

# Übungsblatt 10

## Aufgabe 1

---

GRUPPE 19

# Aufgabenstellung

---

Nehmen Sie an, ein neuer Berechnungsjob steht zur Verteilung. Drei Rechner A, B und C berechnen

die geschätzte Transportzeit dieses Jobs in Minuten.

A: 5 Minuten

B: 7 Minuten

C: 12 Minuten

Das System vereinbart eine Entschädigung von 3 € pro Minute und bittet die Rechner um wahrheitsgemäße Einschätzung der Kosten, um den Job an den günstigsten Rechner zu vergeben. Einem Rechner entstehen auch tatsächliche Kosten, weshalb der Nutzen  $v_i < 0$  ist, wenn  $i$  ausgewählt wird.

# Aufgabe 1a

---

Definieren Sie die Auswahlmenge  $X$  und die wahren Bewertungen  $v_i$  für  $i \in \{A, B, C\}$ .

$$X = \{A, B, C\}$$

$v_A(A) = -3 * 5 = -15$	$v_A(B) = 0$	$v_A(C) = 0$
$v_B(A) = 0$	$v_B(B) = -3 * 7 = -21$	$v_B(C) = 0$
$v_C(A) = 0$	$v_C(B) = 0$	$v_C(C) = -3 * 12 = -36$

# Aufgabe 1b

---

Wenden Sie VCG für die dominante Strategie  $\hat{v}_i = v_i$  für alle Agenten an; welche Entscheidung wird getroffen und welche Bezahlungen ergeben sich daraus für die Agenten?

## Definition 1: Vickrey-Clarke-Groves (VCG) Mechanismus

Der Vickrey-Clarke-Groves Mechanismus ist ein direkter quasilinearer Mechanismus  $(\chi, p)$ , mit

$$\chi(\hat{v}) = \arg \max_{x \in X} \sum_i \hat{v}_i(x)$$

$$p_i(\hat{v}) = \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(\chi(\hat{v}_{-i})) - \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(\chi(\hat{v}))$$

# Aufgabe 1b

---

Auswahlregel:

$$\chi(\hat{v}) = \arg \max_{x \in X} \sum_i \hat{v}_i(x)$$

	$v_A$	$v_B$	$v_C$	$\Sigma$
A	-15	0	0	-15
B	0	-21	0	-21
C	0	0	-36	-36

$$\chi(\hat{v}) = A$$

# Aufgabe 1b

---

Bezahlungsregel:

$$p_i(\hat{v}) = \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(\chi(\hat{v}_{-i})) - \sum_{j \neq i} \hat{v}_j(\chi(\hat{v}))$$

$$p_A(\hat{v}) = -21 - 0 = -21$$

$$p_B(\hat{v}) = -15 - (-15) = 0$$

$$p_C(\hat{v}) = -15 - (-15) = 0$$

Individualnutzen:

$$u_A(A, p) = u_A(A) - p_A = -15 + 21 = 6$$

$$u_B(A, p) = u_B(A) - p_B = 0$$

$$u_C(A, p) = 0$$

# Aufgabe 1c

---

Was passiert, wenn ausgewählte Agenten ihre Bewertung nach oben oder unten verändern hinsichtlich der Auszahlungen?

	$v_A$	$v_B$	$v_C$	$\Sigma$
A	-15	0	0	-15
B	0	-21	0	-21
C	0	0	-36	-36

# Aufgabe 1c

	$v_A$	$v_B$	$v_C$	$\Sigma$
A	-15	0	0	-15
B	0	-21	0	-21
C	0	0	-36	-36

## Agent A:

$-21 < v_A < 0 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	-21	0	0

$-36 < v_A < -21 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	0	$v_A$	0

$v_A < -36 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	0	-36	0



# Aufgabe 1c

	$v_A$	$v_B$	$v_C$	$\Sigma$
A	-15	0	0	-15
B	0	-21	0	-21
C	0	0	-36	-36

## Agent B:

$-15 < v_B < 0 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	0	-15	0

$-36 < v_B < -15 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	$v_B$	0	0

$v_B < -36 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	-36	0	0

# Aufgabe 1c

	$v_A$	$v_B$	$v_C$	$\Sigma$
A	-15	0	0	-15
B	0	-21	0	-21
C	0	0	-36	-36

## Agent C:

$-15 < v_C < 0 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	0	0	-15

$-21 < v_C < -15 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	$v_C$	0	0

$v_C < -21 \longrightarrow$  Auszahlung

	A	B	C
Auszahlung	-21	0	0

# Aufgabe 1c

	$v_A$	$v_B$	$v_C$	$\Sigma$
A	-15	0	0	-15
B	0	-21	0	-21
C	0	0	-36	-36

Anfälligkeit auf Absprachen!!!

A und B arbeiten zusammen. A gibt B Entschädigung wenn B Wert auf -35 setzt.

	$v_A$	$v_B$	$v_C$	$\Sigma$
A	-15	0	0	-15
B	0	-35	0	-35
C	0	0	-36	-36

A würde die Auszahlung von -35 bekommen.

Individualnutzen:  $u_A(A, p) = u_A(A) - p_A = -15 + 35 = 20$