

پژوهش دقیق بر روی نظریه تابش حرارتی جسم سیاه

Bing Wei , Xin Yang

College of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Shannxi, 710071, China.

Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding at Xidian University, Xi'an, 710071, China.

چکیده

پس از مطالعه عمیق معادله نرمالایز شده پلانک، نوع کاملاً جدیدی از منحنی‌های طیف تابش جسم سیاه ارائه شده است. دو پارامتر مهم از این نوع منحنی‌های جدید، یعنی **عرض نسبی RW** و **فاکتور تقارن RSF** تعریف شده‌اند. این مقاله اشاره می‌کند که تأیید تجربی این پارامترها سه کاربرد مهم دارد: (۱) ارائه روشی برای اندازه‌گیری دما از طریق تشخیص طول موج تابش. (۲) تعیین درجه (کیفیت) جسم سیاه. (۳) دمای به دست آمده از قانون تابش جسم سیاه می‌تواند به عنوان یک معیار مورد استفاده قرار گیرد.

به خوبی مشخص است که در طول صد سال گذشته، اساس نظری تابش حرارتی جسم سیاه در قالب قانون پلانک بیان شده است:

$$e_b(\lambda, T) = C_1 \lambda^{-5} (e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1)^{-1} \quad (1)$$

که در آن $C_1 = 3.7415 \times 10^{-16} \text{ W} \cdot \mu\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-2}$ و $C_2 = 1.4388 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ هستند. $e_b(\lambda, T)$ گسیلندگی تابشی تک‌فام (monochromatic radiant emittance) جسم سیاه در دمای T (کلوین) و طول موج تابش λ (میکرومتر) است. برای یک دمای معین T ، رابطه بین $e_b(\lambda, T)$ و طول موج λ به منحنی طیف سنتی تابش جسم سیاه مربوط می‌شود، همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است. وقتی مشتق اول تابع $e_b(\lambda, T)$ نسبت به λ برابر با صفر قرار داده شود، رابطه بین دما با طول موج قله λ_m در منحنی‌های شکل ۱ به دست می‌آید، که همان قانون معروف جابجایی وین است:

$$\lambda_m T = 2897/8268 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (2)$$

در توسعه سنجش از دور، دید در شب، و ترمومتری تابش حرارتی، مطالعات بیشتری بر روی تابش حرارتی جسم سیاه انجام شده است. به عنوان مثال، با مطالعه ویژگی نقطه عطف (inflection point) در دو طرف منحنی‌ها در شکل ۱، معادله زیر برای نقاط عطف به دست آمد:

$$(x^2 - 12x + 30)e^{2x} + (x^2 + 12x - 60)e^x + 30 = 0 \quad (3)$$

سپس رابطه بین نقطه عطف چپ λ_{il} و نقطه عطف راست λ_{ir} با دمای T به صورت زیر استخراج شد:

$$\lambda_{il} T = 4082/6612 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (4)$$

$$\lambda_{ir} T = 1703/8230 \mu\text{m} \cdot \text{K} \quad (5)$$

به منظور یافتن دامنه طول موج معادله (۱)، مرجع [۱۱] یک معادله نرمالایز شده پلانک را پیشنهاد کرد:

$$x^5 - 21/2014 \eta e^x + 21/2014 \eta = 0 \quad (6)$$

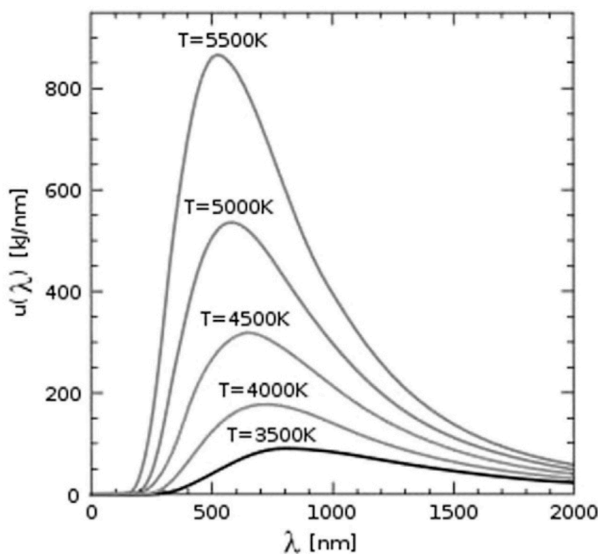
که در آن ضریب نرمال سازی η با رابطه زیر تعریف می شود:

$$\lambda^{-5} \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)^{-1} = \eta \lambda_m^{-5} \left(e^{\frac{C_2}{\lambda_m T}} - 1 \right)^{-1} \quad (7)$$

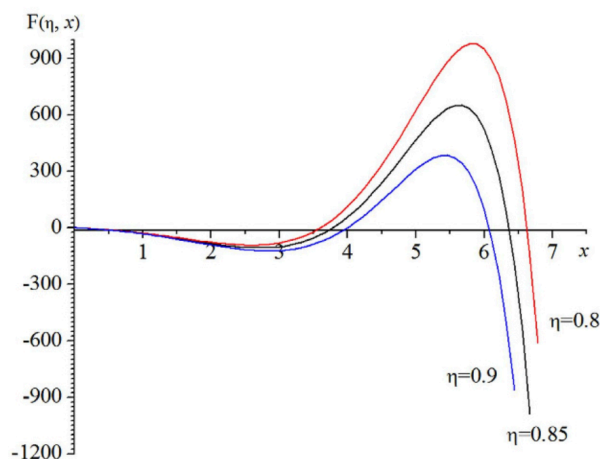
بدیهی است که η در بازه ۰ تا ۱ قرار دارد. و مقدار x در معادله (۶) به صورت زیر است:

$$x = \frac{C_2}{\lambda T} \quad (8)$$

وقتی که η به سمت صفر میل می کند، تغییرات x یا λ با توجه به دمای T در مرجع [۱۱] بررسی و مطالعه شده. برای η برابر با 10^{-6} ، نتیجه گیری این مرجع این است که دامنه طول موج λ بین ۸۸ و ۱۰۵۱ میکرومتر است، زمانی که دما بین ۲۰۰ تا ۶۰۰۰ کلوین باشد. بر اساس این مطالعات، در این مقاله، یک رابطه کاملاً جدید بین λ و η بررسی می شود. از نتایج به دست آمده، یک نوع کاملاً جدید از منحنی های طیف ارائه می شود که بسیار واضح تر از قبل است. سپس عرض نسبی و فاکتور تقارن منحنی های طیف تعریف می شوند. در نهایت، یک روش ترمومتری طول موجی ارائه شده و کاربردهای مهم نتایج به دست آمده در این مقاله نیز نشان داده شده است.



شکل ۱: منحنی طیف سنتی تابش جسم سیاه.



شکل ۲: منحنی سمت چپ معادله (۶)، وقتی $\eta = 0/8, 0/85, 0/9$ است.

نتایج

منحنی طیف نرمالایز شده تابش حرارتی جسم سیاه

برای مقادیر مختلف η ، معادله (۶) یک سری معادلات متعالی (transcendental) بدون راه حل تحلیلی است، بنابراین یک منحنی طیف نرمالایز شده کاملاً جدید از تابش جسم سیاه را می توان از راه حل های عددی آن به دست آورد. به منظور حل عددی معادله (۶)، لازم است که توزیع ریشه های آن مشخص شود. با برنامه نویسی برای یافتن ریشه های معادله (۶)، شکل ۲ نشان می دهد که برای یک η داده شده، منحنی دو نقطه تقاطع با محور x دارد، که این امر نشان می دهد معادله متعالی (۶) دو ریشه حقیقی دارد که به صورت $x_{\eta s}$ و $x_{\eta l}$ (که $x_{\eta l} < x_{\eta s}$) نشان داده می شوند. مطابق با معادله (۸)، این دو ریشه $x_{\eta s}$ و $x_{\eta l}$ به ترتیب به طول موج های متناظر $\lambda_{\eta s}$ و $\lambda_{\eta l}$ منجر می شوند که در سمت چپ و راست منحنی طیف برای مقدار متناظر η قرار می گیرند.

با برنامه نویسی برای حل عددی معادله (۶)، رابطه بین η با نتایج متناظر $x_{\eta s}$ و $x_{\eta l}$ به دست می آید، همانطور که در جدول ۱ نشان داده شده است. در صورت لزوم، هر مقداری از $x_{\eta l}$ یا $x_{\eta s}$ را می توان با حل معادله (۶) بر اساس مقادیر مختلف η به دست آورد. مقادیر $RW_{\eta t}$ و $RSF_{\eta t}$ در جدول ۱ نتایج نظری عرض نسبی و فاکتور تقارن برای منحنی های طیف هستند که از معادلات (۱۴) و (۱۵) به دست آمده اند.

برای $\eta = 1$ ، مقادیر $x_{\eta l}$ برابر با x_m هستند که هر دو به صورت x_m ثبت شده اند. با جایگذاری $x_{\eta s}$ و x_m برای هر η و مقدار قبلی C_2 در معادله (۸)، می توان معادلات زیر را به دست آورد:

$$\lambda_{\eta l} = \frac{C_2}{x_{\eta l} T} \quad (9)$$

$$\lambda_{\eta s} = \frac{C_2}{x_{\eta s} T} \quad (10)$$

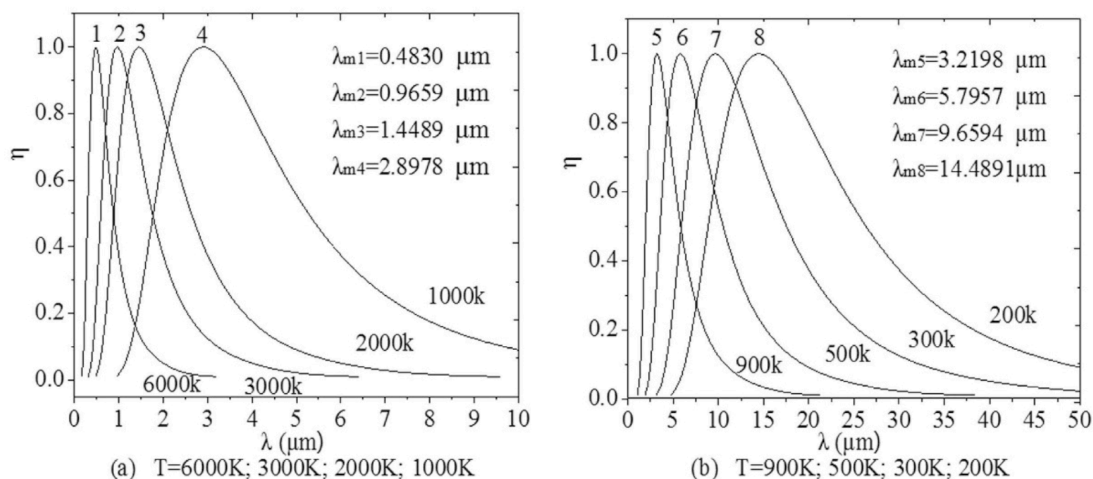
$$\lambda_m = \frac{C_2}{x_m T} \quad (11)$$

سپس، جدول ۱ می تواند به نوع کاملاً جدیدی از منحنی های طیف تابش حرارتی جسم سیاه منجر شود، همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است.

برای یک دمای کلونین T معین و تحت شرط η برابر با ۱ در جدول ۱، جایگذاری x_m در معادله (۱۱) می تواند به همان طول موج پیک λ_m معادله (۲) منجر شود. لبه موج کوتاه $\lambda_{\eta s}$ و لبه موج بلند $\lambda_{\eta l}$ که در دو طرف پیک منحنی قرار دارند را می توان از معادلات (۹) و

جدول ۱: مقادیر $x_{\eta l}$ و $x_{\eta s}$ که از معادله (۶) با مقادیر مختلف η به دست آمده‌اند.

η	x	0.0100	0.0500	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000
x_{η}	$x_{\eta s}$	15.1368	12.6168	11.4295	10.1358	9.3001	8.6505
	$x_{\eta l}$	0.7496	1.1958	1.4862	1.8818	2.1916	2.4682
$RW_{\eta t}$		6.2952	3.7584	2.9060	2.1484	1.7314	1.4375
$RSF_{\eta t}$		0.1195	0.1924	0.2417	0.3114	0.3685	0.4213
ادامه مقادیر η		0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.8500	0.9000
$(x_{\eta s})$		8.0966	7.5942	7.1131	6.6236	6.3615	6.0722
$(x_{\eta l})$		2.7326	2.9986	3.2796	3.5960	3.7795	3.9946
$(RW_{\eta t})$		1.2036	1.0019	0.8158	0.6311	0.5331	0.4252
$(RSF_{\eta t})$		0.4736	0.5281	0.5879	0.6581	0.7003	0.7512



شکل ۳: نوع کاملاً جدید منحنی طیف نرمالایز شده تابش حرارتی جسم سیاه، که در آن x_m نشان‌دهنده طول موج پیک هر منحنی طیف با شماره i است، $i = 1, 2, \dots, 8$.

(۱۰) به دست آورد، و سپس رابطه در این دما بین λ و η حاصل می‌شود. به عنوان مثال، وقتی $T = 1000 \text{ K}$ است، با جایگذاری هر یک از مقادیر $x_{\eta s}$ و $x_{\eta l}$ که متناظر با مقدار معینی از η در جدول ۱ هستند، در معادلات (۹) و (۱۰) می‌توان مقادیر $\lambda_{\eta s}$ و $\lambda_{\eta l}$ را در جدول ۲ به دست آورد. سپس، با استفاده از جدول ۲ می‌توان منحنی $\eta - \lambda$ شماره ۴ را در شکل ۳ (الف) رسم کرد. به طور مشابه، سایر منحنی‌های $\eta - \lambda$ در شکل ۳ در دماهای مختلف نیز قابل دستیابی هستند، که اینها همان منحنی طیف نرمالایز شده تابش حرارتی جسم سیاه هستند که در این مقاله ارائه شده‌اند. لازم به ذکر است که حل معادله (۶) با مجهول η برای به دست آوردن یک منحنی از داده‌های جدول ۱، منابع نرم‌افزاری و زمان قابل توجهی را مصرف می‌کند. بنابراین، داده‌های جدول ۱ برای استفاده در شرایط عمومی کافی است و همچنین می‌تواند به عنوان یک متن راهنما برای رسم سایر منحنی‌های طیف مورد استفاده قرار گیرد. علاوه بر این، در صورت لزوم، شدت تابش تک‌رنگ برای $\lambda_{\eta l}$ و $\lambda_{\eta s}$ در هر دمایی را می‌توان از سمت راست معادله (۷) به دست آورد.

جدول ۲: داده‌های ضریب نرمال‌سازی η بر حسب طول موج λ در دمای 1000 K

$\lambda(\mu\text{m})$	η	0.0100	0.0500	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000
λ_η	$\lambda_{\eta s}$	0.9505	1.1404	1.2589	1.4195	1.5471	1.6633
	$\lambda_{\eta l}$	19.1949	12.0326	9.6808	7.6458	6.5649	6.8294
ادامه مقادیر η		0.5000	0.6000	0.7000	0.8000	0.8500	0.9000
$(\lambda_{\eta s})$		1.7770	1.8946	2.0227	2.1722	2.2617	2.3695
$(\lambda_{\eta l})$		2.7325	4.7983	4.3871	4.0011	3.8069	3.6018

توصیف ویژگی‌ها و تحلیل کاربرد بر روی منحنی طیف

به منظور توصیف دقیق ویژگی‌های منحنی طیف نرمالایز شده تابش حرارتی جسم سیاه، طول موج‌های اندازه‌گیری شده واقعی λ_m ، λ_s و λ_l می‌توانند تعریفی برای عرض نسبی منحنی (RW_η) و فاکتور تقارن (RSF_η) به صورت زیر ارائه دهند:

$$RW_{\eta e} = \frac{(\lambda_m - \lambda_{\eta s})}{\lambda_m} \quad (12)$$

$$RSF_{\eta e} = \frac{(\lambda_m - \lambda_{\eta s})}{(\lambda_{\eta l} - \lambda_m)} \quad (13)$$

از سوی دیگر، با جایگذاری طول موج‌های معادلات (۹) تا (۱۱) به ترتیب در (۱۲) و (۱۳)، RW_η و RSF_η را می‌توان به صورت نظری به شکل زیر تعریف کرد:

$$RW_{\eta t} = \frac{x_m(x_{\eta s} - x_l)}{x_{\eta s}x_{\eta l}} \quad (14)$$

$$RSF_{\eta t} = \frac{x_{\eta l}(x_{\eta s} - x_m)}{x_{\eta s}(x_m - x_{\eta l})} \quad (15)$$

مقادیر $RW_{\eta t}$ و $RSF_{\eta t}$ در جدول ۱ نتایج نظری هستند که از معادلات (۱۴) و (۱۵) با مقادیر متناظر $x_{\eta s}$ ، $x_{\eta l}$ و x_m تولید شده‌اند. بدیهی است که RW_η و RSF_η ارتباط نزدیکی با η دارند. اما معمولاً توجه بیشتر به $RW_{\cdot/5}$ و $RSF_{\cdot/5}$ است، یعنی $\eta = 0.5$. بنابراین، اگر سیستم‌های آزمایش قابل اعتماد باشند و نتایج تجربی با مقادیر نظری سازگار باشند، ثابت می‌شود که جسم مورد آزمایش در آن آزمایش یک جسم سیاه است. علاوه بر این، معادلات زیر را می‌توان از معادلات (۹) تا (۱۱) استخراج کرد:

$$T_l = \frac{C_2}{x_l \lambda_l} \quad (16)$$

$$T_s = \frac{C_2}{x_s \lambda_s} \quad (17)$$

$$T_m = \frac{C_2}{x_m \lambda_m} \quad (18)$$

معادلات (۱۶) تا (۱۸) نشان می‌دهند که دمای واقعی جسم مورد آزمایش را می‌توان با اندازه‌گیری طول موج‌های λ_m ، $\lambda_{\eta s}$ و $\lambda_{\eta l}$ تشخیص داد، که این خود یک روش دماسنجی بر اساس اندازه‌گیری طول موج تابش را فراهم می‌کند.

بحث

در مراجع ۶، ۱۰ و ۱۱ تنها ویژگی‌های محلی تابش حرارتی جسم سیاه بر اساس منحنی طیف سنتی مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مقاله، ویژگی‌های کلی آن بر اساس نوع کاملاً جدیدی از منحنی‌های طیف تابش حرارتی جسم سیاه که در شکل ۳ نشان داده شده، مطالعه می‌شود. نتایج به دست آمده در این مقاله سه اهمیت عمده دارد.

اولاً، این مقاله یک روش نوین برای تأیید ماهیت جسم سیاه و درجه‌بندی آن ارائه می‌دهد. از معادلات (۱۲) تا (۱۵) که توسط نتایج تجربی و نظری ارائه شده‌اند، دو خطای a و b را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$a = 1 - \left| \frac{RW_{\eta t} - RW_{\eta e}}{RW_{\eta t} + RW_{\eta e}} \right| \quad (19)$$

$$b = 1 - \left| \frac{RSF_{\eta t} - RSF_{\eta e}}{RSF_{\eta t} + RSF_{\eta e}} \right| \quad (20)$$

سپس، با استفاده از a و b می‌توان تعریف دقیقی برای جسم سیاه ارائه داد. وقتی a و b هر دو برابر با ۱ باشند، این نشان‌دهنده یک جسم سیاه ایده‌آل است. وقتی a و b بسیار نزدیک به ۱ باشند، مانند ۹۰، ۹۹۰، ۹۹۹۰ و غیره، می‌توان درجات مختلفی از جسم سیاه واقعی را تعریف کرد.

دوماً، با استفاده از یک جسم سیاه واقعی سطح بالا به عنوان نمونه آزمایش و به کارگیری یک طیف‌سنج با دقت بالا برای تشخیص طول موج تابش، از معادلات (۱۶) تا (۱۸) می‌توان دریافت که در یک دمای ثابت، دمای واقعی یک جسم سیاه را می‌توان با اندازه‌گیری سه مقدار طول موج تعیین کرد: طول موج پیک و دو طول موج متناظر با یک η مناسب. بنابراین، دماهای محاسبه شده از این سه طول موج یک عملکرد کالیبراسیون متقابل (cross-calibration) دارند، که می‌تواند اعتبار دمای اندازه‌گیری شده را به طور کامل تأیید کند. تا زمانی که خطاها بین آنها به اندازه کافی کوچک باشد، دمای به دست آمده از معادلات (۱۶) تا (۱۸) می‌تواند به عنوان یک معیار استفاده شود. جدول ۱، شکل ۳ و این دو نکته فوق‌مهمترین نتایج این مقاله هستند که برای تحقیقات بیشتر در زمینه تابش حرارتی جسم سیاه الهام‌بخش و مفید می‌باشند. نویسندگان تجهیزاتی برای انجام آزمایش‌های مربوطه در اختیار ندارند، بنابراین در اینجا تنها می‌توانیم نتایج نظری را برای به اشتراک گذاشتن با خوانندگان ارائه دهیم.

در نهایت، بر اساس تحقیقات موجود در مورد تابش حرارتی جسم سیاه، باید توجه داشت که برای تابش حرارتی زمین، امواج میکروویو که توسط فناوری سنسجش از دور پسیو میکروویو شناسایی شده است، توسط قانون پلانک در معادله (۱) قابل پیش‌بینی نیست، حتی در تقریباً پایین‌ترین دمای سطح زمین.

برای حل این مشکل در توصیف ویژگی‌های تابش حرارتی جسم خاکستری، نویسندگان معتقدند که شاید باید یک گام فراتر رفته و قانون کیرشهف را عمیق‌تر مطالعه کرد، و این موضوع تحقیق بعدی ما خواهد بود.

- [1] M. Planck, *The Theory of Heat Radiation* 2nd ed (Blakiston's Son & Co, 1914).
- [2] An, Y. Y., Liu, J. F., Li, Q. H. & Feng, J. J. *Photoelectronic Technique* (Electronic Industry Press, 2002).
- [3] Wang, J. X. *et al.* Photon energy upconversion through thermal radiation with the power efficiency reaching 16%. *Nature Communications* **5**, 1–8 (2014).
- [4] Kasimir, B., Tero, S. & Ari, T. F. Blackbody aperture radiation: Effect of cavity wall. *Physical Review A*, **91**, 063805 (2015).
- [5] Chen, S. Z. & Jiang, Z. Y. *General Physics* 5nd ed (Higher Education Press, 1998).
- [6] Wang, S. J. & Gu, M. *University Physics* 2nd ed (Tongji university press, 2003).
- [7] D. Rocchini. Earth Observation for Ecosystems Monitoring in Space and Time: A Special Issue in Remote Sensing. *Remote Sensing* **7**, 8102–8106 (2015).
- [8] Chrzanowski, K. Review of night vision technology. *Opto-Electronics Review* **21**, 153–181 (2013).
- [9] Yamada, Y. & Ishii, J. Toward Reliable Industrial Radiation Thermometry. *International Journal of Thermophysics* **36**, 1699–1712 (2015).
- [10] Chen, G. S., Lu, W. Q., Cai, R. H. & Ding, X. H. The Light Wavelength Equation of Inflexion in Planck Function. *Guangxi Sciences* **11**, 175–176 (2004).
- [11] Chen, G. S., LU, W. Q., Cai, R. H. & Ding, X. H. Research of Definitive Range of the Light Wavelength on heat Radiation for Blackbody. *College Physics* **23**, 58–60 (2004).
- [12] Fawwaz, T. U., Richard, K. M. & Adrian, K. F. *Microwave Remote Sensing: Active and Passive* vol. 1–2 (Artech House Publishers, 1982, 1983).
- [13] Miller F. P. *Kirchhoff's Law of Thermal Radiation* (VDM Verlag Dr. Mueller e. K., 2010).

Acknowledgements

We are greatly indebted to Prof. Lu Wen-quan for his selfless help. Special thanks are expressed to Dr. KONG Qing-lin for his advices on English writing. This work is financially supported by the National Natural Science Foundation of China (grant nos 61231003, 61401344, 61571348). We also acknowledge the support from the Radio Research Institute of Xidian University.

Author Contributions

Xin Yang undertook the specific work. Bing Wei supervised the work. All authors reviewed and edited the final manuscript.

Additional Information

Competing financial interests: The authors declare no competing financial interests.

How to cite this article

Yang, X. and Wei, B. Exact research on the theory of the blackbody thermal radiation. *Sci. Rep.* 9, 37214; doi: 10.1038/srep37214 (2019).

Publisher's note

Springer Nature remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.