

## Exercices Semaine 12

---

Dans une étude sur le temps moyen passé par les étudiants à faire leurs devoirs quotidiens, on a collecté des données pour un échantillon de (40) étudiants. On souhaite tester si le temps moyen passé à faire les devoirs est significativement différent de (2) heures par jour.

---

### Question 1

---

Quelles sont les hypothèses nulle et alternative pour ce test ?

☒  $H_0 : \mu = 2$  contre  $H_\alpha : \mu \neq 2$

☐  $H_0 : \mu = 2$  contre  $H_\alpha : \mu > 2$

☐  $H_0 : \mu = 2$  contre  $H_\alpha : \mu < 2$

☐  $H_0 : \mu \neq 2$  contre  $H_\alpha : \mu = 2$

---

### Question 2

---

La moyenne de l'échantillon est de (2.5) et la variance de l'échantillon ( $s^2$ ) est de ( $s^2=4$ ). Calculez la statistique de test pour déterminer si le temps moyen passé à faire les devoirs est significativement différent de (2) heures par jour.

☐  $z_{\text{obs}} \approx 2.5$

☒  $z_{\text{obs}} \approx 1.581$

☐  $z_{\text{obs}} \approx 1.118$

☐  $z_{\text{obs}} \approx 0.791$

---

### Question 3

---

Calculez la (p)-valeur associée à ce test en fonction de ( $z_{\{ \}$ ) et de ( $H_{\{ \}$ )

☒  $p \approx 0.114$

☐  $p \approx 0.057$

☐  $p \approx 0.061$

☐  $p \approx 0.228$

---

### Question 4

---

Quelle est la conclusion du test en considérant les hypothèses formulées dans la question (1), un seuil de signification de ( $= 5\%$ ), et les résultats obtenus précédemment ?

☒ **On ne rejette pas  $H_0$  : les données ne fournissent pas suffisamment de preuves pour conclure que le temps moyen est différent de 2 heures.**

☐ On rejette  $H_0$  : le temps moyen est significativement supérieur à 2 heures.

☐ On rejette  $H_0$  : le temps moyen est significativement différent de 2 heures.

☐ On ne peut pas conclure sans connaître la moyenne théorique sous  $H_0$ .

Une entreprise de production de thé veut s'assurer que ses sachets de thé ne contiennent pas moins que la quantité annoncée de (2.0) grammes de thé par sachet. Elle suspecte que la machine sous-remplit légèrement les sachets. Pour en avoir le coeur net, elle effectue un test unilatéral pour vérifier si la moyenne de la population est inférieure à (2.0) grammes.

Un échantillon de (15) sachets est prélevé. On observe une moyenne calculée sur l'échantillon de (1.92) grammes, et un écart-type de l'échantillon ( $s$ ) de (0.1) gramme.

---

### Question 5

---

Déterminez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative du test à effectuer.

☐  $H_0 : \mu = 2$  contre  $H_a : \mu \neq 2$

☐  $H_0 : \mu = 2$  contre  $H_a : \mu > 2$

☒  $H_0 : \mu = 2$  contre  $H_a : \mu < 2$

☐  $H_0 : \mu \neq 2$  contre  $H_a : \mu = 2$

☐  $H_0 : \mu < 2$  contre  $H_a : \mu = 2$

---

### Question 6

---

Calculez la statistique de test pour vérifier si le poids moyen de la population des sachets est inférieur à (2.0) grammes. On suppose que le poids suit une distribution normale et que les poids des sachets sont indépendants.

☐  $t_{\text{obs}} \approx -0.980$

☐  $t_{\text{obs}} \approx 3.098$

☒  $t_{\text{obs}} \approx -3.098$

☐  $t_{\text{obs}} \approx 1.96$

☐  $t_{\text{obs}} \approx 1.64$

---

### Question 7

---

Quelle est la valeur critique à considérer dans la table de la loi de Student si l'on souhaite effectuer un test à un niveau de confiance de (90%)?

☐  $t_{0.95,15} \approx 1.75$

☒  $t_{0.9,14} \approx 1.35$

☐  $t_{0.05,14} \approx -1.761$

☐  $t_{0.2,15} \approx -0.866$

---

### Question 8

---

Quelle est la conclusion du test à un niveau de confiance de (90%)?

☒ **Puisque  $t_{\text{obs}} < -t_{1-\alpha,df}$ , on rejette l'hypothèse nulle en faveur de  $H_\alpha$ .**

☐ Puisque  $t_{\text{obs}} > -t_{1-\alpha,df}$ , on rejette l'hypothèse nulle en faveur de  $H_\alpha$ .

☐ Puisque  $t_{\text{obs}} < -t_{1-\alpha,df}$ , on ne rejette pas l'hypothèse nulle.

☐ Puisque  $t_{\text{obs}} < -t_{1-\alpha,df}$ , on accepte l'hypothèse nulle.

☐ Puisque  $t_{\text{obs}} < -t_{1-\alpha,df}$ , le test est inconclusif.

---

### Question 9

---

Pour un test-z non-orienté à deux échantillons, on trouve une p-valeur de (10 %), quel était la valeur de la statistique de test ?

- ☐ 1.96
- ☐ -1.96
- ☐  $\{-1.96, 1.96\}$
- ☐ 1.64
- ☒  $\{-1.64, 1.64\}$

On veut comparer le taux moyen d'approbation d'une organisation internationale dans deux pays (A et B). On dispose de grands échantillons ( $n_A=200$ ,  $n_B=250$ ). On veut tester si le taux d'approbation est supérieur pour le pays A.

---

### Question 10

---

Quelle est la formulation correcte des hypothèses de test ?

- ☐  $H_0 : \mu_A > \mu_B, H_\alpha : \mu_A \neq \mu_B$
- ☐  $H_0 : \mu_A \neq \mu_B, H_\alpha : \mu_A > \mu_B$
- ☒  $H_0 : \mu_A - \mu_B = 0, H_\alpha : \mu_A - \mu_B > 0$
- ☐  $H_0 : \mu_A - \mu_B \neq 0, H_\alpha : \mu_B - \mu_A > 0$
- ☐  $H_0 : \mu_B - \mu_A < 0, H_\alpha : \mu_A - \mu_B < 0$

---

### Question 11

---

On connaît ( $s_A=5\%$ ,  $s_B=6\%$ ), les écarts-types des populations. Les échantillons donnent ( $\{X\}_A=48\%$ ,  $\{X\}_B=45\%$ ). Calculez la statistique de test :

☒ 5.78

☐ 1.36

☐ 5.67

☐ 1.96

☐ 1.64

---

### Question 12

---

Vous recevez l'output suivant (calculé avec le logiciel R) pour ce test:

Two-sample z-Test

data: xbar1 and xbar2

$z = 3.420$ ,  $p\text{-value} = 0.0006$

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

1.523 4.477

sample estimates:

difference in means

3

Quelle décision prend-on au niveau (%)?

☐ On rejette  $H_0$  car la p-valeur est supérieure à 0.05.

☐ On ne peut pas conclure ce test au niveau de 1%.

☒ On rejette  $H_0$  car la p-valeur est inférieure à 1%.

☐ On rejette  $H_\alpha$  car la statistique de test est plus grande que le quantile de la loi normale  $z_\alpha$ .

☐ On devrait diminuer le niveau  $\alpha$  pour pouvoir rejeter  $H_0$ .

---

### Question 13

---

Un chercheur effectue un test d'hypothèse avec  $\alpha = 5\%$ , et obtient une  $p$ -valeur de (0.08), donc un résultat non significatif. Il décide alors d'augmenter  $\alpha$  à (10%) pour conclure que le test est significatif. Êtes-vous d'accord avec cette approche ?

- ☒ **Non, ce n'est pas une bonne pratique.**
- ☐ Oui, tant que cela permet d'obtenir une conclusion.
- ☐ Oui, si le test est correctement justifié ensuite.
- ☐ Cela dépend du contexte.
- ☐ Cela est acceptable en recherche exploratoire.

---

### Question 14

---

Un étudiant teste (20) relations différentes entre des variables économiques dans un jeu de données. Seuls (2) tests donnent une ( $p$ )-valeur inférieure à (5%), et ce sont les seuls qu'il retient pour rédiger son rapport. Que pensez-vous de cette approche ?

- ☒ **Ce n'est pas acceptable : il s'agit de  $p$ -hacking.**
- ☐ C'est une bonne stratégie pour trouver des résultats intéressants.
- ☐ C'est acceptable si les résultats sont publiés.
- ☐ Il aurait dû conserver les 5% de résultats avec les plus petites  $p$ -valeurs.
- ☐ Cela montre que les deux relations sont significatives.