Exercices Semaine 9

Question 1

Les scores d'un examen de physique sont distribués normalement avec une espérance de 80 et un écart-type de 5. Si nous sélectionnons aléatoirement 20 étudiants de la classe, leur score moyen est de 75. Laquelle de ces propositions est correcte?

◉ **80 et 5 sont des paramètres. 75 est une statistique**

○ 80 et 5 sont des statistiques, 75 est un paramètre

○ 80 et 75 sont des statistiques, 5 est un paramètre

○ 5 et 75 sont des statistiques, 80 est un paramètre

Question 2

Si la taille de l'échantillon n augmente, quelle affirmation est correcte à propos de $\bar{X}$, l'estimateur de l'espérance μ?

○ L'estimateur $\bar{X}$ devient plus variable

◉ **L'estimateur $\bar{X}$ devient moins variable**

○ L'estimateur $\bar{X}$ devient plus grand

○ L'estimateur $\bar{X}$ devient plus petit

○ La variance de l'estimateur $\bar{X}$ n'est pas affectée

Question 3

On considère une variable aléatoire X distribuée normalement avec une espérance $\mu = 50$ et une variance $\sigma^2 = 25$. On considère un échantillon de taille $n = 100$. Quelle est la variance de $\bar{X}$, la moyenne de l'échantillon ?

- ○ 0.75
- ○ 2.5
- ○ 25
- ◉ 0.25
- ○ 100

Question 4

On considère une variable aléatoire X distribuée normalement avec une espérance $\mu = 50$ et une variance $\sigma^2 = 25$. Maintenant, on considère un échantillon de taille $n = 100$. Quelle est la probabilité que la moyenne de l'échantillon $\bar{X}$ soit supérieure à 51 ?

- ○ 0.1587
- ◉ 0.0228
- ○ 0.3085
- ○ 0.5
- ○ 0.8413

Question 5

On considère une variable aléatoire X distribuée normalement avec une espérance $\mu = 100$ et une variance $\sigma^2 = 16$. Maintenant, on considère un échantillon de taille $n = 64$. Quelle est la probabilité que la moyenne de l'échantillon $\bar{X}$ soit inférieure à 99 ?

- ○ 0.0478
- ○ 0.1587
- ○ 0.3085
- ○ 0.5
- ◉ 0.0228
- ○ 0.1237

Question 6

On considère l'échantillon suivant: $\{1.5, 2.6, 3.9, 5.4, 7.2, 8.35\}$. Calculez la moyenne $\bar{X}$ et l'écart type s de cet ensemble de données.

- ◉ $\bar{X} = 4.825, s \approx 2.66$
- ○ $\bar{X} = 2.825, s \approx 4.66$
- ○ $\bar{X} = 10.925, s \approx 3.56$
- ○ $\bar{X} = 1.525, s \approx 2.21$

Question 7

En utilisant la moyenne $\bar{X}$ et l'écart type s que vous avez calculés dans l'exercice précédent, déterminez l'erreur standard de la moyenne $\frac{s}{\sqrt{n}}$ pour l'échantillon $\{1.5, 2.6, 3.9, 5.4, 7.2, 8.35\}$.

○ $e.\,s.\,(\bar{X}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = 0.0478$

◉ $e.\,s.\,(\bar{X}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.084109$

○ $e.\,s.\,(\bar{X}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = 2.05219$

○ $e.\,s.\,(\bar{X}) = \frac{s}{\sqrt{n}} = 3.12643$

Tir à 3 points de Stephen Curry

On a les données suivantes sur les réussites au tir à trois points de Stephen Curry (données réelles avril 2025) :

Date	Adversaire	Tentatives à 3 points	Réussites à 3 points
1er avril 2025	Memphis Grizzlies	20	12
3 avril 2025	Los Angeles Lakers	11	4
4 avril 2025	Denver Nuggets	15	7
6 avril 2025	Houston Rockets	8	1

Question 8

Basé sur ces données, quelle est la proportion de réussites à 3 points de Stephen Curry ?

○ 0.3790

◉ 0.4444

○ 0.3890

○ 24

Question 9

Basé sur ces données, quelle est l'erreur standard de la proportion de réussites à 3 points de Stephen Curry ?

○ 0.0046

○ 0.4969

◉ 0.0676

○ 0.0663

Question 10

Quelle affirmation est correcte à propose du Théorème Centrale Limite (TCL) dans ce cas ?

○ Le TCL s'applique car les pourcentages proviennent d'un joueur professionnel, donc ils suivent une loi normale.

○ Le TCL ne peut pas s'appliquer ici car les tirs à 3 points ne suivent pas une loi normale.

○ Le TCL s'applique dès qu'on connaît la moyenne et la variance des taux de réussite, quelle que soit la taille de l'échantillon.

◉ **Le TCL s'applique car l'échantillon est suffisamment grand pour justifier l'approximation normale.**

○ Le TCL permet de conclure que la proportion est égale à la probabilité de réussite à 3 points.

Question 11

Supposez que chaque tir à trois points de Stephen Curry ait une probabilité de succès de $p = 0.397$. En supposant que le TCL s'applique, quelle est la distribution approximative de $\hat{p}$?

- ○ $\hat{p} \sim \mathcal{N}(0.4444, 0.0676^2)$
- ○ $\hat{p} \sim \mathrm{Bin}(54, 0.397)$
- ○ $\hat{p} \sim \mathcal{N}(0.397, 0.397^2)$
- ○ $\hat{p} \sim \mathcal{U}(0, 1)$
- ◉ $\hat{p} \sim \mathcal{N}(0.397, 0.0666^2)$