Selbst-organisierende, adaptive Systeme (WS 16/17)

Übungsblatt 05 (Bearbeitung bis: 22.11.2015, 23:59 Uhr)

Spieltheorie II

Aufgabe 1 ***(Spieltheoretische Grundlagen)***

Die folgenden Aufgaben dienen dazu, die in der Vorlesung behandelten theoretischen Konzepte zu den Grundlagen der Spieltheorie anzuwenden.

a) Die iterative Elimination strikt dominanter Strategien kann unabhängig von der Reihenfolge der eliminierten Strategien ausgeführt werden. Daraus können sich algorithmische Vorteile ergeben. Allerdings gilt dies im Allgemeinen *nicht* für schwach dominierte Aktionen (also reine Strategien). Zeigen Sie anhand des folgenden Beispiels, dass die Reihenfolge der Elimination Auswirkungen auf den Ausgang eines Spiels haben kann.

	l	r
t	$2,1$	$0,0$
m	$2,1$	$1,1$
b	$0,0$	$1,1$

b) Ein Spiel ist *dominanzlösbar*, falls die iterative Elimination exakt einen Ausgang (ein Aktionsprofil) liefert. Dieses ist zugleich das einzige Nash-Gleichgewicht (siehe Beweis auf den Folien). Ist folgendes Spiel dominanzlösbar?[1]

	l	m	r
u	$3,8$	$2,0$	$1,2$
d	$0,0$	$1,7$	$8,2$

c) Bestimmen Sie das gemischte Nash-Gleichgewicht im „Matching-Pennies"-Spiel über die in der Vorlesung gezeigte Technik basierend auf Indifferenz.

	k	z
k	$1,-1$	$-1,1$
z	$-1,1$	$1,-1$

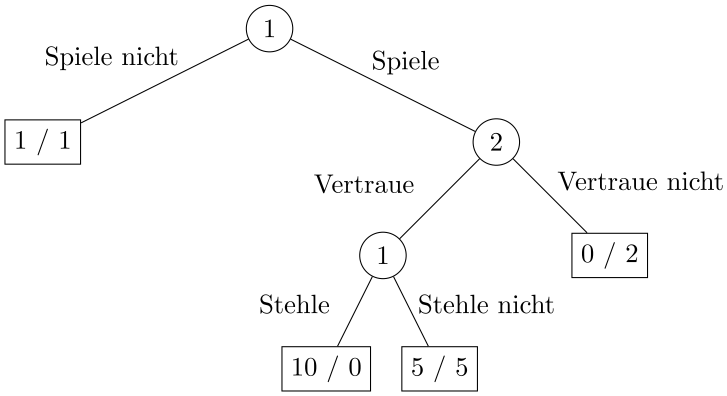
d) Betrachten Sie folgendes Spiel mit einer freien Variable $x > 1$:

	l	r
l	$x,2$	$0,0$
r	$0,0$	$2,2$

In einem gemischten Nash-Gleichgewicht (s_1, s_2), in dem Spieler 1 l mit der Wahrscheinlichkeit $s_1(l) = p$ und Spieler 2 l mit der Wahrscheinlichkeit $s_2(l) = q$ spielt, wie verändern sich p und q, wenn x erhöht wird?

e) Im nächsten Spiel analysieren Sie eine Entscheidungssituation mit zeitlichen Abhängigkeiten. Betrachten Sie folgendes Szenario, bei dem Label i in inneren Knoten bedeutet, dass Agent i am Zug ist und Vektoren $[u_1, u_2]$ an Blattknoten den Nutzen für Agent 1 und 2 widerspiegeln:

[1] Beachten Sie bei der Elimination gemischte und reine Strategien



Geben Sie zunächst (möglicherweise mit Hilfe der induzierten Normalform) alle Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien an. Welche Gleichgewichte sind teilspielperfekt? Bestimmen Sie schlussendlich ein teilspielperfektes Gleichgewicht mittels Rückwärtsinduktion.

Aufgabe 2 ***(Spatial Iterated Prisoner's Dilemma)***

In dieser Aufgabe modellieren Sie ein sogenanntes *Spatial Iterated Prisoner's Dilemma* [2], in dem die einzelnen Patches in jedem Tick gegen ihre Nachbarn das Prisoner's Dilemma spielen.

a) Machen Sie sich mit dem Ausgangsmodell „B07-spatial-pd.nlogo“ vertraut. Über die vier Inputs können Sie die Payoff-Matrix definieren, in der die Payoffs für die verschiedenen Kombinationen aus Kooperation und Betrug angegeben werden können. Die Farbe der Patches gibt dabei die aktuell gewählte Strategie des Patches an (s. nächste Teilaufgabe).

b) Implementieren Sie nun Strategien für das Prisoner's Dilemma. Jeder Agent wird zufällig mit einer von sechs Strategien initialisiert: Random (der Agent verhält sich völlig zufällig), Always Cooperate, Always Defect, Grim Trigger (kooperiere solange du einmal betrogen wirst), und Tit for Tat (wie du mir so ich dir).

   In dieser Variante sollen die Spiele gegen einen zufällig ausgewählten Gegner aus der Moore-Nachbarschaft ausgeführt werden. Passen Sie die `interact`-Methode entsprechend an und berücksichtigen Sie bei der Berechnung der Scores des Spielers und des Gegners die Payoff-Matrix. Achten Sie darauf, dass ein Spieler nicht mehrmals in der Runde spielt.
   Die Patches können außerdem die beste Strategie aus ihrer Umgebung übernehmen. Implementieren Sie `select-strategy` so, dass die Strategie des Nachbarn aus der Moore-Nachbarschaft übernommen wird, der in den letzten 8 Runden die meisten aggregierten Punkte gesammelt hat.

c) Führen Sie mit dem System nun einige Experimente durch.

   - Welche Strategie behauptet sich gegen die anderen? Wird ein stabiler Zustand erreicht?
   - Welche Auswirkung hat die Payoff-Matrix auf das Ergebnis? Verändern Sie die Werte der Payoffs und untersuchen Sie, welche Strategien sich behaupten, wenn Sie die Belohnungen verändern. Welche Korrelationen zwischen Payoff und Durchsetzungsvermögen der Strategien lassen sich ablesen? Hinweis: Denken Sie an die Bedingungen für ein Prisoner's Dilemma. Was passiert, wenn Sie Werte wählen, die einer der Ungleichungen widersprechen?

d) Axelrod hat in seinem Wettbewerb zum Iterated Prisoner's Dilemma jeweils zwei verschiedene Strategien gegeneinander antreten lassen, um die Beste zu finden [1]. Eine räumliche Variante dieses Wettbewerbs sollen Sie nun nachstellen.

   Fügen Sie Chooser ein, so dass die Strategien in der Initialpopulation eingeschränkt werden können. Verwenden Sie als Payoff-Matrix wiederum die Variante aus der Vorlesung, die auch der von Axelrod verwendeten entspricht. Für die Übernahme der Strategien verwenden Sie die in Aufgabe b) ursprünglich vorgegebene Variante. Beschränken Sie außerdem die Laufzeit des Modells auf 400 Ticks.

Lassen Sie nun die einzelnen Strategien gegeneinander antreten. Dabei soll jede Strategie gegen jede andere spielen. Beobachten Sie, welche Strategie sich gegen welche andere durchsetzt und erstellen Sie eine Matrix in der Sie die Ergebnisse eintragen. Gibt es einen eindeutigen Sieger?

Literatur

[1] Robert Axelrod. More effective choice in the prisoner's dilemma. *Journal of Conflict Resolution*, 24(3):379–403, 1980.

[2] Martin A. Nowak and Robert M. May. Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*, 359(6398):826–829, 1992.