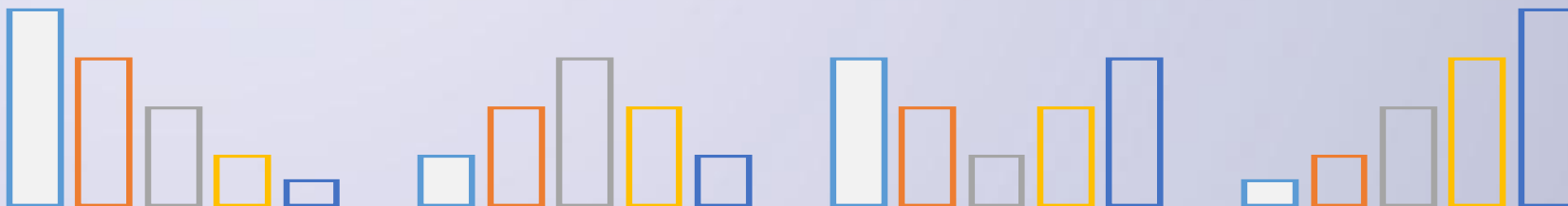


投资组合



假设有一个由 m 只股票组成的投资组合，第 i 只股票在投资组合中的权重是 w_i 。

- 构成的权重向量是 $\omega = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ ，满足：

$$\sum_{i=1}^m w_i = 1;$$

- 观察数据的时间长度是 n 天，即 $t=1, 2, \dots, n$ ；
- 第 i 只股票在第 t 天收益率是 $R_{i,t}$ ，
- m 只股票 n 天构成的收益率矩阵是

$$\begin{pmatrix} R_{1,1} & \cdots & R_{m,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,n} & \cdots & R_{m,n} \end{pmatrix},$$

其中 $\mathbf{R}_j = (R_{1,j}, \dots, R_{m,j})^T$ 第 j 天的收益率向量。

- 第*i*只股票在第*t*天收益率是 $R_{i,t}$ ，样本均值和标准差可以表示为

$$\bar{R}_i = \sum_{t=1}^n R_{i,t} / n,$$

$$S_i = \sqrt{\sum_{t=1}^n (R_{i,t} - \bar{R}_i)^2 / (n-1)} \quad ;$$

- *m*只股票的样本均值向量记为 $\bar{\mathbf{R}} = (\bar{R}_1, \dots, \bar{R}_m)^T$
- *m*只股票的样本方差-协方差矩阵:

$$\mathbf{S} = \sum_{j=1}^n (\mathbf{R}_j - \bar{\mathbf{R}}) (\mathbf{R}_j - \bar{\mathbf{R}})^T / (n-1)$$

- 由m只股票组成的投资组合在第t天的收益率是：

$$R_{por,t} = \sum_{i=1}^m w_i R_{i,t} ;$$

- 则样本均值可以表示为 $\overline{R_{por}} = \omega \overline{R}$;
- 投资组合的样本方差是 $\omega S \omega^T$;
- 金融总在风险与收益之间寻求平衡，夏普比率是风险与收益是否对等的一个重要指标，定义为：

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{E(R) - R_f}{\sigma}$$

- 计算每只股票的夏普比率以及投资组合的夏普比率。见实验实训8。