Übungsblatt 06
Aufgabe 2 (Extensive Spiele)

Tim Blome, Michael Koller, Ayleen Schinko

02. Dezember 2016

a) Zeigen Sie, dass es kein Normalformspiel gegen kann, in dem es kein pareto-optimalen Ausgang gibt.

Definition (Strategisches Spiel (Normalform))

Ein strategisches Spiel $G = \langle N, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N} \rangle$ besteht aus

- einer endlichen Menge $N = 1, \ldots, n$ an Spielern,
- einer Menge an Aktion A_i für jeden Spieler,
- einer Nutzenfunktion (utility) $u_i : A_1 \times \cdots \times A_n \to \mathbb{R}$ für jeden Spieler.

a) Zeigen Sie, dass es kein Normalformspiel gegen kann, in dem es kein pareto-optimalen Ausgang gibt.

Definition (pareto-optimal)

Ein Ausgang o^* ist pareto-optimal, wenn er von keinem anderen Ausgang pareto-dominiert wird.

Wenn für alle Spieler $o \geq o'$ (und für mindestens einen $\neq$), dann pareto-dominiert o o'.

a) Zeigen Sie, dass es kein Normalformspiel gegen kann, in dem es kein pareto-optimalen Ausgang gibt.

- Jede Aktionsmenge eines Spielers endlich und nicht leer
- Durch Nutzenfunktion totale Ordnung auf Aktionsmenge

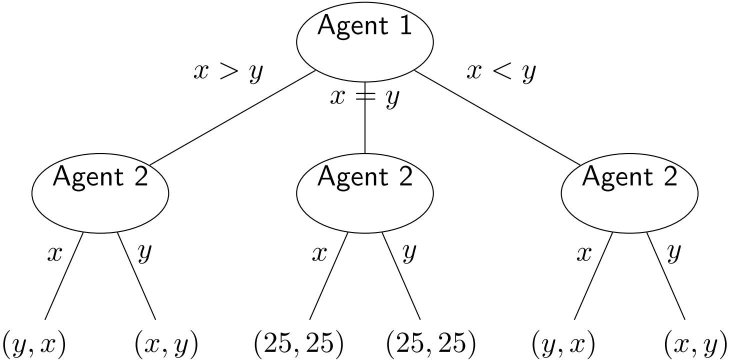
Widerspruchsbeweis:
Existiert Normalformspiel ohne Pareto optimalen Ausgang, so

- Bilden alle Ausgänge einen Zyklus
  $\rightarrow$ Zyklus nicht möglich, da partielle Ordnung
- Bilden Ausgänge unendlich bessere werdende Kette
  $\rightarrow$ Kette nicht möglich, da Aktionsmenge endlich

$\Rightarrow$ Es existiert lokales Maximum
$\Rightarrow$ Pareto optimaler Ausgang

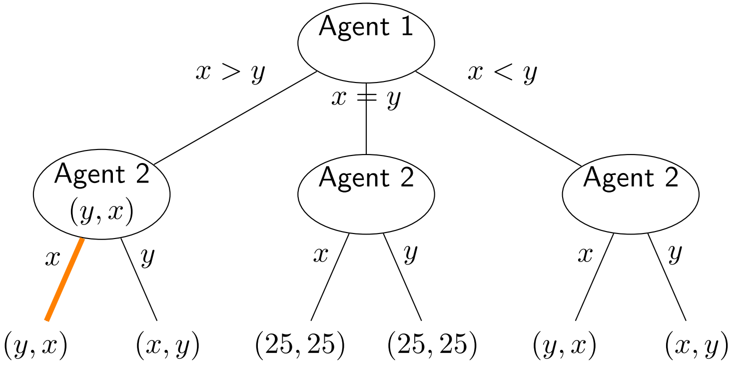
b) Angenommen, zwei Spieler teilen 50 (gleichwertige) Münzen auf. Der Nutzen von Spielern ist die Menge von erhaltenen Münzen. Zuerst kann Spieler 1 die Münzen aufteilen, danach Spieler 2 den Anteil wählen. Bestimmen Sie ein Nash-Gleichgewicht mittels Rückwärtsinduktion.

$$y = 50 - x$$



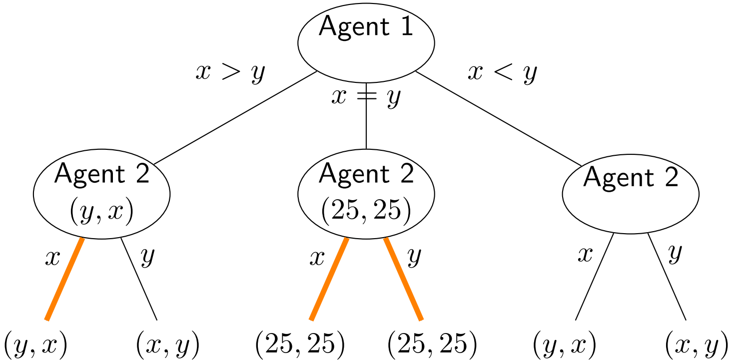
b) Angenommen, zwei Spieler teilen 50 (gleichwertige) Münzen auf. Der Nutzen von Spielern ist die Menge von erhaltenen Münzen. Zuerst kann Spieler 1 die Münzen aufteilen, danach Spieler 2 den Anteil wählen. Bestimmen Sie ein Nash-Gleichgewicht mittels Rückwärtsinduktion.

$$y = 50 - x$$



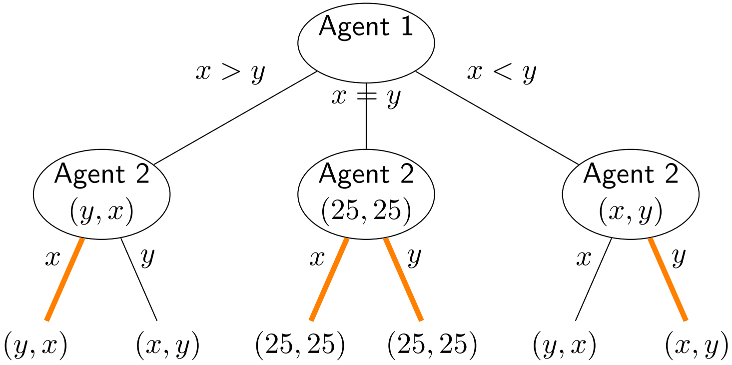
b) Angenommen, zwei Spieler teilen 50 (gleichwertige) Münzen auf. Der Nutzen von Spielern ist die Menge von erhaltenen Münzen. Zuerst kann Spieler 1 die Münzen aufteilen, danach Spieler 2 den Anteil wählen. Bestimmen Sie ein Nash-Gleichgewicht mittels Rückwärtsinduktion.

$$y = 50 - x$$



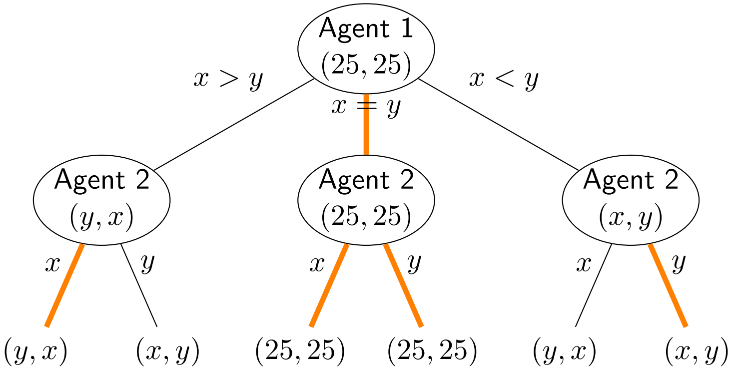
b) Angenommen, zwei Spieler teilen 50 (gleichwertige) Münzen auf. Der Nutzen von Spielern ist die Menge von erhaltenen Münzen. Zuerst kann Spieler 1 die Münzen aufteilen, danach Spieler 2 den Anteil wählen. Bestimmen Sie ein Nash-Gleichgewicht mittels Rückwärtsinduktion.

$$y = 50 - x$$

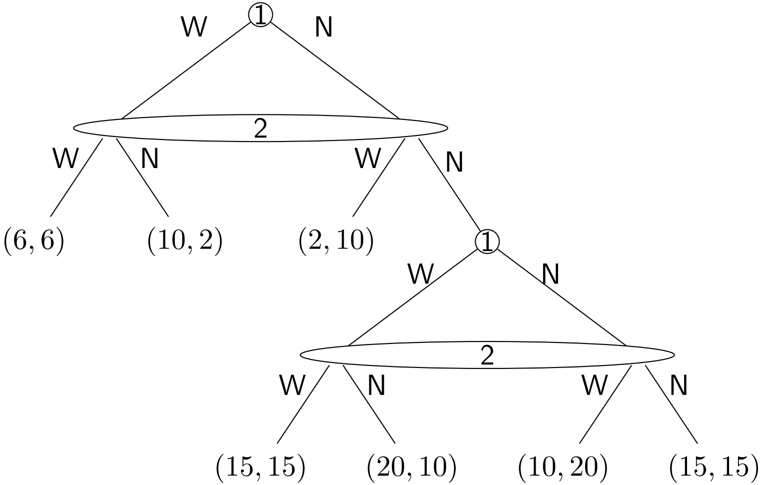


b) Angenommen, zwei Spieler teilen 50 (gleichwertige) Münzen auf. Der Nutzen von Spielern ist die Menge von erhaltenen Münzen. Zuerst kann Spieler 1 die Münzen aufteilen, danach Spieler 2 den Anteil wählen. Bestimmen Sie ein Nash-Gleichgewicht mittels Rückwärtsinduktion.

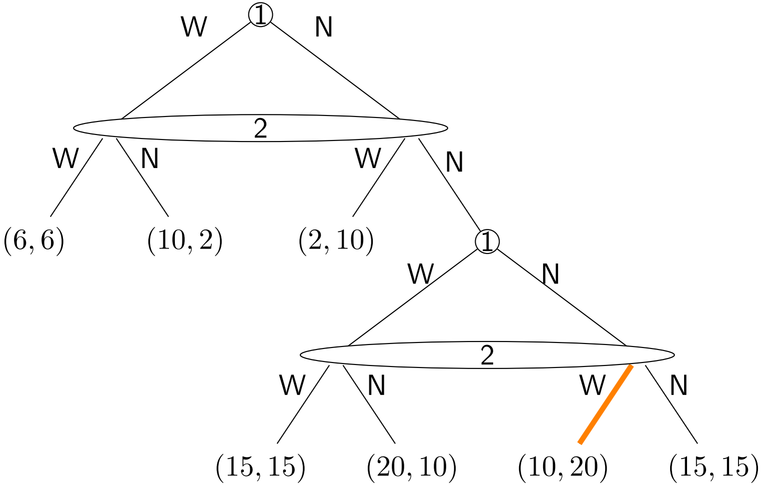
$$y = 50 - x$$



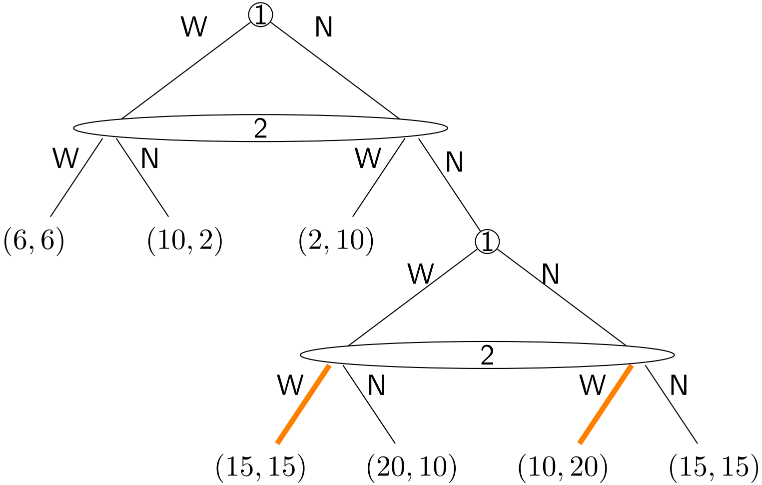
c) Nennen Sie ein teilspielperfektes Equilibrium dieses Spieles.



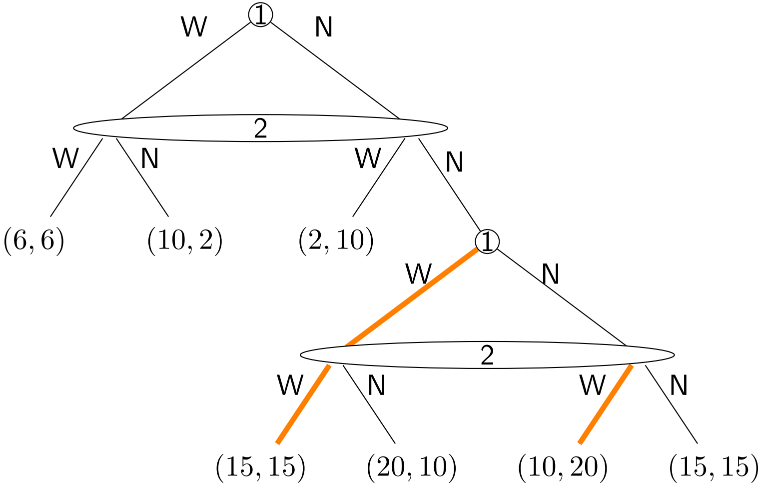
c) Nennen Sie ein teilspielperfektes Equilibrium dieses Spieles.



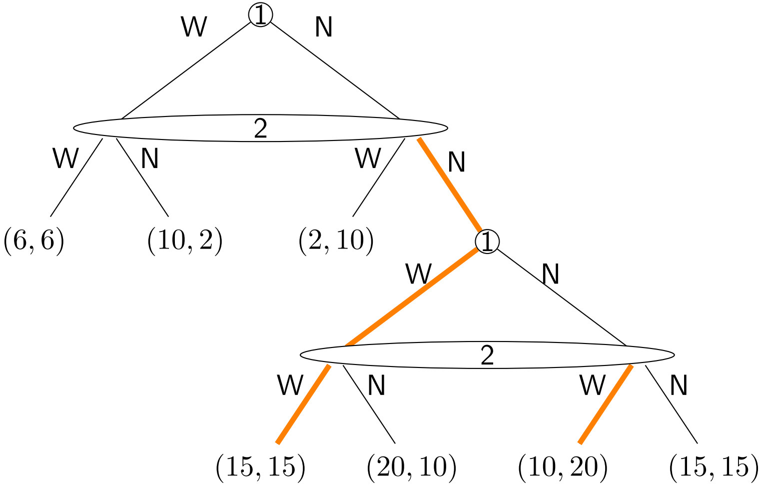
c) Nennen Sie ein teilspielperfektes Equilibrium dieses Spieles.



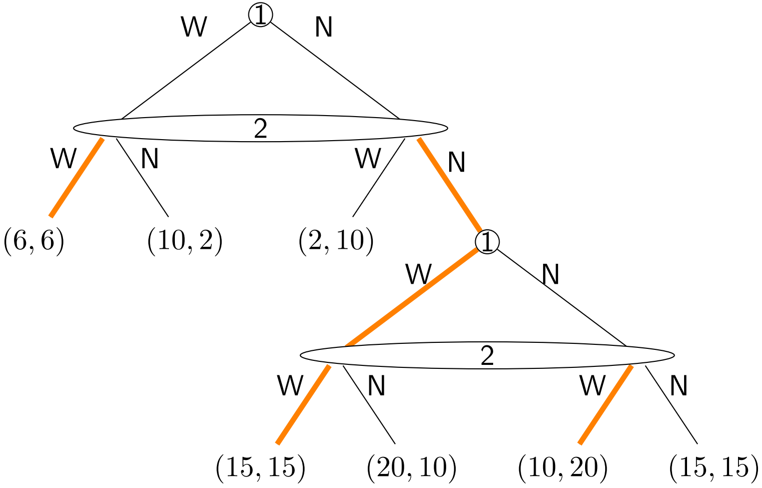
c) Nennen Sie ein teilspielperfektes Equilibrium dieses Spieles.



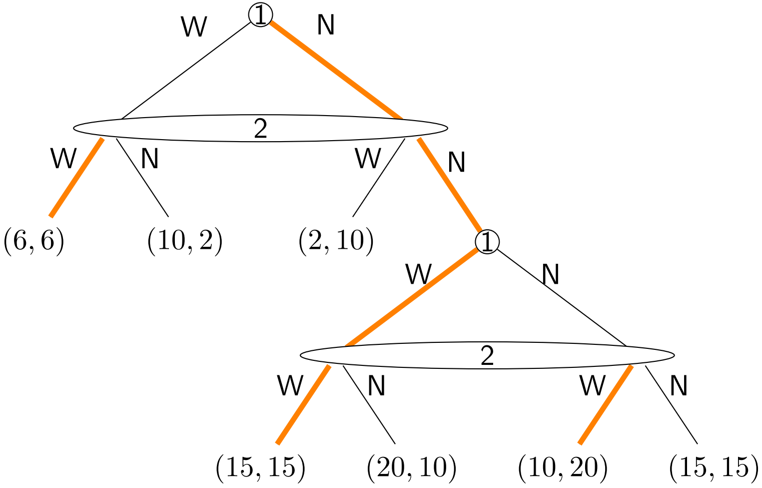
c) Nennen Sie ein teilspielperfektes Equilibrium dieses Spieles.



c) Nennen Sie ein teilspielperfektes Equilibrium dieses Spieles.



c) Nennen Sie ein teilspielperfektes Equilibrium dieses Spieles.



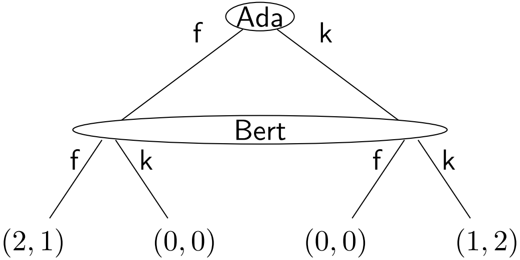
d) Begründen Sie, warum in einem extensiven Spiel mit perfekter Information ein durch Rückwärtsinduktion gefundener Ausgang ein Nash-Gleichgewicht sein muss.

In solchem Spiel wird durch Rückwärtsinduktion in jedem Teilspiel ein teilspielperfektes Equilibrium gefunden.

$\Rightarrow$ Kein Akteur kann sich in Situation durch Umentscheiden verbessern

$\Rightarrow$ Teilspielperfektes Equilibrium für gesamtes Spiel ist Nash-Gleichgewicht

e) 1) Stellen Sie Fußball/Komödie als UVEF-Spiel dar.



e) 2) Stellen Sie zweifaches Gefangendilemma als UVEF-Spiel dar.