Machine Learning – Assignment 3

103062528 林玉山

1. **證明Regularized Linear Regression的兩種最佳解，可以互相調換：**

原式為：

先將此式改寫為：

根據Matrix Inversion Lemma

將上式之A,B,C,D 分別代換為：

那我們就可以將原式寫為：

將右邊的 利用分配律乘入左側

消除所有可消除的 Identity Matrices

提出

因為

提出中間兩式的

因為

最後整理一下

得証。

1. **證明 RKHS的inner product是well-defined的**

為了要證明，因此必須要達到symmetry, linearity, positive definiteness這三項特性

1. **Symmetry**
2. **Linearity**

令

則

1. **Positive Definiteness**

根據內積的定義：

因此，如果

則

反之，若

而 只可能為

故得証。

1. **證明這題目中兩個Hyperplanes之間的距離為**

已經如果有兩個平行的平面為：

則這兩個平面之間的距離為：

若將此題的平面寫成上述形式：

代入公式後，則可得到兩個平面的距離為：

故得証。

1. **證明Semiparametric Representer Theorem**

原本的Representer Theorem是從Hypothesis 中挑出一個

現在改成

在 Representer Theorem 中，我們 拆成一個 與

其中 與 分別平行與垂直於 的 span

因此我們也可以把 寫為

又因為 垂直，因此與其 的內積皆為 0

所以 可以寫為

假設Minimizer h 有以下形式：

由 Representer Theorem 知道， 其實比較好

因此最後可以得到最佳的 為

得証。

1. **送分**

(送分)

1. **證明ROC Curve下半部的面積剛好是隨機挑選的機率**

(不會寫)