

# Elicitation incrémentale et recherche locale pour le problème de sélection multi-objectifs

Sarah Lachiheb

Sorbonne Université

21 Janvier 2020

Exploration de la notion d'apprentissage actif dans le domaine du multi-critères. Application de la procédure d'élicitation incrémentale basée sur le regret dans pour:

- Restreindre l'espace des paramètres
- Réduire l'espace des solutions potentielles

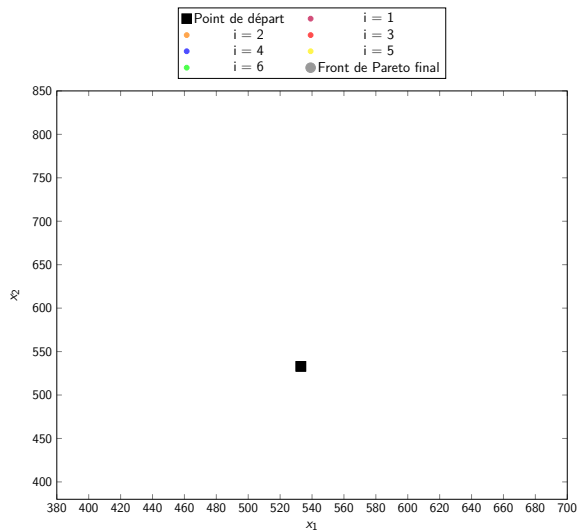
Implémentation de deux méthodes de résolution :

- Pareto local search (PLS) et élicitation incrémentale basée sur le regret (CSS)
- Combinaison de la recherche locale et de l'élicitation incrémentale basée sur le regret (ILS)

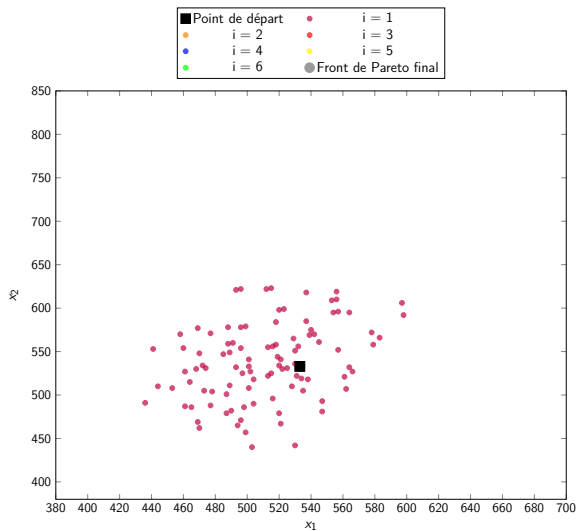
# Overview

- 1 PLS puis élicitation
- 2 Résultats de la méthode en deux phases
- 3 ILS
- 4 Résultats de ILS
- 5 Comparaison des deux méthodes
- 6 Conclusion

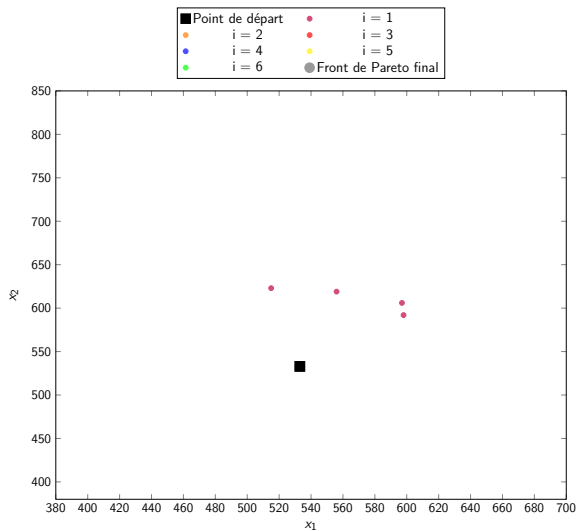
# Présentation de PLS



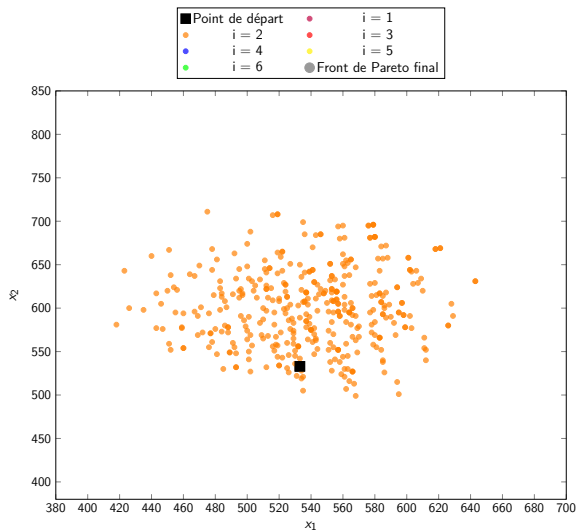
# Présentation de PLS



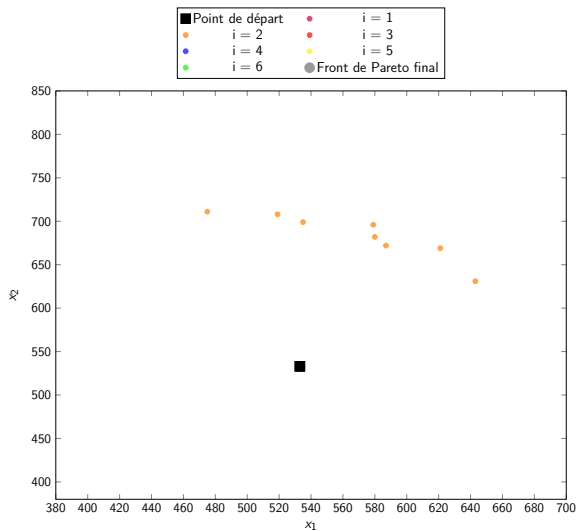
# Présentation de PLS



# Présentation de PLS

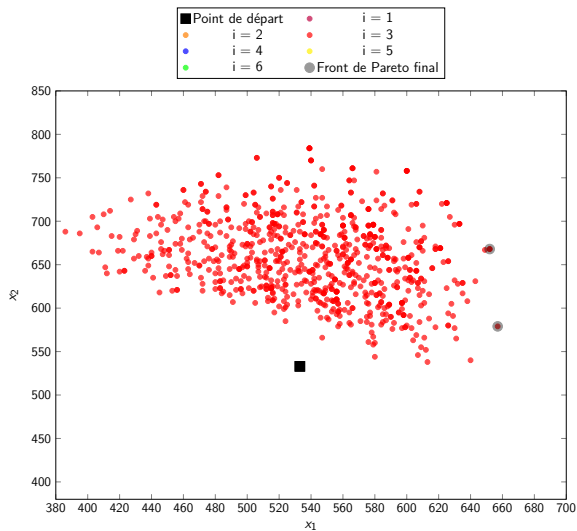


# Présentation de PLS

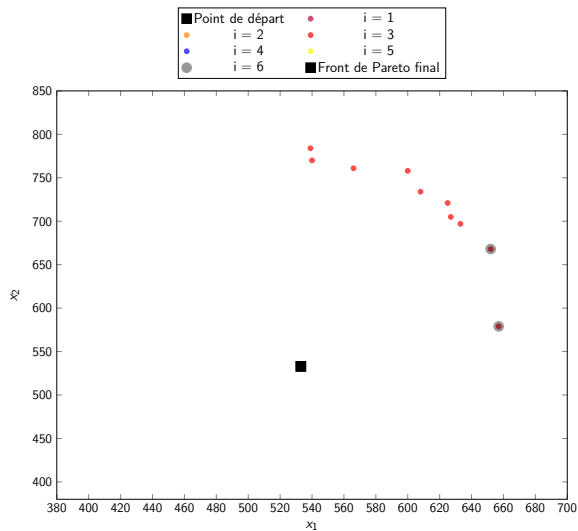




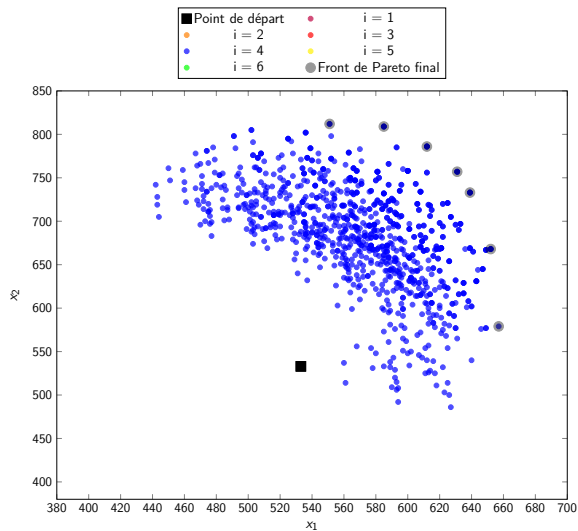
# Présentation de PLS



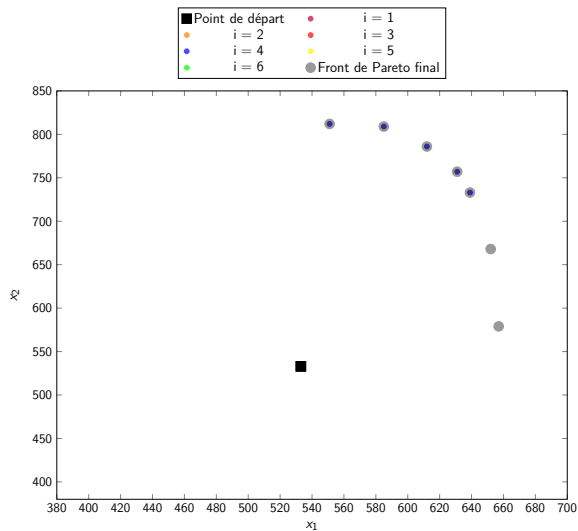
# Présentation de PLS



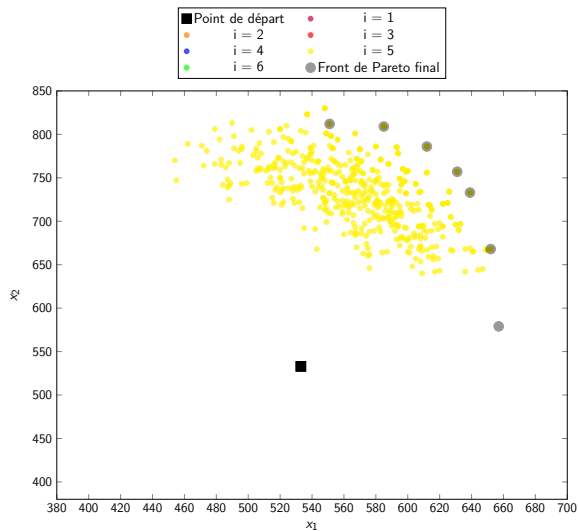
# Présentation de PLS



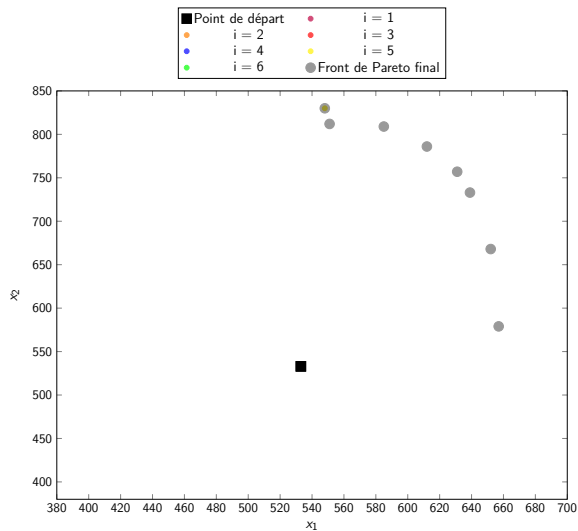
# Présentation de PLS



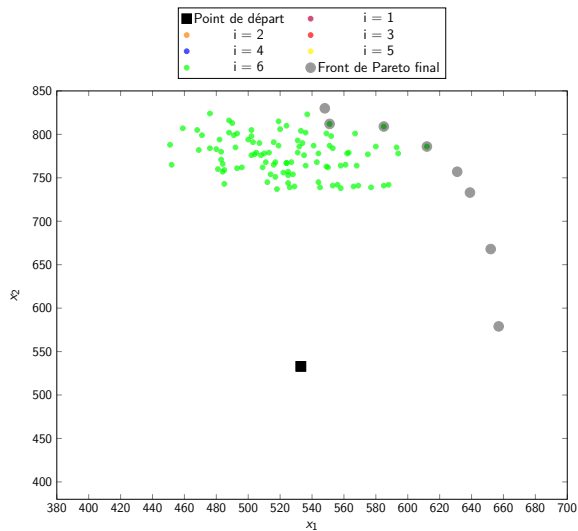
# Présentation de PLS



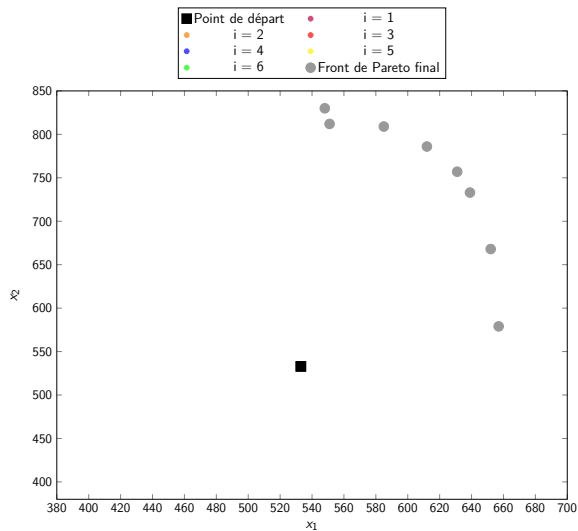
# Présentation de PLS



# Présentation de PLS



# Présentation de PLS





# Procédure d'élicitation incrémentale basée sur le regret

## Définition du MMR

$$PMR(x, x', \Omega_P) = \max_{\omega \in \Omega_P} (f_{\omega}(x') - f_{\omega}(x))$$

$$MR(x) = \max_{x' \in X} \{PMR(x, x')\}$$

$$MMR = \min_{x \in X} \{MR(x)\}$$

On pose une question entre  $x^*$  et  $y^*$  qui sont les deux pires adversaires, c'est donc une bonne méthode pour apprendre de l'information :

## Question entre ces deux alternatives

$$x^* = \arg \min_{x \in X} \{MR(x)\}$$

$$y^* = \arg \max_{x' \in X} \{PMR(x^*, x')\}$$

# Procédure d'élicitation incrémentale basée sur le regret

## Programme linéaire du calcul des PMR

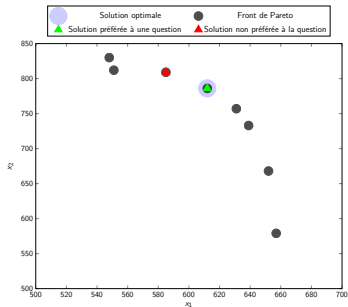
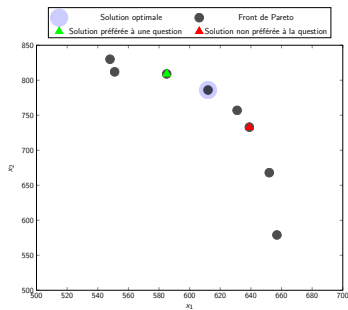
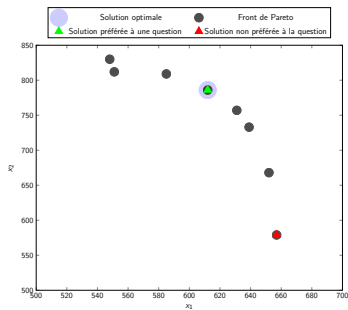
$$\begin{array}{ll}\max_{\omega} & \sum_{j \in \mathcal{P}} (\omega_j x'_j - \omega_j x_j) \\ \text{s.c} & \sum_{j \in \mathcal{P}} \omega_j = 1 \\ & \sum_{j \in \mathcal{P}} \omega_j a_j \geq \sum_{j \in \mathcal{P}} \omega_j b_j \quad \forall a, b \in \Theta \text{ avec } a \text{ préférée} \\ & \omega_j \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{P}\end{array}$$

Auquel il faut ajouter une contrainte si on est dans le cadre d'un OWA à poids décroissant, dans le but de d'obliger à ce que les poids possibles respecte cette règle.

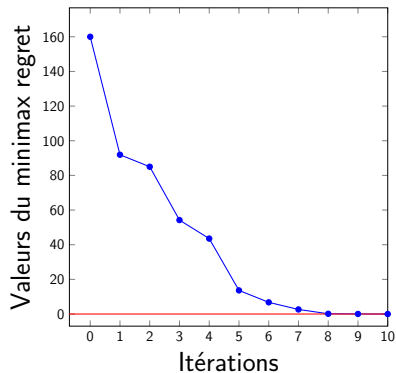
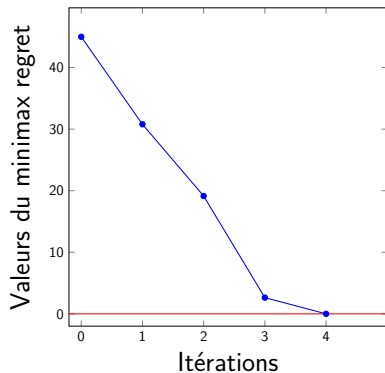
## Ajout de la contrainte OWA à poids décroissants

$$\omega_j - \omega_{j+1} \geq 0 \quad \forall j \in \{1, \dots, p-1\}$$

# Présentation illustrée de l'élicitation



# Valeurs du MMR



# Résultats de la méthode en deux phases

Taille	$p$	Temps(s)	Itérations	Taux d'identiques
10	2	0.0003	3.8	100
10	3	0.0006	4.4	100
10	4	0.0010	4.9	100
10	5	0.0047	5.3	100
10	6	0.0044	5.3	100
20	2	0.0061	7.3	100
20	3	0.0380	7.8	100
20	4	0.3721	8.3	100
20	5	6.7656	9.1	100
20	6	22.4597	9.3	100
30	2	0.0459	10.0	100
30	3	0.6250	10.9	100
30	4	36.7146	11.7	100
30	5	2064.9400	11.5	100
40	2	0.2128	12.2	100
40	3	4.5793	13.6	100
40	4	364.2876	14.2	100
50	2	1.0233	15.2	100
50	3	22.1369	16.1	100
60	2	3.7206	18.1	100
60	3	173.9490	20.4	100
80	2	19.2443	22.3	100
100	2	90.4203	28.0	100
200	2	6318.2701	55.1	100

Taille	$p$	Temps(s)	Questions	Écart à l'optimal
10	2	0.019	0	0
10	3	0.171	2.5	0
10	4	1.015	8.1	0
10	5	2.791	10.1	0
10	6	3.435	11.6	0
20	2	0.179	2.8	0
20	3	4.276	7.0	0
20	4	156.309	16.1	0
20	5	-	-	-
20	6	-	-	-
30	2	0.350	2.7	0
30	3	22.314	8.6	0
30	4	-	-	-
30	5	-	-	-
40	2	0.830	2.7	0
40	3	59.222	10.4	0
40	4	-	-	-
50	2	1.381	4.1	0
50	3	417.767	9.6	0
60	2	5.397	5.3	0
60	3	-	-	-
80	2	15.847	6.1	0
100	2	36.463	6.2	0
200	2	153.033	6.5	0

Table: Performances, de PLS à gauche et de la procédure d'éllicitation à droite.

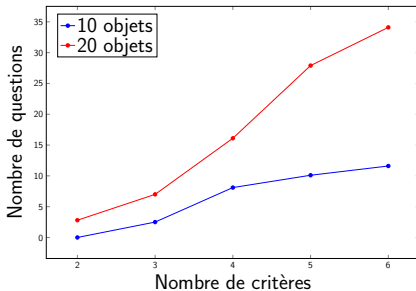
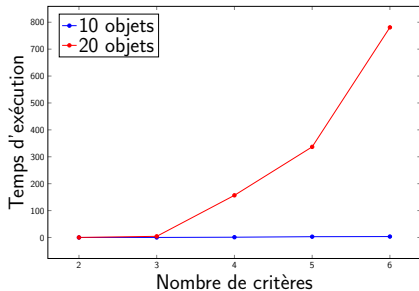
# Performances de la procédure avec $M$ alternatives

Taille	$p$	Temps(s)	Questions	Écart à l'optimal	Taux du Front de Pareto(%)
20	5	330.062	27.9	0.27	36.14
20	6	758.470	34.1	0.38	23.18
30	4	676.463	14.9	0.17	20.59
30	5	463.256	26.4	0.65	3.06
40	4	536.551	15.9	0.34	7.71
60	3	582.222	9.80	0.06	31.37

Taille	$p$	Temps(s)	Questions	Écart à l'optimal	Taux du Front de Pareto(%)
20	5	6.413	14.7	1.25	3.61
20	6	14.306	19.1	1.88	2.31
30	4	12.745	12.2	1.12	2.06
30	5	8.049	19.80	1.94	0.31
40	4	7.021	15.3	0.75	0.77
60	3	6.683	7.4	0.27	3.14

**Table:** Performances de la procédure avec  $M = 1000$  en haut et  $M = 100$  en bas

# Courbes de résultats pour 10 et 20 objet



# Résultats de la méthode en deux phases avec OWA

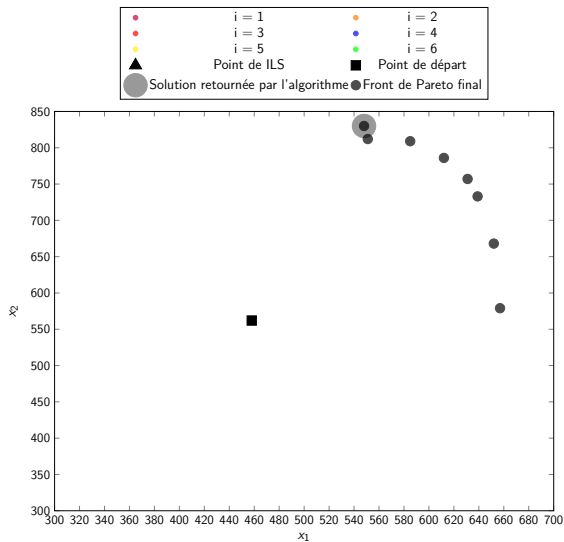
Taille	$p$	Temps(s)	Questions	Écart à l'optimal
10	2	0.021	0	0
10	3	0.090	2.0	0
10	4	0.385	2.0	0
10	5	1.653	4.8	0
10	6	1.006	1.3	0
20	2	0.069	1.2	0
20	3	2.955	3.8	0
20	4	146.531	6.6	0
20	5	-	-	-
20	6	-	-	-
30	2	0.317	2.6	0
30	3	7.139	3.1	0
30	4	-	-	-
30	5	-	-	-
40	2	0.820	3.0	0
40	3	24.753	5.8	0
40	4	-	-	-
50	2	1.582	2.9	0
50	3	276.320	5.9	0
60	2	7.627	3.2	0
60	3	-	-	-
80	2	13.748	2.3	0
100	2	23.730	2.8	0
200	2	273.214	3.7	0



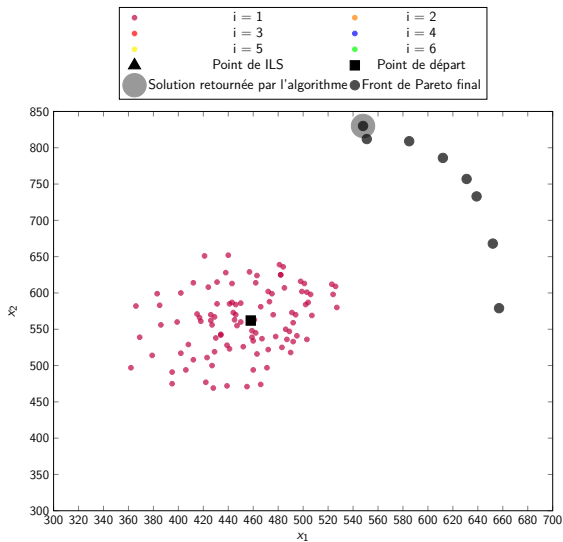
# Performances de la procédure avec M alternatives

Taille	$p$	$M$	Temps(s)	Questions	Écart à l'optimal
20	5	1000	105.467	5.9	0.29
20	6	1000	77.185	3.54	0.46
30	4	1000	205.975	6.4	0.48
30	5	1000	66.657	4.0	0.93
40	4	1000	244.880	7.6	0.42
60	3	1000	50.519	2.7	0.19
20	5	100	2.995	4.2	1.75
20	6	100	1.761	2.3	2.24
30	4	100	2.990	3.8	1.51
30	5	100	2.12	3.1	2.35
40	4	100	3.106	4.3	1.04
60	3	100	1.395	1.6	0.87

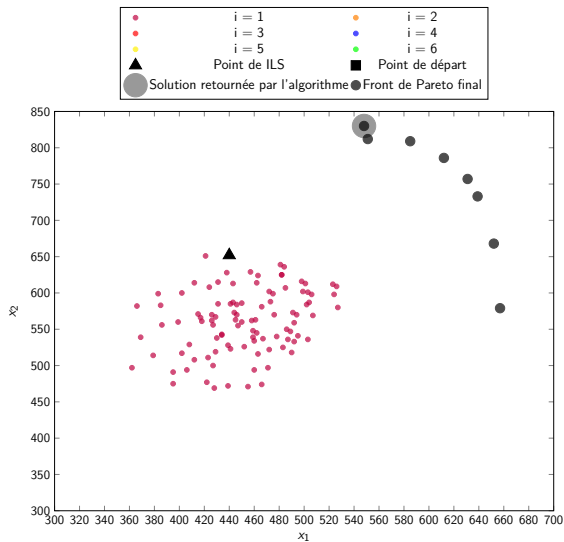
# Présentation illustrée de ILS



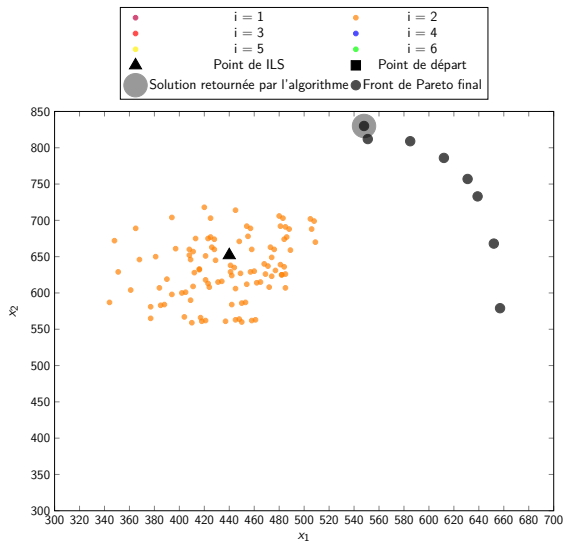
# Présentation illustrée de ILS



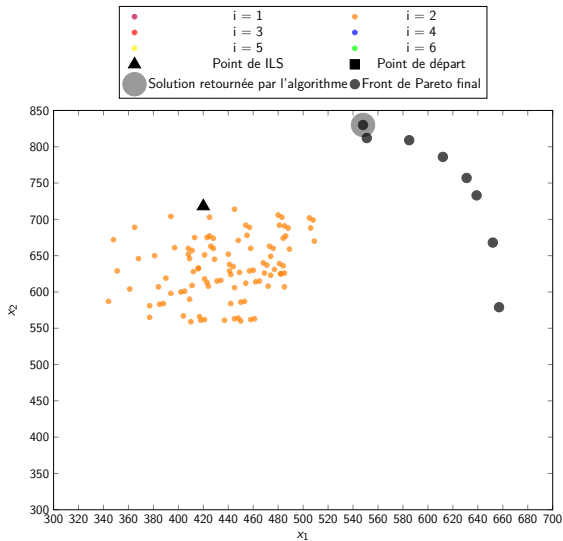
# Présentation illustrée de ILS



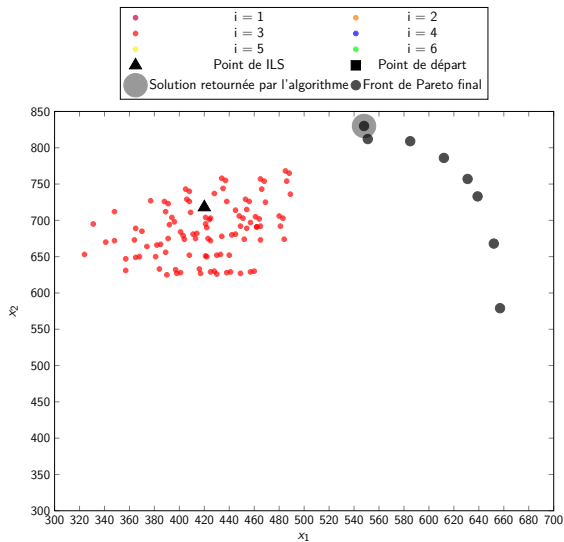
# Présentation illustrée de ILS



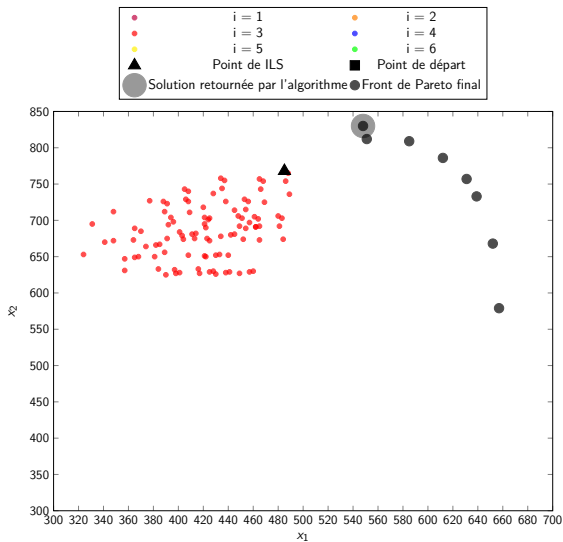
# Présentation illustrée de ILS



# Présentation illustrée de ILS

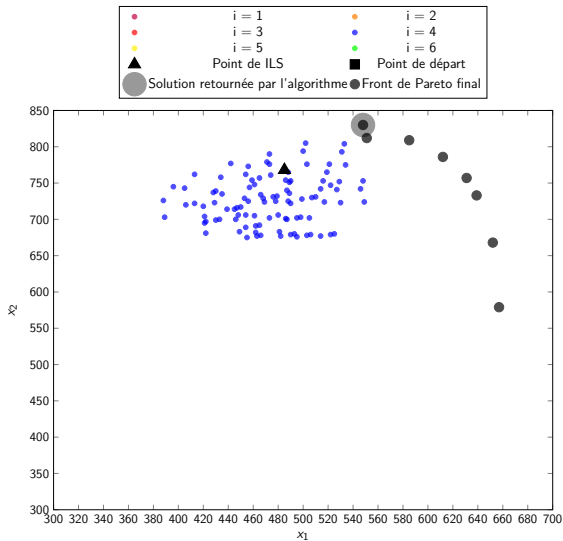


# Présentation illustrée de ILS

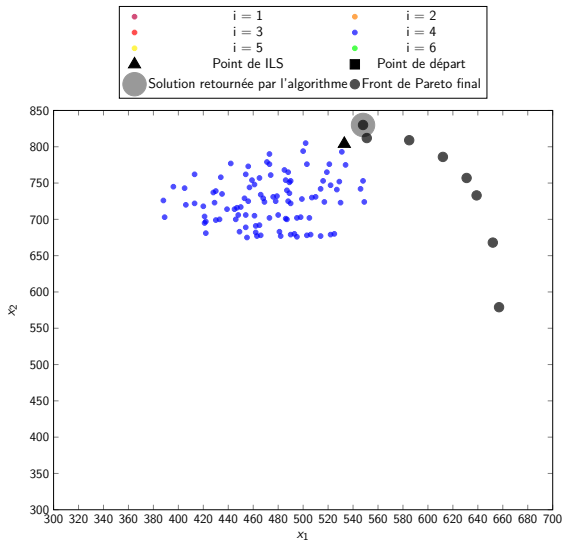




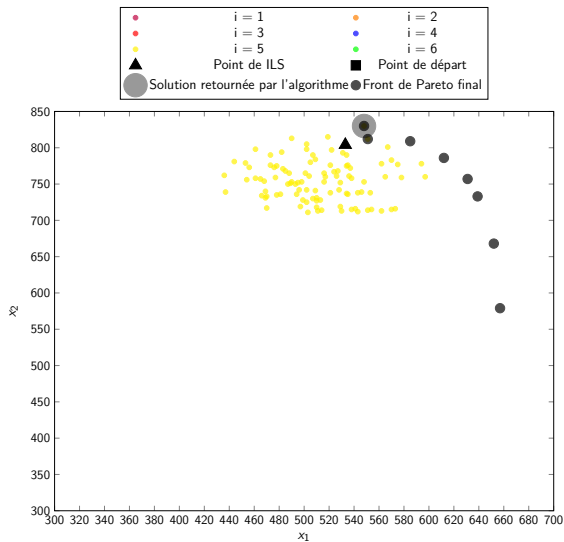
# Présentation illustrée de ILS



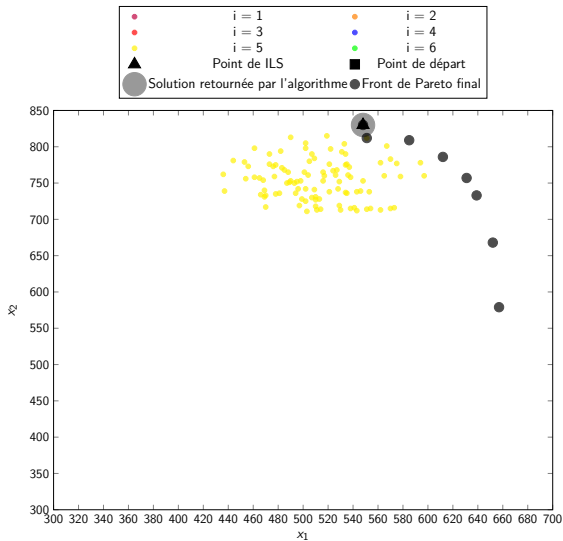
# Présentation illustrée de ILS



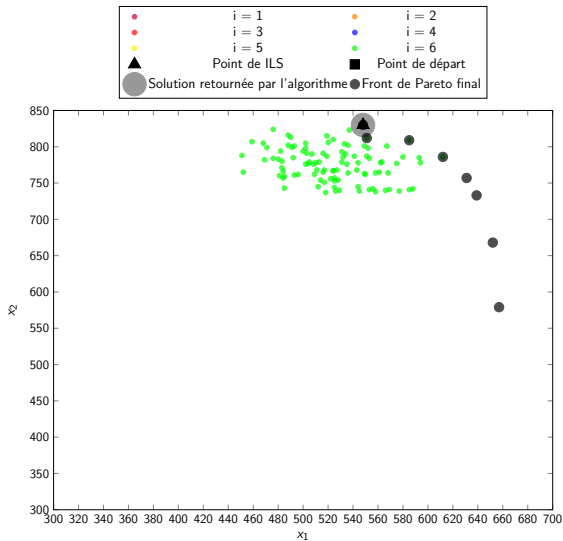
# Présentation illustrée de ILS



# Présentation illustrée de ILS



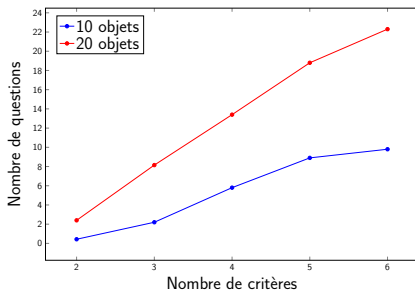
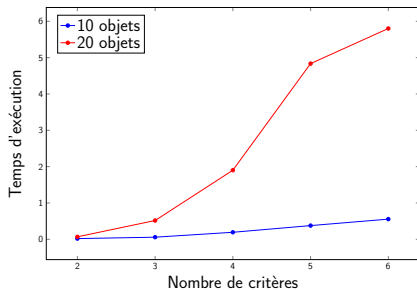
# Présentation illustrée de ILS



# Résultats de ILS

Taille	$p$	Temps(s)	Questions	Écart à l'optimal	Nombre d'itérations
10	2	0.019	0.4	0	3.8
10	3	0.058	2.2	0	3.6
10	4	0.193	5.8	0	3.7
10	5	0.377	8.9	0	3.5
10	6	0.555	9.8	0	3.4
20	2	0.068	2.4	0.02	6.0
20	3	0.517	8.15	0	5.9
20	4	1.901	13.4	0.02	6.1
20	5	4.836	18.8	0.002	5.8
20	6	6.802	22.3	0	5.9
30	2	0.125	3.3	0	8.7
30	3	1.264	10.8	0	8.4
30	4	8.065	19.5	0	8.7
30	5	17.117	26.6	0	8.9
40	2	0.199	3.0	0	10.8
40	3	2.062	10.4	0	10.8
40	4	11.101	22.5	0	11.2
50	2	0.311	3.6	0	13.6
50	3	3.248	11.2	0	13.5
60	2	0.562	4.1	0	15.7
60	3	5.311	13.5	0	15.9
80	2	1.001	4.2	0	21.8
100	2	1.459	4.9	0	24.9
200	2	15.394	5.7	0	51.3

# Courbes de résultats

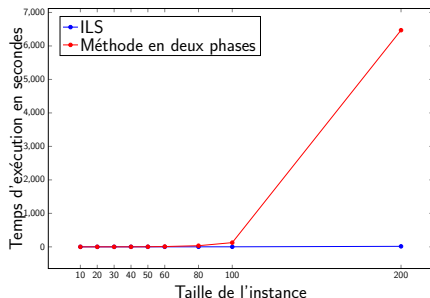
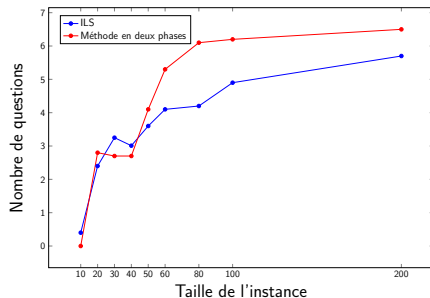


# Résultats de ILS avec OWA

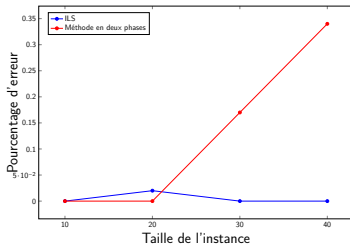
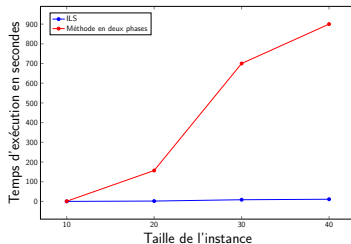
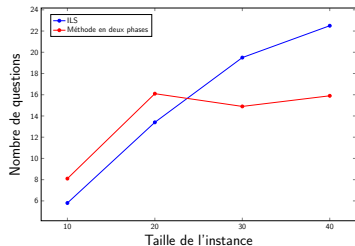
Taille	$n$	Temps(s)	Questions	Écart à l'optimal	Nombre d'itérations
10	2	0.005	0.1	0	3.5
10	3	0.052	1.6	0	3.6
10	4	0.088	1.4	0	3.6
10	5	0.159	2.9	0	3.4
10	6	0.233	2.1	0	3.4
20	2	0.056	1.0	0.01	5.8
20	3	0.380	3.7	0	6.4
20	4	0.883	6.1	0.27	6.3
20	5	1.342	7.2	0	6.35
20	6	1.497	6.1	0.03	6.1
30	2	0.095	1.2	0	8.2
30	3	0.797	3.7	0.08	8.5
30	4	2.442	6.7	0.27	8.1
30	5	3.647	8.2	0.24	8.4
40	2	0.165	1.6	0	10.8
40	3	1.202	6.1	0.01	10.9
40	4	3.872	9.5	0.22	11.2
50	2	0.277	2.1	0	13.1
50	3	1.971	5.9	0.01	13.7
60	2	0.366	2.1	0.01	16.3
60	3	1.722	5.5	0.25	16.0
80	2	0.735	2.1	0.11	21.5
100	2	1.120	1.9	0.09	26.0
200	2	14.211	2.3	0.12	49.6



# Comparaison des deux méthodes pour 2 critères



# Comparaison des deux méthodes pour 4 critères



Dans ce projet nous avons :

- Étudier deux méthodes différentes qui ont le même but, basé sur une heuristique
- Utiliser les fonctions de scalarisation pour modéliser un décideur aux paramètres inconnus

Il aurait été intéressant :

- De partir d'un point de départ non aléatoire
- L'implémentation de l'intégrale de Choquet
- Utiliser d'autres voisinage