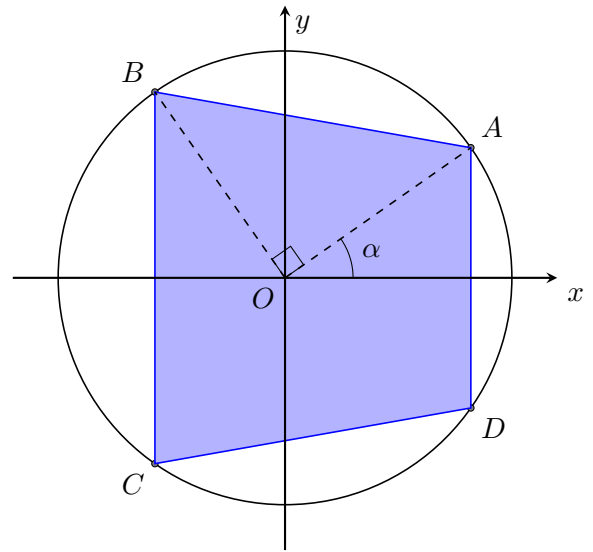


1. Na figura está representado, em referencial o.n.  $xOy$  a circunferência trigonométrica e um trapézio  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- $O$  é a origem do referencial
- $A$  é um ponto móvel que se desloca sobre a circunferência ao longo do primeiro quadrante
- $\alpha$  é a amplitude, em radianos, do ângulo formado entre o semi-eixo positivo  $Ox$  e a semi-reta  $\vec{OA}$ , com  $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$
- $B$  acompanha o movimento do ponto  $A$  deslocando-se sobre a circunferência ao longo do segundo quadrante de modo que  $\angle AOB$  é sempre um ângulo reto
- os pontos  $C$  e  $D$  são simétricos dos pontos  $B$  e de  $A$ , respectivamente, em relação ao eixo das abscissas.



Considere  $A$  e  $P$  as funções que a cada valor de  $\alpha$  fazem corresponder, respetivamente, os valores da área e do perímetro do trapézio  $[ABCD]$ .

Resolva os itens seguintes por processos exclusivamente analíticos:

- Mostre que  $A(\alpha) = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ , com  $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ .
- Determine o valor de  $\alpha$  para o qual é máxima a área de  $[ABCD]$ .  
Interprete geometricamente o resultado obtido.
- Mostre que  $P(\alpha) = 2(\sin \alpha + \cos \alpha + \sqrt{2})$ , com  $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ .
- Determine os valores de  $\alpha$  para os quais o perímetro do trapézio  $[ABCD]$  é igual a  $2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1$ .

**Sugestão:** Poderá ser-lhe útil determinar o valor exato de  $\cos \frac{\pi}{12}$ .

Autor: Carlos Frias