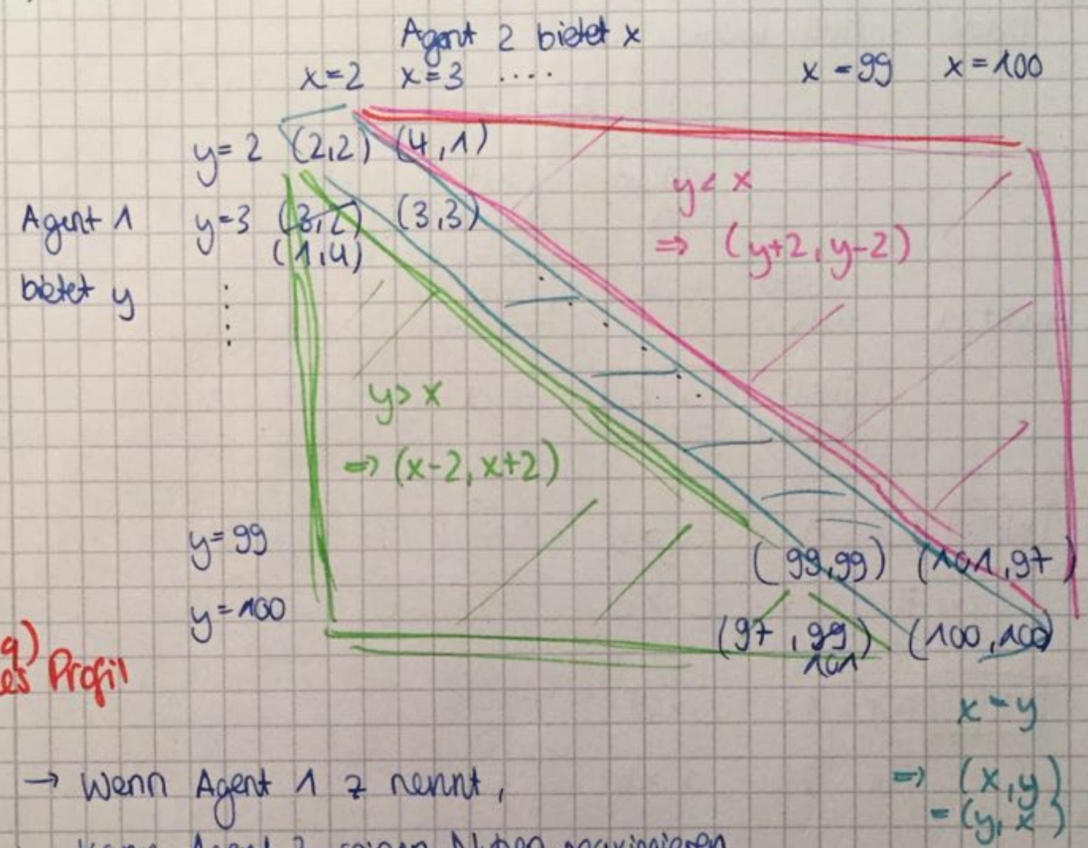
SOAS, Blatt 03 17.11.16

A1

a)



Ansatz:
Wenn (p,q) ein stabiles Profil wäre:
p=q ↯
...

→ Wenn Agent 1 z nennt,
kann Agent 2 seinen Nutzen maximieren,
indem er z-1 nennt ⟹ (z-3, z+1)

→ Analog Agent 2 z
und Agent 1 z-1 ⟹ (z+1, z-3)

⟹ Solange ein Spieler den anderen unterbieten kann, stellt sich kein NE ein (da bei z immer z-1 besser)

⟹ Einziges NE bei (2,2)
↳ Für Agent 1 in Spalte nur Nutzen 1 sonst
↳ Für Agent 2 in Zeile nur Nutzen 1 sonst
→ (2,2) für beide maximal

Selbst aber 100 € nennen, da 2 Euro minus nicht so ausschlaggebend wie hoher Betrag

b) x weicht y aus: a

beide ~~fat~~ weichen aus: b

y weicht x aus: c

beide fahren weiter: d

Aus Sicht y:

$a > b > c > d$

		Agent 2	
		weicht aus	fährt weiter
Agent 1	weicht aus	b,b	$\boxed{c,a}$
	fährt weiter	$\boxed{a,c}$	d,d

$\boxed{NE:}$ Für 1: $a > b$

Für 2: $c > d$

$\boxed{NE:}$ Für 1: $c > d$

Für 2: $a > b$

c) $a=4$, $b=3$, $c=1$, $d=0$

		Agent 2	
		weicht aus	fährt weiter
Agent 1	weicht aus	3,3	1,4
	fährt weiter	4,1	0,0

Agent 1 wählt Strategie s_1, die Agent 2 indifferent macht $\rightarrow$ Sei $s_1(wa) = p$, $s_1(fw) = 1-p$

Für Gleichgewicht muss Indifferenz gelten:

$Eu_2(wa, s_1) = Eu_2(fw, s_1)$

$\Leftrightarrow \; p \cdot u_2(wa, wa) + (1-p) \cdot \cancel{u_2(wa, fw)}\, u_2(fw, wa)$

$\qquad = p \cdot u_2(\cancel{fw,}\, wa, fw) + (1-p)\, u_2(fw, fw)$

$\Leftrightarrow \; p \cdot 3 + (1-p) \cdot 1 = p \cdot 4 + (1-p) \cdot 0$

$\Leftrightarrow \; 3p + 1 - p = 4p$

$\Leftrightarrow \; \cancel{2} \; 1 = 2p$

$\Leftrightarrow \; p = \frac{1}{2}$

Agent 2 wählt Strategie s_2, die Agent 1 indifferent macht

$\rightarrow$ Sei $s_2(wa) = q$, $s_2(fw) = 1 - \cancel{p}\, q$

$Eu_1(wa, s_2) = Eu_1(fw, s_2)$ (Indifferenz)

$\Leftrightarrow \; q \cdot u_1(wa, wa) + (1-q)\, u_1(wa, fw)$

$\qquad = q \cdot u_1(fw, wa) + (1-q)\, u_1(fw, fw)$

$\Leftrightarrow \; q \cdot 3 + (1-q) \cdot 1 = q \cdot 4 + (1-q) \cdot 0$

$\Leftrightarrow \; 3q + 1 - q = 4q$

$\Leftrightarrow \; 1 = 2q$

$\Leftrightarrow \; q = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ Gemischtes NE ist $(s_1; s_2)$ mit $s_1 = (wa \leftarrow \frac{1}{2}, fw \leftarrow \frac{1}{2})$
und $s_2 = (wa \leftarrow \frac{1}{2}, fw \leftarrow \frac{1}{2})$

↳ Spieler wählen Aktion mit 50% Wahrscheinlichkeit

A2|

a) a_i stark dominant

$$\Leftrightarrow u(a_{-i}, a_i) > u(a_{-i}, a_i')$$

c ist strikt dominante Strategie von Spieler 1, denn:

Spieler 2 spielt x:

$$u_1(c,x) = 5 > u_1(a,x) = 1$$
$$> u_1(b,x) = 4$$
$$> u_1(d,x) = 2$$

Spieler 2 spielt y:

$$u_1(c,y) = 4 > u_1(a,y) = 2$$
$$> u_1(b,y) = 3$$
$$> u_1(d,y) = 0$$

Spieler 2 spielt z:

$$u_1(c,z) = 7 > u_1(a,z) = 5$$
$$> u_1(b,z) = 3$$
$$> u_1(d,z) = 3$$

b) Spieler 1 wählt d

$$\rightarrow u_2(d,y) = 4 > u_2(d,x) = 3$$
$$> u_2(d,z) = 0$$

$\Rightarrow$ Beste Antwort für Spieler 2 ist y

c) Reine Strategie: Spieler wählen genau eine Strategie

Beste Antwort: $B_i(a) = \{ a \in A_i \mid \forall a' \in A_i :$
$u(a_{-i}, a) \geq u_i(a_{-i}, a') \}$

NE: Aktionsprofil, in dem jede Aktion eine beste Antwort ist $\rightarrow \forall i \in N : a_i \in B_i(a)$

Spieler 2

Spieler 1	x	y	z
a	1,2	2,2	5,1
b	4,1	3,5	3,3
c	5,1	$\boxed{4,4}$	7,0
d	2,3	0,4	3,0

NE bei (c,y)

d)

Spieler 2

Spieler 1	L	M	R
U	1,3	4,2	2,2
C	4,0	0,3	4,1
D	2,5	3,4	$\boxed{5,6}$

NE bei (D,R)

Dominante Strategie:

Aus Sicht von Spieler 1:

2 spielt L → 1 spielt C

2 spielt M → 1 spielt U

2 spielt R → 1 spielt D

⇒ keine ~~Domi~~ dominante Strategie

Aus Sicht von Spieler 2:

1 spielt U → 2 spielt L

1 spielt C → 2 spielt M

1 spielt D → 2 spielt R

a)

Spieler 2

Spieler 1	0	…	0,5	…	0,7	…	1,0
0	0,0		0, 0,5		0, 0,7		0, 1,0
⋮			0,1, 0,5		0,1 0,7		0, 0
			0,2, 0,5		0,2, 0,7		
0,3	0,3, 0	0,3, 0,1 0,3, 0,2 …	0,3, 0,5		$\boxed{0,3, 0,7}$	0,0 0,0 0,0 …	
		0,3 ≥ 0,3			0,0	0,3 > 0	
⋮			0,4, 0,5		0,0		
0,5	0,5, 0	0,5, 0,1 …	0,5, 0,5	0,0	0,0	0,0 0,0 …	
		0,5 ≥ 0,5	0, 0		0, 0	0,5 > 0	
⋮			0, 0		⋮		
0,7			⋮				
⋮							0,0
							0,0
1,0	1,0, 0	0,0 0,0 0,0 …					0, 0

Spieler 2

Spieler 1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	0,0					0, 0,5		0,3, 0,7			0, 1
0,1					<0,5	0,1, 0,5		0,3, 0,7 <0,3			0,0
0,2						0,2, 0,5		0,3, 0,7			0,0
0,3	0,3, 0	0,3, 0,1	0,3, 0,2	0,3, 0,3 <0,7	0,3, 0,4	0,3, 0,5	0,3, 0,6	$\boxed{0,3, 0,7}$	0,0	0,0 0,7 > 0	0,0
0,4						0,4, 0,5		0,0			0,0
0,5	0,5, 0	0,5, 0,1	0,5, 0,2 <0,5	0,5, 0,3	0,5, 0,4	$\boxed{0,5, 0,5}$	0,0	0,0	0,0 0,5 > 0	0,0	0,0
0,6						0,0		0,0			0,0
0,7					0,5 > 0	0,0		0,0 0,3 > 0			0,0
0,8						0,0		0,0			0,0 0 ≥ 0
0,9						0,0		0,0			0,0
1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0 0 ≥ 0	0,0	$\boxed{0,0}$

⇒ Alle sind NE

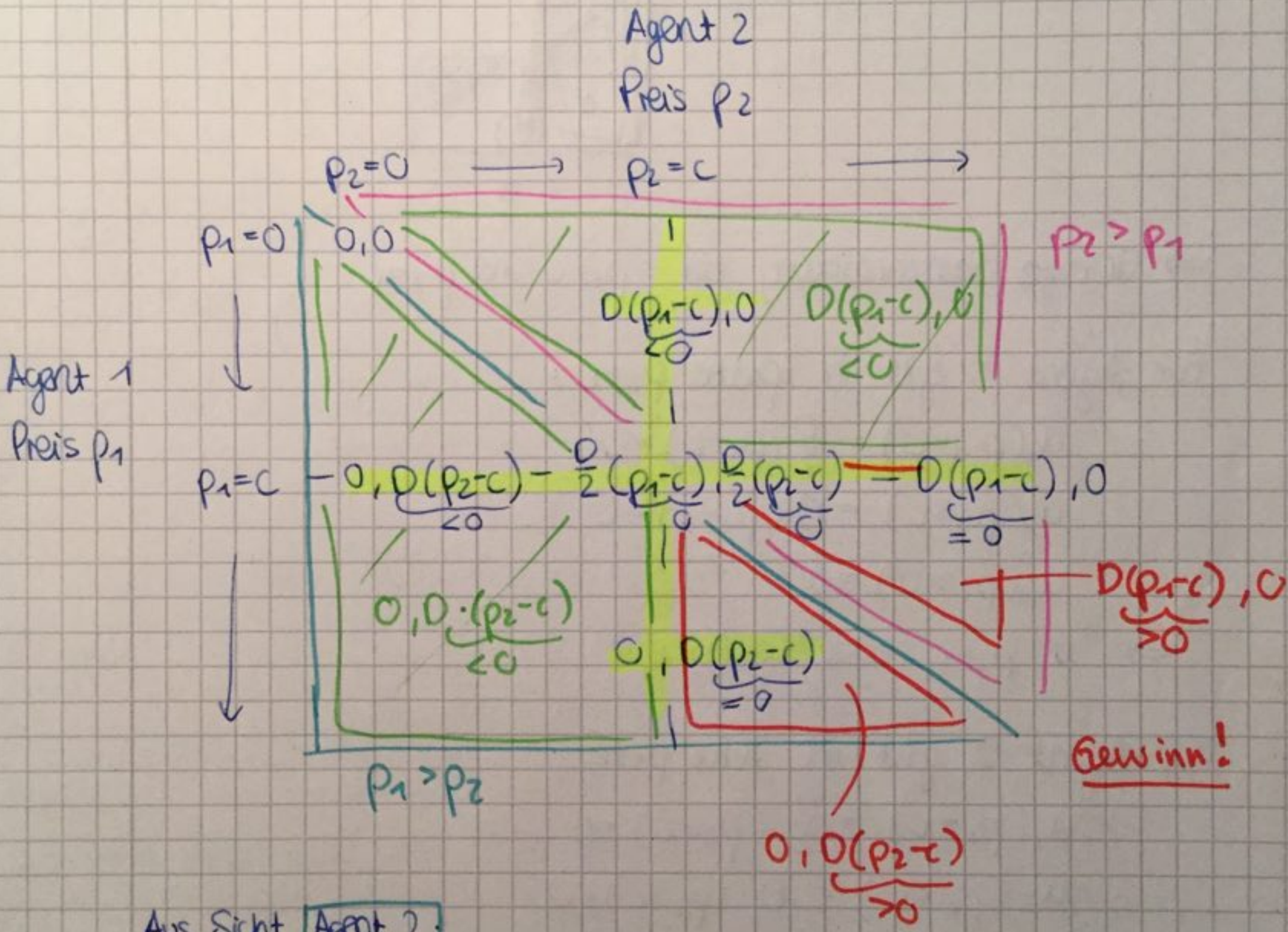
f) Produktionskosten $c>0$ pro Einheit

Preis p_1, p_2

Nachfrage $D>0$

→ Kunden kaufen billiger, falls $p_1 \neq p_2$

Kunden kaufen gleich verteilt, falls $p_1 = p_2$



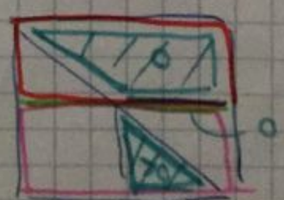
Aus Sicht $\boxed{\text{Agent 2}}$:

Annahme Agent 1 spielt

$\boxed{0 \le p_1 < c}$: 2 wählt $p_2 > p_1$, da sonst Nutzen negativ

$\boxed{c < p_1}$: 2 wählt $c < p_2 < p_1$, da sonst Nutzen negativ $(p_2 < c)$ oder 0 $(p_1 < p_2)$

$\boxed{p_1 = c}$: $p_2 \ge c$



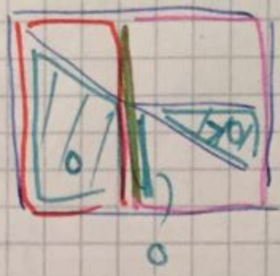
Aus Sicht Agent 1:

Annahme Agent 2 spielt

$\boxed{0 \le p_2 < c}$: 1 wählt $p_1 > p_2$, da sonst Nutzen negativ

$\boxed{c < p_2}$: 1 wählt $c < p_1 < p_2$, da sonst Nutzen negativ $(p_1 < c)$ oder 0 $(p_1 > p_2)$

$\boxed{c = p_2}$: $p_1 \ge c$



⇒ Einzige Überschneidung bei $p_1 = c$ und $p_2 = c$

Für Agent 1 gilt in Spalte $p_2 = c$:

$u_1(p_1 = c) = \frac{0}{2}(p_1 - c) = 0$

$u_1(p_1 < c) = 0(p_1 - c) < 0$

$u_1(p_1 > 0) = 0$

⇒ $p_1 = c$ beste Lösung

Für Agent 2 gilt in Zeile $p_1 = c$:

$u_2(p_2 - c) = \frac{0}{2}(p_2 - c) = 0$

$u_2(p_2 < c) = 0 \cdot (p_2 - c) < 0$

$u_2(p_2 > c) = 0$

⇒ $p_2 = c$ beste Lösung

⇒ NE bei (c, c)

⟶ Geld verdienen? → niedrigere Produktionskosten

A3|

N: Computer in Netzwerk

A_i: Cachen oder nicht cachen

u_i: Kosten für Datenbeschaffung → Je geringer die Kosten, umso größer der Nutzen

a)

		Agent j	
		cached c	cached nicht cn
Agent i	cached c	d_i, d_j	$d_i, \lvert SP(i,j)\rvert \cdot d_j$
	cached nicht cn	$\lvert SP(i,j)\rvert \cdot d_i, d_j$	∞, ∞

→ Negativ, da Nutzen maximieren?

b)

Betrachte Aktionsprofile:

(c_a, c_b, c_c) → alle cachen, aber für b günstiger nicht zu cachen, da $c_{a \leftarrow b} = \frac{1}{2} < 1$

$\downarrow$

cn_b

⇒ keine beste Lösung für ⇒ kein NE

(cn_a, cn_b, cn_c) → keine cached

⇒ kein NE, da für alle ein Wert $< \infty$ existiert

$\boxed{(c_a, cn_b, c_c)}$ → für alle beste Lösung

⇒ NE

(c_a, c_b, cn_c) → keine beste Lösung für b, da

$1 > \frac{1}{2} = c_{a \leftarrow b}$

⇒ kein NE

(cn_a, c_b, c_c) → keine beste Lösung für b, da

$1 > \frac{3}{4} = c_{c \leftarrow b}$ ⇒ kein NE

(c_a, cn_b, cn_c) → keine beste Lösung für c, da

$1 < \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = c_{a \leftarrow c}$

⇒ kein NE

$\boxed{(cn_a, c_b, cn_c)}$ → beste Lösung für alle

⇒ NE

(cn_a, cn_b, c_c) → keine beste Lösung für a, da

$1 < \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = c_{c \leftarrow a}$

⇒ kein NE

c)

		Agent b	
		cached	cached nicht
Agent a	cached	1, 1	1, $\frac{1}{2}$
	cached nicht	$\frac{1}{2}$, 1	∞, ∞

d)

Schritt	S (Agenten mit Cache)	$N = \{a, b, c, d, e, f\}$	
1	b	e, c	c_{i-j} sind Gesamtkosten und nicht nur Wegkosten
2	$\boxed{b, ~~e~~ c}$ b, c, e	~~c~~ e	

Ja, es wird stets ein NE erzeugt

Bew:

N Agenten. Betrachte Agent $x \in N$.

Annahme: Es entsteht kein NE ~~für~~ wegen x

1. Fall: x cached (aber nicht cachen wäre besser)

da keine beste Lösung für x muss gelten

$u(\text{cached}_{-x}, \text{cached}_x) < u(\text{cached}_{-x}, \text{cached nicht}_x)$

Da x cached gilt laut Algorithmus:

$c_{i \leftarrow x} > 1 \quad \forall\, i \in A \setminus x$ mit i cached

nicht so einfach mit Gesamtkosten

d.h. $\cancel{d_x} \cdot 1 < \cancel{d_x} \cdot c_{i \leftarrow x}$ ↯ x möchte nicht cachen

2. Fall: x cached nicht (aber cachen wäre besser)

↳ $u(\text{cached nicht}_{-x}, \text{cached nicht}_x)$

$< u(\text{cached nicht}_{-x}, \text{cached}_x)$

Laut Algorithmus gilt:

$\exists i \in A \setminus x$ mit i cached und

$c_{i \leftarrow x} < 1$

$\Rightarrow \cancel{d_x} \cdot c_{i \leftarrow x} < \cancel{d_x} \cdot 1$ ↯ x möchte cachen

zu Fall 1:

sei $a \in S$ (a ~~ch~~ cached)

$b \in S$

↳ 1. Fall: b cached vor a

$\Rightarrow c_{a \leftarrow b} \geq 1 \Rightarrow$ keine Verbesserung

2. Fall: b cached nach a

$\Rightarrow d_a > d_b$

$c_{b \leftarrow a} \geq 1$

$c_{a \leftarrow b} \geq c_{b \leftarrow a} > 1$

$\Rightarrow$ keine Verbesserung

Ungerichteter Graph:

$c_{a \leftarrow b} > c_{b \leftarrow a}$

$\Leftrightarrow d_a \geq d_b$