



## گزارش‌های تمرین دوم جبر خطی

سید محمد سروش سجادی

فروردین ۱۴۰۲



دانشگاه اصفهان

دانشکده مهندسی کامپیوتر

## سوال ۴:

در این سوال از ماژول `numpy` برای انجام محاسبات جبری و برداری و `opencv` برای کار با ورودی که عکس می‌باشند استفاده شده است. در ابتدا کلاسی به نام `K_Means` را مشاهده می‌نمایید که در آن عملکرد الگوریتم پیاده‌سازی شده است. ویژگی‌های این کلاس عبارتند از:

- `Num_center`: تعداد خوشه‌ها
- `data_dimension`: بعد عکس‌های ورودی
- `data`: داده‌های ورودی که به صورت برداری از بردارها می‌باشد
- `z`: برداری از نماینده‌های هر خوشه
- `c`: بردار انتساب داده‌ها به خوشه‌ها
- `termination`: شرایط خاتمه الگوریتم
- دیکشنری یا می‌بی از بردار انتساب هر خوشه که میان داده‌ها و نماینده آن‌ها ارتباطی ایجاد می‌کند برای نمایش همسایگی‌ها: `G`

در تابع سازنده این کلاس، تعداد خوشه‌ها، بعد عکس‌ها و داده‌های ورودی به صورت برداری از بردارها به کلاس وارد می‌شوند و مقداردهی اولیه انجام می‌گردد.

متود `dist` وظیفه محاسبه فاصله اقلیدسی میان دو نقطه یا در واقع دو داده را دارد که به دلیل برداری بودن داده‌ها وجود `[0]` قبل از `[i]` در پیاده‌سازی لازم می‌باشد.

متود `ranmdom_init_center` وظیفه مقداردهی اولیه به نمایندگان خوشه‌ها را دارد که این بردارهای تصادفی در لیست `z` ذخیره می‌شوند.

متود `clustering` بر اساس فواصل داده‌ها تا نمایندگان، آن‌ها را که نزدیک‌ترین نماینده انتساب می‌دهد. همچنین مقادیر `c` و `G` را نیز بروزرسانی می‌نماید.

متود `Update_Centers` وظیفه میانگین‌گیری از داده‌های هر خوشه را بر عهده دارد و سپس این میانگین برابر با نماینده جدید خوشه می‌شود. همچنین بررسی می‌شود که آیا نماینده‌ای تغییر پیدا کرده است یا خیر و مقدار `termination` را تنظیم می‌نماید.

متود `Show_Samples` بر اساس داده‌های ذخیره شده در `c`، ۲۰ نمونه اول داده‌های ورودی را برای هر خوشه ذخیره می‌نماید.

متود `Show_Samples_KNN` با داشتن یک ورودی مثل تعداد همسایه مورد نظر، نزدیک‌ترین همسایه‌ها به هر خوشه را ذخیره می‌نماید.

متود Do بدون هیچ پارامتری خوشه بندی را انجام داده و سپس ۲۰ نماینده از هر خوشه را ذخیره می‌نماید. اما متود Do\_KNN پارامتر تعداد همسایه را دریافت کرده و همسایگی مورد نظر از هر خوشه را ذخیره می‌نماید.

لازم به ذکر است که در حال اجرا الگوریتم تعداد دفعات تکرار اجرا را تا خاتمه چاپ می‌نماید. فایل لاگ اجراهای زیر نیز ضمیمه شده است.

در ادامه می‌توانید خروجی ۲۰ نمونه هر خوشه را بر اساس تعداد خوشه‌ها مشاهده نمایید:

$k = 3$ :

نماینده خوشه اول:

داده‌ها: 141114111111141411

نماینده خوشه دوم:

داده‌ها: 42424254242544232242

نماینده خوشه سوم:

داده‌ها: 325353533533253535353

$k = 4$ :

نماینده خوشه اول:

داده‌ها: 12221222222222222222

نماینده خوشه دوم:

داده‌ها: 11111111111111141411

نماینده خوشه سوم:

داده‌ها: 35353535353533253535353

نماینده خوشه چهارم:

داده‌ها: 44445414144445442324

$$: k = 5$$

نماینده خوشه اول:

داده ها: 444445414244444324

5. نماینده خوشه دوم:

داده ها: 53553535353532535533

نماینده خوشه سوم:

داده‌ها:

نماینده خوشه چهارم:

داده‌ها: 22225313122232322252

نماینده خوشه پنجم:

داده ها:

$$: k = 6$$

نماینده خوشه اول: 5

داده ها: 35533353535553535533

نماینده خوشه دوم:

داده‌ها: 152112121211211222

 نماینده خوشه سوم:


داده‌ها:

نماینده خوشه چهارم: 5

داده‌ها: 5333535335353323235


نماینده خوشه پنجم:

داده‌ها: 5232220522252/222232


نماینده خوشه ششم: 

داده‌ها: 


$k = 7$ :

نماینده خوشه اول: 


داده‌ها: 

نماینده خوشه دوم: 


داده‌ها: 

نماینده خوشه سوم: 


داده‌ها: 

نماینده خوشه چهارم: 


داده‌ها: 

نماینده خوشه پنجم: 

داده‌ها: 

نماینده خوشه ششم: 

داده‌ها: 

نماینده خوشه هفتم: 

داده‌ها: 

## سوال ۵:

برای این سوال از همان کد سوال قبل استفاده شده است و تنها تفاوت در نحوه خواندن ورودی و خروجی است. خروجی این سوال چاپ می‌گردد. در ادامه خروجی یک نمونه اجرا را مشاهده می‌نمایید.

خروجی این اجرا در فایل لاگ نیز قابل مشاهده است.

در این الگوریتم id مشتریان و جنسیت آنها در خوشه بندی اثر داده نشده است. می توان برای جنسیت ضریبی متناسب با سایر داده ها قرار داد و آن را نیز دخیل کرد اما در نهایت مقدار آن برای نمایندگان مشخص کننده جنسیت خاصی نخواهد بود و تنها نسبت جنسیت ها را نمایان می کند.

-----The First Run-----

----- 0 -----  
----- 1 -----  
----- 2 -----  
----- 3 -----  
----- 4 -----  
----- 5 -----  
----- 6 -----  
----- 7 -----  
----- 8 -----  
----- 9 -----  
----- 10 -----  
----- 11 -----

1Cluster:

The center is[82.12820513 86.53846154 32.69230769 0.46153846 ] :

[86 88 30 0 176] 1

[83 79 29 0 162] 2

[75 85 36 0 166] 3

[75 87 28 1 172] 4

[78 78 30 0 158] 5

2Cluster:

The center is[ 49.4 55.0875 43.15 0.425 ] :

[48 54 40 1 78] 1

[53 54 45 0 77] 2

[44 54 46 0 84] 3

[46 54 48 1 86] 4

[47 60 47 0 97] 5

3Cluster:

The center is[17.58333333 87.75 40.66666667 0.52777778 ] :

[20 86 42 1 167] 1

[13 87 40 1 171] 2

[10 87 36 1 173] 3

[17 78 43 1 151] 4

[20 78 44 0 153] 5

4Cluster:

The center is[20.22727273 25.72727273 45.09090909 0.36363636 ] :

[17 34 42 0 37] 1

[14 33 49 0 35] 2

[14 28 54 0 25] 3

[29 23 52 1 19] 4

[13 20 37 1 15] 5

5Cluster:

The center is[78.56521739 26.30434783 25.52173913 0.39130435 ] :

[73 24 25 1 22] 1

[82 28 29 1 26] 2

[77 20 24 0 14] 3

[79 20 22 1 16] 4

[73 30 21 0 32] 5

-----The Second Run-----

-----0-----

-----1-----

-----2-----

-----3-----

-----4-----

-----5-----

-----6-----

1Cluster:

The center is[48.77358491 58.05660377 33.39622642 0.35849057 ] :

[42 60 32 0 95] 1

[50 60 27 0 98] 2

[48 54 40 1 78] 3

[55 54 38 1 82] 4

[42 64 38 0 113] 5

2Cluster:

The center is[16.76470588 88.73529412 41.64705882 0.55882353 ] :

[13 87 40 1 171] 1

[20 86 42 1 167] 2

[10 87 36 1 173] 3

[17 78 43 1 151] 4

[20 78 44 0 153] 5

3Cluster:

The center is[76.91666667 25.83333333 25.25 0.41666667 ] :

[73 24 25 1 22] 1

[77 20 24 0 14] 2

[79 20 22 1 16] 3

[73 25 31 1 24] 4

[73 30 21 0 32] 5

4Cluster:

The center is[36.72 40.46 54.06 0.44 ] :

[36 39 48 1 43] 1

[41 43 47 1 56] 2

[28 39 49 0 45] 3

[45 43 50 0 55] 4

[35 38 65 0 41] 5

5Cluster:

The center is[82.12820513 86.53846154 32.69230769 0.46153846 ] :

[86 88 30 0 176] 1

[83 79 29 0 162] 2

[75 85 36 0 166] 3

[75 87 28 1 172] 4

[78 78 30 0 158] 5

-----The Third Run-----



-----0-----  
 -----1-----  
 -----2-----  
 -----3-----  
 -----4-----  
 -----5-----  
 -----6-----  
 -----7-----

1Cluster:

The center is[82.12820513 86.53846154 32.69230769 0.46153846 ] :

[86 88 30 0 176] 1

[83 79 29 0 162] 2

[75 85 36 0 166] 3

[75 87 28 1 172] 4

[78 78 30 0 158] 5

2Cluster:

The center is[20.91304348 26.30434783 45.2173913 0.39130435 ] :

[17 34 42 0 37] 1

[14 33 49 0 35] 2

[14 28 54 0 25] 3

[29 23 52 1 19] 4

[32 28 45 0 27] 5

3Cluster:

The center is[17.58333333 87.75 40.66666667 0.52777778 ] :

[20 86 42 1 167] 1

[13 87 40 1 171] 2

[10 87 36 1 173] 3

[17 78 43 1 151] 4

[20 78 44 0 153] 5

4Cluster:

The center is[49.56962025 55.29113924 43.08860759 0.41772152 ] :

[48 54 40 1 78] 1

[53 54 45 0 77] 2

[44 54 46 0 84] 3

[46 54 48 1 86] 4

[47 60 47 0 97] 5

5Cluster:

The center is [78.56521739 26.30434783 25.52173913 0.39130435 ] :

[73 24 25 1 22] 1

[82 28 29 1 26] 2

[77 20 24 0 14] 3

[79 20 22 1 16] 4

[73 30 21 0 32] 5

## سوال ۶:

در این سوال الگوریتم گرام اشمیت پیاده‌سازی شده است. کلاس گرام اشمیت دارای ویژگی‌های زیر می‌باشد:

- لیست پایه‌های یک متعامد  $q$ :
- معادل کیو تیلدا در الگوریتم گرام اشمیت می‌باشد  $qq$ :
- بردارهای ورودی است که روی کره آر ۵ قرار دارند  $data$ :
- بعد داده‌های ورودی است که در اینجا ۵ است  $dimension$ :
- اندازه داده ورودی می‌باشد  $size$ :
- خام اندازه ورودی است که در ابتدا برابر با همان سایز است  $base\_size$ :
- لیستی از بردارهایی است که مستقل خطی می‌باشند  $V$ :
- نمایانگر استقلال خطی کل بردارهای ورودی است  $linear\_independence$ :

در تابع سازنده ویژگی‌های بالا مقداردهی اولیه می‌شوند.

در متود  $orthogonalization$  عملیات محاسبه‌ی کیو تیلدا که یک عمود است انجام می‌شود.

متود  $test$  بررسی می‌کند که کیو تیلدا بدست آمده صفر نباشد (در این پیاده‌سازی با توجه به اینکه اعداد در رنج بی‌نهایت است و سخت افزار دارای دقتی است به جای بررسی صفر بودن کیو تیلدا، بسیار کوچک بودن آن بررسی می‌شود).

متود normalization کیو تیلدا را نرمال سازی می کند تا نرم آن برابر ۱ شود.

متود show-result خروجی الگوریتم را نمایش می دهد که پاسخ سوالات بیان شده است.

متود Do این الگوریتم را اجرا می نماید.

در ادامه می توانید خروجی این الگوریتم را برای n های خواسته شده مشاهده نمایید، این خروجی در فایل لاگ نیز ضمیمه شده است.

-----n = 2-----

These 2 vectors are linear independed!

V = all vectors and is as follows:

[0.51059521 0.57454929 0.12862588 0.47955405 0.40332238]

[0.26179326 0.21517461- 0.02087548 0.07252834- 0.05468123 ]

And the orthonormal basis is:

[0.51059521 0.57454929 0.12862588 0.47955405 0.40332238]

[0.74487996 0.61223599- 0.05939698 0.20636477- 0.15558443 ]

-----n = 3-----

These 3 vectors are linear independed!

V = all vectors and is as follows:

[0.38619442 0.73655268 0.00985986 0.54645467 0.09815347]

[0.01838733- 0.16949086 0.18788247 0.23130136- 0.06933382 ]

[0.24195098 0.14802932- 0.06126188 0.0120551- 0.21980691 ]

And the orthonormal basis is:

[0.38619442 0.73655268 0.00985986 0.54645467 0.09815347]

[0.05249826- 0.48391886 0.53642935 0.66039605- 0.19795725 ]

[0.66427353 0.40641274- 0.16819376 0.03309715- 0.60347725 ]

-----n = 5-----

These 5 vectors are linear independed!

V = all vectors and is as follows:

[0.51487759 0.50075045 0.21613173 0.6244826 0.21785]

[0.31726789 0.09576003- 0.42026518 0.33144569- 0.00342978 ]

[ 0.1018573 0.22684251- 0.0673309- 0.07891957 0.12125727 ]

[0.16926213- 0.10033624 0.05801474 0.11294166- 0.43560768 ]

[0.11009145 0.06874309 0.14787851- 0.10177562- 0.0202506 ]

And the orthonormal basis is:

[0.51487759 0.50075045 0.21613173 0.6244826 0.21785]

[0.50396836 0.15211128- 0.66757577 0.52648928- 0.00544808 ]

[0.34473965 0.76775654- 0.22788381- 0.26710608 0.41039955 ]

[ 0.3422458- 0.20287857 0.11730504 0.22836655- 0.88079302 ]

[0.49491348 0.3090329 0.6647843- 0.45752988- 0.09103606 ]

-----n = 7-----

These 7 vectors are linear depended!

V is as follows:

[0.09613894 0.51156854 0.72053419 0.33835505 0.30887097]

[0.23222815 0.09653877 0.26099725- 0.05160289- 0.43320736 ]

[ 0.4824139 0.18090437- 0.06828061 0.13777439 0.16074333-]

[0.07326707- 0.03134543- 0.10890101- 0.28661391 0.01479192 ]

[0.04193321 0.18446309 0.08826037- 0.00336322 0.11636015-]

So the orthonormal basis for V is:

[0.09613894 0.51156854 0.72053419 0.33835505 0.30887097]

[0.40943868 0.17020635 0.46016114- 0.09098043- 0.76378273 ]

[ 0.8596297 0.32235963- 0.12167153 0.24550486 0.28643401-]

[ 0.231026- 0.09883854- 0.34338707- 0.90375206 0.04664193 ]

[0.17544523 0.77177888 0.36927438- 0.01407144 0.48684162-]

-----n = 19-----

These 19 vectors are linear depended!

V is as follows:

[0.13496369 0.45164294 0.70886305 0.48914344 0.1898824]

[0.46902604 0.23168754- 0.03306752- 0.01977941 0.29020031 ]

[0.12924433- 0.19392622- 0.06767814 0.09517927 0.05528605 ]

[0.09574394- 0.1051132 0.15316377- 0.06723343 0.21662704 ]

[0.00886303- 0.00133883 0.01946269 0.03475193- 0.01997978 ]

So the orthonormal basis for V is:

[0.13496369 0.45164294 0.70886305 0.48914344 0.1898824]

[0.78239992 0.38648666- 0.05516118- 0.03299477 0.48409401 ]

[ 0.4850199- 0.72775396- 0.25397822 0.35718271 0.20747398 ]

[0.31043437- 0.3408127 0.49660896- 0.21799362 0.70237847 ]

[0.19499066- 0.02945493 0.42818807 0.76455826- 0.43956421 ]