Exercices Semaine 10

Question 1

Dans une étude sur l'opinion publique concernant un traité international, un échantillon aléatoire de 200 personnes a été interrogé. Parmi ces personnes, 120 ont déclaré être en faveur du traité. Quelle est la proportion estimée de personnes favorables au traité dénotée $\hat{p}$?

- ○ 0.50
- ◉ 0.60
- ○ 0.70
- ○ 0.80

Question 2

En considérant le même contexte que la question 1, quelle est l'erreur standard de la proportion estimée $\hat{p}$?

- ◉ $\text{e.s.}(\hat{p}) \approx 0.0346$
- ○ $\text{e.s.}(\hat{p}) \approx 0.0462$
- ○ $\text{e.s.}(\hat{p}) \approx 0.513$
- ○ $\text{e.s.}(\hat{p}) \approx 0.0264$

Question 3

En considérant le contexte de la question 1, vous souhaitez construire un intervalle de confiance pour p basé sur $\hat{p}$ à un niveau de confiance $\alpha = 0.05$. Quelle est la valeur du quantile que vous devez utiliser afin de construire cet intervalle de confiance?

- ○ 1.28
- ○ 1.645
- ◉ 1.96
- ○ 2.58

Question 4

En utilisant le contexte des questions précédentes, calculez l'intervalle de confiance à 95% pour la proportion p de personnes favorables au traité, en utilisant la proportion estimée $\hat{p}$ et l'erreur standard $\text{e.s.}(\hat{p})$.

- ○ $[0.543, 0.657]$
- ◉ $[0.532, 0.668]$
- ○ $[0.556, 0.644]$
- ○ $[0.511, 0.689]$

Question 5

Considérons maintenant un niveau de confiance de 99% (c'est-à-dire $\alpha = 0.01$) au lieu de 95%. Quel sera l'effet sur la longueur de l'intervalle de confiance pour la proportion p de personnes favorables au traité ? La longueur de l'intervalle de confiance est donnée par la différence entre la borne supérieure et la borne inférieure de l'intervalle.

- ◉ **La longueur de l'intervalle de confiance augmentera**
- ○ La longueur de l'intervalle de confiance diminuera
- ○ La longueur de l'intervalle de confiance restera la même

Question 6

Vous souhaitez désormais tester l'hypothèse selon laquelle la proportion réelle de personnes favorables au traité est de 50%. Quelle est la formulation correcte des hypothèses statistique pour ce test ?

- ○ $H_0 : p = 0.60, H_1 : p \neq 0.60$
- ◉ $\boldsymbol{H_0 : p = 0.50, H_1 : p \neq 0.50}$
- ○ $H_0 : p = 0.50, H_1 : p > 0.60$
- ○ $H_0 : p \geq 0.50, H_1 : p < 0.50$

Question 7

En utilisant les hypothèses définies précédemment, calculez la statistique de test z_{obs}. On rappelle que $\hat{p} = 0.60$, $n = 200$, et $p_0 = 0.50$.

- ◉ $Z \approx 2.89$
- ○ $Z \approx 1.96$
- ○ $Z \approx 1.28$
- ○ $Z \approx 0.60$

Question 8

À partir de la statistique de test calculée précédemment, déterminez la p-valeur associée au test (bilatéral).

- ○ 0.028
- ○ 0.0196
- ◉ 0.0038
- ○ 0.001

Question 9

Quelle est l'interprétation correcte d'une p-valeur de 0.0038 dans le contexte de ce test ?

- ◉ **Il y a une faible probabilité d'observer une telle valeur de $\hat{p} = 0.60$ si la vraie proportion était 0.50.**
- ○ La proportion estimée est trop éloignée de 50%, donc H_0 est forcément fausse.
- ○ Cela signifie que 0.38% des personnes interrogées sont favorables au traité.
- ○ La probabilité que H_0 soit vraie est de 0.0038.

Question 10

À un niveau de signification $\alpha = 0.05$, que concluez-vous du test précédent ?

- ◉ **On rejette H_0 : il y a suffisamment de preuves pour conclure que la proportion réelle est différente de 50%.**
- ○ On accepte H_0 : la proportion réelle est exactement de 50%.
- ○ On ne rejette pas H_0 : il n'y a pas suffisamment de preuves.
- ○ On ne peut pas conclure : l'échantillon est trop petit.

Question 11

Considérons maintenant un test unilatéral avec les hypothèses suivantes: $H_0 : p = 0.5$ et $H_1 : p < 0.5$. Quelle est la p-valeur associée?

- ○ 0.0001
- ◉ 0.9981
- ○ 0.499
- ○ 0.028

Question 12

Que peut-on conclure de ce dernier test au niveau de signification $\alpha = 0.05$?

- ○ On rejette H_0 : il y a suffisamment de preuves pour conclure que la proportion réelle est différente de 50%.
- ○ On accepte H_0 : la proportion réelle est exactement de 50%.
- ◉ **On ne rejette pas H_0 : il n'y a pas suffisamment de preuves.**
- ○ On ne peut pas conclure : l'échantillon est trop grand.