

I- គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \left[x \cdot \frac{\tan x}{\cos^2 x - 1} \right]$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 2x}{x^2}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(3x+1)}{2x}$$

$$D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 3x}{\sin^2 x}$$

$$E = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-e^x)(1-\cos x)}{x^3 + x^4}$$

II- គេមាន $z_0 = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ និង $\alpha = z_0 + z_0^4$ និង $\beta = z_0^2 + z_0^3$ ។

១. សរសេរ z_0^5 , z_0^6 និង z_0^8 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. បង្ហាញថា $1 + z_0 + z_0^2 + z_0^3 + z_0^4 = 0$ ។

៣. បង្ហាញថា α និង β ជាឫនៃសសមីការ $E: z^2 + z - 1 = 0$ ។

៤. ក. បង្ហាញថា $z_0^4 = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ ។

ខ. សរសេរ α ជាអនុគមន៍ $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ ។

៥. ក. ដោះស្រាយសមីការ E ក្នុង \mathbb{C} ។

ខ. ទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ និង $\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ ។

III- ចំនួន A មានបាល់ប្រាំចុះលេខ ០; ២; ៤; ៦; ៨ និងចំនួន B មានបាល់ប្រាំចុះលេខ ១; ២; ៣; ៤; ៥ ។

គេចាប់បានបាល់មួយចេញពីចំនួន A រួចចាប់មួយទៀតពីចំនួន B ដោយចៃដន្យ ។

A. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១. “ ផលបូកលេខស្មើ ៧ ” ២. “ ផលបូកលេខជាចំនួនគូ ” ៣. “ ផលបូកលេខ ≥ 6 ”

B. បើផលបូកលេខគូបានប្រាក់ 350\$ បើផលបូកស្មើ 13 នោះបានប្រាក់ 100\$

បើផលបូក 1; 3; 5 នោះបានប្រាក់ 10\$ និងក្រៅពីនេះមិនប្រាក់ទេ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖

១. “ បានប្រាក់ 100\$ ” ២. “ បានប្រាក់ 10\$ ” ៣. “ បានប្រាក់ 30\$ ”

IV- គេមានអាំងតេក្រាល $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} dx$; $J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}} dx$ និង $K = \int_0^1 \sqrt{x^2+2} dx$ ។

១. តាង $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+2})$ កំណត់លើ $[0;1]$ ។ គណនា f' រួចទាញរកតម្លៃ I ។

២. ក. បង្ហាញថា $J + 2I = K$ (មិនបាច់គណនា) និង $K = \sqrt{3} - J$
(ប្រើអាំងតេក្រាលដោយផ្នែក) ។

ខ. ទាញរកតម្លៃនៃ J និង K ។

V- គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $E: y' - 2y = \frac{-2}{1+e^{-2x}}$ ។

១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y' - 2y = 0$ ។

២. គេមាន $f(x) = e^{2x}g(x)$ ដែល $f(0) = \ln 2$ ។

ក. គណនា $g(0)$ និង f' ជាអនុគមន៍នៃ g និង g' ។

ខ. បង្ហាញថាបើ f ជាចម្លើយនៃសមីការ E នោះគេបាន $g'(x) = \frac{-2e^{-2x}}{1-e^{-2x}}$ ។

គ. ទាញរកអនុគមន៍ g រួចទាញរក f ។

VI-

ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $]0; +\infty[$ ដោយ $f(x) = \frac{1+\ln x}{(x-1)^2}$ មានក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $(O; \vec{i}; \vec{j})$

ឯកតា $3cm$ ។

១. ក. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃ $f(x)$ ។

ខ. g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $]0; +\infty[$ ដោយ $g(x) = -x - 1 - 2x \ln x$ ។

កំណត់ទិសដៅអថេរភាពនៃ g រួចទាញរកសញ្ញានៃ $g(x)$

គ. កំណត់ទិសដៅអថេរភាពនៃ f ។

២. គណនាលីមីតនៃ f លើចុងដែនកំណត់របស់វា បំណកស្រាយលទ្ធផលតាមក្រាប ។

៣. គូសក្រាប C ។ រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ T និង C ត្រង់ចំណុចប្រសព្វរវាង C និង (Ox) ។

៤. តាង $A(\lambda)$ ជាផ្ទៃក្រឡាប្លង់កំណត់ដោយក្រាប C អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ $x=2$, $x=\lambda$ (λ ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានធំជាង២)

ក. ដោយប្រើអាំងតេក្រាលដោយផ្នែក និង $\frac{1}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x}$ គណនា $A(\lambda)$

ខ. គណនាលីមីតនៃ $A(\lambda)$ កាលណា λ ខិតទៅរក $+\infty$ ។

VII-

១. រកសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីបេបូលដែលកំណត់ទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(0;0)$ និង $(8;0)$ ហើយអាស៊ីមតូតទាំងពីរមានសមីការ $y=2(x-4)$ និង $y=-2(x-4)$ ។

២. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបដែលកំណត់ទាំងពីរមានកូអរដោនេ $(0;2)$ និង $(4;2)$ ហើយអ៊ីចសង់ទ្រីស៊ីតេស្មើនឹង $\frac{1}{2}$ ។

VIII-

នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមាន ៖

-ប្លង់ P កាត់តាម $A(3;1;2)$ ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = (1; -4; 1)$ ។

-បន្ទាត់ D កាត់តាម $B(1;4;2)$ មានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u} = (1;1;3)$ ។

-ស្វ៊ែរ S មានផ្ចិត $\Omega(1;9;0)$ ហើយកាត់តាមចំណុច A ។

១. ប្រសព្វរវាង P និង D

ក. បង្ហាញថាប្លង់ P មានសមីការ $P: x-4y+z-1=0$ ។

ខ. បង្ហាញថាបន្ទាត់ D ស្របនឹងប្លង់ P ដាច់ខាត ។

២. ប្រសព្វរវាង P និង S ។

ក. គណនាចម្ងាយពីចំណុច Ω ទៅប្លង់ P ។

ខ. គណនាប្រវែងកាំនៃស្វ៊ែរ S និងទាញរកប្រសព្វរវាងប្លង់ P និងស្វ៊ែរ S ។

៣. ប្រសព្វរវាង D និង S

ក. កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្របន្ទាត់ D ។

ខ. កំណត់សមីការទូទៅស្វ៊ែរ S ។

គ. ទាញថា D កាត់ S ត្រង់ពីរចំណុច M និង N ផ្សេងគ្នា (មិនចាំបាច់រកកូអរដោនេ) ។

III- គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

$$A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan^3 x}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 \pi |x|}{x^3}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{\ln x - \ln \alpha}{x^2 - \alpha^2}$$

$$D = \lim_{x \rightarrow 2} \sin(\pi x) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{x}\right)$$

$$E = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right) \tan x$$

IV- A. ដោះស្រាយក្នុង \mathbb{C} នូវសមីការ $E: z^3 = 8$ ។

B. ក្នុងប្លង់កុំផ្លិចមានចំណុច $A; B$ និង C មានអាក្រិចរៀងគ្នា $Z_A = -1 + i\sqrt{3}; Z_B = 2$ និង $Z_C = -1 - i\sqrt{3}$ ។

១. សរសេរ Z_A និង Z_C ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. សង់ចំណុច $A; B; C$ ក្នុងប្លង់កុំផ្លិច និងកំណត់ប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

III- ថ្នាក់រៀនមួយមានប្រុស 10 នាក់ និងក្មេងស្រី 5 នាក់ ។ គេជ្រើសរើសក្មេងបីនាក់ដោយចៃដន្យម្តងមួយៗ បន្តបន្ទាប់គ្នា ។ រកប្រូបាបដែលគេរើសបាន ៖

១. ក្មេងប្រុសពីរនាក់ដំបូង និងទីបីជាក្មេងស្រី ។

២. ទីមួយ និងទីបីជាក្មេងប្រុសហើយទីពីរជាក្មេងស្រី ។

៣. ទីមួយ និងទីបីមានភេទដូចគ្នា និងទីពីរជាភេទផ្ទុយគ្នា ។

IV- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់គ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $f(x) = \frac{3e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$ ។

១. ចូរកំណត់បីចំនួនពិត $a; b$ និង c ដើម្បីឲ្យ $f(x) = a + \frac{be^x}{e^x + 1} + \frac{ce^x}{(e^x + 1)^2}$ ។

២. ទាញរកតម្លៃអាំងតេក្រាល $I = \int_0^1 \frac{3e^x + 1}{(e^x + 1)^2} dx$ ។

V- ១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $E: y'' - 5y' + 4y = 0$ ។

២. កំណត់ចម្លើយពិសេស f មួយនៃ E ដែលបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ O មានសមីការ $y = -2x + 1$ ។

៣. តាង $u(x) = 2e^x - e^{4x}$ ។ ដោះស្រាយវិសមីការ $u(x) \geq 0$ ។

៤. គណនា $V = \int_{-1}^0 [u(x)]^2 dx$ ។

VI- ចំពោះលំហាត់នេះគេកំណត់តាង $I =]0; +\infty[$ ។

A. គេឲ្យ ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ I ដោយ $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$ ។

១. ក. គណនា $g'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញា $g'(x)$ លើចន្លោះ I ។

ខ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ g ដោយមិនបាច់គណនាលីមីតត្រង់ 0 និង $+\infty$ ។

២. គណនា $g(1)$ ហើយទាញរកសញ្ញានៃ g នៅលើចន្លោះ I ។

B. អនុគមន៍ f កំណត់លើ I ដោយ $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}$ មានខ្សែកោងតំណាង C នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ (O, \vec{i}, \vec{j}) មានឯកតា $2cm$ ។

១. ក. សិក្សាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និងទាញរកអាស៊ីមតូតនៃ C ។
 ខ. ទាញរកលីមីតនៃ f ត្រង់ $+\infty$ ។
២. ក. បង្ហាញថា $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \in I$ ។
 ខ. ទាញរកសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដោយប្រើលទ្ធផលពីផ្នែក A ។
 គ. សង់តារាងអថេរភាពនៃ f លើចន្លោះ I ។
៣. តាង D ជាបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $D: y = \frac{1}{2}x$ ។
 ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ D ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ C ។
 ខ. កំណត់កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ E រវាងខ្សែកោង C និងបន្ទាត់ D ។
 គ. សិក្សាទីតាំងធៀបនៃ C និង D ។ រួចសង់ C និងបន្ទាត់ D ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។
- C. ១. គេមានអនុគមន៍ $h(x) = \frac{1}{2x} - \frac{\ln x}{x}$ កំណត់លើ I ។
 កំណត់ព្រីមីទីវ H នៃ h លើចន្លោះ I ។

២. ឆ្លុតផ្ទៃ S ខណ្ឌដោយខ្សែកោង C និងបន្ទាត់ D និងបន្ទាត់ $x=1$ និង $x=e^{\frac{1}{2}}$ ។
 គណនាផ្ទៃ S ដោយប្រើលទ្ធផលខាងលើ ។

VII-

១. រកសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូលដែលកំណត់ដោយមានកូអរដោនេ $(-4,0)$ និង $(4,0)$ ហើយតម្លៃដាច់ខាត នៃផលដកចម្ងាយពីចំណុចមួយស្ថិតនៅលើអ៊ីពែបូលទៅកំណុំទាំងពីរស្មើនឹង 4 ។
២. រកសមីការស្តង់ដារនៃអេលីបដែលកំណត់ដោយមានកូអរដោនេ $(3,1)$ និង $(3,9)$ ហើយអ័ក្សតូចមានប្រវែងស្មើនឹង 6 ឯកតា ។

VIII-

នៅក្នុងតម្រុយ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(1;0;-1)$, $B(0;2;-2)$, $C(2;2;2)$ ។

១. ក. បើ $\vec{n}_1 = (4;1;-2)$ គណនា $\vec{n}_1 \cdot \overrightarrow{AB}$ និង $\vec{n}_1 \cdot \overrightarrow{AC}$ និងប្រាប់ទីតាំងធៀបនៃ \vec{n}_1 ធៀបប្លង់ ABC
 ខ. ទាញរកសមីការប្លង់ ABC ។
២. គេឲ្យប្លង់ $P: x - 2y + z = 0$ ។
 ក. រកវ៉ិចទ័រ \vec{n}_2 ដែលជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់ P ។
 ខ. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាប្លង់ P និងប្លង់ ABC កែងគ្នា ។
 គ. ក្នុងចំណោមចំណុច A, B, C តើណាខ្លះដែលជាប់ប្លង់ P ?
 ឃ. តាង D_1 ជាបន្ទាត់ប្រសព្វរវាង P និង ABC ។
 កំណត់សមីការបន្ទាត់ D_1 និងកំណត់វ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \vec{u}_1 នៃ D_1 ។

៣. គេមានសមីការបន្ទាត់ $D_2: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = \alpha \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R}$ ។

តាង $N(x_N; y_N; z_N)$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាង D_2 និង P ។ គណនា N ។

៤. ក. តាង $L\left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$ បង្ហាញថា \overrightarrow{KL} ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់ P ដែល $K \in (3;2;0)$ ។
 ខ. បង្ហាញថា K ឆ្លុះជាមួយនឹង L ធៀបនឹងប្លង់ P ។
 គ. H ជាចំណោលកែងនៃ K លើប្លង់ P ។ កំណត់កូអរដោនេនៃ $H(x_H; y_H; z_H)$ ។
៥. ផ្ទៀងផ្ទាត់ D_1 និង D_2 អនុកូណាល់គ្នា ។

V

គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{3x} \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(a+x) - \cos(a-x)}{x} \quad C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1-e^x)(1-\cos x)}{x^3 + x^4}$$

$$D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos x - 1} \quad E = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1}$$

VI

A. គេឲ្យសមីការ $(E): z^2 - (3+i)z + a + 2i = 0$ ដែល a ជាចំនួនពិត និង z ជាចំនួនកុំផ្លិច ។

១. ចូរកំណត់ចំនួនពិត a ដើម្បីឲ្យសមីការ មានឫសមួយជាចំនួនពិត ឬសមួយទៀតជាចំនួនកុំផ្លិច ។

២. ដោះស្រាយសមីការ E ចំពោះតម្លៃ a ទើបរកឃើញខាងលើ ។

B. គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = \cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5}$ ។ ចូរសរសេរ $(1+z)^7$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III

ក្នុងបង់មួយគេមានប៊ូលក្រហម 5 ចុះលេខ 1,2,3,4,5 និងប៊ូលខ្មៅ 4 ចុះលេខ 6,7,8,9 ។ គេចាប់យកប៊ូល 3 ព្រមគ្នាចេញពីបង់ដោយចៃដន្យ ។ គេតាងព្រឹត្តិការណ៍ A : ចាប់បានប៊ូលក្រហម B : ចាប់បានប៊ូលសុទ្ធតែចុះលេខគូ និង C : ចាប់បានប៊ូលចុះលេខបង្កើតបានជាស្មីតនពន្ធមានផលសងរួមស្មើ 2 ។ ចូរគណនាប្រូបាប $P(A), P(B), P(C), P(A \cup B), P(B \cup C)$ និង $P(A/B), P(A/C)$ ។

IV

A. គេមានអនុគមន៍ $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ដែល $e = 2.71828$ ជាគោលលោការីតនេពែ ។

ចូរគណនា $\frac{dy}{dx}$ រួចផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $2 \frac{dy}{dx} = 1 - y^2$ ។

B. គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$ ដែល $x > 0$ និង $x \neq \frac{1}{e}$ ។

១. ចូរកំណត់ពីរចំនួនពិត p និង q ដើម្បីឲ្យ $f(x) = p + \frac{q}{1 + \ln x}$ គ្រប់ $x > 0$ និង $x \neq \frac{1}{e}$ រួចទាញរក $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. គណនាអាំងតេក្រាល $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx$ ។

V

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $E: y'' + 2y' + y = 2e^{-x}$ ។

១. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $\lambda \in \mathbb{R}$ អនុគមន៍ $y_0(x) = \lambda x^2 e^{-x}$ ជាចម្លើយមួយនៃ E ។

២. បង្ហាញថាបើ y ជាចម្លើយនៃ E លុះត្រាតែ $z = y - y_0$ ចម្លើយនៃ $E_1: z'' + 2z' + z = 0$ ។

៣. ដោះស្រាយសមីការ E_1 និងទាញរកសំណុំចម្លើយនៃ E ។

៤. ទាញរកចម្លើយនៃ E បើខ្សែកោងវាកាត់តាមចំណុច $(-1; 0)$ និងបន្ទាត់ប៉ះត្រង់នេះស្រប \vec{i}

VI

A. តាង u ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $(0; +\infty)$ ដោយ $u(x) = \ln x + x - 3$ ។

១. បង្ហាញថាអនុគមន៍ u កើនជានិច្ចលើចន្លោះ $(0; +\infty)$

២. បង្ហាញថាសមីការ $u(x) = 0$ មានចម្លើយតែមួយគត់ α នៅចន្លោះ 2 និង 3 ។

B. តាង f ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ដោយ $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)(\ln x - 2) + 2$

គេហៅ C ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ក្នុងតម្រុយកែង ។

១. កំណត់លីមីតនៃ f ត្រង់ 0 ។
២. a) បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៃចន្លោះ $(0; +\infty)$, $f'(x) = \frac{u(x)}{x^2}$
ដែល u ជាអនុគមន៍កំណត់ក្នុងផ្នែក A ។
b) ទាញរកទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f នៅលើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ។
- C. យក C' ជាខ្សែកោងនៃសមីការ $y = \ln x$ ។
 ១. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x នៅចន្លោះ $(0; +\infty)$, $f(x) - \ln x = \frac{2 - \ln x}{x}$
ទាញថាខ្សែកោង C និង C' មានចំណុចរួមតែមួយគត់ដែលនឹងត្រូវកំណត់កូអរដោនេ ។
 ២. គេតាងអនុគមន៍ H កំណត់លើ $(0; +\infty)$ ដោយ $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ ជាព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍
 h កំណត់លើ $(0; +\infty)$ ដោយ $h(x) = \frac{\ln x}{x}$ ។ គណនា $I = \int_1^{e^2} \frac{2 - \ln x}{x} dx$ ។

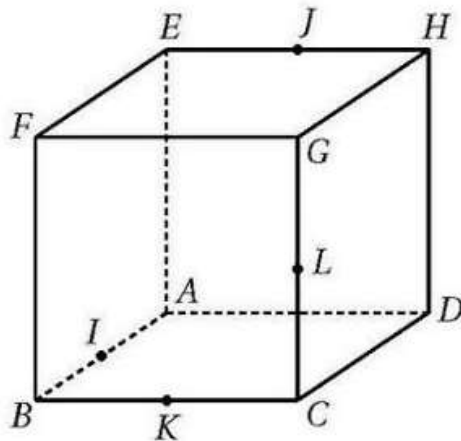
ប្រឡងបាក់ឌុបឆ្នាំ ២០១៥ នៅប្រទេសបារាំង

VII-

១. រកទម្រង់ស្តង់ដារនៃសមីការប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $(2; 4)$ និង កំណុំ $F(2; 6)$ ។
២. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងប៉ារ៉ាបូលត្រង់ចំណុចដូចខាងក្រោម៖
 - a) $(y-1)^2 = 2(x+2)$, $(0; 3)$
 - b) $(x+3)^2 = -2(y-2)$, $(-1; 0)$

VIII-

នៅក្នុងលំហប្រកបដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$ គេមានគូប $ABCDEFGH$ មួយ
ដែលមាន I, j, k, L ជាចំណុចកណ្តាលរៀងគ្នានៃ $[AB], [EH], [BC], [CG]$ ។



១. a) បង្ហាញថា (FD) កែងនឹងប្លង់ (IJK)
b) ទាញរកសមីការប្លង់ (IJK)
២. កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (FD)
៣. តាង M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (FD) និងប្លង់ (FD) ។ រកកូអរដោនេចំណុច M ។
៤. កំណត់ប្រភេទត្រីកោណ IJK និងក្រឡាផ្ទៃវា ។
៥. គណនាមាឌតេត្រាអែត $FIJK$
៦. តើបន្ទាត់ (IJ) និង (KL) កាត់គ្នាឬទេ ?

VI- គណនាលីមីតខាងក្រោម:

$$A = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 9}{|x^2 - 9|} +$$

$$B = \lim_{x \rightarrow 0} \left(x \cdot \sin \frac{1}{x} \right)$$

$$C = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$$

$$D = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(3x+1)}{2x}$$

$$E = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

VIII- A. គេឲ្យសមីការ (E): $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0$ ដែល ជាចំនួនកុំផ្លិច ។

១. បង្ហាញថាចំនួនកុំផ្លិច i ជាចម្លើយនៃសមីការ (E) ។

២. គណនាចំនួនពិត a, b និង c ដែលចំនួនកុំផ្លិច ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ៖

$$z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z-i)(az^2 + bz + c)$$

៣. សន្និដ្ឋានចម្លើយនៃសមីការ (E) ។

B. ចំនួនកុំផ្លិច $A; B; C; G$ មានអាក្រិចរៀងគ្នា $z_A = -1; z_B = 2+i\sqrt{3}; z_C = 2-i\sqrt{3}; z_G = 3$ ។

១. សង់ចំណុច $A; B; C; G$ នៅក្នុងប្លង់កុំផ្លិច ។

២. គណនា $AB; BC; AC$ និងទាញរកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។

៣. គណនាអត្ថប្រយោជន៍នៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ រួចទាញរកប្រភេទនៃត្រីកោណ GAC ។

III- គេមានលំហាត់ពីជគណិតចំនួន 12 និងលំហាត់ធរណីមាត្រចំនួន 8 ។ គេបង្កើតវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា ដែលក្នុងវិញ្ញាសាមួយត្រូវមាន 6 លំហាត់ ហើយក្នុងនោះត្រូវមានធរណីមាត្រ 2 និង ពីជគណិត 4 ។ គេដឹងថាមានលំហាត់ធរណីមាត្រមួយដែលត្រូវតែជ្រើសរើសដាក់ក្នុងគ្រប់វិញ្ញាសាទាំងអស់ និងលំហាត់ពីជគណិតពីរ X និង Y បើជ្រើសរើសយកដាក់ក្នុងវិញ្ញាសាមួយគឺត្រូវជ្រើសរើសយកទាំងពីរ ហើយបើអត់ជ្រើសរើសគឺត្រូវអត់ទាំងពីរ ។

១. តើគេអាចបង្កើតវិញ្ញាសាទាំងអស់បានប៉ុន្មាន?

២. គេជ្រើសរើសបានវិញ្ញាសាមួយដើម្បីយកប្រឡង ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍៖

ក. A : ជ្រើសរើសយកវិញ្ញាសាដែលមានពីជគណិតពីរ X និង Y ។

ខ. B : ជ្រើសរើសយកវិញ្ញាសាដែលគ្មានលំហាត់ពីជគណិតពីរ X និង Y ។

IV- គេឲ្យខ្សែកោង $C: f(x) = ax + b + \ln\left(\frac{x-c}{x+c}\right)$ ។ កំណត់ចំនួនពិត $a; b; c$ ដោយដឹងថាក្រាប

C មានដែនកំណត់ $D =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ ហើយមានបន្ទាត់ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត ($c > 0$) ។

V- គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $E: y'' + 36y = 0$ ។

១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល E ។

២. ទាញរកចម្លើយពិសេស f មួយនៃ E ដែលក្រាបវាផ្ទុកតាម $G(0; \sqrt{3})$

ហើយបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ G មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើនឹង 6 ។

៣. បង្ហាញថា $f(x) = 2\sin\left(6x + \frac{\pi}{3}\right)$ រួចគណនាតម្លៃមធ្យមនៃ f លើចន្លោះ $\left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ ។

VI- គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម:

$$I = \int \frac{2x+1}{(x^2+x-5)^2} dx$$

$$J = \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$$

$$K = \int \frac{1-5x}{(5x^2-2x+1)} dx$$

VII

អនុគមន៍ $f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}$ កំណត់និងមានដេរីវេលើ \mathbb{R} ហើយមានខ្សែកោង C នៅក្នុងតម្រុយ $(0; i; j)$

- A.
១. គេមានអនុគមន៍ $g(x) = 1 - x + e^x$ កំណត់លើ \mathbb{R} ។
គូសតារាងអថេរភាពនៃ g (មិនចាំបាច់គណនាលីមីតចុងដែនទេ) ។
ទាញរកសញ្ញានៃ g លើ \mathbb{R} ។
 ២. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ។
 ៣. តាង f' ជាដេរីវេនៃ f លើ \mathbb{R} ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f'(x) = e^{-x}g(x)$ ។
 ៤. ទាញរកតារាងអថេរភាពនៃ f លើ \mathbb{R} ។
 ៥. បង្ហាញថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫស α តែមួយគត់ដែល $-1 < \alpha < 0$ ។
 ៦. ក. បង្ហាញថា $T: y = 2x + 1$ ជាសមីការបន្ទាត់ប៉ះ C ត្រង់ចំណុចមួយមានអាប់ស៊ីស 0 ។
ខ. សិក្សាទីតាំងធៀបនៃ C និង T ។

B. គេឲ្យអនុគមន៍កំណត់ និងមានដេរីវេលើ \mathbb{R} ដោយ $H(x) = (-x-1)e^{-x}$ ។

១. ស្រាយថា H ជាព្រីមីទីវនៃ $h(x) = xe^{-x}$ លើ \mathbb{R} ។
២. គណនា D ដែលជាផ្ទៃផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយ C បន្ទាត់ប៉ះ T និងបន្ទាត់ $x = 1$; $x = 3$ ។

VIII

១. គេឲ្យអ៊ីពែបូលមួយដែលមានកំពូល $V_1(-1; -1)$, $V_2(3; -1)$ ហើយមានអាស៊ីមតូត $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3}$ រកទម្រង់ស្តង់ដារសមីការអ៊ីពែបូលនេះ ។
២. ក. រកទម្រង់ស្តង់ដារសមីការអេលីប E ដែលមានកំពូល $(1; 1)$ ផ្ចិត $(-1; 1)$ កំណុំ $(-1 - \sqrt{3}; 1)$
ខ. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ $D: y = mx$ ប៉ះនឹងអេលីប E ។

IX-

គេឲ្យចំណុច $A(1; 2; 7)$, $B(2; 0; 2)$, $C(3; 1; 3)$, $D(3; -6; 1)$ និង $E(4; -8; -4)$ ។

១. បង្ហាញថា $A; B; C$ កំណត់បានប្លង់មួយ។
២. មាន $\vec{u} = (1; b; c)$ ជារ៉ឺចទ័រនៃលំហ និង $b, c \in \mathbb{R}$ ។
ក. កំណត់តម្លៃ b និង c ដើម្បីឲ្យ \vec{u} ជារ៉ឺចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់ ABC ។
ខ. ទាញថាប្លង់ ABC មានសមីការ $x - 2y + z - 4 = 0$ ។
គ. តើចំណុច D នៅលើប្លង់ ABC ឬទេ ?
៣. គេមានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃបន្ទាត់ $\Delta: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 - 4t \\ z = -1 + 2t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ ។
ក. តើបន្ទាត់ Δ អនុកូណាល់នឹងប្លង់ ABC ឬទេ ?
ខ. កំណត់កូអរដោនេចំណុច H ជាប្រសព្វនៃបន្ទាត់ Δ ជាមួយប្លង់ ABC ។
៤. សិក្សាទីតាំងរបស់បន្ទាត់ DE ធៀបនឹងប្លង់ ABC ។

IX-

គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(xe^x + 1)(e^x + x)}{(2x + 1)(e^x + 1)^2} \quad B = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}, \quad a > 0 \quad C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln x - x^2 + 1}{x^2 - (\ln x)^2}$$

$$D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 + x}) \tan 2x}{x^2 - \sin^2 x} \quad E = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2) + (\ln x)^2}{x^3}$$

X-

នៅក្នុងប្លង់កុំផ្លិច (O, \vec{u}, \vec{v}) គេមានបីចំណុច $A; B; C$ ដែលមានអាក្រិចរៀងគ្នា $z_A; z_B; z_C$

ដែល $z_A = \sqrt{3} + 3i; z_B = 2\sqrt{3}; z_C = 2i$ ។

១. សង់ចំណុច $A; B; C$ ក្នុងប្លង់កុំផ្លិច ។

២. រកម៉ូឌុលនៃចំនួនកុំផ្លិច $z_A - z_C; z_B - z_A; z_B - z_C$ ។

ទាញរកប្រភេទត្រីកោណ ABC ។

៣. មាន $z_D = \sqrt{3} - i$ ជាអាក្រិចនៃ D ។ កំណត់អាក្រិចនៃ M កណ្តាល $[AD]$ ។

បង្ហាញថាចតុកោណ $ABCD$ ជាចតុកោណកែង ។

III.

នៅផ្ទះរបស់សុខមានទូសម្រាប់ដាក់សៀវភៅមួយដែលក្នុងទូនោះមានសៀវភៅពីជគណិត 20 ក្បាល និងសៀវភៅធរណីមាត្រចំនួន 30 ក្បាល ។ គេដឹងថាក្នុងចំណោមសៀវភៅពីជគណិតទាំង 20 ក្បាលមានសៀវភៅពីជគណិតថ្នាក់ទី១២ ចំនួន 12 ក្បាល និងសៀវភៅពីជគណិតថ្នាក់ទី ១១ ចំនួន 8 ក្បាល ហើយក្នុងចំណោមសៀវភៅធរណីមាត្រទាំង 30 ក្បាលមានសៀវភៅធរណីមាត្រ ថ្នាក់ទី ១២ ចំនួន 20 ក្បាល និងធរណីមាត្រថ្នាក់ទី១១ ចំនួន 10 ក្បាល ។

សុខចាប់យកសៀវភៅមួយក្បាលចេញពីក្នុងទូនោះដោយចៃដន្យដើម្បីយកមកអាន ។

ចូរគណនាប្រូបាប៊ីលីតេនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោម៖

១. A : សុខចាប់បានសៀវភៅពីជគណិត ។

២. B : សុខចាប់បានសៀវភៅថ្នាក់ទី១២ ។

៣. C : សុខចាប់បានសៀវភៅពីជគណិតដោយដឹងថាជាសៀវភៅថ្នាក់ទី១២ ។

៤. D : សុខចាប់បានសៀវភៅថ្នាក់ទី១២ដោយដឹងថាជាសៀវភៅពីជគណិត ។

IV.

គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $E: 4y'' + \pi^2 y = 0$ ។

១. ដោះស្រាយសមីការ E ។

២. រកចម្លើយពិសេស g មួយនៃសមីការ E បើក្រាប g កាត់តាមចំណុច $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ហើយ

បន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង g ត្រង់ចំណុចនេះស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

៣. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $g(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$ ។

៤. ដោះស្រាយក្នុង $[-2; 2]$ នូវសមីការ $g(x) = -\frac{1}{2}$ ។

V.

គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម:

$$I = \int (e^x + 1)^2 e^{-x} dx \qquad J = \int \frac{(x^2 + 1)^2}{2x^3} dx \qquad K = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{2\cos^3 x} dx$$

VI.

A. គេមានអនុគមន៍ g កំណត់លើ $(0; +\infty)$ ដោយ $g(x) = x^2 + \ln x$ ។

១. ក. បង្ហាញថា g អនុគមន៍កើនដាច់ខាតលើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ។

ខ. គណនា $g(1)$ ។

២. ក. ទាញលទ្ធផលពីសំណួរទី១ បញ្ជាក់ថា៖ បើ $x \geq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \geq 1$

និងបើ $0 < x \leq 1$ នោះ $x^2 + \ln x \leq 1$ ។

ខ. កំណត់សញ្ញានៃកន្សោម $x^2 + \ln x - 1$ កាលណា x នៅលើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ។

B. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $(0; +\infty)$ ដោយ $f(x) = x + 1 - \frac{\ln x}{x}$

និងតាងដោយក្រាប C ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ (O, \vec{i}, \vec{j}) ។

១. សិក្សាលីមីតនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$ (យើងដឹងថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) ។

២. បង្ហាញថាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f គឺ $f'(x) = \frac{x^2 + \ln x - 1}{x^2}$ ។

៣. ប្រើលទ្ធផលនៃសំណួរ A សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ $(0; +\infty)$ ។

៤. ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ Δ មានសមីការ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ត្រង់ $+\infty$

ខ. សិក្សាទីតាំង C ធៀបនឹង Δ និងបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ I រវាងក្រាប C និង Δ ។ សង់ Δ និងក្រាប C ។

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ឆ្នាំ ២០១៥

VII. គេមានគូប $ABCDEFGH$ ទ្រនុង 1 ឯកតា និង $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$ ជាគោលអរតូណរម៉ាល់ ។

១. កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ FD ។

២. បង្ហាញថា $\vec{n} = (1; -1; 1)$ ជារ៉ឺចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់ BGE ដែលត្រូវកំណត់សមីការ ។

៣. បង្ហាញថា FD កែងនឹងប្លង់ BGE ត្រង់ $K\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ ។

៤. កំណត់ប្រភេទត្រីកោណ BGE និងគណនាក្រឡាផ្ទៃរបស់វា ។

៥. គណនាមាឌតេត្រាអែត $BEGD$ ។

