

## Лабораторная работа 2. Задание 3 - Приведение поверхности второго порядка к каноническому виду.

Вариант 9.

$$f = 11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z$$

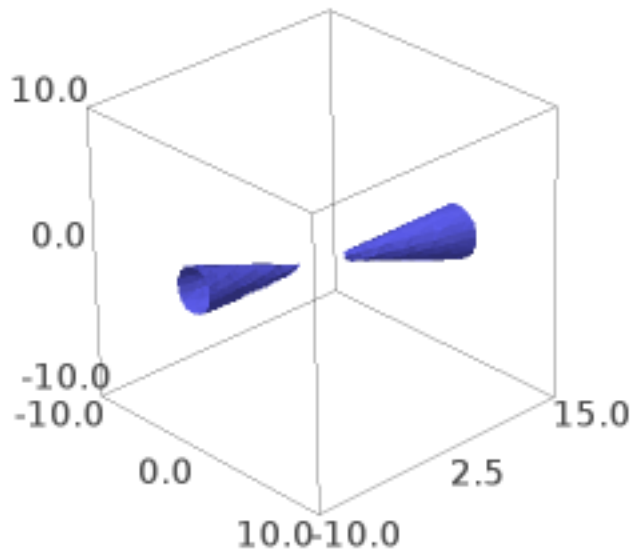
### 1 Построение исходной поверхности

$$f(x, y, z) = 11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z$$

Выведем считанную функцию на экран:

$$11x^2 - 2xy - 2xz + 2yz + 9z^2 - 4x + y + z$$

Построим исходную поверхность.



## 2 Приведение поверхности к каноническому виду

Составим матрицу из квадратичной формы нашей функции от трёх переменных.

```
A = Matrix([
    [11, -1, -1],
    [-1, 0, 1],
    [-1, 1, 9]
])
```

Найдем собственные значения матрицы A.

```
E = matrix([
    [1, 0, 0],
    [0, 1, 0],
    [0, 0, 1]
])

eigen_values = []
for eigen_value in solve((A - 1 * E).det() == 0, 1):
    eigen_values.append(eigen_value.rhs())
```

Собственные значения:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} i \sqrt{2573} \sqrt{3} - \frac{883}{27} \right)^{\frac{1}{3}} (i \sqrt{3} + 1) - \frac{56 (-i \sqrt{3} + 1)}{9 \left( \frac{1}{3} i \sqrt{2573} \sqrt{3} - \frac{883}{27} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{20}{3} \\ & -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} i \sqrt{2573} \sqrt{3} - \frac{883}{27} \right)^{\frac{1}{3}} (-i \sqrt{3} + 1) - \frac{56 (i \sqrt{3} + 1)}{9 \left( \frac{1}{3} i \sqrt{2573} \sqrt{3} - \frac{883}{27} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{20}{3} \\ & \left( \frac{1}{3} i \sqrt{2573} \sqrt{3} - \frac{883}{27} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{112}{9 \left( \frac{1}{3} i \sqrt{2573} \sqrt{3} - \frac{883}{27} \right)^{\frac{1}{3}}} + \frac{20}{3} \end{aligned}$$

СЗ в численном виде:

$$\begin{aligned} & 8.61752630079049 + 4.44089209850063 \times 10^{-16} i \\ & -0.180640477902440 - 2.22044604925031 \times 10^{-16} i \\ & 11.5631141771119 - 4.44089209850063 \times 10^{-16} i \end{aligned}$$

Теперь найдем собственные значения через встроенную функцию.

```
ev = A.eigenvalues()
a = ev[0].n()
b = ev[1].n()
c = ev[2].n()
```

Получили:

$$\begin{aligned} a &= -0.180640477902440 \\ b &= 8.61752630079049 \\ c &= 11.5631141771119 \end{aligned}$$

Собственные значения, полученные при помощи встроенной в Sage функции, совпадают с найденными СВ при помощи единичной матрицы.

Теперь найдём свободный член в каноническом виде

```
c1 = diff(f(x, y, z), x)
c2 = diff(f(x, y, z), y)
c3 = diff(f(x, y, z), z)
a_0 = f(11/36, 14/9, -7/36)
```

```
[[x = (11/36), y = (14/9), z = (-7/36)]]
```

$$a_0 = f\left(\frac{11}{36}, \frac{14}{9}, \frac{-7}{36}\right) = \frac{5}{72}$$

Канонический вид  $ax^2 + by^2 + cz^2 + a_0$

```
f_k = a * x**2 + b * y**2 + c * z**2 + a_0
```

Получим уравнение

$$-0.180640477902440 x^2 + 8.61752630079049 y^2 + 11.5631141771119 z^2 + \frac{5}{72}$$

Построим полученную поверхность

