

Selbstorganisierende, adaptive Systeme

Übungsblatt 5

Ferdinand Dürlich,
Mikhail Kreymerman,
Stefan Büttner

Institut for Software & Systems Engineering
Universität Augsburg

Fr., 25.11.2016

Frame Title

Frame Subtitle

- Some item
- another item

block title

asdf

$$\mathbb{P}(a|s) = \prod_{i \in N} s_i(a_i)$$

Aufgabe 1

a)

Ein möglicher Weg

	l	r							
t	2,1	0,0	→	m	2,1	1,1	→	m	1,1
m	2,1	1,1		b	0,0	1,1		b	1,1
b	0,0	1,1							
			→	m	1,1	oder	b	1,1	

- Im dritten Zustand ist m schwach dominant gegenüber b und umgekehrt. Es kann also wahlweise m oder b eliminiert werden.

Aufgabe 1

b)

	l	m	r
u	3,8	2,0	1,2
d	0,0	1,7	8,2

- Naiver Algorithmus zeigt, dass es sich beim Aktionsprofil (u, l) um ein Nash-Gleichgewicht handelt.

Dominanzlösbarkeit

Ein Spiel ist *dominanzlösbar*, falls die iterative Elimination exakt einen Ausgang (ein Aktionsprofil) liefert. Dieses ist zugleich das einzige Nash-Gleichgewicht.

Aufgabe 1

b)

	l	m	r
u	3,8	2,0	1,2
d	0,0	1,7	8,2

Iterative Elimination

Strikt dominierte Strategien werden eliminiert.

Reine Strategie

Spieler wählen genau eine Aktion.

- Es gibt keine strikt dominierte reine Strategie (= Aktion)
⇒ Das Spiel ist für reine Strategien nicht dominanzlösbar

Aufgabe 1

b)

	l	m	r
u	3,8	2,0	1,2
d	0,0	1,7	8,2

Gemischte Strategie

Spieler ziehen die Aktion nach einer Wahrscheinlichkeitsverteilung.

- Durch Randomisierung erwarteten Nutzen maximieren

	$l \leftarrow \frac{1}{2}, m \leftarrow \frac{1}{2}$	r
u	2.5, 4	1,2
d	0.5, 3.5	8,2

- In der Matrix stehen Erwartungswerte
- Gemischte Strategie dominiert die reine Strategie r strikt.
 $\Rightarrow r$ kann eliminiert werden

Aufgabe 1

c)

	l	r
l	1, -1	-1, 1
r	-1, 1	1, -1

$$s_1(l) = p, \quad s_2(l) = q$$

$$\mathbb{E}u_1(l, s_2) = \mathbb{E}u_1(r, s_2)$$

Sp. 1 ist indifferent gegenüber Sp. 2

$$s_2(l)u_1(l, l) + s_2(r)u_1(l, r) = s_2(l)u_1(r, l) + s_2(r)u_1(r, r)$$

$$\Leftrightarrow q - (1 - q) = -q + (1 - q) \quad \Leftrightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\mathbb{E}u_2(s_1, l) = \mathbb{E}u_2(s_1, r)$$

Sp. 2 ist indifferent gegenüber Sp. 1

$$s_1(l)u_2(l, l) + s_1(r)u_2(l, r) = s_1(l)u_2(r, l) + s_1(r)u_2(r, r)$$

$$\Leftrightarrow -p + (1 - p) = p - (1 - p) \quad \Leftrightarrow p = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 1

d)

	l	r
l	x, 2	0, 0
r	0, 0	2, 2

Nash-Gleichgewicht (s_1, s_2) mit $s_1(l) = p$, $s_2(l) = q$.

$\Rightarrow s_1(r) = 1 - p$, $s_2(r) = 1 - q$.

Gesucht $p(x), q(x)$.

$$\mathbb{E}u_1(l, s_2) = \mathbb{E}u_1(r, s_2)$$

Sp. 1 ist indifferent gegenüber Sp. 2

$$s_2(l)u_1(l, l) + s_2(r)u_1(l, r) = s_2(l)u_1(r, l) + s_2(r)u_1(r, r) \Leftrightarrow qx = (1 - q)2$$
$$\Rightarrow q = \frac{2}{x + 2}$$

$$\mathbb{E}u_2(s_1, l) = \mathbb{E}u_2(s_1, r)$$

Sp. 2 ist indifferent gegenüber Sp. 1

$$s_1(l)u_2(l, l) + s_1(r)u_2(l, r) = s_1(l)u_2(r, l) + s_1(r)u_2(r, r) \Leftrightarrow 2p = 2(1 - p)$$
$$\Rightarrow p = \frac{1}{2}$$