绝密★启用前

2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1 已知集合A＝{1，2，3，5，7，11}，B＝{x|3<x<15}，则A∩B中元素的个数为

A.2　　B.3　　C.4　　D.5

2.若$\overline{z}(1+i)=1-i$，则z＝

A.1－i　　B.1＋i　　C.－i　　D.i

3.设一组样本数据x_1，x_2，…，x_n的方差为0.01，则数据$10x_1$，$10x_2$，…，$10x_n$的方差为

A.0.01　　B.0.l　　C.1　　D.10

4.Logistic 模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领域，有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数I(t)(t的单位：天)的Logistic模型：$I(t)=\frac{K}{1+e^{-0.23(t-53)}}$，其中K为最大确诊病例数。当$I(t^*)=0.95K$时，标志着已初步遏制疫情，则$t^*$约为(ln19≈3)

A.60　　B.63　　C.66　　D.69

5.已知sinθ＋sin(θ＋$\frac{\pi}{3}$)＝1，则sin(θ＋$\frac{\pi}{6}$)＝

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C.$\frac{2}{3}$　　D.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

6.在平面内，A，B是两个定点，C是动点，若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=1$，则C的轨迹为

A.圆　　B.椭圆　　C.抛物线　　D.直线

7.设O为坐标原点，直线x＝2与抛物线C：$y^2=2px(p>0)$交于D，E两点，若OD⊥OE，则C

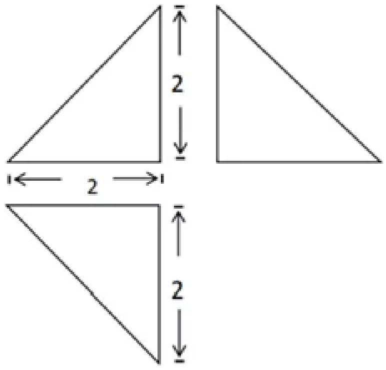
的焦点坐标为

A.($\frac{1}{4}$，0)　　B.($\frac{1}{2}$，0)　　C.(1，0)　　D.(2，0)

8.点(0，1)到直线 y＝k(x＋1)距离的最大值为

A.1　　B.$\sqrt{2}$　　C.$\sqrt{3}$　　D.2

9.右图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是



A.6＋4$\sqrt{2}$　　B.4＋4$\sqrt{2}$　　C.6＋2$\sqrt{3}$　　D.4＋2$\sqrt{3}$

10.设 a＝$\log_3 2$，b＝$\log_5 3$，c＝$\frac{2}{3}$，则

A.a<c<b　　B.a<b<c　　C.b<c<a　　D.c<a<b

11.在△ABC 中，cosC＝$\frac{2}{3}$，AC＝4，BC＝3，则 tanB＝

A.$\sqrt{5}$　　B.2$\sqrt{5}$　　C.4$\sqrt{5}$　　D.8$\sqrt{5}$

12.已知函数 f(x)＝sinx＋$\frac{1}{\sin x}$，则

A.f(x)的最小值为 2

B.f(x)的图像关于 y 轴对称

C.f(x)的图像关于直线 x＝π 对称

D.f(x)的图像关于直线 x＝$\frac{\pi}{2}$ 对称

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.著 x，y 满足约束条件$\begin{cases} x+y\geq 0 \\ 2x-y\geq 0 \\ x\leq 1 \end{cases}$，则 z＝3x＋2y 的最大值为____________。

14.设双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线为 y＝$\sqrt{2}$ x，则 C 的离心率

为____________。

15.设函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x+a}$，若 $f'(1)=\dfrac{e}{4}$，则 a＝____________。

16.已知圆锥的底面半径为 1，母线长为 3，则该圆锥内半径最大的球的体积为____________。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分。

17.(12 分)

设数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_2=4$，$a_3-a_1=8$。

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记 S_n 为数列$\{\log_3 a_n\}$的前 n 项和，若 $S_m+S_{m+1}=S_{m+3}$，求 m。

18.(12 分)

某学生兴趣小组随机调查了某市 100 天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表(单位：天)：

锻炼人次 / 空气质量等级	[0,200]	(200，400]	(400，600]
1（优）	2	16	25
2（良）	5	10	12
3（轻度污染）	6	7	8
4（中度污染）	7	2	0

(1)分别估计该市一天的空气质量等级为 1，2，3，4 的概率；

(2)求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)；

(3)若某天的空气质量等级为 1 或 2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为 3 或 4，则称这天“空气质量不好”。根据所给数据，完成下面的 2×2 列联表，并根据列联表，判断是否有 95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关?

	人次≤400	人次>400
空气质量好		
空气质量不好		

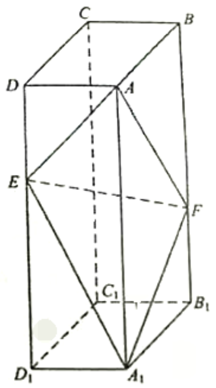
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

。

19.(12 分)

如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F 分别在棱 DD_1，BB_1 上，且 $2DE=ED_1$，$BF=2FB_1$。证明：



(1)当 AB＝BC 时，EF⊥AC；

(2)点 C_1 在平面 AEF 内。

20.(12 分)

已知函数 $f(x)=x^3-kx+k^2$。

(1)讨论 f(x)的单调性；

(2)若 f(x)有三个零点，求 k 的取值范围。

21.(12 分)

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{m^2}=1(0<m<5)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，A，B 分别为 C 的左、右顶点。

(1)求 C 的方程；

(2)若点 P 在 C 上，点 Q 在直线 x＝6 上，且|BP|＝|BQ|，BP⊥BQ，求△APQ 的面积。

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-t-t^2\\ y=2-3t+t^2\end{cases}$ (t 为参数且 t≠1)，C 与坐标轴交于 A，B 两点。

(1)求|AB|；

(2)以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求直线 AB 的极坐标方程。

23.[选修 4－5：不等式选讲](10 分)

设 a，b，c∈R，a＋b＋c＝0，abc＝1。

(1)证明：ab＋bc＋ca<0；

(2)用 max{a，b，c}表示 a，b，c 的最大值，证明：max{a，b，c}≥$\sqrt[3]{4}$。

答案

1B　2D　3C　4C　5B　6A　7B　8B　9C　10A　11C　12D

13.11

14.$\sqrt{3}$

15.1

16.

$$\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$$

17.

【答案】：(1) $a_n=3^{n-1}$；(2) $m=6$

18.

【答案】：(1) $P_1=\frac{43}{100}$，$P_2=\frac{27}{100}$，$P_3=\frac{21}{100}$，$P_4=\frac{9}{100}$

19.

【解答】：(1) 因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是长方体，所以 $BB_1\perp$ 平面 $ABCD$，而 $AC\subseteq$ 平面 $ABCD$，所以 $AC\perp BB_1$，

因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是长方体，且 $AB=BC$，所以 $ABCD$ 正方形，

所以 $AC\perp BD$，又 $BD\cap BB_1=B$，

所以 $AC\perp$ 平面 BB_1D_1D，又点 E，F 分别在棱 DD_1，BB_1 上，所以 $EF\subseteq$ 平面 BB_1D_1D，

所以 $EF\perp AC$.(微信公众号：数学研讨 独家解析)

(2) 取 AA_1 靠近 A_1 的三等分点 M，连结 DM，C_1F，MF.

因为 E 在 DD_1，且 $2DE=ED_1$，所以 $ED//AM$，且 $ED=AM$，

所以四边形 $AEDM$ 为平行四边形，所以 $DM//AE$，且 $DM=AE$，

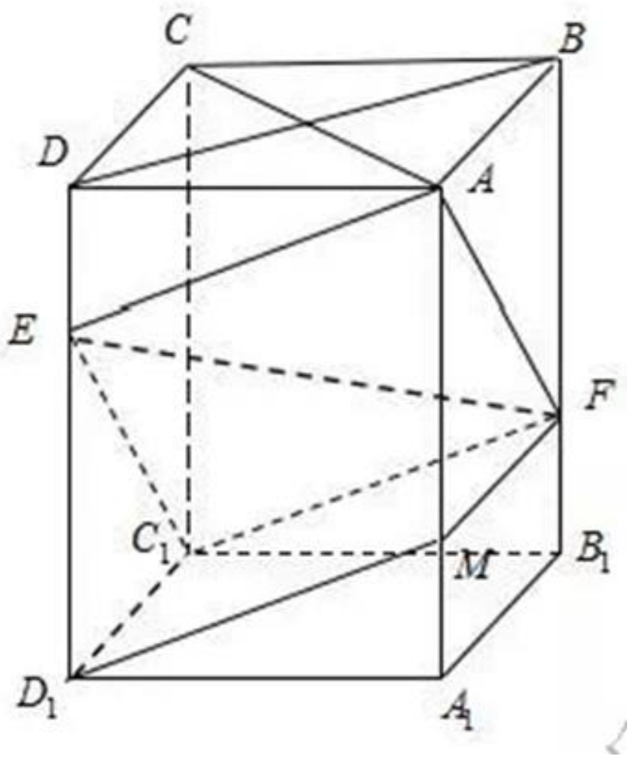
又 F 在 BB_1 上，且 $BF=2FB_1$，所以 $DF//A_1B_1$，且 $DF=A_1B_1$，

从而 $DF//D_1C_1$，$DF=D_1C_1$，所以 D_1DFC_1 为平行四边形，

所以 $DM//C_1F$，

所以$AE//C_1F$，所以A,E,F,C_1四点共面.

所以点C_1在平面AEF内.



20.

函数$f(x)$在$\left(-\sqrt{\frac{k}{3}},\sqrt{\frac{k}{3}}\right)$上单调递减　$0<k<\frac{4}{27}$

21.

【答案】（1）$C:\frac{x^2}{25}+\frac{16y^2}{25}=1(0<m<5)$（2）$\frac{5}{2}$.

22.

【答案】:（1）$4\sqrt{10}$；（2）$3\rho\cos\theta-\rho\sin\theta+12=0$.

23.

【解析】：（1）证明：$\because a+b+c=0,\therefore (a+b+c)^2=0.$

$\therefore a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2ca=0,$ 即 $2ab+2bc+2ca=-(a^2+b^2+c^2)$

$\therefore 2ab+2bc+2ca<0,\therefore ab+bc+ca<0.$

证明：不妨设 $a\le b<0<c<\sqrt[3]{4}$，则 $ab=\frac{1}{c}>\frac{1}{\sqrt[3]{4}},-a-b=c>\sqrt[3]{4},$ 而

$\sqrt[3]{4}>-a-b\ge 2\sqrt{ab}>\frac{2}{\sqrt[6]{4}}=2^{1-\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{4}$ 矛盾，所以命题得证.