Selbst-organisierende, adaptive Systeme (WS 16/17)

Übungsblatt 04 (Bearbeitung bis: 16.11.2016, 23:59 Uhr)

Spieltheorie I

Aufgabe 1 ***(Modellierung von Spielen)***

In dieser Übung wenden Sie spieltheoretische Konzepte an, um einen Sachverhalt zu modellieren und eine Analyse der interaktiven Entscheidungssituation abzugeben.

a) Zwei Urlauber erwerben im Urlaub zwei identische Vasen. Auf dem Flug zerbrechen beide aufgrund von Turbulenzen. Der Versicherungsvertreter schlägt ihnen folgenden Deal vor, um den Wert der Vase zu ermitteln. Derjenige, der den niedrigeren Betrag nennt, erhält diesen plus 2 Euro Ehrlichkeitsbonus. Derjenige, der den höheren Betrag nennt, bekommt den niedrigeren Betrag minus 2 Euro Unehrlichkeitsmalus. Wählen beide den gleichen Betrag, erhalten sie ebendiesen. Nehmen Sie außerdem an, dass Beträge ausschließlich in nichtnegativen, ganzen Euros und gleichzeitig gesetzt werden. Den Minimalwert der Vasen schätzt der Vertreter mit 2 Euro, den Maximalwert mit 100 Euro. Welchen Betrag würden Sie bieten und warum? Existiert ein Equilibrium? Falls Sie ein Equilibrium gefunden haben und es für das Einzige seiner Art halten, begründen Sie, warum dies so ist.

   Hinweis: Vielleicht hilft Ihnen der folgende Comic:

   `http://www.qwantz.com/index.php?comic=1564`

b) Zwei Spieler spielen folgendes Spiel: Sie fahren im Auto aufeinander zu, wobei eine Kollision unvermeidlich ist, wenn keiner der beiden ausweicht (*to chicken out*). Für jeden Spieler ist der beste Ausgang, wenn er weiterfährt und der andere ausweicht, gefolgt von der Situation, in der beide ausweichen. Noch schlechter ist es, wenn der Spieler selbst ausweichen muss (und der andere weiterfährt) und katastrophal ist der Ausgang, wenn beide weiterfahren. Modellieren Sie zunächst diese Situation als Normalformspiel mit allgemeinen Payoffs und bestimmen Sie, ob und welche Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien existieren.

c) Bewerten wir nun den Payoff für einen Sieg (anderer weicht aus) mit 4, beide weichen aus mit 3, der andere fährt weiter (und Sie weichen aus) mit 1 und beide fahren weiter mit 0. Bestimmen Sie nun ein Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien (welches existieren muss) – verwenden Sie dazu z.B. die in der Vorlesung vorgestellte Methode.

Aufgabe 2 ***(Nash-Gleichgewichte und andere Lösungskonzepte)***

a) Bestimmen Sie eine strikt dominante Strategie eines der beiden Spieler im folgenden Spiel:

		Spieler 2		
		x	y	z
Spieler 1	a	1,2	2,2	5,1
	b	4,1	3,5	3,3
	c	5,2	4,4	7,0
	d	2,3	0,4	3,0

b) Im gleichen Spiel, angenommen Spieler 1 würde d wählen, was ist die beste Antwort von Spieler 2?

c) Bestimmen Sie die Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien.

d) Gegeben sei ein Spiel mit der folgenden Utility-Matrix. Hat das Spiel eine dominante Strategie? Bestimmen Sie das oder die Nash-Equilibria. Welche Methode haben Sie angewandt?

		Spieler 2		
		L	M	R
Spieler 1	U	1,3	4,2	2,2
	C	4,0	0,3	4,1
	D	2,5	3,4	5,6

e) Angenommen 2 Spieler müssen entscheiden, wie sie einen erzielten Gewinn aufteilen. Der Verhandlungsprozess funktioniert wie folgt: Beide Spieler geben gleichzeitig den Anteil, den sie sich wünschen, an ($s_1, s_2 \in \mathbb{R}$), mit $0 \leq s_1, s_2 \leq 1$. Falls $s_1 + s_2 \leq 1$, dann bekommen sie die gewünschten Anteile, andernfalls gibt es kein Übereinkommen und beide Spieler erhalten 0. Welche der folgenden Aktionsprofile sind Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien?

- $(0.3, 0.7)$
- $(0.5, 0.5)$
- $(1.0, 1.0)$
- Alle davon
- Keines

Begründen Sie Ihre Antwort.

f) (Bertrand-Duopol) Zwei Firmen produzieren identische Güter, mit Produktionskosten $c > 0$ pro Einheit. Jede Firma legt einen nicht-negativen Preis fest (p_1 und p_2). Die gesamte Nachfrage an Gütern durch Kunden wird mit $D > 0$ angegeben Alle Kunden kaufen von der Firma mit dem günstigeren Preis, falls $p_i \neq p_j$. Falls $p_i = p_j$, dann teilt sich der Markt in gleichem Maß auf beide Firmen auf. Folglich ist der Profit von Firma i:

- 0, falls $p_i > p_j$ (Der Konkurrent ist günstiger)
- $\frac{D}{2} \cdot (p_i - c)$, falls $p_i = p_j$ (pro Stück Profit: $p_i - c$, Hälfte der Kunden kauft bei i)
- $D \cdot (p_i - c)$, falls $p_i < p_j$

Bestimmen Sie das Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien; liegt es bei $(0, 0)$, $(c, 0)$, $(0, c)$, (c, c) oder einem anderen Aktionsprofil oder existiert gar keines? Begründen Sie wiederum Ihre Antwort.

Aufgabe 3 ***(Eigennütziges Caching)***

Computer in einem Netzwerk möchten eine Datei regelmäßig abfragen und können entscheiden, sie zu cachen oder bei Bedarf von einem anderen Rechner zu holen. Jeder Agent $i \in N$ hat eine Nachfrage (*Lesehäufigkeit*) von d_i und möchte die Zugriffskosten c_i minimieren. Diese betragen 1, falls der Agent die Datei im Cache behält oder $c_{i \leftarrow j}$ falls die Datei von einem entfernten Rechner j abgefragt wird. Die Kosten $c_{i \leftarrow j}$ ergeben sich als das Produkt des kürzesten Pfades zwischen i und j ($|\mathsf{SP}(i,j)|$) und der Nachfrage d_i. In einem ungerichteten Graphen (den wir hier annehmen) gilt als $c_{i \leftarrow j} \geq c_{j \leftarrow i} \leftrightarrow d_i \geq d_j$. Ein Beispielszenario finden Sie in Abbildung 1. Falls ein Agent i keine Verbindung zu einem cachenden Agenten hat, gilt $c_i = \infty$.

a) Wenden Sie die formale Definition von strategischen Spielen an, um diese Entscheidungssituation zu modellieren.

b) Bestimmen Sie die weiteren Nash-Gleichgewichte (nur in reinen Strategien) in Abbildung 1.

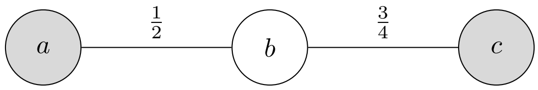

Abbildung 1: Ein Beispielszenario im eigennützigen Caching. Angenommen, $d_a = d_b = d_c = 1$ und angenommen, a und c cachen die Datei; Kein Agent hat Interesse zu wechseln, a müsste die Datei zu Kosten von $c_{a \leftarrow c} = \frac{5}{4} > 1$ von c holen, gleiches gilt für c. b hingegen möchte nicht cachen, da die Datei um Kosten von $c_{b \leftarrow a} = \frac{1}{2} < 1$ von a geholt wird.

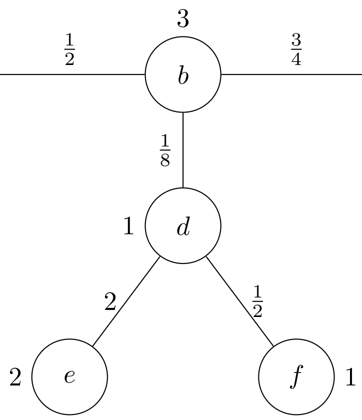

Abbildung 2: Ein komplexeres Beispielszenario im eigennützigen Caching. Kanten sind mit Gewichten annotiert, Knoten mit d_i.

c) Nehmen Sie an, in Abbildung 1 würden nur a und b existieren. Zeichnen Sie das entstehende Spiel in Matrixform.

d) Untersuchen Sie folgenden Algorithmus, der die Menge S der cachenden Agenten bestimmt.

$S \leftarrow \emptyset$ ▷ Set of agents that cache the file.
repeat
  Let $i \in N$ be an agent with maximal d_i
  $S \leftarrow S \cup \{i\}$, $N \leftarrow N \setminus \{i\}$
  Remove every agent j with $c_{j \leftarrow i} < 1$
until $N = \emptyset$

Wenden Sie ihn zunächst auf das Beispiel in Abbildung 2 an. Welche Agenten sollen danach cachen? Erzeugt dieser Algorithmus stets ein Nash-Gleichgewicht?