

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ  
 សម័យប្រឡង ២១ សីហា ២០១៧  
 វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត)  
 រយៈពេល១៥០នាទី  
 ពិន្ទុសរុប ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង.....  
 លេខបន្ទប់.....លេខគុ.....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន.....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន.....

## វិញ្ញាសាទី០១

ខណៈ

I. គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច  $Z_1 = -\sqrt{3} + i\sqrt{3}$  និង  $Z_2 = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$  ។

១. សរសេរ  $Z_1$  និង  $Z_2$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ។

២. គណនា  $Z_3 = Z_1 \times Z_2$  និង  $Z_4 = \frac{Z_1}{Z_2}$  ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចសរសេរជាទម្រង់ពិជគណិត។

៣. គណនាតម្លៃ  $A = Z_4^{2017} - \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2016}$  ។

II. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

ក)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$     ខ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$     គ)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{\sin 2x}$

III. គេឲ្យអនុគមន៍  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^3 - 2x^2 + x}$  ដែល  $(x \neq 0; x \neq 1)$  ។

ក) កំណត់តម្លៃ  $a; b$  និង  $c$  ដើម្បីឲ្យ  $f(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$  ។

ខ) គណនាអាំងតេក្រាល  $\int \frac{x^2 - 2x + 2}{x^3 - 2x^2 + x} dx$

IV. គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' + 2y' + y = x^2 + 2x - 2$  ។

ក) កំណត់ចំនួនពិត  $a; b$  និង  $c$  ដើម្បីឲ្យ  $g(x) = ax^2 + bx + c$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

ខ) បង្ហាញថា  $f$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  លុះត្រាតែ  $f - g$  ជាចម្លើយនៃ  $(E'): y'' + 2y' + y = 0$  ។

V. គេឲ្យអនុគមន៍  $g$  កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ដែល  $g(x) = x - 1 + 2e^{-x}$  ហើយមានក្រាប  $(C)$  ។

១. រក  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$  ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត  $(L_1)$  នៃក្រាប  $(C)$  ។

បង្ហាញថា  $f$  មានអប្បរមាត្រង់  $x = \ln 2$  ។

២. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍  $f$  ។ រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ  $(L_2)$  នឹងក្រាប  $(C)$  ត្រង់  $A(0,1)$  ។

៣. សង់បន្ទាត់  $(L_1); (L_2)$  និងក្រាប  $(C)$  ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ។

៤. គណនាក្រឡាផ្ទៃប្លង់ដែលខ័ណ្ឌដោយអាស៊ីមតូត  $(L_1)$  នឹងក្រាប  $(C)$  ជាមួយបន្ទាត់ឈរ  $x=0, x=1$  ។

គេឲ្យ៖  $\ln 2 = 0.7$

VI. គេឲ្យអេលីប៊ីប្យូមមានសមីការទូទៅ  $(E): 12x^2 + 20y^2 - 12x + 40y - 37 = 0$  ។

១. ចូរបម្លែងសមីការអេលីប៊ីប៊ូម  $(E)$  នេះជាទម្រង់សមីការស្តង់ដារនៃអេលីប៊ីប៊ូម។

២. រកកូអរដោនេនៃ ផ្ចិត កំពូល កំណុំ រួចសង់អេលីប៊ីប៊ូមនេះក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  ។

**VII.** គេមានចំណុច  $A(0;1;-2), B(1;0;1), C(2;1;-4)$  និង  $I(2;1;-4)$  ក្នុងតម្រុយអរតូណរ៉ាល់  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

- ក) កំណត់សមីការប្លង់  $(P)$  ដែលកាត់តាមចំណុច  $A, B$  និង  $C$  ។
- ខ) កំណត់ចម្ងាយពីចំណុច  $I$  ទៅប្លង់  $(P)$  ។
- គ) សរសេរសមីការស្វ៊ី  $(S)$  ដែលមានផ្ចិត  $I$  និងប៉ះប្លង់  $(P)$  ។
- ឃ) កំណត់ក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ  $ABC$  ។ ទាញរកមាឌតេត្រាអែត  $IABC$  ។
- ង) កំណត់ចម្ងាយពីចំណុច  $I$  ទៅបន្ទាត់  $(D)$  ដែលសមីការនៃបន្ទាត់  $(D)$  គឺ:  
 $(D): x = 1 + 3t, y = -1 + 5t, z = 1 - 4t \quad (t \in \mathbb{R})$



**សូមសំណាងល្អ...! ☺**

គ្រឿងប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាឧត្តម  
 សម័យប្រឡង ២១ សីហា ២០១៤  
 វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រពិត)  
 រយៈពេល១៥០នាទី  
 ពិន្ទុសរុប ១២៥

មណ្ឌលប្រឡង.....  
 លេខបន្ទប់.....លេខគុ.....  
 ឈ្មោះបេក្ខជន.....  
 ហត្ថលេខាបេក្ខជន.....

**វិញ្ញាសាទី០២**

**ខាង**

- I. (២០ ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖
- ក.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x + x - 1}{x - 1}$       ខ.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x - 1}{1 + \sin x}$       គ.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - x$
- ឃ.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{-x} + e) \sin^2 x}{2x^2}$       ង.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \ln(x+2) - \ln \left( -\frac{2}{x+2} + \frac{1}{4} \right) \right)$  ។
- II. (២០ ពិន្ទុ) ១. គេមានចំនួនកុំផ្លិច  $z_1 = \sqrt{2}$  ,  $z_2 = -i\sqrt{2}$  ,  $z_3 = +i\sqrt{2}$  ។
- ក. គណនា  $z_1 + z_2$  ,  $z_1 + z_3$  ,  $(z_1 + z_2)(z_1 + z_3)$  ។
- ខ. កំណត់ម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់  $z_1 + z_2$  ,  $z_1 - z_3$   $\left( \frac{z_1 + z_2}{z_1 + z_3} \right)^2$  ។
២. គណនា  $i^n$  ចំពោះតម្លៃនៃចំនួនគត់វិជ្ជាទីប  $n \geq 1$  ។ ទាញរកតម្លៃ  $i^{2015} - i^{2014}$  ។
- III. (១៥ ពិន្ទុ) ក្នុងថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្សអាស៊ី ៤ នាក់ សិស្សអាហ្វ្រិក ២ នាក់ និងសិស្សអឺរ៉ុប ៣ នាក់ ។ គេរៀបចំសិស្សជាក្រុមស្វ័យសិក្សា ក្នុងមួយក្រុមមានសិស្ស ៣ នាក់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចខាងក្រោម ៖
- ក. « យ៉ាងតិចមានសិស្ស ២ នាក់ ជាសិស្សអាស៊ី » ។
- ខ. « យ៉ាងតិចមានសិស្ស ២ នាក់ ជាសិស្សអឺរ៉ុប » ។
- គ. « មានសិស្សម្នាក់ក្នុងមួយទ្វីប » ។
- IV. (៣៥ ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍  $f$  កំណត់លើ  $I = ]0, +\infty[$  ដោយ  $f(x) = \frac{x + \ln x}{x^2}$  ។
- A.  $h$  ជាអនុគមន៍កំណត់លើ  $I$  ដោយ  $h(x) = -x + 1 - 2\ln x$  ។ គណនា  $h(1)$  និងសិក្សាអថេរភាពនៃ  $h(x)$  ដោយគេមិនតម្រូវឱ្យគណនាលីមីតនៃ  $h(x)$  ក្រង់ ០ និងក្រង់  $+\infty$  ឡើយ ។
- B. ១. គណនាលីមីតនៃ  $f(x)$  ក្រង់ ០ និងក្រង់  $+\infty$  ។
២. គណនាដេរីវេ  $f'(x)$  នៃអនុគមន៍  $f(x)$  ។
៣. បង្ហាញថានៅលើ  $I$  ,  $f(x)$  មានសញ្ញាដូច  $h(x)$  ។
៤. ទាញយកអថេរភាពនៃ  $f(x)$  លើ  $I$  និងសង់ក្រាប  $C$  នៃ  $f(x)$  នៅក្នុងប្លង់តម្រុយអក្សរណ៍ម៉ាល់  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ។
- V. (១៥ ពិន្ទុ) គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល :  $(E) : y'' + 4y = x^2 + 2x - 1$
១. រកអនុគមន៍  $f_1(x) = ax^2 + bx + c$  ជាចម្លើយរបស់សមីការ  $(E)$  ។
២. បង្ហាញថាបើ  $f(x)$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  នោះ  $g(x) = f(x) - f_1(x)$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $y'' + 4y = 0$  ។
- VI. (២០ ពិន្ទុ) ក. ក្នុងតម្រុយអក្សរណ៍ម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  គេមានចំណុច  $A(2, 2, 1)$  ,  $B(4, -2, 0)$  ,  $C(3, 1, 1)$  ,  $D(1, 5, 2)$  ។ បង្ហាញថាតុកោណ  $ABCD$  ជាប្រលេឡូក្រាម រួចរកផ្ទៃក្រឡាប្រលេឡូក្រាមនេះ ។
- ខ. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ ដែលកាត់តាមចំណុច  $A(2, 2, 1)$  និង  $B(4, -2, 0)$  ។
- គ. រកសមីការប្លង់ ដែលកាត់តាមចំណុច  $A(2, 2, 1)$  ,  $B(4, -2, 0)$  ,  $D(1, 5, 2)$  ។

