En stokastisk modell av kvotrestriktion för en riskneutral agent

Torbjörn Jansson

Sammanfattning

# Bakgrund

Anta att det finns en ekonomisk agent som producerar någon vara eller tjänst som regleras genom en produktionskvot. För att vara explicit tar vi en fiskare som exempel, men modellen kan appliceras på andra slag av begränsade optimeringsproblem. Fisket är ganska osäkert så att fiskaren, när han bestämmer vilken fiskeansträngning han ska göra, inte vet vilken fångst han verkligen kommer att landa. Han måste göra sin planering utifrån den *planerade fångsten* . All fångst upp till kvoten   betalas med marknadspriset, . Fångst utöver kvoten däremot betingar endast ett lågt pris . Om landningar utöver kvot är helt otillåtna så betyder det att överfångsten kastas över bord, alltså .

I verkligheten kan observeras att många kvoter inte fylls helt. Syftet med denna tekniska not är att förklara sådana observationer utifrån en enkel rationell ekonomisk modell.

# Modellen

Sannolikheten för att fångsten kommer att överskrida kvoten beror av fördelningsfunktionen för fångst. Om den kumulativa fördelningen för överfångsten skrivs , där är något mått på spridningen, t.ex. standardavvikelsen, så blir marginalintäkten (MI) differensen mellan marknadspriset och det förväntade prisavdraget p.g.a. överfångst.

Tänk på att en kumulativ fördelningsfunktion ger värden från noll (osannolikt) till ett (säkert). Ju större förväntad fångst, desto troligare att den på marginalen endast betingar det låga priset .

Anta att fiskaren planerar fisket så att den förväntade vinsten maximeras. För enkelhets skull antar vi att marginalkostnaden (MK) är konstant. Problemet blir då att lösa

(1)

Optimumvillkoret att derivatan ska vara noll ger oss . Definiera funktionen

där är integrationskonstanten (som vi kan definiera genom att anta ). Optimeringsproblemet blir då

Där den första termen är intäkten till det höga marknadspriset, den andra termen är summan av rörliga kostnader, och den sista termen är den *förväntade* kostnaden för prisavdraget p.g.a. kvotöverskridelse.

# Demonstration med syntetiska data

För att prova modellen så behöver vi definiera fördelningsfunktionen för fångst . Fördelningsfunktionen måste inte bara beskriva verkligheten på ett bra sätt, den måste också ha en väldefinierad integral . En bra kandidat är den logistiska fördelningen. Dess kumulativa täthetsfunktion och dennas integral är

där är väntevärdet, variansen och C kan beräknas utifrån antagandet att marginalintäkten för den första fångsten är det högre marknadspriset. Eftersom fördelningen är symmetrisk så är , d.v.s. om den planerade fångsten är lika med kvoten så är sannolikheten för överfångst 50 %.