , а внешний —  $b$ . Показатель поглощения вещества изменяется в радиальном направлении по закону:  $\kappa = k/r$ , где  $k$  — положительная постоянная;  $r$  — расстояние от источника ( $a < r < b$ ). Пренебрегая отражением от поверхностей слоя, определите интенсивность света, прошедшего через этот слой.

**30.9.** Интенсивность пучка света после прохождения пластиинки из молочного стекла ослабляется в  $\sqrt{2}$  раза. При прохождении какого количества таких пластиинок интенсивность прошедшего пучка уменьшится более чем в  $\sqrt{50}$  раз?

**30.10.** Определите минимальное значение импульса электронов, при котором возникает черенковское излучение в среде с показателем преломления  $n = 1,6$ .

### Тесты

1. Дисперсия света характеризует ...

- А. Зависимость длины волны света от его частоты
- Б. Зависимость показателя преломления среды от частоты света
- В. Зависимость интенсивности света от его частоты
- Г. Зависимость интенсивности света от диэлектрической проницаемости среды

2. При наличии дисперсии ...

- А. Групповая скорость волны совпадает с фазовой скоростью
- Б. Групповая скорость волны меньше фазовой скорости
- В. Групповая скорость волны больше фазовой скорости
- Г. Групповая скорость волны может быть как меньше, так и больше фазовой скорости

3. С увеличением частоты света при нормальной дисперсии света ...

- А. Фазовая скорость распространения света увеличивается
- Б. Фазовая скорость распространения света уменьшается
- В. Абсолютный показатель преломления среды уменьшается
- Г. Диэлектрическая проницаемость среды уменьшается

4. Аномальная дисперсия света обусловлена ...

- А. Поглощением света веществом
- Б. Рассеянием света веществом
- В. Неоднородностью вещества
- Г. Поперечностью электромагнитных волн

5. С увеличением частоты света при аномальной дисперсии света ...
- Фазовая скорость распространения света уменьшается
  - Абсолютный показатель преломления среды увеличивается
  - Абсолютный показатель преломления среды уменьшается
  - Диэлектрическая проницаемость среды увеличивается
6. Связь между групповой и фазовой скоростью электромагнитных волн в плазме ...
- |             |             |
|-------------|-------------|
| А. гр       | Б. гр $c^2$ |
| В. гр $c^2$ | Г. гр $c^2$ |
7. Электромагнитные волны с частотой  $\omega$ , меньшей плазменной частоты  $\omega_p$ , ...
- Проходят сквозь плазму
  - Испытывают в поверхностном слое плазмы полное отражение
  - Поляризуются по кругу
  - Становятся линейно поляризованными
8. С увеличением частоты электромагнитной волны показатель преломления плазмы ...
- |                  |                     |
|------------------|---------------------|
| А. Уменьшается   | Б. Увеличивается    |
| В. Не изменяется | Г. Стремится к нулю |
9. Групповая скорость электромагнитных волн в плазме равна  $v_{\text{гр}} = 0,5 c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. Во сколько раз фазовая скорость волны больше скорости света  $c$ ?
- Ответ: \_\_\_\_\_
10. Диэлектрическая проницаемость плазмы для электромагнитных волн с частотой  $\omega$ , меньшей плазменной частоты  $\omega_p$ , ...
- |                 |                                    |
|-----------------|------------------------------------|
| А. Положительна | Б. Отрицательна                    |
| В. Равна пулю   | Г. Не имеет определенного значения |
11. Интенсивность поглощении света ...
- Зависит от вещества и длины волны света
  - Зависит от вещества и не зависит от частоты света
  - Не зависит от вещества и зависит от частоты света
  - Не зависит от вещества и частоты света
12. При толщине поглащающего слоя вещества, равной  $1/e$  (где  $e$  – коэффициент поглощения вещества), интенсивность прошедшего света уменьшается ...
- В раз
  - В  $1/e$  раз
  - В  $e$  раз, где  $e$  – основание натурального логарифма
  - В  $1/e$ , где  $e$  – основание натурального логарифма
13. При некоторой толщине поглащающего слоя вещества интенсивность прошедшего света уменьшается в два раза. Во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего через слой этого вещества, при увеличении толщины слоя в два раза?
- Ответ: \_\_\_\_\_

**14.** Согласно закону Рэлея ...

- А. Коротковолновая часть спектра рассеивается веществом более интенсивно
- Б. Длинноволновая часть спектра рассеивается веществом более интенсивно
- В. Коротковолновая часть спектра поглощается веществом более интенсивно
- Г. Длинноволновая часть спектра поглощается веществом более интенсивно

**15.** Чем объясняется голубой цвет неба?

- А. Поглощением всех длин волн света, кроме соответствующих голубому цвету
- Б. Отражением всех длин волн света, кроме соответствующих голубому цвету
- В. Более интенсивным поглощением света, соответствующего голубому цвету
- Г. Более интенсивным рассеянием света, соответствующего голубому цвету

**16.** Во сколько раз изменится интенсивность рассеянного света при прохождении через мутную среду при увеличении частоты света в 2 раза?

Ответ: \_\_\_\_\_

**17.** При некоторой толщине слоя мутной среды за счет рассеяния интенсивность прошедшего света уменьшается в 3 раза. Во сколько раз изменится интенсивность света, прошедшего через слой этого вещества, при увеличении толщины слоя в два раза?

Ответ: \_\_\_\_\_

**18.** Излучение Вавилова – Черенкова обусловлено ...

- А. Торможением заряженной частицы в веществе
- Б. Вынужденным излучением атомов и молекул вещества
- В. Тепловым движением атомов и молекул вещества
- Г. Особенностью строения атомов некоторых веществ

**19.** Излучение Вавилова – Черенкова возможно, если скорость заряженной частицы в веществе ...

- А. Превышает фазовую скорость электромагнитных волн в данной среде
- Б. Превышает групповую скорость электромагнитных волн в данной среде
- В. Меньше фазовой скорости электромагнитных волн в данной среде
- Г. Меньше групповой скорости электромагнитных волн в данной среде

**20.** Минимальная кинетическая энергия электронов в среде с показателем преломления  $n = 1,6$ , при которой возможно излучение Вавилова – Черенкова, равна ...

- |                                    |                                    |
|------------------------------------|------------------------------------|
| А. $T_{\min} = 0,14 \text{ m} c^2$ | Б. $T_{\min} = 0,28 \text{ m} c^2$ |
| В. $T_{\min} = 1,4 \text{ m} c^2$  | Г. $T_{\min} = 2,8 \text{ m} c^2$  |

### Ответы к задачам

**27.1.**  $\frac{I_1}{I_2} = 9.$

**27.2.**  $d_{\min} = \frac{2(n-1)}{2(n-1)} = 500 \text{ нм.}$

**27.3.**  $\max \frac{1}{2}; \min 0; .$

**27.4.** На  $N = \frac{(n-1)h}{2} = 10$  полос.

**27.5.**  $h = \frac{1}{4}h = 0,25 \text{ мм.}$

**27.6.**  $2x = 0,64 \text{ мкм.}$

**27.7.**  $N_{\max} = \frac{2b(n-1)}{x} = 12.$

**27.8.**  $d_{\min} = \frac{2}{\sqrt{n^2 - \sin^2}} = 0,65 \text{ мкм.}$

**27.9.**  $x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n^2 - \sin^2}}{5,2 \cdot 10^{-2}} \text{ мм.}$

**27.10.**  $R = \frac{d_2^2 - d_1^2}{4(m-n)}.$

**27.11.**  $r_5 = \sqrt{\frac{9R}{2n_2}} = 1,3 \text{ мм.}$

**27.12.**  $A = 1,9A_0.$

**27.13.**  $N = \frac{l(n_2 - n_1)}{2} = 20.$

**27.14.**  $m = \frac{1}{2(\frac{n_2}{2} - \frac{n_1}{1})} = 140.$

**27.15.**  $r_m = F \sqrt{2 - \frac{m}{b}}.$

**28.1.**  $b = \frac{r^2 a}{a m - r^2} = 2 \text{ м.}$

**28.2.**  $I = 4I_0.$

**28.3.**  $I = \frac{1}{2}I_0.$

**28.4.**  $I = \frac{3}{4}I_0.$

**28.5.**  $h_{\min} = \frac{1}{8(n-1)} = 0,16 \text{ мкм.}$

**28.6.**  $h_{\min} = \frac{3}{8(n-1)} = 0,48 \text{ мкм.}$

**28.7.**  $N = \frac{2b}{d} = 11.$

**28.8.**  $\arcsin \frac{1}{b} = \sin \theta \Rightarrow \arcsin \frac{1}{b} = \sin 10,6^\circ.$

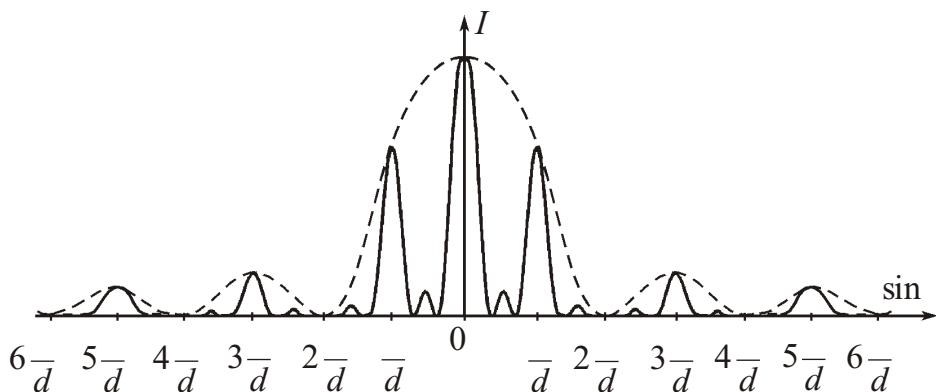


Рис. к ответу задачи №28.9

**28.9.** См. рисунок.

**28.10.**  $\theta_2 = \arcsin \frac{3}{2} \sin \theta_1 = 54,7^\circ.$

**28.11.**  $m = \arcsin \frac{m_{\max}}{d} = 45^\circ, \text{ где } m_{\max} = \frac{d}{2} = 2.$

**28.12.**  $x = \frac{2F}{\sqrt{h^2 - l^2}} = 2$  мкм.

**28.13.**  $d = \frac{5h(1_2)}{\sqrt{d^2 - 4l^2}}$  5 мкм, где  $1_1$  или  $1_2$ .

**28.14.**  $D = \frac{N}{\sqrt{d^2 - 4l^2}} = 2119$  рад/мм.

**28.15.**  $\sqrt[3]{\frac{2}{N_A}} \sin \theta = 244$  пм.

**29.1.** Волна будет плоскополяризована.

**29.2.**  $I = I_0$ .

**29.3.**  $\arccos(\sqrt{2/n}) = 45^\circ$ .

**29.5.**  $\frac{I_{\text{пол}}}{I_{\text{ект}}} = \frac{P}{1-P} = 0,3$ .

**29.7.**  $90^\circ = \arctg n = 32^\circ$ .

**29.9.**  $I = I_0$ .

**29.11.**  $I = \frac{1}{2} I_0$ .

**29.13.**  $B = \frac{1}{2lE_{\min}^2} = 5 \cdot 10^{-10}$  см/В<sup>2</sup>.

**29.15.**  $V = \frac{n_0(1_2 - 1)}{2lB} = 8,77 \cdot 10^{-7}$  угл. град/(м мТл).

**30.1.** гр  $\frac{1}{3}$ .

**30.2.** гр  $\frac{c}{n} = 1 - \frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n}$ , где  $n = \frac{1}{2}(n_1 + n_2)$ ;  $\frac{1}{2}(n_1 - n_2)$ ;

$n = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, \quad 2 < 1$ .

**30.3.**  $n = \sqrt{1 + C \frac{l^2}{4(n_2 - n_1)^2 c^2}}$ , где  $C$  некоторая положительная постоянная.

**30.4.**  $1 - \frac{p^2}{2},$  где  $p = \sqrt{\frac{n_0}{n_1} \frac{e^2}{m}}$ .

**30.5.**  $n_0 = \frac{4}{2} \frac{c^2}{e^2/m} = 2 \cdot 10^{15}$  м<sup>-3</sup>.

**30.7.**  $I = I_0 \frac{e^{-1_1 h}}{(1_2 - 1_1)h} e^{-2_2 h}$ .

**30.9.**  $N = \frac{\ln 2}{\ln \frac{n_2}{n_1}} = 6$ .

**29.4.**  $n = \frac{2}{(1 - \frac{1}{n})^3 \cos^4 \theta} = 60$ .

**29.6.**  $P = 0$ .

**29.8.**  $d_{\min} = \frac{2}{4(n_e - n_o)} = 27$  мкм.

**29.10.**  $I = 3I_0$ .

**29.12.**  $I = 0,375 I_0 \sin^2 \theta$ , где  $\theta = \frac{2}{n} d$ .

**29.14.**  $l_{\min} = \frac{2}{2} = 4,5$  мм, где  $\theta = 180^\circ$ .

**30.6.**  $\frac{1}{Nh} \ln \frac{(1 - \frac{1}{n})^{2N}}{1} = 3,4$  м<sup>-1</sup>.

**30.8.**  $I = I_0 \exp[-\frac{1}{2}(b^2 - a^2)]$ .

**30.10.**  $p_{\min} = \frac{mc}{\sqrt{n^2 - 1}} = 2,2 \cdot 10^{-12}$  кг м/с.

### Ответы к тестам

№ задания	§27	§28	§29	§30
1	Г	Г	Г	Б
2	Б	В	А	Г
3	В	Б	Г	Б
4	А	Г	В	А
5	5	А	Б	В
6	Г	Б	2	Б
7	Г	Г	Г	Б
8	А	1	Б	Б
9	В	А	В	2
10	500	2	В	Б
11	Б	В	Б	А
12	Г	60	В	В
13	А	А	6	4
14	4	Б	3	А
15	Б	А	Б	Г
16	А	Б	Б	8
17	А	Г	Б	9
18	А	2	В	Б
19	10	В	Б	А
20	А	В	А	Б
21	А	В	40	
22	Б	Б	Б	
23	500	Г	Б	
24	Б	Б	А	
25	В	290	В	

## Библиографический список

1. Иродов И. Е. Волновые процессы. Основные законы. М.: Наука, 1999.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М.: Наука, 1988.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. 4. Оптика. М.: Наука, 1985.
4. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. М.: Наука, 2002.
5. Гинзбург В. Л., Левин Л. М., Сивухин Д. В., Четверикова Е. С., Яковлев И. А. Сборник задач по общему курсу физики. Оптика. Т. 4 / Под ред. Д. В. Сивухина. М.: Физматлит, 2006.
6. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1988.
7. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. СПб.: СпецЛит, 2002.
8. Рудакова Л. И., Соколова Е. Ю., Ющенко Т. А. Практический курс физики. Волновая оптика / Под ред. Г. Г. Спирина. М.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 2008.
9. Анисимов В. М., Лаушкина Л. А., Третьякова О. Н. Физика в задачах / Под ред. О. Н. Третьяковой. 4-е изд. М.: Вузовская книга, 2012.
10. Демков В. П., Третьякова О. Н. Физика. Теория. Методика. Задачи. М.: Высшая школа, 2001.
11. Демков В. П., Третьякова О. Н. Физика. Геометрическая и волновая оптика. Элементы теории относительности. Квантовая физика. Физика атома. Физика атомного ядра. 5-е изд., перераб. М.: Изд-во МАИ, 2006.
12. Турчина Н. В., Рудакова Л. И., Суров О. И. и др. 3800 задач по физике. М.: Дрофа, 2000.
13. Демков В. П., Суров О. И. Физика. Механика. Кинематика. Динамика. Законы сохранения. М.: Изд-во МАИ, 2017.
14. Демков В. П., Суров О. И. Физика. Механика. Вращательное движение. Механические колебания и волны. Специальная теория относительности. М.: Изд-во МАИ, 2018.
15. Демков В. П., Суров О. И., Ципенко А. В. Физика. Молекулярная физика. Тепловые явления. М.: Изд-во МАИ, 2019.
16. Демков В. П., Суров О. И., Ципенко А. В. Физика. Электродинамика. Электростатика. Постоянный ток. М.: Изд-во МАИ, 2020.
17. Демков В. П., Суров О. И., Ципенко А. В. Физика. Электродинамика. Магнетизм. Переменный ток. М.: Изд-во МАИ, 2020.

## Оглавление

Введение . . . . .	3
§27. Интерференция света. . . . .	5
27.1. Интерференция от двух источников. . . . .	8
27.2. Способы наблюдения интерференции. . . . .	10
27.3. Интерференция на тонких пленках . . . . .	12
27.4. Кольца Ньютона. . . . .	14
27.5. Многолучевая интерференция . . . . .	16
27.6. Интерферометры . . . . .	18
Краткие выводы. . . . .	21
Вопросы для самоконтроля и повторения . . . . .	22
Задачи . . . . .	22
Задачи для самостоятельного решения. . . . .	36
Тесты. . . . .	38
§28. Дифракция света. . . . .	42
28.1. Зоны Френеля . . . . .	43
28.2. Дифракция Фраунгофера на щели. . . . .	49
28.3. Дифракционная решетка . . . . .	51
28.4. Дифракция рентгеновских лучей. . . . .	54
28.5. Понятие о голограммии . . . . .	56
Краткие выводы. . . . .	58
Вопросы для самоконтроля и повторения . . . . .	58
Задачи . . . . .	59
Задачи для самостоятельного решения. . . . .	73
Тесты. . . . .	75
§29. Поляризация света . . . . .	79
29.1. Общие сведения о поляризации. Закон Малюса. . . . .	79
29.2. Поляризация света при отражении и преломлении. . . . .	82
29.3. Поляризация света при двойном лучепреломлении . . . . .	84
29.4. Интерференция поляризованных волн . . . . .	87
29.5. Искусственное двойное лучепреломление . . . . .	89
29.6. Вращение плоскости поляризации. . . . .	90
Краткие выводы. . . . .	91
Вопросы для самоконтроля и повторения . . . . .	92
Задачи . . . . .	93
Задачи для самостоятельного решения. . . . .	108
Тесты. . . . .	110

§30. Распространение света в веществе . . . . .	114
30.1 Дисперсия света . . . . .	114
30.2. Поглощение света . . . . .	118
30.3. Рассеяние света . . . . .	119
30.4. Излучение Вавилова Чerenкова . . . . .	121
Краткие выводы . . . . .	122
Вопросы для самоконтроля и повторения . . . . .	123
Задачи . . . . .	124
Задачи для самостоятельного решения . . . . .	132
Тесты . . . . .	133
Ответы к задачам . . . . .	136
Ответы к тестам . . . . .	138
Библиографический список . . . . .	139

Тем. план 2020, поз. 15

Демков Владимир Павлович  
Суров Олег Иванович  
Ципенко Антон Владимирович

**ФИЗИКА  
ВОЛНОВАЯ ОПТИКА**

Редактор *M. С. Винниченко*  
Компьютерная верстка *B. П. Демкова*

Подписано в печать 12.03.2020.  
Бумага писчая. Формат 60x84 1/16. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 8,37. Уч.-изд. л. 9,00. Тираж 500 экз.  
Зак. 1094/775.

Издательство МАИ  
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Отпечатано с готового оригинал-макета

Типография Издательства МАИ  
(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993