



哈尔滨工业大学  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

规格严格 功夫到家



# 第7章 数组

## ——数组的其他应用之筛法求素数



哈尔滨工业大学

苏小红

sxh@hit.edu.cn

# 数组的其他应用

- 除了一维、二维数据表、矩阵运算等，还有其他应用吗？
- 问题：如何判断一个整数x是否是**素数**（Prime Number）？
  - \* 不能被1和x以外的其他数整除的正整数
  - \* 试商法，用**2~x-1**之间的整数去试商，看x能否其被整除
  - \* 用**2~sqrt(x)**之间的整数去试商，看x能否被其整除
  - \*  $x = a * b$
  - \* 若 $a \geq \text{sqrt}(x)$ ，则 $b \leq \text{sqrt}(x)$

如何求100  
以内的所有  
素数？

```
int IsPrime(int x)
{
    int i, squareRoot;
    if (x <= 1) return 0;
    squareRoot = (int)sqrt(x);
    for (i=2; i<=squareRoot; i++)
    {
        if (x%i == 0) return 0;
    }
    return 1;
}
```



# 求100以内的所有素数

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int IsPrime(int x);
int main()
{
    int i;
    for (i=1; i<=100; i++)
    {
        if (IsPrime(i)) printf("%d\t", i);
    }
    printf("\n");
    return 0;
}
```

有其他求解方法吗？

```
int IsPrime(int x)
{
    int i, squareRoot;
    if (x <= 1) return 0;
    squareRoot = (int)sqrt(x);
    for (i=2; i<=squareRoot; i++)
    {
        if (x%i == 0) return 0;
    }
    return 1;
}
```



# 筛法求100以内的所有素数

```
int a[N+1]; (N值为100)
```

初始化：令 $a[2]=2, a[3]=3, \dots, a[N]=N$

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----

筛2的倍数

2	3	0	5	0	7	0	9	0	11	0	13	0	15	0	17
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	---	----	---	----

筛3的倍数

2	3	0	5	0	7	0	0	0	11	0	13	0	0	0	17
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	---	---	---	----

筛5的倍数

2	3	0	5	0	7	0	0	0	11	0	13	0	0	0	17
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	---	---	---	----

依次从a中筛掉2的倍数，3的倍数，5的倍数，.....， $\text{sqrt}(N)$ 的倍数；  
既筛掉所有素数的倍数，直到a中只剩下素数为止（剩下的不为0的数不是任何数的倍数）

# 筛法求100以内的所有素数

- 自顶向下、逐步求精设计算法
- step 1: 设计总体算法
  - \* 初始化数组a, 使 $a[2]=2, a[3]=3, \dots, a[N]=N$
  - \* 对 $i=2, 3, \dots, \sqrt{N}$ 分别做: “筛掉a中所有 $a[i]$ 的倍数”
  - \* 输出数组中余下的 $a[i] \neq 0$ 的数
- step 2: 对 “筛掉a中所有的 $a[i]$ 的倍数” 求精
  - \* 对数组a中 $a[i]$ 后面的所有数 $a[j]$ 分别做:
  - \* 若 “ $a[j]$ 是 $a[i]$ 的倍数”, 则 “筛掉 $a[j]$ ”

# 筛法求100以内的所有素数

- 自顶向下、逐步求精设计算法
- step 2: 对“筛掉a中所有的a[i]的倍数”求精
  - \* 对数组a中a[i]后面的所有数a[j]分别做:
  - \* 若“a[j]是a[i]的倍数”，则“筛掉a[j]”
- step 3: 对“若a[j]是a[i]的倍数，则筛掉a[j]”求精

```
if (a[i]!=0 && a[j]!=0 && a[j]%a[i]==0)
{
    a[j] = 0;
}
```

# 筛法求100以内的所有素数

```
void SiftPrime(int a[], int n)
{
    int i, j;
    for (i=2; i<=n; i++)
    {
        a[i] = i;
    }
    for (i=2; i<=sqrt(n); i++)
    {
        for (j=i+1; j<=n; j++)
        {
            if (a[i]!=0 && a[j]!=0 && a[j]%a[i]==0)
            {
                a[j] = 0;
            }
        }
    }
}
```

```
void PrintPrime(int a[], int n)
{
    int i;
    for (i=2; i<=n; i++)
    {
        if (a[i] != 0)
        {
            printf("%d\t", a[i]);
        }
    }
    printf("\n");
}
```

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#define N 100
void PrintPrime(int a[], int n);
void SiftPrime(int a[], int n);
int main()
{
    int a[N+1];
    SiftPrime(a, N);
    PrintPrime(a, N);
    return 0;
}
```

# 讨论

- 鲁智深吃馒头。
- 据说，鲁智深一天中午匆匆来到开封府大相国寺，想蹭顿饭吃，当时大相国寺有99个和尚，只做了99个馒头
- 智清长老不愿得罪鲁智深，便把他安排在一个特定位置，之后对所有人说：
- 从我开始报数（围成一圈），第5个人可以吃到馒头（并退下）
- 按此方法，所有和尚都吃到了馒头，唯独鲁智深没有吃上
- 请问他在那个位置？
- 能否借鉴筛法求出剩下的最后一个人的位置？





