

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

의 linear independence를 검증하시오.

$$2x_1 + x_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{rank}(X) = 2$$

$$x_3 = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3]$$

$$c_1 + 4c_2 + 2c_3 = 0 \Rightarrow 2c_1 + 8c_2 + 4c_3 = 0$$

$$2c_1 + c_2 - 3c_3 = 0 \quad -2c_1 + c_2 - 3c_3 = 0$$

$$3c_1 + 5c_2 - c_3 = 0$$

$$11c_2 + 11c_3 = 0$$

$$3c_1 + 5c_2 + c_3 = 0$$

$$3c_1 + 6c_2 = 0$$

$$c_4 = -2c_2$$

$$c_2 = -c_3$$

$$x_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

의 linear independence를 검증하시오.

rank.

$$2k = 6 \quad k = 3$$

$$1k = 5 \quad k = 5$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3]$$

$$\text{rank}(X) = 3$$

Q $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $z = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ 일 때, $\|x\|_1, \|x\|_2, \|x\|_\infty, \|2x\|_2, \|y\|_2, \|x+y\|_2, z^T x$ 를 구하시오.

$$\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p}$$

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

$$\|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$= -2 + 2 = \underline{\underline{0}}$$

$$\|x\|_1 = |1| + |2| = 3$$

$$\|x\|_2 = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \quad e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \uparrow$$

$$e_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\|x\|_\infty = \max |x_i| = 2$$

$$2x = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$$

$$\|y\|_2 = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$\|x\|_2 + \|y\|_2 \geq \|x+y\|_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$