

Exercices Semaine 3

Question 1

Quelle est la définition vue en cours de l'espérance mathématique d'une variable aléatoire X ?

- ☐ La valeur maximale que peut prendre X .
- ☐ La somme des valeurs possibles de X .
- ☐ Une mesure de dispersion.
- ☒ Une moyenne pondérée des valeurs de X par leurs probabilités.

Question 2

On considère une variable aléatoire X prenant les valeurs suivantes :

$$X = \begin{cases} 1 & \text{avec probabilité } 0.2 \\ 3 & \text{avec probabilité } 0.5 \\ 6 & \text{avec probabilité } 0.3 \end{cases}$$

Quelle est la variance de X ?

- ☐ 2.56
- ☐ 3.48
- ☒ 3.25
- ☐ 4.12

Question 3

Un pari est-il équitable si vous payez 50 CHF pour jouer et pouvez gagner 120 CHF avec une probabilité de 0.3 ou perdre votre mise dans le cas contraire ?

☐ Oui, car le gain potentiel est supérieur à la mise.

☒ **Non, car l'espérance est négative.**

☐ Oui, car la probabilité de gagner est non nulle.

☐ Impossible à déterminer.

Question 4

À quoi correspond le symbole C_7^6 ?

☐ Le nombre de façons de choisir 7 éléments parmi 6, sans ordre.

☒ **Le nombre de façons de choisir 6 éléments parmi 7, sans ordre.**

☐ Le nombre de façons de choisir 7 éléments parmi 6, en tenant compte de l'ordre.

☐ Le nombre de façons de choisir 6 éléments parmi 7, en tenant compte de l'ordre.

Question 5

Quelle est la bonne expression pour C_7^6 ?

☒ $\frac{7!}{6!(7-6)!}$

☐ $\frac{6!}{7!(6-7)!}$

☐ $\frac{6!}{7!(7-6)!}$

☐ $\frac{7!}{7!(6-7)!}$

Question 6

Combien de façons différentes un comité de 5 membres peut-il être choisi parmi 12 candidats ?

☒ 792

☐ 120

☐ 252

☐ 924

Question 7

Un comité de 10 ONG vote une décision où chaque organisation a 40% de chances de voter « pour », de façon indépendante. Quelle est la probabilité que 4 ONG votent en faveur ?

☐ 0.20

☒ 0.25

☐ 0.30

☐ 0.35

Question 8

Dans une organisation internationale, 20% des propositions de réforme sont acceptées après un premier examen. Quelle est la probabilité que parmi 8 propositions, au moins 2 soient acceptées ?

☐ 0.567

☒ 0.497

☐ 0.852

☐ 0.912

Question 9

Un organisme international organise une élection avec 3 candidats. Chaque votant choisit indépendamment un candidat avec une probabilité de 0.4 pour le premier candidat, 0.25 pour le deuxième et 0.35 pour le troisième candidat. Quelle est la probabilité que le premier candidat obtienne exactement 5 votes sur 10 ?

☐ 0.15

☐ 0.25

☒ 0.20

☐ 0.30

Question 10

Soit X une variable aléatoire avec $\mathbb{E}(X) = 2$, que vaut $\mathbb{E}(2X + 1)$?

☐ 2

☒ 5

☐ 4

☐ 3

Question 11

Soit X une variable aléatoire. Si $\mathbb{E}(X) = 0$ et $\text{Var}(X) = 1$, quelle est l'espérance et la variance de $3X + 1$?

- ☐ $\mathbb{E}(3X + 1) = 3$ et $\text{Var}(3X + 1) = 1$
- ☒ $\mathbb{E}(3X + 1) = 1$ et $\text{Var}(3X + 1) = 9$
- ☐ $\mathbb{E}(3X + 1) = 0$ et $\text{Var}(3X + 1) = 9$
- ☐ $\mathbb{E}(3X + 1) = 1$ et $\text{Var}(3X + 1) = 3$
- ☐ $\mathbb{E}(3X + 1) = 3$ et $\text{Var}(3X + 1) = 3$

Question 12

Mme Smith a 3 jupes, 5 chemisiers et 2 vestes. Combien de tenues différentes peut-elle porter ?

- ☒ 30
- ☐ 5
- ☐ 10
- ☐ 15
- ☐ 25

Question 13

Un professeur donne un QCM de 10 questions à ses étudiants. La probabilité qu'un étudiant réponde correctement à une question est de 0.7. Quelle est la probabilité qu'un étudiant réponde correctement à exactement 8 questions?

- ☐ 0.8506917
- ☒ 0.2334744
- ☐ 0.5289564
- ☐ 0.3589652
- ☐ 0.1248964

Question 14

Un professeur donne un QCM de 10 questions à ses étudiants. La probabilité qu'un étudiant réponde correctement à une question est de 0.7. Quelle est la probabilité qu'un étudiant réponde correctement à entre 6 et 8 questions inclusivement ?

- ☒ 0.7004233
- ☐ 0.3492134
- ☐ 0.6516539
- ☐ 0.4740934
- ☐ 0.1797624

Question 15 (Exercice facultatif 🧑🏫)

Montrez que pour une variable aléatoire X ,
$$\text{Var}(X) = \mathbb{E}\{(X - \mathbb{E}[X])^2\} = \mathbb{E}(X^2) - \{\mathbb{E}(X)\}^2.$$