

# **SMYZOZ elrendezések számának becslése - kombinatorikai alapok és gyakorlati módszer**

Mini-tanulmány a SMYZOZ kapcsán felmerült kombinatorikai kérdések és a SMYZOZ-elrendezések számbecslésének összefoglalására.

## **1. Kiinduló feladatok: golyók és lyukak**

A "hányféleképpen lehet golyókat lyukakba tenni" típusú kérdések közös lényege, hogy milyen korlátok mellett számoljuk az elhelyezéseket: (i) megkülönböztethetők-e a golyók, (ii) megkülönböztethetők-e a lyukak, (iii) lehet-e egy lyukban több golyó, illetve (iv) kötelező-e minden golyót elhelyezni.

### **1.1. Megkülönböztethetlen golyók, 0/1 kapacitás**

Ha a golyók megkülönböztethetetlenek, a lyukak megkülönböztethetők, és minden lyukba legfeljebb 1 golyó kerülhet, akkor az elhelyezés azt jelenti, hogy kiválasztjuk, melyik **k** lyuk lesz foglalt az **n** közül. Ez **binomiális együttható**, azaz  $C(n,k)$ .

Példa (77 alatt 20):  $C(77,20) = 1\ 472\ 474\ 663\ 905\ 800\ 940$

### **1.2. Megkülönböztethetlen golyók, korlátlan kapacitás**

Ha egy lyukban több golyó is lehet, akkor a nemnegatív egész megoldások számát kapjuk az  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$  egyenletre. Ennek megoldásszáma:  $C(n+k-1, k) = C(n+k-1, n-1)$ .

### **1.3. Megkülönböztethető golyók, 0/1 kapacitás**

Ha a golyók is megkülönböztethetők, és minden lyukba legfeljebb 1 golyó kerülhet, akkor injektív hozzárendeléseket számolunk.

Ennek száma az ismétlés nélküli **variáció**:  $P(n,k) = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1) = n!/(n-k)!$

Képlet:  $P(n,k) = n!/(n-k)!$

Példa (67 helyre 10 megkülönböztethető golyó):  $P(67,10) = 899\ 923\ 097\ 135\ 462\ 400$

## **2. SMYZOZ esetén szereplő konkrét számok**

77 megkülönböztethető helyre 20 azonos golyó, 0/1,  $C(77,20) = 1\ 472\ 474\ 663\ 905\ 800\ 940$

67 megkülönböztethető helyre 10 azonos golyó, 0/1,  $C(67,10) = 247\ 994\ 680\ 648$

67 megkülönböztethető helyre 10 különböző golyó, 0/1,  $P(67,10) = 899\ 923\ 097\ 135\ 462\ 400$

## **Megjegyzés (felső korlát jelleg)**

A SMYZOZ-ban a hajóelrendezés egyértelműen megszabja a további elemeket (színes vonalak, vízpontok), tehát a darabszám becslésénél elég a hajók konfigurációit számolni. Ha a 9x9 táblán egyszerűen csak 20 mezőt választanánk ki hajónak minden további alak- és szomszédsági korlát nélkül, akkor egy nyers felső korlát például C(81,20). Mivel a 4 sarokmező eleve tiltott, akkor C(77,20) adódik.

Számérték:  $C(81, 20) = 4\ 694\ 436\ 188\ 839\ 116\ 720$

## **3. Hogyan becsüljük a SMYZOZ-elrendezések számát?**

A pontos darabszám (hány hajó-elrendezés lehetséges) erős korlátok mellett tipikusan enumerációs feladat. Gyakorlatban azonban már egy jó nagyságrendi becslés is értékes, és ezt a generátor próbálkozási statisztikája kiválóan támogatja.

### **3.1. Átmenési arány (acceptance rate) módszer**

Válassz egy "alap" konfigurációhalmazt, amiből mintát tudsz venni, és amelynek darabszáma ismert vagy jól becsülhető. Ezután mérd az átmenési arányt:

$$p = (\text{SMYZOZ-nak megfelelő elrendezések száma}) / (\text{vizsgált minta elrendezések száma})$$

$$\text{SMYZOZ\_db} \approx p * \text{Alap\_db}$$

### **3.2. Alap halmaz választási opciók**

A) Nagyon laza felső korlát: hajómezők kiválasztása alak-korlát nélkül (pl. C(81,20) vagy C(77,20)). Biztosan túlbecsül, de gyors intuíciót ad.

B) Értelmes alap: minden klasszikus flottát kielégítő, érintésmentes hajóelhelyezés. Ennek darabszáma backtrackinggel pontosan enumerálható, vagy véletlenített keresőfa-becsléssel (Knuth) jól közelíthető.

C) A generátor saját tere: ha a generátor nem egyenletesen mintáz a konfigurációk között, akkor a sikér/próba arány torzított lehet. Ilyenkor vagy súlyozott becslés kell, vagy a mintavételt kell közel egyenletesre hangolni.

### **3.3. Minimális mérési terv a Generátorban**

Mérjük külön:

- összes próbálkozás, érintésmentes flotta, SMYZOZ-szabályokon átment flotta.
- Szabályonkénti bukási statisztika: melyik szabály miatt esik ki (darab, arány).
- Több ezer/millió minta után ellenőrizzük, stabilizálódik-e p.
- Ha több generálási útvonal van, mérjük külön mindegyikre (külön elfogultságok miatt).

Összefoglalás: a kombinatorikai képletek jó felső korlátokat adnak, de a SMYZOZ-hoz a legjobb mérnöki út a "jó alap halmaz" + "átmenési arány" mérése. Mivel a hajóelrendezés determinisztikusan eredményez minden további elemet, a becslés fókusza tisztán a hajók konfigurációin marad.