

ព្រឹត្តិបត្របឋមឆមាសទី១

Tel: 077 987 632 , 015 86 04 03

បង្រៀនដោយលោកគ្រូហ៊ុ សុវិយា

I.ក. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច \mathbb{C} នូវសមីការ $Z^2 - Z + 1 = 0$ ។

ខ. គេឱ្យ $Z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$; $Z_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ គណនា $Z = \frac{Z_1 + 1}{Z_2 + 1}$ ដោយឱ្យលទ្ធផលជាទម្រង់ពិជគណិត ។

រួចទាញរកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់ នៃ Z និង Z^{2010} ។

II. គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}; B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 3x}{\sin 5x - 2x} ; C = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{x}}{x - 3} ; D = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$$

III. គេឱ្យសមីការប៉ារ៉ាបូល $(P): x = \frac{y(y-6)+13}{4}$

ក. សរសេរ (P) ជាទម្រង់ស្តង់ដា ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេ កំពូល កំនុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។

គ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $(D): y = 4x - 7$ និងប៉ារ៉ាបូល (P) ។

ឃ. សង់ប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ (D) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $g(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{-2x}}{\sqrt{x+6} - 2} & ; x \neq -2 \\ a & ; x = -2 \end{cases}$ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ g ជាប់ត្រង់ $x = -2$ ។

V. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

. គណនាតម្លៃ a, b, c & d ដែលដឹងថាអនុ.នេះជាអនុគមន៍សេស និងមានតម្លៃអតិបរមាស្មើ 1 ចំពោះ $x = -\frac{1}{2}$ ។

VI. អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y = f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}$ និងមានក្រាបតំណាង (C) ។

១. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនានិងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$ រួចបង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាមួយ និងអប្បបរមាមួយ រួចគណនាតម្លៃបរមានោះ ។

២. គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់ រួចទាញរកអាស៊ីមតូតទ្រេត និងអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង (C) ។

៣. សិក្សាទីតាំងធៀបរវាងអាស៊ីមតូតទ្រេត និងខ្សែកោង (C) ។

៤. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់ខ្សែកោង (C) ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដេរីវេមាន $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(2, 2, 0)$ $B(0, 2, 2)$ និង $C(1, 0, 1)$ ។

១. សរសេរសមីការស្វ៊ែរ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។ រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងស្វ៊ែរ (S) និងបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការ $x = 1 + t; y = 2; z = 1 + t$ ។

២. គណនាកូអរដោនេ $\vec{n} = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB}$ រកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC និងសរសេរសមីការប្លង់ (ABC) ។

៣. ប្លង់ (ABC) ជួបអ័ក្ស \vec{ox} ត្រង់ M និង \vec{oz} ត្រង់ N ។ រកកូអរដោនេនៃចំនុច M & N រួចបង្ហាញថា $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MN}$; $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MN} = 0$ បង្ហាញ ថា $ABMN$ ជាតុកោណកែង ។

៤. រកចម្ងាយពី $D(0, 2, 0)$ ទៅប្លង់ (ABC) រួចទាញរកមាឌចតុមុខ $DBCA$ ។

I. ១. គេឱ្យ $z = \frac{3-7i}{9-2i}$ និង $z' = \frac{3+7i}{9+2i}$ គណនា $z + z'$ និង $z - z'$ ។

២. គេមាន $z = \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}$

ក. កំណត់ចំនួនពិត x & y ដើម្បីឱ្យ $z = x + iy$ ។ ខ. គណនាម៉ូឌុល និងអាក្យូយ៉ង់នៃ z ។

៣. ដោះស្រាយសមីការ $(2+i)z^2 - (5-i)z + 2-2i = 0$ ។

II. គណនាលីមីត

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x}}{\sqrt{3x+1}}$$

$$B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cot^3 x}{2 - \cot x - \cot^3 x}$$

$$C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2010x + x \sin 4020x}{\sin 2010x - x \sin 4020x}$$

III. ដោយប្រើរូបមន្ត $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ ចូរគណនាចំនួនដេរីវេនៃអនុគមន៍ត្រង់ x_0

$$1. f(x) = x + \sqrt{x} ; x_0 = 4 \quad ; \quad 2. f(x) = \cos x ; x = \frac{\pi}{2}$$

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{7}{(2-x)(1+3x)}$

ក. សរសេរ $f(x)$ ជា រាង $f(x) = \frac{A}{2-x} + \frac{B}{1+3x}$ រួចគណនាតម្លៃ A & B ។

ខ. គណនា $f'(x); f''(x); f'''(x)$ ។

V. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = \frac{x^2 - 2px + q}{x^2 + 1}$ ដែល p & q ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ និងមានខ្សែកោង (C) ។

១. កំណត់តម្លៃ p & q ដោយដឹងថា $y' = 0$ ចំពោះ $x = 2$ និង $y = 2$ ចំពោះ $x = 1$ ។

២. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ ។ រួចគណនាលីមីតចុងដែនកំណត់ និងទាញរកអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង ។

៣. សង់តារាងអថេរភាព និងទាញរកចំនុចបរមា ។

៤. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (L) ទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំនុច $x = 1$ ។

៥. សង់បន្ទាត់ (L) និងខ្សែកោង (C) ។

VI. នៅក្នុងតតម្រុយអរតូនម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(1, 2, 3)$ $B(4, 0, 5)$ និង $C(0, 4, 5)$ ។

១. ចូរដៅចំនុច $A; B; C$ រួចគណនា $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ ។

២. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងប្លង់ $(P): 2x - 6y + 3z - 4 = 0$ ។

៣. រកសមីការប្លង់ (ABC) ។ រកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

៤. រកសមីការប្លង់ (Q) ដែលជាប្លង់មេដ្យាទ័រនៃ $[BC]$ ។

៥. រកសមីការស្វ៊ែរ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[BC]$ ។

៦. គណនាមាឌត្រីកោណ $OABC$ រួចទាញរកចំងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC) ។

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = x + iy$ ។

១. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $w = 1 + 2i + iz$ ជាទម្រង់ពិជគណិត រួចកំណត់តម្លៃ x & y ដើម្បីឱ្យ $w = z + 1$ ។

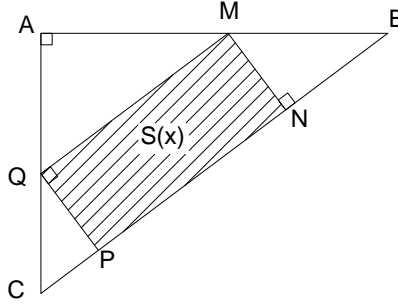
២. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $A = -1 + i$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចគណនា A^{12} ។

៣. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំនុំ $\mathbb{C} : z = |z|^2 - 1 - i$ ។

II. គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

១. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - 3x}{x(x+4)}$ ២. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{4x^2 + 2})$ ៣. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\tan \pi x}{x-3}$

III. គេមានត្រីកោណកែង ABC កែងត្រង់ A ដែល $AB = 4cm$; $AC = 3cm$ ។ M ជាចំណុចមួយលើ $[AB]$ ដែល $AM = x$ ។ តាម M សង់ចតុកោណកែង $MNPQ$ ចារឹកក្នុងត្រីកោណនេះ ។



១. ស្រាយបញ្ជាក់ថាផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ $MNPQ$ គឺ $S(x) = \frac{3}{4}(4x - x^2)$ ។

២. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ $S(x)$ មានតម្លៃអតិបរមា រួចរកតម្លៃអតិបរមានោះ ។

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $g(x) = \frac{x^2 + mx + n}{x-2}$ មាន (H) ជាក្រាប ។

កំណត់ចំនួនពិត m & n ដោយដឹងថា g មានបរមាត្រង់ $x = 3$ ហើយក្រាប (H)

មានបន្ទាត់ $y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត ។

V. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{4x-4}{x^2-2x+5}$ មានក្រាប (C) ។

១. បង្ហាញថា f កំណត់បានចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ ។

២. បង្ហាញថាចំណុច $I(1;0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C) ។

៣. រកលីមីតនៃ f កាលណា $x \rightarrow \pm\infty$ រួចបង្ហាញថា (C) មានអាស៊ីមតូតដេកមួយ ។

៤. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ បង្ហាញថា f មានអតិបរមាមួយ និងអប្បបរមាមួយ ។ គណនាតម្លៃបរមាទាំងនេះ ។

៥. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៦. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (C) និងអ័ក្ស $(x'x)$ $(y'y)$ និងអាស៊ីមតូតដេក រួចសង់ក្រាប (C) ។

VI. នៅក្នុងតតម្រុយអរតូនម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(0,0,2)$ $B(3,0,0)$ និង $C(0,4,0)$ ។

១. រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ ។

២. គណនា $\vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ (ABC) ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំនុច M របស់ប្លង់ (ABC) ។

៣. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (AM) & (BC) រួចគណនាកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វ I រវាង (AM) & (BC) ។

៤. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $[AI]$ ជាមេដ្យាននៃ $\triangle ABC$ ហើយ M ជាចំណុចកណ្តាលនៃ $[AI]$ ។



គ្រឹះប្រលងឆ្នាំ២០២១

ឆ្នាំទី១២

Tel: 077 987 632 , 015 86 04 03

បង្រៀនដោយលោកគ្រូហូ សុវិយា

I. គេឱ្យពីរចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = 2i(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ and $z_2 = 2i(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6})$ ។

ក. សរសេរ z_1 and z_2 ជាទម្រង់ពិជគណិត ។ ខ. ចូរបង្កើតសមីការដឺក្រេទី២ ដែលមាន z ជាអថេរនិង $z_1; z_2$ ជាឫស ។

គ. បង្ហាញថា $z_1^6 + z_2^6 = 2^7$ ឬ កំណត់ចំនួនពិត x and y ដើម្បីឱ្យ $z_1^3 + z_2^3 = 2(x-1) + i(y-3)$ ។

II. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $f(x) = (x-1)^2 + 1$ ។

១. រកចំនុចអប្បបរមានៃ f រួចសង់ប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូណ៉ាម៉ាល់ ។

២. A_1 and A_2 ជាពីរចំណុចនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា a_1 and a_2 ។ បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a_1 and a_2

គេបាន
$$\frac{f(a_2) - f(a_1)}{a_2 - a_1} = f'\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)$$
 ។

៣. ចូរស្រាយសមភាព $\frac{f(a_2) - f(a_1)}{a_2 - a_1} = f'\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)$ តាមបែបធរណីមាត្រ ។

III. (H) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x) = \frac{1}{(ax+b)^2}$ ។ បន្ទាត់ (D) មានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ ប៉ះនឹងក្រាប (H) ត្រង់ចំនុច $x = 0$ ។

រក a and b ។

IV. គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(1 - \cos x)}{x^4}$ $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sqrt{1 + \cos x}}{\frac{\pi}{2} - x}$

V. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{3x^2 - 12x + 10}{x^2 - 4x + 3}$ មានក្រាប (C) ។

១. រកដែនកំណត់នៃ f ។ ២. គណនានិង សិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ។

៣. បង្ហាញថា f មានអតិបរមាមួយ រួចគណនាតម្លៃអតិបរមានោះ ។

៤. គណនា $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ ទាញរកអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង ។

៥. សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ ៦. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (L_1) and (L_2) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 0$ and $x = 4$ រៀងគ្នា ។

រកកូអរដោនេនៃចំណុច I ប្រសព្វ រវាង (L_1) and (L_2) ។

៧. រកចំនុចប្រសព្វរវាង (C) និងអ័ក្សទាំងពីរ ។ ($\sqrt{6} = 2.5$) សង់ក្រាប (C) (L_1) and (L_2) ។

VI. នៅក្នុងតតម្រុយអរតូន៉ាម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(-1, 1, 0)$ $B(2, 0, 1)$ $C(1, 2, 2)$ $D(0, 1, -2)$

និង $M(x, y, z)$ ។

១. រកទំនាក់ទំនងរវាង $x; y$ និង z ដើម្បីឱ្យ \overline{AM} កែងនឹង \overline{BM} ។ តើសំណុំចំណុចនៃចំណុច M ជាអ្វី?

២. គណនា $\vec{n} = \overline{BC} \times \overline{BD}$ ។ រកចំនួនពិត m ដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡា S នៃ $\triangle BCD$ ផ្ទៀងផ្ទាត់សមភាព $S = \sqrt[3]{e^m}$ ។

៣. រកសមីការប្លង់ (BCD) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ N រវាងប្លង់ (BCD) និងបន្ទាត់ (L) : $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ ។

៤. គណនាចម្ងាយពីចំណុច A ទៅប្លង់ (BCD) រួចទាញរកមាឌតេត្រាអែត $ABCD$ ។

I.កំណត់ចំនួនកុំផ្លិច $Z = a + ib$ ដែល $a, b \in \mathbb{R}$ ដោយដឹងថា $Z^2; 1-Z; \bar{Z}$ មានផ្ទៃដូចគ្នា។

ខ.គេឱ្យ $Z_1 = a + b^2 - 3i$ & $Z_2 = 2 - ab^2i$ ។ កំណត់ចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យ $\bar{Z}_1 = Z_2$ ។

II.រកកូអរដោនេកំពូល កំណុំ សមីការអ័ក្សឆ្លុះ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលៈ

$$a) (x-3)^2 = -(y+1) ; b) (y+1)^2 = -4(x-2) ; c) x^2 + 6x - 4y + 1 = 0$$

III.ដោយអនុវត្តវិសមភាពកំណើនមានកំណត់ចំពោះអនុគមន៍ $f(x) = \sqrt{x+4}$ លើចន្លោះ $[0, 5]$ បង្ហាញថា $\frac{x}{6} + 2 \leq \sqrt{x+4} \leq \frac{x}{2} + 2$ ។

IV.ផ្ទុះមួយមានរាងជាស៊ីឡាំងមានកាំបាត $30cm$ ។ គេបង្ហូរទឹកចូលដោយអត្រា $2l/s$ ហើយទឹកហូរចេញដោយអត្រា $3l/s$ ។ តើទឹកក្នុងផ្ទុះ ប្រែប្រួលដោយអត្រាប៉ុន្មាន បើគេដឹងថាទឹកក្នុងផ្ទុះមានកម្ពស់ h ?

V.គេឱ្យពីរចំនុច $A(0, 1, 2); B(1, -2, 2)$ និងស្វ៊ែរ $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + y - 3z + 2 = 0$ ។

១.រកផ្ចិត I និងកាំ R នៃស្វ៊ែរ (S) ។

២.សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) ដែលកាត់តាម A និង B ។

៣.គណនាកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាង (L) និង (S) ។

៤.សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះនឹងស្វ៊ែរ (S) ត្រង់ $M(0, 0, 2)$ ។

VI. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R} - \{1\}$ ដោយ $f(x) = ax - 1 + \frac{2-a^2}{x-1}$; a ជាចំនួនពិត x ជាអថេរ។

ក.គណនា $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។ ខ.កំណត់ a ដើម្បីឱ្យ f មានអប្បបរមាត្រង់ $x = 2$ ។

VII.កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f ខាងក្រោមជាប់លើ \mathbb{R} ។

$$\begin{cases} f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) & ; x < -1 \\ f(x) = ax^2 + bx + 1 & ; -1 \leq x \leq 2 \\ f(x) = \cos(\pi x) & ; x > 2 \end{cases}$$

IX.គេឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$ មានខ្សែកោងតំណាង (C) ។

១.កំណត់មេគុណ $a; b; c$ ដោយគេដឹងថាអនុគមន៍នេះមានតម្លៃអតិបរមាស្មើ 1 ចំពោះ $x = -1$ ហើយអនុគមន៍មានតម្លៃស្មើ 5 ចំពោះ $x = 1$ ។

២.រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍។ សរសេរ f ជា $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$; $(a, b, c \in \mathbb{R})$

៣.គណនា និងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$ ។

៤.គណនាលីមីតត្រង់ចុងដែនកំណត់ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

៥.បង្ហាញថា f មានអតិបរមាមួយ និងអប្បបរមាមួយ រួចគណនាតម្លៃបរមានោះ។

៦.សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ សិក្សាទីតាំងរវាងខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត។

៧.រកកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងអ័ក្សទាំងពីរ ។ សង់ខ្សែកោង (C) ។

៨.បង្ហាញថា $I(0, 3)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ។

I. ក. ដោះស្រាយសមីការ $\frac{z}{3+4i} + \frac{z-1}{5i} = \frac{5}{3-4i}$ ។

ខ. រកមុំដូល និង អាកុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $Z = 1 + i \tan \alpha$ ដែល $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ ។

គ. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = 1 + i$ បង្ហាញថា $Z^3 = -2 + 2i$ ។ ចំពោះតម្លៃ Z នេះ រកចំនួនពិត p & q ដោយដឹងថា $\frac{p}{1+z} + \frac{q}{1+z^3} = 2i$ ។

ឃ. ស្រាយថា $(1 + \cos \alpha + i \sin \alpha)^n = 2^n \cos^n \frac{\alpha}{2} \left(\cos \frac{n\alpha}{2} + i \sin \frac{n\alpha}{2} \right)$ ។

II. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \begin{cases} \frac{1 + \cos x}{(x - \pi)^2} & ; x > \pi \\ \cos x + m^2 & ; x \leq \pi \end{cases}$ កំណត់តម្លៃនៃ m ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x = \pi$ ។

III. គណនាលីមីត

$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{x^2+1}}{\sin x}$ $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+4} - \sqrt[3]{4x+8}}{\sin 3x}$ $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{5-x^2}}{x-1}$ ។

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ f មួយកំណត់ដោយ $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{x} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ ស្រាយបញ្ជាក់ថាខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f មានបន្ទាត់ប៉ះមួយត្រង់

គល់ ០ នៃតម្រូវយុទ្ធកំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះនេះ ។

V. ក្នុងតម្រូវអវត្ថុណាម៉ាល់ $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យប្លង់ (P) មួយដែលកាត់តាមចំនុច $A(1, 0, 0)$ $B(0, 2, 0)$ & $C(0, 0, 3)$ ។

ក. គណនាកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ សរសេរសមីការប្លង់ (P) ។

ខ. គណនាចម្ងាយ OI ពីគល់ ០ មកប្លង់ (P) ។

គ. ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ ។

VI. មាឌនៃប៊ូលមួយថយចុះដោយអត្រា $15 \text{ cm}^3 / \text{s}$ ។ តើកាំនៃស្វ៊ែរប្រែប្រួលដោយអត្រាប៉ុន្មាន បើមាឌនៃប៊ូលស្មើនឹង $36\pi \text{ cm}^3$ ។

VII. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{mx^2 + 3mx + 2m + 1}{x + 2}$ មានខ្សែកោង (C) ។

ក. កំណត់តម្លៃនៃ m ដើម្បីឱ្យខ្សែកោង (C) នៃអនុគមន៍ f ប៉ះនឹងបន្ទាត់ $y = m$ ។

ខ. រកដែនកំណត់ និងគណនាដេរីវេនៃ f ចំពោះតម្លៃ m ដែលរកឃើញ។

គ. គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់ និងរកសមីការអាស៊ីតូត ។

ឃ. សង់តារាងអថេរភាព រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

ង. ដោយប្រើរូបមន្តបំប្លែងកិល ពីអ័ក្ស $(xOy) \rightarrow (XOY)$ បង្ហាញថា $\omega(-2, -1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។



គ្រឹះប្រលងធម្មាសន៍

ឆ្នាំទី១២

Tel: 077 987 632 , 015 86 04 03

បង្រៀនដោយលោកគ្រូ ឈុំ សុវិយា

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = (\sqrt{3} - i) \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

១. សរសេរ z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចរាងពិជគណិត ។

២. ទាញរកតម្លៃនៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ & $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

II. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = x|x|$ ។ បង្ហាញថាអនុគមន៍ f ជាប់លើ \mathbb{R} ។ តើ f មានដេរីវេលើ \mathbb{R} ឬទេ ?
បើមានចូរគណនាដេរីវេ របស់វា ។

III. គណនាលីមីតខាងក្រោម:

$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3e^x + 1}{5e^x + 2} \quad B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x - x}{1 + e^x} \quad C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 2}{(e^x + 2)(e^x - 1)}$

IV. គេឱ្យ $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ ដែល x ជាចំនួនពិត ។

១. គណនាលីមីតនៃ y កាលណា x ខិតទៅ $+\infty$; $-\infty$ ។

២. គណនាឱ្យជឿននៃស្វ័យល dy រួចបង្ហាញថា $dy = \frac{1 - y^2}{2} dx$ ។

V. គេឱ្យ $f(x) = \frac{e^x}{ax + b}$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។

១. គណនា $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។

២. កំណត់រក a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f មានអប្បបរមាលើ e ត្រង់ $x = 1$ ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យ $B(3, -1, 0)$ $C(0, -7, 3)$ $D(-2, 1, -1)$

១. ដោតចំនុច B C & D ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ។ ២. រកសមីការប្លង់កាត់តាមចំនុច B C & D ។

៣. គេឱ្យ $A(3, 2, 6)$ បង្ហាញថាទ្រនុងឈមរបស់ចតុមុខ $ABCD$ អរតូកូណាល់រវាងគ្នាពីរៗ ។

៤. គេឱ្យ M ជាចំនុចកណ្តាលនៃ $[CD]$ ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ។

៥. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃ (AM) ។ គណនាមុំរវាង (AB) និងបន្ទាត់ (AM) ។

៦. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (AB) កែងជាមួយប្លង់ (BCD) ។ ៧. រកមាឌចតុមុខ $ABCD$ ។

VII. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = e^{1-x}$ ហើយ (C) ជាក្រាបនៃ f ។

ក. បញ្ជាក់ដែនកំណត់នៃ f រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា f ជាអនុគមន៍ចុះលើ \mathbb{R} ។

ខ. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ រួច $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C) ។

គ. ចូរគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

ឃ. កំណត់រកចំនុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) និងអ័ក្សអរដោនេ ។ (គេឱ្យ $e = 2.7$)

ង. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (D) ដែលប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $x = 1$ ។

ច. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនមេត្រីមួយ ។

I. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = ax^2e^{-bx}$ និងមានក្រាប (C) ។

ក. គណនា $f'(x)$ & $f''(x)$ ។

ខ. គណនា a & b ដោយដឹងថា $f(2) = \frac{4}{e^2}$ & $f''(0) = 2$ ។

គ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f មានបរិមា ពីរត្រូវកំណត់ ។ តើ f មានចំនុចបត់ដែរឬទេ?

II. $ABCD$ ជាចតុកោណកែងមួយដែលមាន $AB = 3cm$ & $BC = 4cm$ ។

$M \in [AB]$; $N \in [BC]$; $P \in [CD]$; $Q \in [DA]$ ដែល $AM = BN = CP = DQ = x$ ។

១. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ $\triangle AMQ$; $\triangle BMN$; $\triangle CNP$; $\triangle DPQ$ & $MNPQ$ ជាអនុគមន៍នៃ x ។

២. កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យ $MNPQ$ មានផ្ទៃក្រឡាតូចបំផុត ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានេះ ។

III. គេឱ្យ $Z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ។ តាង $u = z + z^4$ & $v = z^2 + z^3$ ។

ក. គណនា z^5 ។

ខ. គណនា $u+v$ & $u \cdot v$ រួចទាញរក u & v ។ ដោយប្រើរូបមន្ត $1-a^4 = (1-a)(1+a+a^2+a^3)$

IV. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $y = f(x) = -x - 2 + \frac{4e^x}{e^x + 1}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ មួយដែលមានឯកតា $1cm$ ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) កាលណា $x \rightarrow -\infty$ ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយបង្ហាញថា $f'(x) \leq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

គណនា $f'(0)$; $f(0)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បង្ហាញថាគល់កូអរដោនេ O ជាចំនុចបត់ និងផ្ចិតរូបសំខ្សែកោង (C) ។

៤. គណនា $f(3)$ ហើយសង់ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ។ (គេយក $e^3 = 20$)

ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{4e^x}{e^x + 1} \geq x + 2$ ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ។

V. ១. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0,1,0)$; $B(0,0,1)$ & $C(1,2,3)$ ។

២. រកសមីការប្លង់ (Q) ដែលកាត់តាមចំនុច C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AB) ។

៣. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) រវាងប្លង់ (P) ប្រសព្វប្លង់ (Q) ។

៤. សរសេរសមីការស្វ៊ែរ (S) ដែលមានផ្ចិត (C) និងកាំស្វ៊ែរ $R = 2$ ។

៥. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ រវាងស្វ៊ែរ (S) និងបន្ទាត់ (L) ។

៦. គណនាចម្ងាយពីចំនុច C ទៅបន្ទាត់ (AB) ។

I. ក. សរសេរជាផលគុណកត្តានៃចំនួនកុំផ្លិចខាងក្រោម៖

$$A = x^2 + 4x + 5 \quad B = x^2 - 2x + 17 \quad C = x^2 + x + 1$$

ខ. គេឱ្យ $Z = \frac{(\sqrt{3} + i)^5}{(1 + i)^3}$ ។ ចូរសរសេរ Z ជាទម្រង់ពិជគណិត និងត្រីកោណមាត្រ ទាញរកតម្លៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ & $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

II. ក. គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 + 7x + 1} - 3x)$ $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} - 3}{x}$

ខ. ស្រាយថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x + 2^{-x})}{x} = 0$ រួចទាញថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1 + x \cdot 2^x)}{2x} = \frac{\ln 2}{2}$ ។

III. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \ln x$ ដែល $x \in]0; +\infty[$ ។

ក. គណនា $f'(x)$ រួចបង្ហាញថាចំពោះ $x \in [10; 11]$ គេបាន $\frac{1}{11} \leq f'(x) \leq \frac{1}{10}$ ។

ខ. ដោយប្រើវិសមភាពកំណើនមានកំណត់ ចូរទាញថា $\frac{1}{11} \leq \ln 11 - \ln 10 \leq \frac{1}{10}$ ។ រួចទាញបញ្ជាក់ថា $2,39 \leq \ln 11 \leq 2,40$

ដោយដឹងថា $\ln 10 = 2,30$ ។

IV. ១. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = (1-x)e^x - 1$ ។ គណនា $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f (ដោយមិនបាច់គណនាលីមីតត្រង់ $-\infty$ និង $+\infty$) ។ ទាញរកសញ្ញានៃ $f(x)$ ។

២. g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $g(x) = (2-x)e^x + 2 - x$ ។

ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។ គណនា $g'(x)$ ។ ដោយប្រើលទ្ធផលដែលបាននៅសំណួរទី ១ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ g ។

ខ. បង្ហាញថាខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ g មានបន្ទាត់ $(D): y = 2 - x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតកាលណា x ខិតទៅ $-\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងនៃខ្សែកោង (C) ធៀបនឹង (D) ។

គ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ដែលស្របនឹងបន្ទាត់ (D) ។

ឃ. រកកូអរដោនេនៃចំនុចបត់របស់ខ្សែកោង (C) ។

ង. សង់ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(0; \vec{i}; \vec{j})$ ។ (ឯកតាលើអ័ក្សស្មើ $1cm$) ។

V. អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = 1 - x \ln x$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ។

១. រកដែនកំនត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ចូរពន្យល់ពីអនុគមន៍ f ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x = 0$ ឬទេ?

២. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ $x = e^{-1}$ ហើយគណនា $f(e^{-1})$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. គណនាតម្លៃ $f(1)$ & $f(2)$ សង់ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ ។ (គេឱ្យ $e^{-1} = 0,4$; $\ln 2 = 0,7$) ។

៤. គណនាកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (D) មានសមីការ $y = 1 - x$ ។

I. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $Z_1 = \frac{2\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}{1+i\sqrt{3}}$ & $Z_2 = (1-i)x + (1-y)(1+i)$ ។

ក. សរសេរ Z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ និងជាទម្រង់ពិជគណិត ។

ខ. កំណត់ចំនួនពិត x & y ដើម្បីឱ្យ $2\bar{Z}_1 - (Z_2 + y - 1) = 0$ ។

II. ១. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = f(x) = \cos x$ ។ គណនា dy ។

២. គណនាលីមីត: $A = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x - 2 + xe^x)$ $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right)$ $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} (6030 + 3x) \left(e^{\frac{1}{2010+x}} - 1 \right)$

៣. អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \begin{cases} m^2 - 1 & ; x = 0 \\ \frac{x}{x - \ln x} & ; x > 0 \end{cases}$ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x = 0$ ។

III. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = x + \frac{\ln x + 1}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(0; \bar{i}; \bar{j})$

ដែលមានឯកតា $2cm$ ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ នៃខ្សែកោង (C) ។

២. គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ នោះដោយដឹងថា $x^2 - \ln x > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(L): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។ សិក្សាទីតាំងរវាង (L) & (C) ។

៤. បន្ទាត់ (D) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំនុច M ហើយ (D) ស្របនឹងបន្ទាត់ (L) ។ រកកូអរដោនេនៃចំនុច M រួចសរសេរសមីការបន្ទាត់ (D) ។ គណនា $f(2)$ ។ សង់បន្ទាត់ (L) (D) & (C) ។ (គេឱ្យ $\frac{1}{e} = 0,36$; $\ln 2 = 0,7$)

IV. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(o; \bar{i}; \bar{j}; \bar{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(0; 3; 4)$ និងបន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

$$x = 1 + 5t ; y = 1 - t ; z = 2 - 3t ; t \in \mathbb{R}$$

ក. បង្ហាញថាប្លង់ $(P): 5x - y - 3z + 15 = 0$ កាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (D) ។

ខ. ប្លង់ (P) កាត់អ័ក្ស \overline{ox} ត្រង់ M \overline{oy} ត្រង់ N និង \overline{oz} ត្រង់ P ។ កំណត់ចំនុច M N & P រួចសង់ចំនុច A M N & P ។

គ. គណនា $\overline{MP} \times \overline{MN}$ រួចទាញរកក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ MNP ។

ឃ. គណនា $(\overline{MP} \times \overline{MN}) \cdot \overline{MO}$ រួចទាញរកមាឌចតុមុខ $MNPO$ ។

V. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(o; \bar{i}; \bar{j}; \bar{k})$ គេមានប៉ារ៉ាបូល $(P): y^2 - 6y + 12x + 45 = 0$ ។

ក. សរសេរសមីការទម្រង់ស្តង់ដា ។

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល កំនុំ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងអ័ក្សផ្លូវ ។

គ. គេមានបន្ទាត់ $(D_m): y = x + m$ ពិភាក្សាតម្លៃ m ចំនួនចំនុចប្រសព្វ រវាងបន្ទាត់ (D_m) និងប៉ារ៉ាបូល (P) ។ ឃ. សង់ប៉ារ៉ាបូល (P)

I. ក. ដោយប្រើរូបមន្ត $\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$ ចូរគណនា $\cos \frac{\pi}{8}$ & $\sin \frac{\pi}{8}$ ។

ខ. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = (\sqrt{2} + 2)\left(\cos \frac{9\pi}{8} + i \sin \frac{9\pi}{8}\right)$ ។ ១. សរសេរ z ជាទម្រង់ពិជគណិត ។ ២. គណនាបូសការេនៃ z ។

II. ក. គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \left(\frac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{4\sin^2 x - 1} \right)$ $B = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{(2x - \pi) \cdot \cos 1005x}{\cos^2 x} \right)$ ។

ខ. រកតម្លៃនៃចំនួនពិត n ដែល $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^n} = \frac{1}{2}$ ។

គ. គេឱ្យអនុគមន៍ $g(x) = \frac{e^{ax} - e^{bx}}{\sin ax - \sin bx}$; ($a \neq 0; b \neq 0$) គណនា $g'(x)$ & $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ ។

ឃ. ស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ $f(x) = (x^{2010} - 1)\cos x + \sqrt{2}\sin x - 1$ មានក្រាបកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់មួយចំនួនយ៉ាងតិចក្នុងចន្លោះ $[0; 1]$ ។

III. ក. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = a \ln x + bx^2 + x$ ។ កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f មានបរិមាតិកាត្រង់ $x=1$ & $x=2$ ។

ខ. គេឱ្យអនុគមន៍ h កំណត់ដោយ $h(x) = \ln(x+1)$ ។

១. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \in [2009; 2010]$ គេបាន $\frac{1}{2011} \leq h'(x) \leq \frac{1}{2010}$ ។

២. ដោយប្រើវិសមភាពកំណើនមានកំណត់បង្ហាញថាគ្រប់ $x \in [2009; 2010]$

គេបាន $\frac{x-2009}{2011} + \ln 2010 \leq h(x) \leq \frac{x-2009}{2010} + \ln 2010$ ។

៣. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x > 0$ គេបាន $x - \frac{x^2}{2} < h(x) < x$ ។

IV. ក្រដាសកាតុងមួយសន្លឹករាងចតុកោណកែង មានវិមាត្រ $30cm$ & $48cm$ ។ គេកាត់ចេញពីក្រដាសនេះ នូវការេបួនប៉ុន្មានដើម្បីឱ្យផ្នែកនៅសល់អាចបត់ធ្វើជាប្រអប់មួយ រាងប្រលេពីប៉ែតកែង (គ្មានតំប) ។ គណនាវិមាត្រនៃប្រលេពីប៉ែតកែង ដើម្បីឱ្យប្រអប់ មានមាឌអតិបរមា ។ រកមាឌអតិបរមានោះ ។

V. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = e^x \ln x$ និងអនុគមន៍ $g(x) = \ln x + \frac{1}{x}$ ។

១. សិក្សាសញ្ញានៃ $g(x)$ ។ ២. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។ គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់នៃ f ។

៣. គណនាដេរីវេនៃ f ។ ៤. សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។ បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើន ។ ៥. សង់ខ្សែកោង តាង f ។

VI. គេឱ្យប៉ារ៉ាបូល (P) មានសមីការ $y^2 = 2x$ និងបន្ទាត់ (d) មានសមីការ $2x - y - 2 = 0$

ក. រកសមីការទម្រង់ស្តង់ដា ។ ខ. គណនាកូអរដោនេកំពូល កំនុំ ។ គ. រកសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស និងអក្ស័រឆ្លុះ ។

ឃ. រកកូអរដោនេចំនុចប្រសព្វរវាង (P) & (d) ។ ង. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំនុចប្រសព្វ ។

I. ក. សរសេរ $z = 3 - i\sqrt{3}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចគណនា ឬសទី៤ នៃ z ។ ដោយសារទាំងនោះលើរង្វង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z^2 = 4\sqrt{3} + 4i$ ។

១. សរសេរ z^2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ $z^2 = 4\sqrt{3} + 4i$ ។ ទាញរក តម្លៃ $\cos \frac{\pi}{12}$ & $\sin \frac{\pi}{12}$ ។

II. គេឱ្យអនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x) = ax - 4 + \frac{1}{4} \ln x$ ។

១. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ g កាត់តាមចំនុច $A(1; -3)$ ។

២. រកលីមីតនៃ g ចុងដែនកំណត់ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃ g ។

៣. សិក្សាអថេរភាពនៃ g រួចសង់តារាងអថេរ ភាព ។

៤. បង្ហាញថាសមីការ $g(x) = 0$ មានឬសមួយលើចន្លោះ $[3; 4]$ ។

៥. សង់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ g រួចសរសេរសមីការ បន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំនុច A ។

III. ក. គណនាលីមីតៈ

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} \quad B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{(x+2009)(x+2010)} - x \right) \quad C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2010x + 2009\pi)}{\sin(2009x + 2010\pi)}$$

ខ. ចតុកោណកែងមួយចារឹកក្នុងរង្វង់ មានកាំ $R = 3dm$ ។ កំណត់វិមាត្រនៃចតុកោណកែងដើម្បីឱ្យបរិមាត្រវាមានតម្លៃអតិបរមា ។

កំណត់តម្លៃអតិបរមានោះ ។

$$\text{គ. គេឱ្យអនុគមន៍ } f \text{ កំណត់ដោយ : } f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 \sin\left(\frac{1}{x-1}\right) & ; x \neq 1 \\ 0 & ; x = 1 \end{cases}$$

សិក្សាភាពមានដេរីវេនៃ f ត្រង់ចំនុច $x = 1$ ។ តើ f ជាប់ ត្រង់ $x = 1$ ឬទេ?

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = (ax+b) - \ln x$ មានខ្សែកោង (C) ។

១. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f រួចគណនា $f'(x)$ & $f''(x)$ ។

២. កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍មានអប្បបរមាលើ 1 ត្រង់ $x = 1$ ។

៣. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ រួចទាញរកអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) ។

៤. សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. សរសេរសមីការ បន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំនុចអាប់ស៊ីស $x = 1$ ។

៦. សង់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ f និងសង់បន្ទាត់ប៉ះ នេះ ។

៧. ដោយប្រើខ្សែកោង (C) ដោះស្រាយនឹងពិភាក្សាសមីការ $(x-m) - \ln x = 0$ តាមប៉ារ៉ាម៉ែត្រ m ។

I. ១. កំណត់ចំនួនពិត a ដើម្បីឱ្យ $(2-3i)$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2+ax+b=0$ ។

២. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $u=\sqrt{3}-i$ និង $v=1-i\sqrt{3}$ ។ សរសេរ u & v ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

រួចសរសេរ $u \cdot v$ & $\frac{u}{v}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

៣. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z=\left(2\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ។ សរសេរ z ជាទម្រង់ពិជគណិត និងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

រួចទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos\frac{\pi}{12}$ & $\sin\frac{\pi}{12}$ ។

II. ក. គណនាលីមីត: $A=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2009x - \sin 2010x}{\sin 2011x - 2010x}$ $B=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 4x} - e^{\sin 3x}}{5x}$ $C=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 4x}{x^2}$ ។

ខ. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=\frac{x^2-ax}{x^2-4x-3}$ ។

១. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f គ្មានបរិច្ឆេទ ។

២. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f មានអប្បបរមាតែមួយគត់ ហើយគណនាតម្លៃបរិច្ឆេទនោះ ។

III. ក. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y=\frac{e^x}{1-\sin x}$ នៅត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស $x=0$ ។

ខ. កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងបន្ទាត់ (T) និងខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y=2x+1+\ln(x-1)$ ។

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=1+x-x\ln x$; $x>0$ មានក្រាប (C) ។

១. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។

២. គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ គណនាតម្លៃបរិច្ឆេទនៃ f ។ ៣. គូសតារាងអថេរភាព ។

៤. បង្ហាញថាក្រាប (C) កាត់អ័ក្ស $(x'x)$ ត្រង់ចំណុចមួយដែលមានអាប់ស៊ីស $x \in [3,4]$ ។ ($\ln 3=1.1$; $\ln 4=1.4$) ។

៥. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) ទៅនឹងក្រាប (C) ដែល (T) កែងនឹងបន្ទាត់ $(D): y=x+2$ ។

៦. សង់ (C) និង (T) ។

V. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ មួយគេមានចំនុច $A(1;3;2)$ $B(3;1;4)$ & $C(0;2;4)$ ។

ក. សង់ត្រីកោណ ABC ។

ខ. គណនា $\vec{N} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

គ. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (AB) ។

ឃ. រកសមីការប្លង់ (ABC) ។

ង. រកសមីការស្វ័យមានអង្កត់ធ្នឹត $[AB]$ ។

ច. រកកូអរដោនេនៃចំណុច M ប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (AB) និងប្លង់ $(P): x+y+z-2=0$ ។

VI. គេឱ្យអនុគមន៍ $y=a\ln(x+b)$ ដែល a & b ជាចំនួនថេរ ។ បង្ហាញថា $a\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)+\left(\frac{dy}{dx}\right)=0$ ។

I. ១. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច $x^2 - 2\sqrt{3}x + 4 = 0$ ។ សរសេរឫស x_1 & x_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. ដោះស្រាយសមីការ:

$$1) 2x^3 + 3x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$2) x^4 - 2x^2 - 15 = 0$$

$$3) x^4 + 8x^3 + 9x^2 - 8x - 10 = 0$$

$$5) -3 \cdot 4^{2x} + 5 \cdot 4^x + 2 = 0$$

$$6) 2 + \log(2x - 3) = \log x^2 + \log 25$$

$$7) \log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6 = 0$$

៣. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ:

$$1) \begin{cases} 2x + 5y + 3z = -8 \\ -2x - 3y + 4z = 4 \\ x + 6y - 7z = -11 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} -2x + 3y = -6 \\ 3x^2 - 4y^2 = 27 \end{cases} \quad ។$$

II. ១. រកកូអរដោនេនៃកំពូល កំនុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល $(P): x^2 - 4x - 4y + 16 = 0$ ។

២. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ ។ គណនា $f'(x)$ រួចស្រាយថាសមីការ $f'(x) = 0$ មានឫសបីជាចំនួនគត់

ផ្សេងគ្នានៅ ក្នុងចន្លោះ $]-3; 1[$ ។

៣. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{e^{2x} - 1 + \sin x}{x}$ បើ $x \neq 0$ និង $\begin{cases} g(x) = f(x) & ; x \neq 0 \\ g(0) = m^2 - 1 \end{cases}$

កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ g ជាបន្ទាយតាមភាពជាប់នៃ f ត្រង់ $x = 0$ ។

III. f និង g ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = -x^2 e^x$ និង $g(x) = (x^2 - x - 1)e^x$ ហើយ (C) និង (C') ជាក្រាប

តំណាង f & g ។

ក. រកកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាង (C) និង (C') ។ បញ្ជាក់ទីតាំងរវាង (C) ធៀបនឹង (C') ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនៃ f & g ។

គ. រកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) និង (C') ។

ឃ. រកកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) និងអ័ក្សនៃតម្រុយ ។

ង. សង់ក្រាប (C) & (C') ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ឯកតា $2cm$ ។

IV. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ឯកតា $2cm$ គេមានចំនុច $A(2; 2; 2)$ $B(2; 0; 1)$ & $C(4; 1; -1)$ ។

ក. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC} & \overrightarrow{BC} ។

ខ. បង្ហាញថា $\triangle ABC$ ជាត្រីកោណកែង រួចគណនាក្រឡាផ្ទៃរបស់វា ។

គ. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A & B ហើយកែងនឹងប្លង់ $(Q): x + 2y + 3z = 4$ ។

ឃ. បង្ហាញថា $C \notin (P)$ រួចរកចម្ងាយពី C ទៅប្លង់ (P) ។

ង. គណនាមាឌនៃតួមុខ $OABC$ រួចទាញរកចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC) ។

ច. សរសេរសមីការស្វ៊ែរដែលមានអង្កត់ធ្នឹម $[AC]$ ។

I.១. គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = \frac{2\left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}\right)^{2010}}{1+i\sqrt{3}}$ ។

ក. សរសេរ z ជាទម្រង់ពិជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. កំណត់ចំនួនពិត x & y ដើម្បីឱ្យ $x \cdot z + y \cdot \bar{z} = 1$ ។ (\bar{z} ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ z)

គ. កំណត់ចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យ $(2 \cdot \bar{z})$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2 + ax + b = 0$ ។

២. ចតុកោណកែង $ABCD$ មានវិមាត្រ $18cm$ & $10cm$

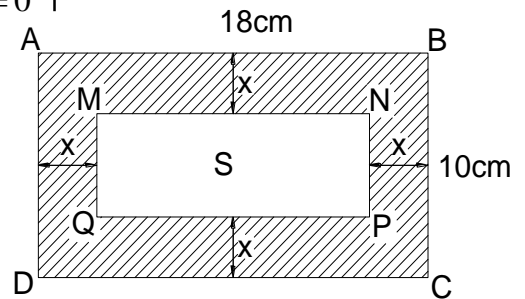
ចតុកោណកែង $MNPQ$ នៅក្នុង $ABCD$ ។ ហើយផ្ទៃផ្ទៃមាន

ទទឹងប្រវែង xcm នៅគ្រប់ជ្រុង ។

ក. បើផ្ទៃផ្ទៃស្មើនឹង $\frac{8}{15}$ នៃផ្ទៃ $ABCD$ ។ រកតម្លៃ x ។

ខ. កាលណា x ថយចុះដោយអត្រា $0.25cm/s$ នោះផ្ទៃ $MNPQ$ កើនឡើង ។

រកអត្រាប្រែប្រួលផ្ទៃ $MNPQ$ នៅពេលផ្ទៃផ្ទៃស្មើនឹង $\frac{8}{15}$ នៃផ្ទៃ $ABCD$ ។



II.១. g ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $g(x) = \frac{x \sin 2x}{1 - \cos 2x}$; $x \neq 0$ ។ h ជាអនុគមន៍មួយទៀតកំណត់ដោយ $\begin{cases} h(x) = g(x) ; x \neq 0 \\ h(0) = m \end{cases}$

កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ h ជាអនុគមន៍បន្តតាមភាពជាប់នៃ g ត្រង់ $x = 0$ ។

២. គេឱ្យ $f(x) = e^x$ និង $g(x) = \ln(x+1) + 1$ ។

ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាខ្សែកោង $(C_1): y = f(x)$ & $(C_2): y = g(x)$ មានចំណុចរួម $A(0;1)$ ។

ខ. គណនា $f'(0)$ & $g'(0)$ រួចបង្ហាញថា (C_1) & (C_2) ប៉ះគ្នាត្រង់ A ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមរវាង (C_1) & (C_2) ។

III. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = xe^x - 2e^x + x - 2$ ។ (C) ជាក្រាបនៃ f ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ២. បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍កើនលើ \mathbb{R} ។

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(D): y = x - 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ខាង $-\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងនៃក្រាប (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (D)

៤. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ដែលស្របនឹងបន្ទាត់ (D) ។

៥. រកកូអរដោនេនៃចំណុចបត់នៃខ្សែកោង (C) ។

៦. សង់ខ្សែកោង (C) ។

IV. ដោយប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលចូរគណនាតម្លៃប្រហែលនៃចំនួន:

ក. $\sin 28^\circ$ ខ. $\cos 61^\circ$ គ. $\sqrt{37}$ ឃ. $\sqrt[3]{126}$ ។

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = 2010 + 2010i$ ។ ក. កំណត់ម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃ z ។

ខ. គេឱ្យ $z' = \sqrt{3} + 3i$ ។

១. គណនា $(z')^2$ រកម៉ូឌុល និងអាក្យុយម៉ង់នៃ $w = \frac{z}{(z')^2}$ ។ ២. បើ $w = a + bi$ កំណត់ a & b ។

II. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍:

1. $y = e^{\sin(2010x)}$ 2. $y = x \ln(2010x^2)$ 3. $y = \sin(\cos x^3)$ 4. $y = e^{x^2+3}(x^2+3)$ ។

ខ. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-5}{x+\sqrt{5}} & ; x > -\sqrt{5} \\ m & ; x \leq -\sqrt{5} \end{cases}$$

កំណត់ m ដើម្បីឱ្យ f ជាប់ត្រង់ $x = -\sqrt{5}$ ។

III. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់តម្លៃ $x > 0$ ដែល $f(x) = \frac{2 \ln x}{x} + x + 3$ មានក្រាប (C) ។ គេឱ្យ $g(x) = x^2 - 2 \ln x + 2$ ។

ក. គណនា $g'(x)$ បង្ហាញថា g មានបរិមាមួយ ។

ខ. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ។

គ. សង់តារាងអថេរភាពនៃ $g(x)$ ។

ឃ. គណនា $f'(x)$ & $f''(x)$ ទាញរកសញ្ញា $f(x)$ តាមសំនួរខាងលើ និងអាស៊ីមតូតទ្រេត ។

ង. គណនា $f\left(\frac{1}{2}\right); f(2); f(4); f(6)$ សង់ខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត ។

(គេឱ្យ $\ln 2 = 0,7$ $\ln 3 = 1,1$ $e^{\frac{1}{2}} = 1,6$ $e^{\frac{3}{2}} = 4,1$)

IV. ក. ប្រអប់មួយមានរាងប្រលេពីប៉ែត្រកែងដែលមានវិមាត្រ $x; 2x$ & h គិតជាម៉ែត្រ ហើយមានផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S = 1m^2$ ។

១. គណនា h ជាអនុគមន៍នៃ x ។

២. គណនាមាឌ V នៃប្រអប់ជាអនុគមន៍នៃ x ។ កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឱ្យប្រអប់នេះមានមាឌធំបំផុត ។

ខ. ចតុកោណកែងមួយមានបរិមាត្រ $400m$ ។ រកវិមាត្រនៃចតុកោណកែងដើម្បីឱ្យក្រឡាផ្ទៃវាអតិបរមា ។

V. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(0; -1; 1)$ $B(1; -2; 1)$ & $C(1; 0; -1)$ ។

ក. គណនាវ៉ិចទ័រ $\vec{U} = \left(\frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{\vec{OA} \cdot \vec{OA}} \right) \cdot \vec{OB}$ ជាអនុគមន៍នៃ $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ។

ខ. បង្ហាញថា C ជាចំនុចរួមនៃប្លង់ $(P): 4x + 2y + 3z - 1 = 0$ & $(Q): 3x + y + z - 2 = 0$ ។

គ. រក $d(A; (Q))$ & $d(B; (P))$ ។ ឃ. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

ង. គណនាមាឌចតុមុខ $OABC$ រួចទាញរករង្វាស់កំពស់គូសពីកំពូល O នៃចតុមុខនេះ ។

I. ១. រកចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យ $(1+i\sqrt{3})$ ជាឫសនៃសមីការ $ax^2+bx-2=0$ ។

២. រកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃ $Z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i} \right)^{2010}$ ។

៣. គេឱ្យពីរចំនួនកុំផ្លិច Z_1 & Z_2 កំណត់ដោយ: $Z_1 = 2i \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ & $Z_2 = 2i \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ ។

ក. សរសេរ Z_1 & Z_2 ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

ខ. ចូរបង្កើតសមីការដឺក្រេទី២នៃ Z ដែលមាន Z_1 & Z_2 ជាឫស ។

គ. បង្ហាញថា $Z_1^6 + Z_2^6 = -2^7$ ។

ឃ. ចូរកំណត់ចំនួនពិត x & y ដើម្បីឱ្យ $Z_1^3 + Z_2^3 = 2(x-1) + i(y-3)$ ។

II. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ $]0; +\infty[$ ដែល $f(x) = \begin{cases} ax+b+\frac{\ln x}{x} & ; x \geq 1; \quad a, b \in \mathbb{R} \\ 3x+2 & ; 0 < x < 1 \end{cases}$

កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $f(x)$ មានដេរីវេត្រង់ $x=1$ ។

III. អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $f(x) = \frac{x+\ln x}{x}$ និងមានក្រាប (C) ។

ក. គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ & $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប (C) ។

ខ. បង្ហាញថាអនុ.មានអតិបរមាមួយ ហើយគណនាតម្លៃអតិបរមានោះ ។ (គេយក $e=2,7$; $e^{-1}=0,4$)

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

ឃ. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) ទៅនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $x_0=1$ ។

ង. សង់បន្ទាត់ (T) និងក្រាប (C) ។

IV. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ឯកតា $1cm$ គេមានចំនុច $A(2;0;2)$ $B(1;2;0)$ & $C(0;2;3)$ ។

១. ចូរសង់ត្រីកោណ ABC ។

២. គណនាប្រវែង AB ; AC & BC រួចប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។

៣. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) កាត់តាម A ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស \overrightarrow{BC} ។

៤. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រកសមីការប្លង់ (ABC) ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC ។

៥. រកមាឌតេត្រាអែត $OABC$ ។ ទាញរកចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC) ។

V. ក. ប្រើឱ្យផ្សេងស្បែកចូរគណនាតម្លៃប្រហែលនៃចំនួន $\sqrt[3]{9}$ & $\cos 58^\circ$ ។

ខ. អនុគមន៍ f កំណត់លើ $[-1; +\infty[$ ដោយ $f(x) = \sqrt{1+x}$ ។

១. កំណត់តម្លៃអមនៃអនុគមន៍ដេរីវេ f' នៃ f ដែល $x \in \left[0; \frac{1}{2} \right]$ ។

២. ប្រើវិសមភាពកំណើនមានកំនត់ ចូរទាញថាចំពោះ $x \in \left[0; \frac{1}{2} \right]$ គេបាន $1 + \frac{x}{\sqrt{6}} \leq f(x) \leq 1 + \frac{x}{2}$ ។

I.១. រកទម្រង់ស្តង់ដារនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលមានអ័ក្សឆ្លុះស្របនឹងអ័ក្ស $(y'y)$ ហើយក្រាបវាកាត់តាម

ចំនុច $(1,2); (-1,4) \text{ \& } (3,4)$ ។

២. រកទម្រង់ស្តង់ដារនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលមានអ័ក្សឆ្លុះស្របនឹងអ័ក្ស $(x'x)$ ហើយក្រាបវាកាត់តាម

ចំនុច $(4,-2); (0,0) \text{ \& } (3,-3)$ ។

II. ចូរសរសេរ Z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ:

$$ក. Z = i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2010}$$

$$ខ. Z = 2 + \sqrt{3} + i$$

$$គ. Z = 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i$$

III. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $f(x) = 2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយមានក្រាប (C) ។

១. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \text{ \& } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C) ។

២. គណនា $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ កំណត់តម្លៃបរមានៃ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វ M រវាងក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ M ។

៤. សង់បន្ទាត់ (L) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយតែមួយ (យក $e = 2,7$; $\frac{2}{e} = 0,7$) ។

៥. កំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត K ដោយប្រើក្រាប (C) ដើម្បីឱ្យសមីការ $2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) = K$ មានឫស ។

IV. អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{e^x - x}{x}$ មាន (C) ជាក្រាបតំណាង f ។

១. រកដែនកំនត់នៃអនុគមន៍ f ។

២. រកលីមីតត្រង់ចុងដែនកំនត់នៃ f រួចទាញបញ្ជាក់អាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

៣. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអប្បបរមាមួយ ។ គណនាតម្លៃអប្បបរមានោះ ។

៤. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៥. គណនា $f(-1); f(2); f(3)$ ។ សង់ក្រាប (C) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។ ($e = 2,7$)

៦. ចូរពិភាក្សាតាមក្រាបនូវអត្ថិភាព និងសញ្ញាបួសនៃសមីការ $e^x = (m+1)x$ ទៅតាមតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ m ។

V. គេឱ្យ $f(x) = \frac{x^2 + (m-3)x + 6-m}{x-3}$ មាន (C) ជាក្រាប ។

១. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ (T) ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x = 2$ ស្របនឹងបន្ទាត់ $(D): y = -3x$ ។

២. រកដែនកំនត់ គណនាលីមីតចុងដែនកំនត់ រួចរកសមីការអាស៊ីមតូត ។

៣. គណនានិសិក្សាសញ្ញាដេរីវេទី១ ទាញរកចំនុចបរមា រួចសង់តារាងអថេរភាព ។

៤. បង្ហាញថាចំនុច $I(3,2)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។ ៥. សង់ខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ $(T) \text{ \& } (D)$ ។

I. ក. រកចំនួនកុំផ្លិច p & q ដោយដឹងថា $(1+i) & (4+3i)$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2 + px + q = 0$ ។

ខ. សរសេរ $Z = \sqrt{2} + 1 + i$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកតម្លៃប្រាកដនៃ $\cos \frac{\pi}{8}$ & $\sin \frac{\pi}{8}$ ។

II. ក. ចតុកោណកែងមួយមានក្រឡាផ្ទៃ $1600m^2$ ។ រកប្រវែងជ្រុងដើម្បីឱ្យចតុកោណកែងនេះមានបរិមាត្រតូចបំផុត ។

ខ. គណនាលីមីត៖

$$A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{x+2010} \quad B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+1}{2x} \right)^{x+2010} \quad C = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(2x+1)}{x(x+1)}$$

III. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$ មាន (C) ជាក្រាប ។

១. រកដែនកំណត់ និងគណនាលីមីតចុងដែនកំណត់ ។ រួចសរសេរសមីការអាស៊ីមតូតឈរទាំងពីរនៃក្រាប (C) ។

២. គណនានិសិក្សសញ្ញា $f'(x)$ បើគេដឹងថា $x(x-1) > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in D_f$ ។

៣. គណនាតម្លៃអប្បបរមា និងអតិបរមានៃ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(L): y = -\frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

៥. សង់អាស៊ីមតូតទាំងអស់ និងក្រាប (C) ។ (គេឱ្យ $\ln 2 = 0,7$ $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2 = -0,7$ ។

៦. រកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការ $\ln\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{x}{2} + a$ មានឫសអវិជ្ជមានពីរផ្សេងគ្នាដោយប្រើខ្សែកោង (C) ។

IV. នៅក្នុងតម្រុយអរតោណម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យ $S(-2, 2, 4); A(-2, 2, 0); B(-5, 2, 0) & C(-2, 1, 1)$ ។

១. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចទាញថា $C \notin (AB)$ ។ រកសមីការប្លង់ (ABC) បង្ហាញថា $S \notin (ABC)$ ។

២. គណនា $\vec{N} = \overrightarrow{SA} \times \overrightarrow{BC}$ រួចរកសមីការប្លង់ (P) កាត់តាម (SA) ហើយស្របនឹង (BC) ។

៣. រកមាឌតេត្រាអែត $SABC$ ។ ទាញរករង្វាស់កំពស់ h ដែលគូសចេញពីកំពូល S នៃតេត្រាអែតនេះ ។

៤. រកសមីការស្វ៊ែរដែលចារឹកក្រៅតេត្រាអែត $SABC$ ។

V. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = 2\sqrt{x} - \ln x$

ក. គណនា $f'(x)$ សង់តារាងអថេរភាពរួចទាញថា $f(x) \geq 2$ ចំពោះ $\forall x > 0$ ។

ខ. បង្ហាញថាចំពោះ $\forall x > 1$ គេបាន $0 < \frac{\ln x}{x} < \frac{2}{\sqrt{x}}$ ។

គ. ទាញបង្ហាញថា $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ។

I. ១. ពិនិត្យសមីការ $(E): Z^3 - (6+3i)Z^2 + (9+12i)Z - 9(2+3i) = 0$

ក. កំណត់ចំនួនពិត b ដើម្បីឱ្យ $Z_1 = ib$ ជាឫសនៃសមីការ (E) ។

ខ. កំណត់ឫសពីរទៀត Z_2 & Z_3 នៃសមីការ (E) ។

២. គេឱ្យ $Z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right) + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2 + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{10}$ ។ សរសេរ Z ជាទម្រង់ពិជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II. គេធ្វើកេសមួយមានរាងជាប្រលេពីប៉ែតគ្មានគំរូមានមាឌ $V = 36m^3$ ហើយផលធៀបនៃជ្រុងនៃបាតទាំងពីរស្មើ $\frac{1}{2}$ ។

រកវិមាត្រនៃកេសដើម្បីឱ្យសំណង់នេះអស់ក្រឡាផ្ទៃសរុបអប្បបរមា ។

III. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+4}-2}{x^2-4} & ; x > 2 \\ ax^2+1 & ; x \leq 2 \end{cases}$

កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ f ជាប់លើ \mathbb{R} ។

IV. ១. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = x^3 - px + q$

ក. គណនា p & q ដោយដឹងថា $f'(0) = -3$; $f(0) = 2$ ។

ខ. ចំពោះ p & q ដែលរកឃើញខាងលើ ។ សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំនុចរប់តំបន់ស្រាយថាអនុគមន៍មានអ័ក្សឆ្លុះ ។

២. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{e^x - 2}{e^x + 1}$ ហើយមានក្រាប (C) ។

ក. គណនាលីមីតកាលណា x ខិតជិត $\pm\infty$ នៃ $f(x)$ កំណតាដេរីវេទី១ និងសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

ខ. បង្ហាញថា $f(x) = 1 - \frac{3}{e^x + 1}$ រកសមីការអាស៊ីមតូតនៃ (C) ។

៣. បង្ហាញថា $I\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។ រកសមីការបន្ទាត់ (T) ប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ I ។

៤. សង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (T) ។ រកកូអរដោនេចំនុចប្រសព្វរវាង (C) និង $(x'x)$ ។

V. i) នៅក្នុងតម្រុយអរតណម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យចំនុច $A(4; -2; 7)$; $B(2; 4; 4)$ & $C(0; 0; 7)$ ។

១. សង់តេត្រាអែត $OABC$ ។

២. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (AC) ។

៣. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលជាប្លង់មេដ្យាទ័រនៃអង្កត់ $[AB]$ ។

៤. រកកូអរដោនេចំនុចប្រសព្វរវាងប្លង់ (P) និងបន្ទាត់ (AC) ។

៥. គណនាមាឌតេត្រាអែត $OABC$ ។

ii) កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះស្វ៊ែរ $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 2y + 26z - 113 = 0$ ហើយស្របបន្ទាត់

$(D_1): \frac{x+5}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+13}{2}$ & $(D_2): x = -7 + 3t; y = -1 - 2t; z = 8$ ។

I.ក.កំណត់ចំនួនកុំផ្លិច $z = a + bi$ ដែល $a, b \in \mathbb{R}$ ដោយដឹងថា z^2 ; $1 - z$ & \bar{z} មានមូលស្មើគ្នា ។

ខ.គេឱ្យ $z_1 = a + b^2 - 3i$ & $z_2 = 2 - ab^2i$ ។ កំណត់ចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យ $\bar{z}_1 = z_2$ ។

II.១.គណនាលីមីត $A = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2}{1 - \sqrt[3]{x}} \right)$ $B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{20} - 2x + 1}{x^{10} - 2x + 1}$

ខ.គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

a) $y = x^3 e^{2x} \sin 2x$

b) $y = \cos^6 x + \sin^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$

III.ក.កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \begin{cases} \sin x ; x \geq 0 \\ ax + b ; x < 0 \end{cases}$ មានដេរីវេត្រង់ $x = 0$ ។

ខ.គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$; $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ ។

តើអនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x = 1$ ឬទេ? តើអនុគមន៍ f មានបន្ទាយតាមភាពជាប់ f ត្រង់ $x = 1$ ឬទេ?

IV.គេធ្វើធុងមួយរាងជាស៊ីឡាំងបដិវត្ត ដែលមានមាឌ $V = 54\pi m^3$ ។

រករិមាត្រនៃធុងដើម្បីឱ្យសំណង់អស់សោហ៊ុយតិចបំផុត ។

V.១.ក្នុងតម្រុយ $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យប្លង់ចំនុច $A(1; -1; 0)$ $B(3; 0; 1)$ $C(1; 2; -1)$ & $D(1; 0; 0)$ ។

ក.បង្ហាញថា $A; B; C$ & D មិននៅលើប្លង់តែមួយ ។

ខ.គណនាក្រឡាផ្ទៃនៃត្រីកោណ BCD ។

គ.គណនាមាឌនៃធុតុមុខ $ABCD$ និងចម្ងាយពីចំនុច A ទៅប្លង់ (BCD) ។

២.ក្នុងតម្រុយអត្តលាម៉ាល់គេឱ្យពីចំនុច $A(-2; -1; 3)$ & $B(6; 3; -5)$ ។

ក.កំណត់សមីការស្វ៊ែរ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។

ខ.កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះស្វ៊ែរ (S) ត្រង់ A ។

VI.ពិនិត្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $(C): f(x) = ax + b + ce^{-x}$ កំណត់មេគុណ $a; b$ & c ក្នុងករណីដែលខ្សែកោង (C)

ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌខាងក្រោមព្រមគ្នា៖

ក. (C) កាត់តាម $A(0; 1)$ ។

ខ.បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ A មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ 0 ។

គ.បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំនុចអាប់ស៊ីស $\ln 2$ មានមេគុណប្រាប់ទិសស្មើ -1 ។

២២

ត្រូវប្រឡងធម្មាសន្តិកាBaccII

ឆ្នាំទី១២

Tel: 077 9876 32 015 86 04 03

បង្រៀនដោយលោកគ្រូហូ សុរិយា

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = \cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}$

ក. សរសេរ $1+z$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. រកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃ $(z+1)^{2010}$ ។

II. ក. អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \begin{cases} m^2 - 1 & ; x = 0 \\ \frac{x}{x - \ln x} & ; x > 0 \end{cases}$

កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ f ជាប់ត្រង់ $x = 0$ ខាងស្តាំ ។

ខ. គណនាលីមីតនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{3x} ; \quad B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} ; \quad C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{\sin x}$$

គ. កំណត់ចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 5$ ។

ឃ. កំណត់ចំនួនពិត p & q ដើម្បីឱ្យ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + px - 6}{2x^2 + 3x - 2} = q$ ។

ង. កំណត់ចំនួនពិត m & n ដើម្បីឱ្យ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - mx + 8}{x^2 - (n+2)x + 2n} = \frac{1}{5}$ ។

III. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{7}{(2-x)(1+3x)}$ ។

ក. សរសេរ $f(x)$ ជា រាង $\frac{A}{2-x} + \frac{B}{1+3x}$ រួចគណនាតម្លៃ A & B ។

ខ. គណនា $f'(x)$; $f''(x)$; $f'''(x)$ ។

គ. គណនា $\int f(x) dx$ ។

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = x[2(\ln x)^2 - 9\ln x + 11]$ កំណត់លើចន្លោះ $I =]0; +\infty[$ លើចន្លោះ I គេកំណត់អនុគមន៍

$$F(x) = x^2[a(\ln x)^2 + b(\ln x) + c]$$

កំណត់ a, b, c ដើម្បីឱ្យ F ជាព្រីមីទីវនៃ f លើចន្លោះ I ។

V. គណនា ក. $F(x) = \int \frac{4x^4 - 5x^3 + 2}{x^3} dx$ ដោយដឹងថា $F(1) = -4$ ។

ខ. $I = \int \frac{dx}{\sqrt[4]{\sin^3 x \cos^5 x}}$ ។

VI. រកផ្ចិត កំនុំ និងកំពូលលើអ័ក្សធំ អ័ក្សតូចនៃអេលីប $i) \frac{(x+4)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$; $ii) \frac{(x+4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

ដោយសង់អេលីបនីមួយៗក្នុងតម្រុយអរតូណមេ $(0; \vec{i}; \vec{j})$ ។

I. គេឱ្យសមីការប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូល $S(-2;3)$ និងកំណុំ $F(-2;4)$ ។

ក. សរសេរជាទម្រង់ស្តង់ដារ និងទម្រង់ទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។

ខ. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ (P) កាត់តាមចំណុច $A(1;m)$ ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (P) ត្រង់ចំណុច A ចំពោះតម្លៃ m រកឃើញខាងលើ ។

ឃ. ចូរសង់ (P) និង (D) ។

II. ១. គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

$$A = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^{x^2} - 1)}{x \tan x} \quad ; \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$$

២. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម៖

$$I = \int \frac{\cos 2x dx}{\cos^2 x \sin^2 x} \quad ; \quad J = \int e^{x+e^x} dx$$

III. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{3x^2 - 7x + 6}{(x-3)^2(x+1)}$

ក. សរសេរ f ជា រាង $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{(x-3)^2}$ រកតម្លៃ $A; B; C$ ។

ខ. គណនា $\int_1^2 f(x) dx$ សរសេរចម្លើយជា រាង $a + \ln b$ ។

IV. ក. រកផ្ចិត កំណុំ កំពូល នៃអេលីបដែលមានសមីការ $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ ។

ខ. គេឱ្យអេលីប $(E): 2x^2 + y^2 = 8$ និងប៉ារ៉ាបូល $(P): y^2 = x$ ។

១. រកផ្ចិត កំពូល កំណុំ នៃអេលីប (E) ។

២. រកកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសប៉ារ៉ាបូល (P) ។

៣. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ រវាងអេលីប (E) និងប៉ារ៉ាបូល (P) ។

V. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $]1; +\infty]$ ដោយ $f(x) = x - 1 - 2\ln\left(1 - \frac{1}{x}\right)$ និង (C) ជាក្រាបនៃ f ។

ក. គណនា $f'(x)$ រួចបង្ហាញថា f មានអប្បបរមាច្បាស់លាស់ ។ គណនាតម្លៃអប្បបរមានោះ ។ (គេឱ្យ $\ln 2 = 0.7$)

ខ. គណនាលីមីតចុងដែនកំណត់ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

គ. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f រួចសង់ខ្សែកោង (C) ។

ឃ. បង្ហាញថាសមីការ $f(x) = 3$ មានឫសតែមួយគត់នៅលើចន្លោះ $[2; +\infty[$ ។

ង. គណនាផ្ទៃក្រឡានៅចន្លោះខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ $y = x - 1$ ចំពោះ $2 \leq x \leq 4$ ។

I. គេឱ្យពហុធា $f(x) = ax + b$ ដែល $f(1+i) = -1+2i$; $f(3+2i) = -3+6i$ ។

កំណត់ចំនួនកុំផ្លិច a និង b រួចគណនា $f(i)$ និង $f(-1)$ ។

II. ១. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$ ។

ក. គណនា $f'(100\pi)$; $f'\left(\frac{175\pi}{2}\right)$ ។

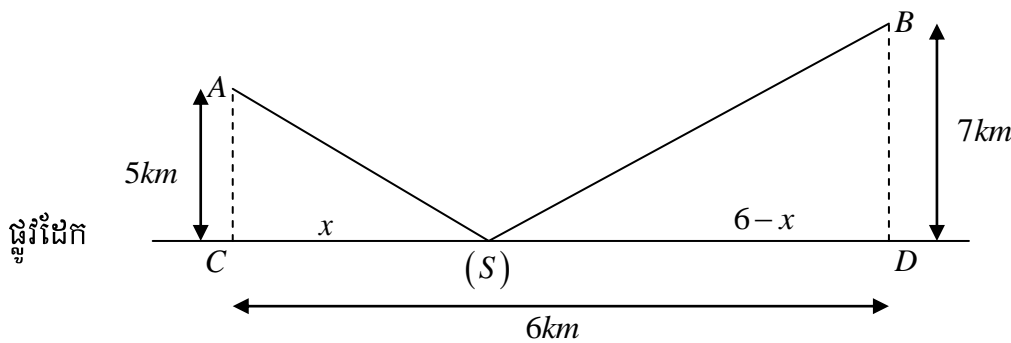
ខ. កំណត់ x ដើម្បីឱ្យ $f(x) = f'(x)$ ។

២. គណនាអាំងតេក្រាល :

$$\text{ក. } I = \int (\cos x)^{2010} \sin^3 x dx$$

$$\text{ខ. } J = \int e^{1-2\sin x} \cos x dx$$

III. ទីក្រុងពីរ A និង B ស្ថិតនៅចម្ងាយរៀងគ្នា 5km និង 7km ពីផ្លូវដែក ហើយ $|CD| = 6\text{km}$ ។ ចូរកំណត់ទីតាំង (S) ស្ថានីយ៍ រថភ្លើងដែលត្រូវសង់ដើម្បីឱ្យចម្ងាយពីចំណុច A ទៅ S និងពី S ទៅ B ខ្លីបំផុត ។



IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $(C): y = f(x) = x - \frac{2e^x}{e^x - 1}$ ។

ក. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។

ខ. បង្ហាញថា $I(0; -1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ (C) ។ គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $\pm\infty$ ។

គ. បង្ហាញថា f អាចសរសេរជា $x - 2 - \frac{2}{e^x - 1}$ ទាញបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ $(L): y = x - 2$ & $(M): y = x$

ជាអាស៊ីមតូតនៃ (C) ខាង $+\infty$ & $-\infty$ ។

ឃ. គណនា $f'(x)$ ហើយបង្ហាញថា $\forall x \neq 0: f'(x) > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

បង្ហាញថាគ្រប់ $x > 0$ ខ្សែកោង (C) នៅក្រោមបន្ទាត់ (L) ។

ង. គណនាក្រឡាផ្ទៃ S ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (L) និងបន្ទាត់ $x = 2; x = 4$ ។

V. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល:

$$\text{ក. } 7y' + 4y = 0 \text{ ដែល } y(7) = e^5$$

$$\text{ខ. } y'' + 6y' + 13y = 0; y(0) = 1; y'(0) = 0$$

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z = \frac{5+3i\sqrt{3}}{1-2i\sqrt{3}}$ ។

ក. សរសេរ Z ជាទម្រង់ពីជគណិត រួចគណនា Z^2 ; Z^3 & Z^{15} ។

ខ. បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិ n , $Z^{3n+2} = -2^{3n+1}(1+i\sqrt{3})$ ។ គ. អនុវត្តន៍: គណនា Z^{20} ។

II. ក. ដោះស្រាយសមីការ $(E): y''+9y=0$ ។

ខ. កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយរបស់សមីការ (E) ដែលក្រាបនៃអនុគមន៍ g នេះប៉ះនឹងបន្ទាត់ $(d): y+1=x-\pi$

ត្រង់ចំនុច $M(\pi; -1)$ ។

III. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{1}{(e^x+2)^2}$ ។

ក. សរសេរ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ $f(x) = a + \frac{be^x}{e^x+2} + \frac{ce^x}{(e^x+2)^2}$ ។

ខ. គណនា $\int \frac{dx}{(e^x+2)^2}$ ។

IV. គេឱ្យអេលីប (E) មានសមីការ $: 9x^2 + 25y^2 - 18x - 100y - 116 = 0$ ។

ក. បំប្លែងសមីការ (E) ជាទម្រង់ស្តង់ដារ រួចបញ្ជាក់កូអរដោនេនៃ ផ្ចិត កំណុំ កំពូល និងចំនុចប្រសព្វរវាង (E) និង អ័ក្សតូច

ខ. សង់ (E) ។

V. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $]0; +\infty[$ ដោយ $f(x) = \frac{\ln x}{x} + \frac{x^2-1}{2x}$ ហើយ (C) ជាក្រាបនៃ f ក្នុងតម្រុយអរតូណូមេ $(0; \vec{i}; \vec{j})$ ។

ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ ទាញថា (C) មានអាស៊ីមតូតឈរ ។

ខ. គេឱ្យ g ជាអនុគមន៍ កំណត់លើ $]0; +\infty[$ ដោយ $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$ ។ គណនា $g'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ g (ដោយមិនបាច់គណនាលីមីតទេ) ។ ទាញរកសញ្ញានៃ $g(x)$ ។

គ. គណនា $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញារបស់វា ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

ឃ. បង្ហាញថា $(D): y = \frac{1}{2}x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វនៃ (C) និង (D) ។ សិក្សាទីតាំងនៃ (C) ធៀប (D) ។

ង. គណនា $f(1); f(2)$ ។ សង់ (C) & (D) ។

ច. គណនាក្រឡាផ្ទៃដែលខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោ (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសលើចន្លោះ $[1; e]$ ។

VI. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $f''+2f'=0$ ។

ក. គេដឹង $g = f'$ ។ បង្ហាញថា g ជាចម្លើយនៃសមីការ $g'+2g=0$ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $g'+2g=0$ ទាញរកចម្លើយនៃ $f''+2f'=0$ ។

គ. ផ្ទៀងផ្ទាត់សំណួរ ខ. ដោយដោះស្រាយសមីការ $f''+2f'=0$ តាមសមីការសម្គាល់ ។ (ប្រឡង Bacc II : 04/08/08)

២៦

ព្រឹត្តិបត្របឋមឆ្នាំសិក្សា ២០២២ BaccII

ឆ្នាំទី១២

Tel: 077 9876 32 015 86 04 03

បច្ចេកទេសស្រាវជ្រាវ ស្វ័យ

I. ១. រកលក្ខណៈដែលធ្វើឱ្យ $Z = (a + ib)^2$ / $a, b \in \mathbb{R}$:

ក. ជាចំនួនពិត ។

ខ. ជាចំនួននិមិត្តសុទ្ធ ។

២. គេឱ្យ $Z_1 = a + b^2 - 3i$ & $Z_2 = 2 - ab^2i$ ។ កំណត់ចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យ $\bar{Z}_1 = Z_2$ ។

II. គេឱ្យប៉ារ៉ាបូល $(P): y^2 = 64x$ និងបន្ទាត់ $(D): 4x + 3y + 48 = 0$ ។

ក. រកកូអរដោនេនៃកំពូល កំណុំ សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស រួចសង់ (P) & (D) ។

ខ. កំណត់ចំណុច M នៃ (P) ដែលបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ M ស្របនឹង (D) ។

III. គណនាអាំងតេក្រាល:

ក. $A = \int \frac{\ln 2x}{\ln 4x} dx$

ខ. $B = \int \frac{\ln 5x}{\ln 10x} dx$

គ. $C = \int \frac{\ln x}{x(1 - \ln^2 x)} dx$

IV. ១. ក្នុងតម្រុយអរតូម៉ាត៍គេឱ្យពីរចំនុច $A(0; 2; 1)$ & $B(2; 2; 3)$ ។

ក. កំណត់សមីការស្វ៊ែរ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត $[AB]$ ។

ខ. កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះស្វ៊ែរ (S) ត្រង់ A ។

២. កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីបន្ទាត់ $\frac{x-2}{a} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$ កែងនឹងប្លង់ $3x - 2y + bz + 1 = 0$ ។

V. ផ្ទាំងមួយមានរាងជាស៊ីឡាំងមានកាំបាត $60cm$ ។ គេបង្ហូរទឹកចូលដោយអត្រា $3l/s$ ហើយទឹកហូរចេញដោយអត្រា $4l/s$ ។ តើទឹកក្នុងផ្ទាំងប្រែប្រួលដោយអត្រាប៉ុន្មានបើគេដឹងថាទឹកក្នុងផ្ទាំងមានកម្ពស់ h ?

V. ក. ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 4y' + 4y = 0$ ដោយដឹងថា $f(-1) = 0; f'(-1) = 1$ ។

ខ. ខ្សែកោង (C) តំណាង $y = f(x)$ ដែលរកឃើញ ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃ S ដែលខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ $y = 0; x = -1,5; x = -1$ ។

VI. ក្នុងទូតាំងគ្រឿងអលង្ការមួយមានកងដៃ ៣ ចិញ្ចៀន ៥ ខ្សែក ៧ និង ខ្សែដៃ ៨ ។ ចោរបានឆក់យកគ្រឿងអលង្ការ ៤ គ្រឿងដោយចៃដន្យ ។ តើមានប៉ុន្មានរបៀបដែលចោរ :

ក. ឆក់បានគ្រឿងអលង្ការទាំង៤ប្រភេទនោះ $n(S)$ ។

ខ. ឆក់បាន គ្រឿងអលង្ការគ្រប់ប្រភេទ $n(E)$ ។

គ. ឆក់បានគ្រឿងអលង្ការតែមួយប្រភេទ $n(F)$ ។

ឃ. ឆក់បានចិញ្ចៀន ៣វង្ស $n(G)$ ។

ង. ឆក់បានខ្សែក្រវាត់ខ្សែ $n(H)$ ។

ច. ឆក់បានខ្សែក្រវាត់តិចមួយខ្សែ $n(I)$ ។

ឆ. ឆក់បានចិញ្ចៀនយ៉ាងតិច ២វង្ស $n(J)$ ។

I. គេមានពីរចំនួនកុំផ្លិច: $z_1 = \frac{2\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}{1+i\sqrt{3}}$ & $z_2 = (1-i)x + (1-y)(1+i)$ ។

ក. សរសេរ z_1 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ និង ជាទម្រង់ពិជគណិត ។

ខ. កំណត់ចំនួនពិត x, y ដើម្បីឱ្យ $2\overline{z_1} - (z_2 + y - 1) = 0$ ។

II. កំណត់ចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \begin{cases} (x+a)e^{-bx} & x < 0 \\ -a+bx+1 & x \geq 0 \end{cases}$ មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ។

III. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $]0; +\infty[$ ដោយ $y = f(x) = \frac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$ ។

ក. បង្ហាញថា $y' + y = \frac{e^x}{e^x-1} - \frac{e^x}{e^x+1}$ ។

ខ. គេសន្មត់ $h(x) = \frac{e^x}{e^x-1} - \frac{e^x}{e^x+1}$ ។

១. រកព្រីមីទីវ H នៃអនុគមន៍ h លើចន្លោះ $]0; +\infty[$ ។ ២. ទាញរកព្រីមីទីវ F នៃអនុគមន៍ f លើចន្លោះ $]0; +\infty[$ ។

IV. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{2}{x(1-\ln x)}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

ក. ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។

ខ. គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅចុងដែនកំណត់ ។ បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

គ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f មានអប្បបរមាត្រង់ $x=1$ រួចគណនា $f(1)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

ឃ. គណនា $f(2)$ & $f(3)$ ។ សង់ខ្សែកោង (C) ។

ច. គណនាក្រឡាផ្ទៃនៅចន្លោះ ក្រាប (C) អ័ក្ស $(x'x)$ ត្រូវនឹងចន្លោះ $1 \leq x \leq 2$ ។

ឆ. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការ $\frac{2}{x(1-\ln x)} = a$ គ្មានឬសតាមក្រាប (C) ។

V. ក្នុងពិធីរៀបអាពាហ៍ពិពាហ៍កូនកំលោះ ក្រមុំ ៣គូ ចង់ថតរូបជាមួយគ្នា អង្គុយជាជួរលើកៅអី ៦ ដោយឱ្យកូនកំលោះ កូនក្រមុំ មួយគូៗត្រូវអង្គុយជាប់គ្នា ។ តើគេអង្គុយថតរូបបែបនេះបានប៉ុន្មានរបៀប?

VI. ផង់មួយមានឃ្លីខៀវ ៧ និង ឃ្លី ស ៣ ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយ ៣ ដោយចៃដន្យតែម្តងគត់ ។ រកប្រូបាបដែលចាប់បាន:

ក. ឃ្លីខៀវ ២ និង ស ១ ។ ខ. ឃ្លីខៀវ ទាំង ៣ ។ គ. ឃ្លីស ទាំង ៣ ។

VII. គណៈកម្មការតាក់តែងវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាសម្រាប់ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិធ្វើបាន ២២ វិញ្ញាសា

ក្នុងនោះវិញ្ញាសា កម្រិតពិបាកមាន ១០ វិញ្ញាសា និងកម្រិតមធ្យមមាន ១២ វិញ្ញាសា ។ គេធ្វើការជ្រើសរើសយក

៣ វិញ្ញាសាដោយចៃដន្យ ។

រកប្រូបាបយ៉ាងតិចមាន ២ វិញ្ញាសាជាកម្រិតមធ្យមដែលបានជ្រើសរើស ។

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = (1 + \sqrt{2}) + i$ ។

ក. គណនា $Z = z^2$ ដោយសរសេរជាទម្រង់ ពិជគណិត និងទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ខ. ទាញរកម៉ូឌុល និងអាក្យូយម៉ង់នៃ z ។

II. កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ f ខាងក្រោមជាប់លើ \mathbb{R} ។

$$\begin{cases} f(x) = \sin \frac{\pi x}{2} & ; x < -1 \\ f(x) = ax^2 + bx + 1 & ; -1 \leq x \leq 2 \\ f(x) = \cos \pi x & ; x > 2 \end{cases}$$

III. ក. កំណត់ចំនួនពិត a & b ដើម្បីឱ្យ $\frac{5(x-1)}{x^2-x-6} = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{x-3}$ ចំពោះ $x \neq 2; x \neq 3$ ។

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $I = \int_1^2 \frac{5(x-1)dx}{x^2-x-6}$ ។

IV. ១. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y'' - y' - 6y = 0$ (1) ។

២. គេឱ្យសមីការមួយទៀត $y'' - y' - 6y = 12x^2 - 2x + 1$ (2) ។ ក. រកពហុធានីក្រេទី ២ $P(x)$ ដែលជាឫសមួយរបស់សមីការ (2)

ខ. បង្ហាញថាបើ $f(x)$ ជាឫសរបស់សមីការ (2) នោះ $f(x) - P(x)$ ជាឫសរបស់សមីការ (1) និងប្រាស់មកវិញបើ

$f(x) - P(x)$ ជាឫសរបស់សមីការ (1) នោះ $f(x)$ ជាឫសរបស់សមីការ (2) ។ គ. ទាញរកឫសទូទៅនៃសមីការ (2) ។

V. ក. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច $A(0;1;0); B(0;0;1) & C(1;2;3)$ ។

ខ. រកសមីការប្លង់ (Q) ដែលកាត់តាមចំណុច C ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AB) ។

គ. សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ប្រសព្វ (L) រវាងប្លង់ (P) និងប្លង់ (Q) ។

ឃ. សរសេរសមីការស្វ័យ (S) ដែលមានផ្ចិត C និងកាំ $r = 2$ ។

ង. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងស្វ័យ (S) និងបន្ទាត់ (L) ។ ច. គណនាចម្ងាយពី C ទៅបន្ទាត់ (AB) ។

VI. f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = \frac{1}{3}e^{2x} - 2e^x$ ។

(C) ជាខ្សែកោងតំណាង f នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(0; \vec{i}; \vec{j})$ ដែលឯកតា $1cm$ ។

១. ក. គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា x ខិតទៅ $+\infty$ និងកាលណា x ខិតទៅ $-\infty$ ។ ខ. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) ។

២. ក. គណនាដេរីវេនិងសិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ។ ពង្សាញថា f មានអប្បបរមាមួយត្រង់ $x = \ln 3$ រួចគូសតារាងអថេរភាពនៃ f

ខ. គណនាកូអរដោនេនៃចំណុច A ដែលជាចំណុចប្រសព្វរវាង (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

គ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះនឹង (C) ត្រង់ចំណុច A ។ ឃ. រកកូអរដោនេនៃចំណុចរបស់នៃ (C) ។ គេឱ្យ

$$\left(\ln \frac{3}{2} = 0.4 ; f\left(\ln \frac{3}{2}\right) = -2.24 \right) \quad \text{ង. គូសខ្សែកោង } (C) \text{ និងបន្ទាត់ } (T) \text{ ។ គេឱ្យ } \ln 3 = 1.1 ; \ln 6 = 1.8$$

៣. គណនាជាអនុគមន៍នៃ e ផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ដែលខ័ណ្ឌដោយបន្ទាត់ $x = -1$ & $x = 0$ ខ្សែកោង (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

I. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ & $z_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

ក. សរសេរ $z = \frac{z_2 + 1}{z_1 + 1}$ ជាទម្រង់ពិជគណិត រួចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

ខ. ទាញរកម៉ូឌុល និងអាកុយម៉ង់នៃ z & z^{2010} ។

II. គណនាលីមីត:

$$A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{4\sin^2 x - 1} \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x\sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$$

III. f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{2}{x(1 - \ln x)}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

ក. ចូររកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។

ខ. គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅចុងដែនកំណត់ ។ បញ្ជាក់សមីការអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) ។

គ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f មានអប្បបរមាត្រង់ $x=1$ រួចគណនា $f(1)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

ឃ. គណនា $f(2)$ & $f(3)$ ។ ង. សង់ខ្សែកោង (C) ។

ច. គណនាក្រឡាផ្ទៃនៅចន្លោះ ក្រាប (C) អ័ក្ស $(x'x)$ ត្រូវនឹងចន្លោះ $1 \leq x \leq 2$ ។

ឆ. កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការ $\frac{2}{x(1 - \ln x)} = a$ គ្មានឬសតាមក្រាប (C) ។

IV. ផង់មួយមានឃ្លីខ្សែវ៉ូ ៧ និង ឃ្លី ស ៣ ។ គេចាប់យកឃ្លីមួយ ៣ ដោយចៃដន្យតែម្តងគត់ ។ រកប្រូបាបដែលចាប់បាន:

ក. ឃ្លីខ្សែវ៉ូ ២ និង ស ១ ។ ខ. ឃ្លីខ្សែវ៉ូ ទាំង ៣ ។ គ. ឃ្លីស ទាំង ៣ ។

V. ប៉ារ៉ាប៉ូល (P) មានសមីការទម្រង់ទូទៅ: $y^2 - 6y - 4x + 1 = 0$ ។

ក. សរសេរសមីការ (P) ជាទម្រង់ស្តង់ដា ។ កំណត់កូអរដោនេនៃកំពូល S និងកំនុំ

F នៃ (P) រួចរកសមីការបន្ទាប់ប្រាប់ទិស (Δ) ។

ខ. គណនា y ចំពោះ $x=2$ សង់ (P) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0; \vec{i}; \vec{j})$ ។

VI. ១. ដោះស្រាយសមីការ $4y'' + y = 0$ (E) ។

២. រកចម្លើយ g មួយនៃ (E) ដោយដឹងថា $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx = 2$ និង $\int_0^{\frac{\pi}{3}} g(x) dx = 0$ ។

VI. ក. រកព្រីមីទីវនៃ $f(x) = \frac{1}{x^2} e^{\frac{-1}{x}}$ ($x \neq 0$) ដោយដឹងថាព្រីមីទីវនោះស្មើនឹង 0 ចំពោះ $x=1$ ។

ខ. គណនាអាំងតេក្រាល $J = \int_1^2 \frac{x}{x+1} dx$

រួចគណនាដោយប្រើអាំងតេក្រាលដោយផ្នែក $I = \int_1^2 x [\ln(x+1) - \ln x] dx, x > 0$ ។



គ្រូបប្រឡងBaccII

ថ្ងៃទី ២៧.០៧.២០១០

Tel: 077 9876 32 015 86 04 03

បង្រៀនដោយលោកគ្រូ ឃុំ សុវិយា

I. គេឱ្យសមីការប៉ារ៉ាបូល $(P): x = \frac{y(y-6)+13}{4}$

- សរសេរ (P) ជាទម្រង់ស្តង់ដា ។
- កំណត់កូអរដោនេ កំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។
- រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ $(D): y = 4x - 7$ និងប៉ារ៉ាបូល (P) ។
- សង់ប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ (D) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

II. គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិចពីរ $z = 7 + 7i$ និង $w = 13 + 13i$ ។

- សរសេរ z & w ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។
- គណនា $|(z+w)^2|$ និង $|(z-w)^2|$ ។
- គេមាន $x(y-1) + y(x-1)i = z'$ កំណត់ $x; y$ ($x \neq 0$) ដើម្បីឱ្យ $z' = z \cdot w$ ។

III. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{e^x+1}$ ។

- កំណត់ A & B ដើម្បីឱ្យ $f(x) = \frac{e^x - x}{(x+1)(e^x+1)}$ ។ គណនា $f'(x)$ រួច $f'(\ln 3)$ ។
- ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f(x)$ អាចសរសេរជា $\frac{1}{x+1} + \frac{e^x}{e^x+1} + b$ ដែល b ជាចំនួន ថេរត្រូវកំណត់ ។
- គណនា $\int f(x) dx$ ។

IV. ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' - 5y' + 4y = 0$ (មាន y_1 ជាចម្លើយ) ។

- កំណត់ a & b ដែលអនុគមន៍ $g(x) = ax + b$ ជាចម្លើយនៃ $(F): y'' - 5y' + 4y = 4x + 3$ ។
- គេមាន $f(x) = \varphi(x) + y_1$ បង្ហាញថា បើ f ជាចម្លើយនៃ (F) នោះ $\varphi(x)$ ក៏ជាចម្លើយនៃ (F) ដែរ ។
- សរសេរអនុគមន៍ $\varphi(x)$ ។

V. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{a+b \ln x}{x}$ មានក្រាបតំណាង (C) ។

- គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។
- កំណត់មេគុណ a និង b ដោយដឹងថាខ្សែកោង (C) មានអតិបរមាស្មើ e^{-1} ត្រង់ $x = e$ ។
- គណនាលីមីត $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។
- សរសេរសមីការបន្ទាត់ (D) ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច $x = 1$ ។
- សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។
- បង្ហាញថាសមីការ $f(x) = 0$ មានឫសតែមួយគត់ក្នុងចន្លោះ $\left[\frac{1}{e}; e\right]$ ។
- សង់ខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (D) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។ គេឱ្យ $g(x) = (\ln x)^2$ គណនា $g'(x)$ ទាញរកព្រីមីទីវនៃ $f(x)$ ។
- គណនាក្រឡាផ្ទៃបង្កប់ដែលខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x = 1$ និង $x = e$ ។

- I. (P) ជាប៉ារ៉ាបូលតាងអនុគមន៍ $f(x) = x^2 - 2x - 1$ ។ A និង B ជាព័រីម៉ែត្រនៃ (P) ដែលមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា 0 និង 3 ។
- ក. រកសមីការបន្ទាត់ (AB) ។
- ខ. គណនា $f'(x)$ ។ រកកូអរដោនេនៃកំពូល និងសមីការអង្កត់ទ្រវែងនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។
- គ. សង់ (p) និងបន្ទាត់ (AB) ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃខ័ណ្ឌដោយ (P) និងអង្កត់ [AB] ។

II. គណនាលីមីតខាងក្រោម:

$$A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\tan^3 x - 3 \tan x}{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} \quad ; \quad B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$$

III. ក្នុងកោងមួយមានស្រាបៀរ ABC ៤ កុំប៉ុង និងស្រាបៀរអង្ករ ១៦ កុំប៉ុង ។ គេលូកយកស្រាបៀរ ៣ កុំប៉ុងមកផឹកដោយចៃដន្យ ។

- ក. រកប្រូបាបដែលលូកយកបាន ABC ទាំង ៣ កុំប៉ុង ។ ខ. រកប្រូបាបដែលលូកបានអង្ករទាំង ៣ កុំប៉ុង ។
- គ. រកប្រូបាបដែលលូកយកបាន ABC តែមួយកុំប៉ុង ។ ឃ. រកប្រូបាបដែលលូកយកបាន ABC យ៉ាងតិចមួយកុំប៉ុង ។

IV. គណនាដេរីវេនៃ $y = e^x \ln(x+1)$; $x > 0$ ។ ទាញរកព្រីមីទីវនៃ $f(x) = e^x \ln(x+1) + \frac{e^x + 1}{x+1}$ ដោយដឹងថាព្រីមីទីវនោះ ស្មើ ១ ចំពោះ $x = 0$ ។

V. ១. កំណត់ចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $\frac{2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \neq 0; x \neq -1$ ។

២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int_1^2 \left(\frac{2x+1}{x^2(x+1)} \right) dx$ ។

VI. f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $f(x) = \frac{\ln x + 1}{x} + 1$; (C) ជាក្រាបនៃ $f(x)$ ។

១. គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅ 0^+ និង $+\infty$ ។ ទាញថា (C) មានអាស៊ីមតូត ២ ។
២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញា $f'(x)$ ។ ទាញថា f មានអតិបរមាមួយ រួចគណនាតម្លៃអតិបរមានោះ ។
៣. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។
៤. បង្ហាញថាក្រាប (C) មានចំនុចបត់មួយ ។ គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចបត់ I នេះ ។
៥. សង់ក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ។
៦. គណនា $\int \left(\frac{\ln x + 1}{x} + 1 \right) dx$ រួចរកផ្ទៃក្រឡានៃផ្ទៃក្នុងដែលខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីសចំពោះ $0 \leq x \leq 4$ ។

VII. ក្នុងតម្រុយអរតូណូម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យប្លង់ (P): $4x + ay + 6z - 10 = 0$ និង (Q): $bx - 12y - 12z + 4 = 0$; $a, b \in \mathbb{R}$

- ក. កំណត់តម្លៃ a & b ដើម្បីឱ្យប្លង់ (P) // (Q) ។
- ខ. ចំពោះតម្លៃ a & b ដែលរកឃើញ គណនាចម្ងាយរវាងប្លង់ (P) & (Q) ។

I. ក. គណនា $A = \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2008} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2008}$ ។

ខ. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $z_1 = A + 2i$ ជាឫសនៃសមីការ $(E): az^2 + bz + 10 = 0$ ។

គ. រកឫស z_2 មួយទៀតនៃសមីការ (E) ។ សរសេរ $B = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^4$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II. គេសង់ត្រីកោណកែងមួយដោយឱ្យអ័ក្ស $\overrightarrow{ox}; \overrightarrow{oy}$ និងបន្ទាត់ (L) មួយកាត់តាមចំនុច $A(3;2)$ នៅក្នុងជ្រុងទី១ ។ រកកូអរដោនេកំពូលនៃត្រីកោណ ដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណអប្បបរមា ។

III. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $xy = \ln y + 1$ នោះ $y^2 dx + (xy - 1) dy = 0$ ។

IV. (P) ជាខ្សែកោងតាង $f(x) = x^2 - x + 2$ ។ A និង B ជាព័រចំនុចនៃ (P) ដែលមានអាប់ស៊ីរេងត្នា -1 និង 1 ។

ក. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (AB) ។ ខ. រកកូអរដោនេនៃកំពូលនិងអក្សឆ្លុះ របស់ប៉ារ៉ាបូល (P) ។

គ. សង់ (P) និងបន្ទាត់ (AB) ។ យ. គណនាក្រឡាផ្ទៃដែលខ័ណ្ឌដោយ (P) និង (AB) ។

V. គេឱ្យអនុគមន៍ $f(m) = \ln(x^2 + 4x + m)$ ។

ក. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $f(m)$ មានន័យចំពោះគ្រប់ x ។

ខ. ដោះស្រាយ សមីការ $f(0) = \ln(x+2) + \ln 2$ ។

គ. បង្ហាញថា $F(4) = 2[(x+2)\ln|x+2| - x]$ ជាព្រឹត្តិការណ៍នៃអនុ. $f(4) = \ln(x^2 + 4x + 4)$ ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(0;1;0); B(2;3;1); C(-2;2;2)$ និង $D(1;-1;2)$ ។

ក. ស្រាយបញ្ជាក់ថា $A; B; C; D$ ជាកំពូលនៃចតុមុខ រួចទាញរកមាឌនៃចតុមុខ $ABCD$ ។

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ថាចតុមុខ $ABCD$ មានមុំកែង ៣ត្រង់កំពូល A ។

គ. រកសមីការស្ទើរ (S) ដែលកាត់តាមចំនុច $A; B; C; D$ ។

VII. អនុគមន៍ f កំណត់លើ \mathbb{R} ដោយ $f(x) = \frac{e^x(1-x)-2}{e^x}$ និងមានក្រាប (C) ។

ក. គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

ខ. បង្ហាញថា f មានអតិបរមា ហើយគណនាតម្លៃអតិបរមានោះ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

គ. រកសមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះក្រាប (C) ហើយកែងនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេត (D) ។

ឃ. គណនា $f(-1); f(0)$ និង $f(1)$ ។ សង់ $(L); (C)$ និង (D) ។

ង. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយ (C) និង (D) លើចន្លោះ $[0;1]$ ។

VIII. គេឱ្យសមីការអេលីប $(E): 4x^2 + y^2 = 36$ ។ ក. គណនាកំពូលលើអ័ក្សតូចនិងអ័ក្សធំ កំណុំ រួចសង់អេលីប (E) ។

ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះអេលីប (E) ហើយស្របនឹងបន្ទាត់ $(\Delta): y = -x + 2010$ ។

I. ក. រកទម្រង់ស្តង់ដារនៃអេលីបដែលមានផ្ចិត $(0;0)$ កំណុំ $(0;4)$ និងកំពូល $(0;5)$ រួចសង់ក្រាប ។

ខ. រកកូអរដោនេនៃផ្ចិត កំពូលលើអ័ក្សធំ និងអ័ក្សតូច និងកំណុំ នៃអេលីប: $100x^2 + 16y^2 - 100x - 64y - 311 = 0$ ។

II. ក. គណនាលីមីត៖ ។

ខ. គេមានអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{x}{1+e^x}$; $x \neq 0$ និង $f(0) = 0$ ។

សិក្សាភាពជាប់ និងភាពមានដេរីវេនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $x = 0$ ។

III. គេដាក់ឃ្លីពណ៌ស ៧ ឃ្លីពណ៌ក្រហម ៥ និងឃ្លីពណ៌ខ្មៅ ៩ នៅក្នុងប្រអប់មួយ ។ ឃ្លី ៤ ត្រូវបានយកចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

ក. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លី ៤ សុទ្ធតែពណ៌ក្រហម ។

ខ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លី ៣ គត់ពណ៌ ខ្មៅ ។

គ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានយ៉ាងតិចឃ្លី ២ មានពណ៌ស ។

ឃ. រកប្រូបាបដែលចាប់មិនបានឃ្លីពណ៌ខ្មៅសោះ ។

IV. គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y'' + 2y' - 3y = 0$ ។

ក. កំណត់ចម្លើយ f នៃ (E) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $f(0) = 0$ និង $f'(0) = -1$ ។

ខ. តាង F ជាព្រីមីទីវនៃ f ដែល $F(0) = 0$ ។ កំណត់ F ។

V. គេឱ្យ f កំណត់លើ $]0; +\infty[$ ដោយ $f(x) = (\ln x)^2 (2 - \ln x)$ ។

១. គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់គោលនៃដែនកំណត់របស់វា ។

២. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន x នោះ $f'(x) = \frac{(\ln x)(4 - 3 \ln x)}{x}$ ។

សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) នៃអនុគមន៍ f ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។ សង់ខ្សែកោង (C) ។

៤. តាង $A = \int_1^e \ln x dx$; $B = \int_1^e (\ln x)^2 dx$; $C = \int_1^e (\ln x)^3 dx$ ដោយប្រើអាំងតេក្រាលដោយផ្នែកគណនា A រួច B រួច C ។

៥. ទាញរកក្រឡាផ្ទៃខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) លើចន្លោះ $[1; e]$ ។

VI. ក្នុងតម្រុយអរតូណម៉ាល់ $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេឱ្យ $A(1;1;1); B(2;3;4); C(6;5;2) \& D(7;7;5)$ ។

១. គណនា $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ រួច \overrightarrow{AD} ជាអនុគមន៍នៃ $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ រួចទាញថា $A; B; C \& D$ ជាកំពូលនៃប្រលេឡូក្រាមមួយ ។

២. គណនា $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចទាញរកក្រឡាផ្ទៃប្រលេឡូក្រាមខាងលើ ។

៣. រកសមីការប្លង់ (ABC) រួចបង្ហាញថាចំនុច $E(0;0;5)$ មិននៅលើប្លង់ (ABC) ។

៤. គណនាមាឌប្រលេពីប៉ែតដែលមានវិមាត្រ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \& \overrightarrow{AE}$ ។

VII. (H) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x) = \frac{1}{(ax+b)^2}$ ។ បន្ទាត់ (D) មានសមីការ $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ ប៉ះនឹងក្រាប (H) ត្រង់ចំនុច $x = 0$ ។

រកតម្លៃ a និង b ។