

011094, 中国科学技术大学, 2020年春季学期

# 数理逻辑讲义

陈小平

计算机科学与技术学院

杨金龙摄

# 第0章 导论

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

### 1. 什么是逻辑？

❖ 外延逻辑观点：逻辑研究推理的正确形式。——?

❖ 内涵逻辑观点：？

### 2. 传统/日常推理的分类

(1) 演绎推理

(2) 归纳推理

(3) 类比推理

.....

### 对照：AI推理的分类

◆ 事实推理

◆ 假设推理

◆ 反事实推理

◆ 归纳逻辑程序设计

.....

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

### (1) 演绎推理

#### ❖ 例1

鸟会飞	}	推理的前提
燕子是鸟		
<hr/>		
燕子会飞	}	推理的结论

❖ 性质1 (保真性) 在演绎推理中, 如果推理前提是真的, 则结论一定是真的。

记号:  $\vdash$  代表演绎推理中的“推出”。例如

$\{\text{鸟会飞}, \text{燕子是鸟}\} \vdash \text{燕子会飞}$

◆ **注意!** 推出 $\vdash$ 与蕴涵 $\rightarrow$ 的作用和含义根本不同。



## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

### (1) 归纳推理

#### ❖ 例2

燕子会飞	}	推理的前提
乌鸦会飞		
.....		
<hr/>		
鸟会飞	}	推理的结论

❖ 性质2(保假性) 在归纳推理中, 如果结论是假的, 则推理前提一定是假的。

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

### (1) 类比推理

#### ❖ 例3

燕子是鸟，燕子会飞

乌鸦是鸟

---

乌鸦会飞

❖ 性质3 类比推理既不保真，也不保假。

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

- 3. 演绎推理的形式正确性：推理有效性（即保真性）
- 4. 演绎推理的外延性：演绎推理的有效性与推理内容无关。

### ❖ 例4

鸟会飞	}	推理的前提
特朗普是鸟		
<u>特朗普会飞</u>	}	推理的结论

- ❖ 观察 演绎推理的有效性/保真性不要求推理前提一定是真的，也不考虑前提/结论的内容的合理性。

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

5. 为什么演绎推理立足于形式正确性/保真性，不要求结论的正确性？

- ❖ 原因一：确定推理前提和结论本身的真假（正确性）不是逻辑学的任务。
- 例如，数学命题的真假由数学家负责，物理学理论的真假由物理学家负责，等等，都不由逻辑学负责。
- 例如，在2b应用场合，推理前提的真假和内容的合理性从根本上说应该由用户负责；对于2c应用，由谁负责？



## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

5. 为什么演绎推理立足于形式正确性/保真性，不要求结论的正确性？

- ❖ 原因二：推理中，前提与结论之间是否具有保真性，独立于前提/结论本身的真假。
- 推理保真性：**如果**一个推理的所有前提都是真的，那么该推理的结论一定是真的；并不要求推理的前提必须是真的。
- 保真性是推理的前提与结论之间的一种**真值关系**——**如果前提真，则结论保持前提的真。**

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

5. 为什么演绎推理立足于形式正确性/保真性，不要求结论的正确性？

- ❖ 原因三：推理的有效性/保真性不随应用领域的不同而改变；因此，演绎推理是一种为众多学科领域服务的通用性工具。
- 由于演绎推理的外延性和保真性与前提/结论的内容无关，不同领域中推理内容的不同不影响推理的保真性/有效性。
- 演绎推理已在数学、物理学、心理学、计算机科学、人工智能等学科得到普遍应用。

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

### 6. 演绎推理（形式正确的推理）有什么用？

#### ❖ 例5：相对论与经典力学

爱因斯坦提出狭义相对论之后，几乎无人理解关注，因为牛顿经典力学已被普遍接受和广泛应用。怎么办？

爱因斯坦的解法：令 $\Gamma_{\text{牛}}$ 为经典力学， $\Gamma_{\text{爱}}$ 为狭义相对论， $\vdash$ 代表**演绎推理**（具有保真性）。找出一个命题 $p$ 使得

$$\Gamma_{\text{牛}} \vdash p, \Gamma_{\text{爱}} \vdash \neg p \quad (\neg p \text{ 是 } p \text{ 的否定命题})$$

$\neg p$ 和 $p$ 只有一个为真，而科学实验(天文观察)结果： $\neg p$ 为真！

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

7. 演绎推理有没有局限性？有什么表现？研究进展如何？

- ❖ 现有演绎推理存在很大的局限性，在很多领域都有表现。
- ❖ 在人工智能的“常识推理”中，演绎推理遇到了困难。

➤ 例6(常识推理的例)

常识推理：

鸟会飞，死鸟不会飞

特朗普是鸟，特朗普是死鸟

特朗普不会飞

演绎推理：

鸟会飞，死鸟不会飞

特朗普是鸟，特朗普是死鸟

特朗普会飞

## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

7. 演绎推理有没有局限性？有什么表现？研究进展如何？

❖ 常识推理的研究进展：AI非单调推理可以满足例6的要求。但公认常识推理路途遥远。——?

➤ 例7(非单调推理的例)

非单调推理：

鸟会飞，死鸟不会飞

特朗普是鸟，特朗普是死鸟

特朗普不会飞

演绎推理：

鸟会飞，死鸟不会飞

特朗普是鸟，特朗普是死鸟

特朗普会飞



## 0.2 数理逻辑的若干基础概念

8. 在计算机科学和人工智能中，有没有与演绎推理不同的问题求解原理？

- ❖ 在计算机科学和人工智能中，有两种主流的思维方式：暴力法和训练法。
- ❖ 例8（训练法简介） 用大量带人工标注的数据训练神经网络，使得输出的总误差尽量小。——保真性？

如果你的工具只有一把锤子，你会认为任何问题都是钉子。

——芒格

## 第二种AI经典思维：基于元模型的训练法

### ◆ 训练法原理：

1. 用人工神经网络表示问题的元模型(输入-输出对应)；
2. 用标注数据，依数据拟合原理，训练元模型中参数值(人工神经网络连接权重)，得到问题的一个具体模型。

- ❖ 机器学习方法分类：监督学习（训练法）、无监督学习
- ❖ 训练者职责：设计和决定训练科目(训练任务)、训练材料(带标注的训练数据的采集)、训练过程(学习算法)、评价准则（训练成功的标准和指标）、测试手段(测试方法与工具).....

# 训练法

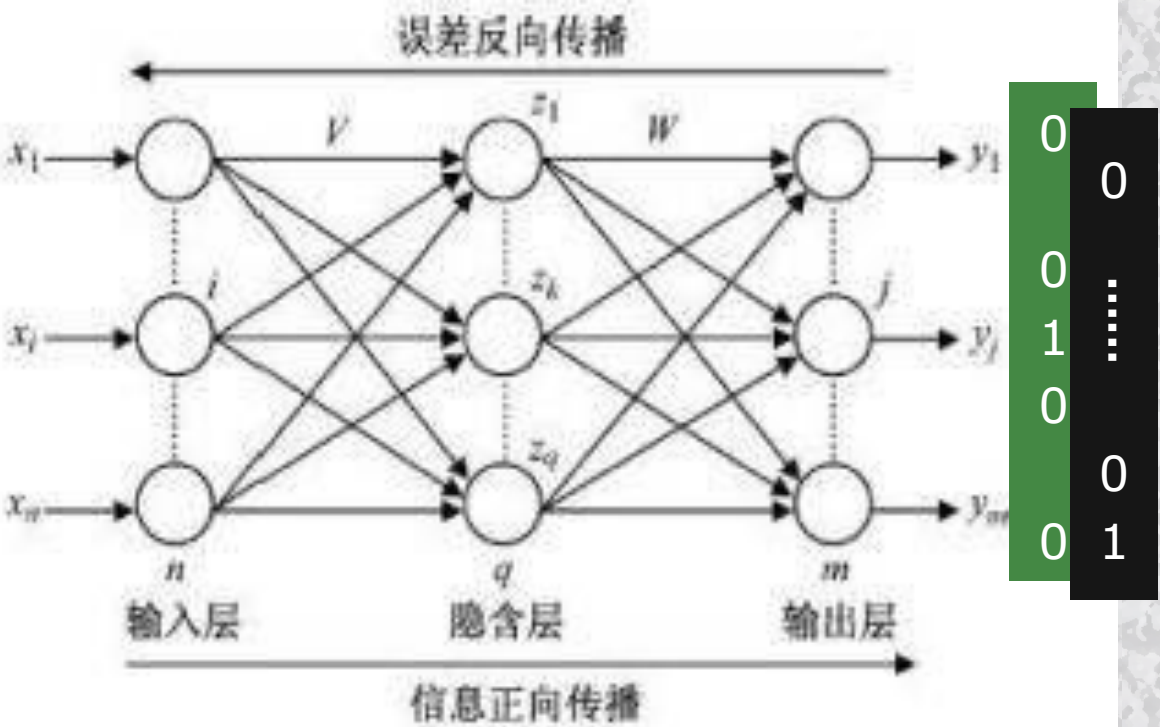
❖ **计算过程：**对每一个“输入”用人工神经网络计算对应的“输出”。例如，在著名的ImageNet图像分类任务中：

数 据	人工标注
7种鱼的图片	0 - 6
公鸡、母鸡图片	7 - 8
26种鸟的图片	9 - 24
.....	.....
卫生纸图片	999



❖ **训练过程：**预先采集训练样本并进行人工标注。用**监督学习算法**训练神经网络，尽可能缩小网络输出的整体误差。

❖ **隐含大量人工工作，包括数据标注等等。**



ImageNet a large visual database for use in visual object recognition, More than 14 million images have been hand-annotated.

<https://en.wikipedia.org/wiki/ImageNet>

## 0.2 学习数理逻辑的意义

### 思考题：

0.4 例5中的天文观察结果是否证明了经典力学是假的，狭义相对论是真的？

0.5 如果在例5的基础上，还存在另一个命题  $q$ ，使得  $\Gamma_{\text{牛}} \vdash q$ ， $\Gamma_{\text{爱}} \vdash \neg q$  都成立，而科学实验的结果为： $q$  是真的。这说明什么？

**0.6** 能否证明经典力学和狭义相对论的真假？其中，所谓的“证明”和“真假”是什么意思？

**0.7** 暴力法和训练法有没有“真假”？应该根据什么来评价它们？如何比较它们的优劣？

0.8 什么是常识？常识有什么应用？机器能具备并应用常识吗？