

**ផ្នែកលំហាត់**

**លំហាត់ទី១:** ចូរផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍នីមួយៗខាងក្រោមនេះជាចម្លើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ដែលនៅខាងស្តាំ៖

- ក.  $y = x + e^x$  ,  $y' - y = 1 - x$       ច.  $y = (2x + 1)e^{-x}$  ,  $y'' + 2y' + y = 0$   
 ខ.  $y = e^{3x} - x - 1$  ,  $y' - 3y = 3x + 2$     ឆ.  $y = e^{-x} \sin x$  ,  $y'' + 2y' + 2y = 0$   
 គ.  $y = \sin x + \cos x$  ,  $y' + y = 2\cos x$    ជ.  $y = Ae^x + Bxe^x, A, B \in \mathbb{R}$  ,  $y'' - 2y' + y = 0$   
 ឃ.  $y = \sin x - 3\cos x$  ,  $y' - 3y = 10\cos x$    ឈ.  $y = \frac{1}{2}e^{-x} \sin 2x$  ,  $y'' + 2y' + 5y = 0$   
 ង.  $y = x + \ln x$  ,  $xy' - y = 1 - \ln x$       ញ.  $y = e^{3x} - e^{2x}$  ,  $y'' - 5y' + 6y = 0$

**លំហាត់ទី២:** ក្នុងករណីនីមួយៗខាងក្រោមគេឲ្យ  $f$  ជាអនុគមន៍កំណត់លើ  $\mathbb{R}$  ។ ចូររកសមីការ ឌីផេរ៉ង់ស្យែល លីនេអ៊ែរលំដាប់ទី២ អូម៉ូសែនដែលមានអនុគមន៍  $f$  ជាចម្លើយ៖

- ក.  $f(x) = (x + 1)e^{-2x}$       ច.  $f(x) = \frac{1}{4}e^x - \frac{1}{4}e^{-3x}$   
 ខ.  $f(x) = 2e^{-x} + 3e^{3x}$       ឆ.  $f(x) = e^{3x} - e^{2x}$   
 គ.  $f(x) = (2\cos 3x - 3\sin 3x)e^x$     ជ.  $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$   
 ឃ.  $f(x) = 3\sin x - 2\cos x$       ឈ.  $f(x) = (\cos 2x - \sin 2x)e^x$   
 ង.  $f(x) = \frac{3}{2}e^{-x} - \frac{1}{2}e^x$       ញ.  $f(x) = \cos \sqrt{3}x + \sqrt{3} \sin \sqrt{3}x$

**លំហាត់ទី៣:** ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម៖

- ក.  $y' - 3y = 0$       ច.  $\sqrt{5}y' + 5y = 0$   
 ខ.  $y' + 4y = 0$       ឆ.  $(\sqrt{3} + 1)y' - 2y = 0$   
 គ.  $y' + \frac{1}{2}y = 0$       ជ.  $2y' - (\sqrt{8} + 2)y = 0$   
 ឃ.  $2y' - 4y = 0$       ឈ.  $\frac{4}{3}y' - \frac{2}{6}y = 0$   
 ង.  $5y' + 3y = 0$       ញ.  $\sqrt{3}y' + \sqrt{12}y = 0$

**លំហាត់ទី៤:** ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម៖

- ក.  $y'' + 4y' - 5y = 0$       ច.  $y'' + y = 0$   
 ខ.  $y'' + 6y' + 13y = 0$       ឆ.  $y'' - 2y' + y = 0$

## សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

គ.  $y'' + y' - 2y = 0$

ជ.  $4y'' - 4y' + y = 0$

ឃ.  $y'' - 4y' = 0$

ឈ.  $y'' + 4y' + 4y = 0$

ង.  $y'' + 9y = 0$

ញ.  $9y'' + 6y' + y = 0$

**លំហាត់ទី៥:** ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម៖

ក.  $y' + y = 1$

គ.  $y' + y = \frac{1}{1 + e^{2x}}$

ខ.  $y' + 7y = x^2 - 1$

ជ.  $y' - 2y = 3\cos 2x$

គ.  $3y' + 2y = x^2$

ឈ.  $y' - 3y = 7\sin 3x - 6\cos 3x$

ឃ.  $y' + y = x + 2e^x$

ញ.  $y' + y = \sin x - 2\cos x$

ង.  $2y' + y = xe^{-x}$

ដ.  $3y' + y = 1 - 4\cos 2x$

ច.  $y' - y = e^{3x}$

ប.  $y' - 3y = 2\sin x$

**លំហាត់ទី៦:** ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម៖

ក.  $y'' + 9y' - 10y = 8 + 72x - 40x^2$

ច.  $y'' - 2y' - 3y = 2\sin x$

ខ.  $y'' - 6y' - 7y = x^2 - 1$

គ.  $y'' + y' - 2y = 3\cos 2x$

គ.  $y'' + 3y' + 2y = x^2$

ជ.  $y'' + 4y = 5\sin 3x - 5\cos 3x$

ឃ.  $y'' - 2y' = x + 2e^x$

ឈ.  $y'' + y' + y = \sin x + \cos x$

ង.  $y'' + 2y' + y = xe^{-x}$

ញ.  $2y'' + 3y' + y = 1 + \cos 2x$

**លំហាត់ទី៧:** ចូរដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលមានលក្ខខណ្ឌដើម៖

ក.  $y'' + 2y' - 3y = 0$  បើ  $y(0) = 0$  និង  $y'(0) = 1$

ខ.  $y'' - 5y' + 6y = 0$  បើ  $y(0) = 0$  និង  $y'(0) = 1$

គ.  $y'' + 4y = 0$  បើ  $y(0) = 1$  និង  $y'(0) = 2$

ឃ.  $y'' + 3y = 0$  បើ  $y(0) = 1$  និង  $y'(0) = 3$

ង.  $y'' - 2y' + 5y = 0$  បើ  $y(0) = 1$  និង  $y'(0) = -1$

ច.  $y'' + 2y' + 5y = 0$  បើ  $y(0) = 0$  ,  $y'(0) = 1$

**លំហាត់ទី៨:**

១. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $(E): y'' - 5y' + 6y = 0$  ។

ខ. កំណត់ចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  បើគេដឹងថាបន្ទាត់  $(D): y = -x + 2$  ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយត្រង់  $x = 0$

២. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $(E): y'' - 3y' + 2y = 0$  ។

ខ. កំណត់ចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  បើគេដឹងថា ក្រាបនៃចម្លើយកាត់តាមចំណុច  $A(0,3)$  ហើយបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបនៃចម្លើយត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស  $\ln 2$  ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

៣. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $(E): y'' + 4y' - 5y = 0$  ។

ខ. រកចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $y(0) = 6, y'(0) = 0$  ។

៤. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $(E): y'' - y' - 6y = 0$  ។

ខ. រកចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $y(1) = 2, y'(1) = 4$  ។

៥. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $y'' - 3y' + 2y = 0$  (1) ។

ខ. កំណត់ចម្លើយ  $f$  មួយនៃសមីការ (1) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $f(0) = 4$  និង  $f'(0) = 0$  ។

គ. ដោះស្រាយក្នុង  $IR$  វិសមីការ  $f(x) > 0$  ។

**លំហាត់ទី៩:**

១. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$  (F) ។

ខ. កំណត់អនុគមន៍  $f$  ចម្លើយនៃសមីការ (F) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោម:

- ក្រាបនៃអនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច  $A(0,4)$

- បន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបនេះត្រង់ចំណុចមានអាប់ស៊ីស 2 មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើសូន្យ។

២. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $y'' + 9y = 0$  (E) ។

ខ. កំណត់អនុគមន៍  $g$  ចម្លើយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថាក្រាបនៃអនុគមន៍ចម្លើយប៉ះនឹងបន្ទាត់  $(T): y + 1 = x + \pi$  ត្រង់ចំណុច  $M(\pi, -1)$  ។

៣. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $(E): 9y'' + y = 0$  ។

ខ. កំណត់អនុគមន៍  $f$  ដែលជាចម្លើយនៃ (E) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $f(0) = 3$  និង  $f'(0) = 3$  ។

គ. កំណត់អនុគមន៍  $g$  ដែលជាចម្លើយនៃ (E) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx = 0$  និង  $\int_0^{\pi} g(x) dx = 3$

៤. ក. ដោះស្រាយសមីការ  $(F): y'' + 4y = 0$  ។

ខ. រកចម្លើយ  $g$  នៃសមីការ (F) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$  និង  $g\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$  ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ  $g(x) = 1; g$  ជាអនុគមន៍ចម្លើយក្នុងសំនួរខ ។

**លំហាត់ទី10:** គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y' - 2y = xe^x$  ។

ក.ដោះស្រាយសមីការ  $(F): y' - 2y = 0$  ។

ខ.កំណត់តម្លៃ  $a$  និង  $b$  ដើម្បីឱ្យ  $u(x) = (ax + b)e^x$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

គ.បង្ហាញថាបើ  $v(x)$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(F)$  នោះ  $y = u(x) + v(x)$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។ ទាញរកសំណុំចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

ឃ.កំណត់ចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ដោយដឹងថាប្រាបនៃអនុគមន៍ចម្លើយកាត់តាមចំណុច  $O(0,0)$

**លំហាត់ទី11:** គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y' - 2y = e^{2x}$  ។

ក.បង្ហាញថាអនុគមន៍  $u$  កំណត់ដោយ  $u(x) = xe^{2x}$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  ។

ខ.ដោះស្រាយសមីការ  $(F): y' - 2y = 0$  ។

គ.ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើអនុគមន៍  $v$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  នោះ  $v - u$  ជាចម្លើយនៃ  $(F)$  ។

ឃ.ទាញរកសំណុំចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

ង.កំណត់អនុគមន៍ចម្លើយនៃ  $(E)$  ដោយដឹងថាវាមានតម្លៃស្មើ 1 ត្រង់  $x = 0$  ។

**លំហាត់ទី12:** គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' - 3y' + 2y = -x^2 + x + 2$  ។

ក.រកចម្លើយទូទៅ  $y_c$  នៃសមីការ  $y'' - 3y' + 2y = 0$  ។

ខ.កំណត់ចំនួនពិត  $m, n$  និង  $p$  ដើម្បីឱ្យ  $y_p = mx^2 + nx + p$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។  
ទាញរកសំណុំចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

គ.រកចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  បើគេដឹងថា បន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបនៃអនុគមន៍ចម្លើយត្រង់ចំណុច  $(0, 2)$  មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 1 ។

**លំហាត់ទី13:** គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' - 3y' + 2y = 8x^2 - 24$  ។

ក.រកចម្លើយទូទៅ  $y_c$  នៃសមីការ  $y'' - 3y' + 2y = 0$  ។

ខ.កំណត់ចំនួនពិត  $a, b$  និង  $c$  ដើម្បីឱ្យ  $y_p = ax^2 + bx + c$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

គ.បង្ហាញថា  $y = y_c + y_p$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

**លំហាត់ទី14:** គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (1):  $y'' - y - 6y = -6x - 1$  ។

ក.ដោះស្រាយសមីការ (2):  $y'' - y' - 6y = 0$  ។

ខ.កំណត់ចំនួនពិត  $a$  និង  $b$  ដើម្បីឱ្យ  $f_2 = ax + b$  ជាចម្លើយនៃសមីការ (1) ។

គ.បង្ហាញថា បើ  $f_1$  ជាចម្លើយនៃសមីការ(1) នោះ  $f = f_1 - f_2$  ជាចម្លើយនៃសមីការ(2) ។

ឃ.ទាញរកសំណុំចម្លើយនៃសមីការ(1) ។

ង.រកចម្លើយ  $f$  មួយនៃសមីការ(1) បើ  $f(1)=1$  និង  $f'(1)=4$  ។

**លំហាត់ទី15:** គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' + 4y' + 8y = 3\sin x - 2\cos x$  ។

ក.ដោះស្រាយសមីការ  $(F): y'' + 4y' + 8y = 0$  ។

ខ.កំណត់អនុគមន៍  $g$  ដែល  $g(x) = a\cos x + b\sin x$  ជាចម្លើយ នៃសមីការ  $(E)$  ។

ទាញរកសំណុំចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

**លំហាត់ទី16:** គេមានសមីការ  $(E): y'' - y' - 2y = \cos x - 2\sin x$  ។

ក.ដោះស្រាយសមីការ  $y'' - y' - 2y = 0$  ។

ខ.កំណត់ចំនួនពិត  $m$  និង  $n$  ដើម្បីឱ្យ  $f(x) = m\cos x + n\sin x$  ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  ។ ទាញរកសំណុំចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

**លំហាត់ទី17:** គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' + 4y = 3\sin x$  ។

ក.ដោះស្រាយសមីការ  $y'' + 4y = 0$  ។

ខ.តាង  $f(x) = g(x) + k\sin x$  ដែល  $k$  ជាចំនួនពិត ហើយ  $g$  ជាអនុគមន៍អញ្ញាត  $x$  ។

រកតម្លៃនៃចំនួនពិត  $k$  ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍  $g$  ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង:  $g''(x) + 4g(x) = 0$  បើ  $f$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  ។

គ.កំណត់ចម្លើយនៃ  $(E)$  បើ  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$  និង  $f'(\pi) = 0$  ។

**លំហាត់ទី18:** គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' - \frac{1}{2}y' - \frac{1}{2}y = 3e^{\frac{1}{2}x}$  ។

ក.រកចម្លើយទូទៅ  $y_h$  នៃសមីការ  $y'' - \frac{1}{2}y' - \frac{1}{2}y = 0$  ។

ខ.រកចំនួនពិត  $A$  ដើម្បីឱ្យ  $y_p = Ae^{\frac{1}{2}x}$  ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  ។

គ.ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ  $(E)$  ។

**លំហាត់ទី19:** គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' - 2y' + 5y = nx^2 + px + q$  ។

ក.ដោះស្រាយសមីការ  $(F): y'' - 2y' + 5y = 0$  រកចម្លើយនៃ  $(F)$  បើ

$$y(0) = 2 \text{ និង } y'(0) = 6$$

ខ.រកចំនួនពិត  $n, p$  និង  $q$  ដោយដឹងថា  $y = 2x^2 + 3x + 1$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ  $(E)$  ។

លំហាត់ទី20: គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' - 6y' + 5y = xe^{2x}$  ។

ក.រកចម្លើយទូទៅ  $y_h$  នៃសមីការ  $y'' - 6y' + 5y = 0$  ។

ខ.កំណត់  $A$  និង  $B$  ដើម្បីឱ្យ  $y_p = (Ax + B)e^{2x}$  ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  ។

គ.បង្ហាញថា  $y = y_h + y_p$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

លំហាត់ទី21: គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): 3y'' - 2y' - y = 4xe^{-x}$  ។

ក.រកចម្លើយទូទៅ  $y_c$  នៃសមីការ  $3y'' - 2y' - y = 0$  ។

ខ.កំណត់តម្លៃ  $m$  និង  $n$  ដើម្បីឱ្យ  $y_p = (mx + n)e^{-x}$  ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  ។

គ.រកចម្លើយទូទៅ  $y$  នៃសមីការ  $(E)$  ។

លំហាត់ទី22: គេមានសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' + y = x^2 + 1$  ។

ក.ដោះស្រាយសមីការ  $(F): y'' + y = 0$  រកចម្លើយនៃសមីការ  $(F)$  បើ  $y(0) = 1$  និង  $y'(0) = 2$  ។

ខ.រកតម្លៃ  $a, b$  និង  $c$  ដោយដឹងថា  $y = ax^2 + bx + c$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។

រកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ  $(E)$  ។

**ផ្នែកលំហាត់អនុវត្ត**

01. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍  $f$  ជាចម្លើយនៃសមីការត្រូវគ្នាដែលឲ្យដូចខាងក្រោម:

ក.  $f(x) = x^2 + x - 1$  ;  $y' + y = x^2 + 3x$     ច.  $f(x) = e^{3x} - e^{2x}$  ;  $y'' - 5y' + 6y = 0$

ខ.  $f(x) = e^{3x} - x - 1$  ;  $y' - 3y = 3x + 2$     ឆ.  $f(x) = \cos 2x + \sin 2x$  ;  $y'' + 4y = 0$

គ.  $f(x) = \sin x + \cos x$  ;  $y' + y = 2\cos x$     ជ.  $f(x) = \cos \sqrt{3}x + \sqrt{3} \sin \sqrt{3}x$  ;  $y'' + 3y = 0$

ឃ.  $f(x) = x + \ln x$  ;  $xy' - y = 1 - \ln x$     ឈ.  $f(x) = (\cos 2x - \sin 2x)e^x$  ;  $y'' - 2y' + 5y = 0$

ង.  $f(x) = \frac{e^x}{4} - \frac{e^{-3x}}{4}$  ;  $y'' + 2y' - 3y = 0$     ញ.  $f(x) = \frac{e^{-x} \sin 2x}{2}$  ;  $y'' + 2y' + 5y = 0$

02. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $y'' - 9y = 0$

ច.  $2y'' + 3y' - 2y = 0$

ខ.  $y'' - 3y' + 3y = 0$

ឆ.  $y'' - 2\sqrt{11}y' + 11y = 0$

គ.  $2y'' + 3y' - 2y = 0$

ជ.  $9y'' + 6y' + y = 0$

ឃ.  $y'' - 3y' + y = 0$

ឈ.  $4y'' + 12y' + 9y = 0$

ង.  $y'' + 2y' + y = 0$

ញ.  $9y'' - 12y' + 11y = 0$

03. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $y' - 5y = x + 2016$

ច.  $y' - y = xe^{3x} + 4$

ខ.  $y' + 4y = x^2 + 2x + 1$

ឆ.  $y' + 6y = (2x + 3)\cos x$

គ.  $2y' + 3y = (x - 2)e^{2x}$

ជ.  $4y' + y = x + 1 + e^{2x}$

ឃ.  $\sqrt{5}y' + 4y = (x^2 + 2x + 3)e^x$

ឈ.  $7y' + 12y = x^2 - x + 3$

ង.  $2y' - 3y = 2 + \sin x$

ញ.  $y' - 6y = \sin x - \cos 2x$

04. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $y'' + 4y' - 5y = x + 2$

ច.  $y'' + y' - y = xe^{3x} - 3$

ខ.  $y'' - 3y' - 4y = x^2 - 2x + 1$

ឆ.  $y'' - 5y' + 6y = (2x - 3)\cos x$

គ.  $y'' + 6y' + 9y = (x + 2)e^{2x}$

ជ.  $4y'' + 4y' + y = x + 1 + e^{2x}$

ឃ.  $y'' - 4y' + 4y = (x^2 + 2x - 3)e^x$

ឈ.  $y'' + 7y' + 12y = x^2 - x$

ង.  $y'' + 2y' - 3y = 2 + \sin x$

ញ.  $y'' - y' - 6y = \sin x - \cos 2x$

05. រកចម្លើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលឲ្យដូចខាងក្រោម៖

ក.  $y'' - y = 0 ; y(0) = 1, y'(0) = -2$       ច.  $y'' - 9y = 0 ; y(\ln 2) = 1, y'(\ln 2) = -3$

ខ.  $\frac{1}{4}y'' + y = 0 ; y(0) = \frac{3\sqrt{2}}{2}, y'(0) = 3\sqrt{2}$     ឆ.  $y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0 ; y(0) = 0, y'(0) = 1$

គ.  $y'' - 2y' + 3y = 0 ; y(0) = 2, y'(0) = 1$     ជ.  $y'' + 6y' + 13y = 0 ; y(0) = 1, y'(0) = 0$

ឃ.  $y'' + y = 0 ; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3, y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$     ឈ.  $y'' + y = \sin x ; y(0) = 0, y'(0) = 2$

ង.  $y'' - 3y' + 2y = 0 ; y(1) = 1, y'(1) = 3$     ញ.  $y'' + 4y' + 5y = 35e^{-4x} ; y(0) = -3, y'(0) = 1$

06. គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E_1): y' - 2y = 0$  និង  $(E_2): y' = y$  ។

ក. ដោះស្រាយសមីការ  $(E_1)$  និង  $(E_2)$  រកចម្លើយ  $f_1$  នៃ  $(E_1)$  ដែល  $f_1'(0) = 4$  និង  $f_2$  នៃ  $(E_2)$  ដែល  $f_2'(0) = 1$  ។

ខ. គេឲ្យ  $f$  ជាអនុគមន៍កំណត់លើ  $IR$  ដោយ  $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$  ។

ដោះស្រាយសមីការ  $f(x) = 0$  ។

07. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y' + 2y = 0$  ។

ខ. គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E_1): y' + 2y = x$  រកចំនួនពិត  $a$  និង  $b$  ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍  $g(x) = ax + b$  ជាចម្លើយនៃ  $(E_1)$  ។

គ. គេឲ្យអនុគមន៍  $f$  ជាចម្លើយមួយនៃសមីការ  $(E)$  ។ បង្ហាញថាអនុគមន៍  $h(x) = f(x) + g(x)$  ជាចម្លើយនៃ  $(E_1)$  ។

08. គេឲ្យ  $g$  ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ  $IR$  ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត  $x$  ដែល

$$g'(x) - g(x) = x - \frac{e-2}{e-1} \quad (1) \quad \text{។}$$

ក. កំណត់អនុគមន៍  $g$  តែមួយគត់ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ (1) ។

ខ. គេឲ្យអនុគមន៍  $h = g - g_0$  ។ បង្ហាញ  $g$  ផ្ទៀងផ្ទាត់ (1) លុះត្រាតែ  $h$  ជាចម្លើយនៃសមីការនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $y' - y = 0$  (2) ។

គ. ចូររកសំណុំចម្លើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (2) រួចទាញរកសំណុំនៃអនុគមន៍  $g$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ (1) ។ កំណត់អនុគមន៍ផ្ទៀងផ្ទាត់ (1) ដែលមានតម្លៃសូន្យគ្រប់  $x = 0$  ។



09. គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y' + 2y = x^2$  ។
- ក. កំណត់អនុគមន៍ពហុធា  $g$  មានដឺក្រេទី២ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  ។
- ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍  $f$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  លុះត្រាតែ  $f - g$  ជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E'): y' + 2y = 0$  ។
- គ. ដោះស្រាយសមីការ  $(E')$  ។
- ឃ. អោយចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។
10. គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y' - 2y = \frac{-2}{1 + e^{-2x}}$  ។
- ក. កំណត់ចម្លើយនៃសមីការ  $y' - 2y = 0$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $y(0) = 1$  ។
- ខ.  $f$  ជាអនុគមន៍មានដេរីវេលើ  $IR$  ដែល  $f(0) = \ln 2$  និង  $g$  ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ  $f(x) = e^{2x} g(x)$  ។ គណនា  $g(0)$  រួចគណនា  $f'(x)$  ជាអនុគមន៍នៃ  $g'(x)$  និង  $g(x)$  ។
- គ. បង្ហាញថា  $f$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  លុះត្រាតែ  $g'(x) = \frac{-2e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$  ។
- ឃ. ទាញរកកន្សោម  $g(x)$  រួច  $f(x)$  ដែល  $f$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  ។
11. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $y'' + 3\cos 2x = 1$  ។
- ខ. កំណត់ចម្លើយ  $f$  ដែល  $f(0) = 0$  និង  $f'(0) = 0$  ។
12. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): 16y'' + y = 0$  ។
- ខ. កំណត់ចម្លើយ  $f$  នៃ  $(E)$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $f(0) = 1$  និង  $f(2\pi) = -\sqrt{3}$  ។
- គ. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត  $x$  គេអាចសរសេរ  $f(x) = 2\cos\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$  ។
- ឃ. រកចម្លើយនៅក្នុងចន្លោះ  $[0, 2\pi]$  នៃសមីការ  $f(x) = -\sqrt{2}$  ។
13. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' + 4y' + 4y = 0$  ។
- ខ. សរសេរសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(F): y'' + 4y' + 4y = -4x$  ។
- គ. កំណត់ចំនួនពិត  $a$  និង  $b$  ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍  $g(x) = ax + b$  ជាចម្លើយនៃ  $(F)$  ។
- ឃ. បង្ហាញថាអនុគមន៍  $f$  ជាចម្លើយនៃ  $(F)$  លុះត្រាតែអនុគមន៍  $f - g$  ជាចម្លើយនៃ  $(F)$
- ង. ទាញរកគ្រប់ចម្លើយនៃសមីការ  $(F)$  ។
- ច. រកចម្លើយ  $f$  នៃ  $(F)$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់  $f(0) = 2$  និង  $f'(0) = -2$  ។

14. គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' - 4y' + 2y = 4$  ។
- ក. បង្ហាញថាមានអនុគមន៍ថេរ  $k$  មួយជាចម្លើយនៃ  $(E)$  ។
- ខ. បង្ហាញថាគ្រប់ចម្លើយ  $f$  នៃ  $(E)$  ផ្ទៀងផ្ទាត់  $(f - k)'' - 4(f - k)' + 2(f - k) = 0$  ។
- គ. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $y'' - 4y' + 2y = 0$  ។
- ឃ. សន្និដ្ឋានទម្រង់ទូទៅនៃចម្លើយរបស់សមីការ  $(E)$  ពីសំនួរខាងលើ។
- ង. កំណត់ចម្លើយដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដើម  $y(0) = 2\sqrt{2}$  និង  $y'(0) = 0$  ។
15. គេឲ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E): y'' + 2y' + y = x^2 + 2x - 2$  ។
- ក. កំណត់អនុគមន៍ពហុធាជីក្រេទីពីរ  $g$  ដែលជាចម្លើយនៃសមីការ  $(E)$  ។
- ខ. បង្ហាញ  $f$  ជាចម្លើយនៃ  $(E)$  លុះត្រាតែ  $f - g$  ជាចម្លើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $(E'): y'' + 2y' + y = 0$  ។
- គ. ដោះស្រាយសមីការ  $(E')$  រួចទាញរកអនុគមន៍  $f$  ដែលជាចម្លើយនៃ  $(E)$  ។
16. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលរាង  $\frac{dy}{dx} = f(x)$  ខាងក្រោម:
- |   |                                  |
|---|----------------------------------|
| ក. $\frac{dy}{dx} = x^2 - 3x + 3$           | ច. $y' = xe^{3x} - 3$            |
| ខ. $\frac{y'}{(3x^2 - 2016)^{2017}} = x$    | ឆ. $-5y' = (2x - 3)\cos x$       |
| គ. $y' \sin^{2016} x = \cot x$              | ជ. $4y' = x + 1 + e^{2x} \ln 2x$ |
| ឃ. $y' \sqrt{x^2 + 2x - 1} = (x + 1) \ln x$ | ឈ. $y' = x^2 \sin x - 5xe^{x^2}$ |
| ង. $y'(\cos x - 2) = 2 + \sin x$            | ញ. $y' = x \sin x - e^x \cos 2x$ |
17. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលព្យែកអថេរបានខាងក្រោម:
- |  |  |
|--|--|
| ក. $\left(y - x \frac{dy}{dx}\right) = a \left(y^2 - \frac{dy}{dx}\right)$ | ង. $y' = 4xy, (x, y) = (0, 3)$                 |
| ខ. $y - x \frac{dy}{dx} = 3 \left(1 - x^2 \frac{dy}{dx}\right)$            | ច. $xy' = (x + 2)(y - 1), (x, y) = (1, e + 1)$ |
| គ. $(x^2 + 1)y' = 4(y - 1)$  | ឆ. $\frac{y'}{x \sin x} = e^y + 1$             |
| ឃ. $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - x}{y - 2}$                                   | ជ. $\sqrt{y^2 + 4} y' = \sqrt[3]{2x + 2016}$   |

18. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$  ឬ  $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{x}{y}\right)$  ខាងក្រោម:

ក.  $\left(1 + 2e^{\frac{x}{y}}\right)dx - 2e^{\frac{x}{y}}\left(\frac{x}{y} - 1\right)dy = 0$

ច.  $x \frac{dy}{dx} = y - \sqrt{x^2 + y^2}$

ខ.  $(x^3 + y^3)dx - 3xy^2dy = 0$

ឆ.  $(x^3 + y^3)dx - (x^2y + xy^2)dy = 0$

គ.  $y^2dx + (xy + x^2)dy = 0$

ជ.  $(6x^2 + 2y^2)dx - (x^2 + 4xy)dy = 0$

ឃ.  $\left(a \sin \frac{y}{x}\right)dy = \left(y \sin \frac{y}{x} - x\right)dx$

ឈ.  $(x^3 - 3xy^2)dx = (y^3 - 3yx^2)dy$

ង.  $(2xy^2 - x^3)dy + (y^3 - 2yx^2)dx = 0$

ញ.  $\frac{dy}{dx} + \frac{x-2y}{2x-y} = 0$

19. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+by+c}{a'x+b'y+c'}$  ខាងក្រោម:

ក.  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y-3}{x-y+4}$

ច.  $(3y-7x+7)dx + (7y-3x+3)dy = 0$

ខ.  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x-3y-3}{3x-2y+4}$

ឆ.  $(4y-7x+3)dx - (3y-x+3)dy = 0$

គ.  $\frac{dy}{dx} = \frac{6x-2y-7}{2x+3y-6}$

ជ.  $(3x-4y+8)dx + (6y-5x+3)dy = 0$

ឃ.  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+4y-3}{2x-3y+4}$

ឈ.  $(5x-4y+3)dx + (5x-4y+5)dy = 0$

ង.  $\frac{dy}{dx} = \frac{6x+y+3}{5x-6y+4}$

ញ.  $(x-y+1)dx + (x-y-1)dy = 0$

20. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល  $A(x)y' + B(x)y = C(x)$  (1) ខាងក្រោម:

ក.  $y' \sin 2x - y = \tan x$

ជ.  $xy' - y = x + 2$

ខ.  $y' + y \cot x = 5e^{\cos x}$

ឈ.  $y' - y \tan x = -2 \sin x$

គ.  $y' \cos^2 x + y = \tan x$

ញ.  $y' \sin x + y \cos x = x \sin x$

ឃ.  $(x+1)y' - ny = e^x (x+1)^{n+1}$

ដ.  $xy' \ln x + y = 2 \ln x$

ង.  $(1-x^2)y' + xy = 5x$

ប.  $xy' - y = (x-1)e^x$

ច.  $y' \cos^3 x + y \cos x = \sin x$

ខ.  $(1-x^2)y' - xy = 1$

ឆ.  $y' + 3x^2y = x^5 e^{x^3}$

ឈ.  $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{1}{(1+x^2)^2}$  ,  $y(1) = 0$

21. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលប្រាកដ  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  (\*) ខាងក្រោម:

ក.  $2x(ye^{x^2} - 1)dx + e^{x^2} dy = 0$

ខ.  $e^y dx + (1 + xe^y)dy = 0$

គ.  $(a^2 - 2xy - y^2)dx - (x + y)^2 dy = 0$  ឃ.  $(y^2 e^{xy^2} + 4x^3)dx + (2xye^{xy^2} - 3y^2)dy = 0$

ង.  $(x^2 - 4xy - 2y^2)dx + (y^2 - 4xy - 2x^2)dy = 0$

ច.  $(x^4 - 2xy^2 + y^4)dx - (2x^2y - 4xy^3 + \sin y)dy = 0$

22. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលមិនប្រាកដ  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  (⊕) ខាងក្រោម:

ក.  $(x^4 + y^4)dx - xy^3 dy = 0$

ឆ.  $y^3(2ydx + xdy) - (5ydx + 7xdy) = 0$

ខ.  $y^2 dx + (x^2 - xy - y^2)dy = 0$

ជ.  $(2x^2y - 3y^4)dx + (3x^3 + 2xy^3)dy = 0$

គ.  $(1 + xy)xdy + (1 - xy)ydx = 0$

ឈ.  $(y^4 - 2x^3y)dx + (x^4 - 2xy^3)dy = 0$

ឃ.  $y(2xy + 1)dx + x(1 + 2xy - x^3y^3)dy = 0$  ញ.  $(2xy + xy^4 + x^3)dx + (2y^3 + 1)dy = 0$

ង.  $y(x^2y^2 + 2)dx + x(2 - 2x^2y^2)dy = 0$  ដ.  $x^3y^3(2ydx + xdy) - (5ydx + 7xdy) = 0$

ច.  $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$

ប.  $x(4ydx + 2xdy) + y^3(3ydx + 5xdy) = 0$

23. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $(D^2 + 3D + 2)y = 0$

ឆ.  $(D^4 + D^3 + 2D^2 - D + 3)y = 0$

ខ.  $(D^2 + D + 1)y = 0$

ជ.  $(D^4 - 2D^3 + 2D^2 + 8D + 16)y = 0$

គ.  $(D^2 - 27D + (\alpha^2 + \beta^2))y = 0$

ឈ.  $(D^4 + 4)y = 0$

ឃ.  $(D^3 + 2D^2 - 5D - 6)y = 0$

ញ.  $(D^6 - k^6)y = 0$

ង.  $(D^4 - 6D^3 + 12D^2 - 8D)y = 0$

ដ.  $(D^3 - 2D^2 - 4D + 8)y = 0$

ច.  $(D^6 + 9D^4 + 24D^2 + 16)y = 0$

ប.  $(D^3 + 3D^2 + 2D - 6)y = 0$

24. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $(D^2 - 1)y = 5x + 2$

ច.  $(D^2 + n^2)y = \cot nx$

ខ.  $(D^2 - 5D + 6)y = e^{4x}$

ឆ.  $(D^2 + n^2)y = \tan nx$

គ.  $(D^2 - 6D + 9)y = x^2 e^{3x}$

ជ.  $(D^2 - 3D + 2)y = \sin e^{-x}$

ឃ.  $(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$

ឈ.  $(D^2 - 9D + 18)y = e^{e^{-3x}}$

ង.  $(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec}^2 x$

ញ.  $(D^2 - 1)y = (1 + e^{-x})^{-2}$

25. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $(D^2 + 4D + 3)y = e^{-3x}$

ញ.  $(D^3 - D^2 - 4D + 4)y = e^{2x}$

ខ.  $(D^3 + 1)y = 3x + e^{-x} + 5x$

ដ.  $(9D^2 + 12D + 4)y = e^{-\frac{2x}{3}}$

គ.  $(D^3 + 1)y = (e^x + 1)^2$

ឋ.  $(D^3 - 1)y = (e^x + 1)^2$

ឃ.  $(D^3 - 6D^2 + 11D - 6)y = e^{2x}$

ឌ.  $(2D + 1)^2 y = 4e^{-\frac{x}{2}}$

ង.  $(D^3 - 7D + 6)y = e^{2x}$

ឍ.  $(D^2 - 2D + 1)y = e^{2x}$

ច.  $(D^2 - 4D + 3)y = 2e^{3x}$

ណ.  $(D^2 + 4D - 12)y = e^{3x}$

ឆ.  $(D - a)^n y = e^{ax}$

ត.  $(3D^2 + D - 14)y = 16e^{3x}$

ជ.  $(D^4 + D^3 - 6D)y = 3e^{2x}$

ថ.  $(D^2 - a^2)y = e^{4x}$

ឈ.  $(D^2 - 6D + 8)y = (e^{2x} - 1)^3$

ទ.  $(D^2 - 2D + 1)y = (e^x + 1)^2$

26. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $(D^2 - 1)y = \sin x$

ញ.  $(D^3 - 3D^2 + 4D - 2)y = e^x + \cos x$

ខ.  $(D^2 - 2D + 5)y = 10\sin x$

ដ.  $(D^3 + 1)y = \sin 3x - \cos^2 \frac{x}{2}$

គ.  $(D^2 + D - 2)y = \sin x$

ឋ.  $(D^2 + 4)y = 2\sin x \cos x$

ឃ.  $(D^2 - 4D + 4)y = \sin 2x$

ឌ.  $(D^4 + 10D^2 + 4)y = \cos(2x + 3)$

ង.  $(D^2 + 4)y = \sin 2x$

ឍ.  $(D^2 - 4)y = \cos^2 x$

ច.  $(D^2 + 4)y = e^x + \sin 2x$

ណ.  $(D^2 + 2)y = \sin(\sqrt{2}x)$

ឆ.  $(D^3 + a^2 D)y = \sin ax$

ត.  $(D^3 + 1)y = \sin 2x$

ជ.  $(D^3 + 1)y = \cos 2x$

ថ.  $(D^2 + 9)y = e^x - \cos 2x$

ឈ.  $(D^2 + 4)y = \sin^2 x$

ទ.  $(D^2 + 4)y = e^x + \sin 3x$

27. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលខាងក្រោម:

ក.  $(D^2 + D - 2)y = x + \sin x$

ញ.  $(D^2 + 4)y = \sin 3x + e^x + x^2$

ខ.  $(D^2 + 2D - 3)y = x + \sin x$

ដ.  $(D^3 - 13D + 12)y = x$

គ.  $(D^2 - 2D + 3)y = \cos x + x^2$

ឋ.  $(D^4 - a^4)y = x^4$

សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

---

ឃ.  $(D^2 + D - 2)y = 2(1 + x + x^2)$

ខ.  $(D^2 + 5D + 4)y = 3 - 2x$

ង.  $(D^4 - 6D^2)y = x^2 + 3e^{2x} + 4\sin x$

ឃ.  $(D^2 - 4D + 4)y = x^2 + \sin 2x + e^x$

ច.  $(D^2 + D + 1)y = \cos 2x + x^2$

ណ.  $(D^3 + 2D^2 + 4D + 8)y = x^2$

ឆ.  $(D^2 - 3D + 2)y = x^2 + e^{2x}$

ត.  $(D^2 - 13D + 12)y = x$

ជ.  $(D^2 - 5D + 6)y = x + e^{3x}$

ថ.  $(D^2 - 4D + 3)y = 2x^2$

ណ.  $(D^4 + D^2 + 16)y = 16x^2 + 256$

ទ.  $(D^4 + D^3 + D^2 - D - 2)y = x^2 + e^x$

---