



សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ

ខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណយ៉ាងជ្រាលជ្រៅដល់មាតាបិតារបស់ខ្ញុំគឺ លោកឪពុក **ឌុច ទាក់** និង អ្នកម្តាយ **ឌុក សារ៉ុ** ដែលបានផ្តល់អ្វីគ្រប់យ៉ាងដល់រូបខ្ញុំ។ ខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណដល់ លោកពូ **ស៊ិន អាន** និង អ្នកមីង **ឌុក សារូ** ដែលទំនុកបម្រុង ផ្តល់ដំបូន្មាន និង ការជម្រុញលើកទឹកចិត្ត។ សូមផ្ញើរសេចក្តីថ្លែងអំណរគុណដល់បងប្អូនខ្ញុំជាច្រើនអ្នកទៀត។

ជាថ្មីម្តងទៀតខ្ញុំសូមរំលឹកគុណដល់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូរបស់ខ្ញុំដែលបាន បង្ហាត់ព័ត៌មានដ៏ខ្លាំង ផ្នែកបញ្ញាស្មារតី និងវិជ្ជាជីវៈ។ បន្ថែមលើនេះខ្ញុំសូមថ្លែងអំណរគុណដល់មិត្តភក្តិ និងសិស្សានុសិស្ស ដែលបានផ្តល់ជាកំលាំងចិត្តដល់រូបខ្ញុំ។



អាមេរិកថា

កថាខណ្ឌនេះពិពណ៌នាអំពីដំណើរដងទងនៃការចាប់កំណើតឡើងនៃសៀវភៅនេះ។ ដំបូងឡើយវាគ្រាន់តែជាកម្រងលំហាត់សម្រាប់ឲ្យសិស្សអនុវត្តន៍បន្ថែមលើការសិក្សាម៉ោងរដ្ឋតែប៉ុណ្ណោះ។ ដោយពេលវេលាមានរយៈពេលខ្លី ការដាក់ឧទាហរណ៍ និងលំហាត់គំរូពុំសូវបានច្រើនជាហេតុបណ្តាលអោយខ្ញុំកើតគំនិតសរសេរចម្លើយដើម្បីអោយសិស្សអាន និងអនុវត្តន៍ដោយខ្លួនឯង។

សៀវភៅនេះបែងចែកជាបួនផ្នែករួមមាន មេរៀនសង្ខេបអមដោយឧទាហរណ៍គំរូ កម្រងលំហាត់បញ្ចប់មេរៀន ដំណោះស្រាយលំហាត់ និងសេចក្តីបន្ថែម។ នៅផ្នែកមេរៀនសង្ខេបយើងមាន ការរំលឹកខ្លី និយមន័យ លក្ខណៈ និងទ្រឹស្តីបទ។ ឧទាហរណ៍គំរូសម្រាប់និយមន័យនីមួយៗ ក៏ត្រូវបានរួមបញ្ចូលនៅផ្នែកនេះដែរ។ សម្រាប់សម្រាយបញ្ជាក់ លក្ខណៈ និងទ្រឹស្តីបទសំខាន់អ្នកអានរកមើលនៅផ្នែកបន្ថែមដែលបានដាក់នៅជំពូកចុងក្រោយគេបង្អស់នៃសៀវភៅ។ នៅផ្នែកកម្រងលំហាត់បញ្ចប់មេរៀន យើងមានតែលំហាត់សុទ្ធដែលត្រូវបានរៀបចំតាមខ្លឹមសារមេរៀន និងតាមលំដាប់កើននៃភាពលំបាក។ បន្ទាប់ពីផ្នែកនេះគឺជាចម្លើយលើកម្រងលំហាត់។ រីឯផ្នែកចុងក្រោយ ជាសេចក្តីបន្ថែម ដែលភាគច្រើនដកស្រង់ចេញពីមេរៀនថ្នាក់ក្រោម។ អ្នកអានគួរផ្ដោតការយកចិត្តទុកលើផ្នែកនេះជាចំបង។ ផ្នែកនេះគួរតែអានមុនគេដើម្បីបង្កភាពងាយស្រួលក្នុងការអានផ្នែកផ្សេងៗទៀត។

បញ្ជាក់ជូនដល់អ្នកអានសៀវភៅនេះឲ្យបានជ្រាបថា វាគឺជាស្នាដៃដំបូងរបស់អ្នកនិពន្ធ។ សៀវភៅនេះត្រូវបានបង្កើតឡើងដោយមនុស្សតែម្នាក់ប៉ុណ្ណោះ។ ជាងនេះទៅទៀតវាពុំទាន់បានឆ្លងកាត់ការត្រួតពិនិត្យទាំងផ្នែកបច្ចេកទេស និងអក្ខរាវិរុទ្ធ នៅឡើយទេ។ បើប្រិយមិត្តរកឃើញកំហុសឆ្គងណាមួយ សូមជូនដំណឹងដល់អ្នកសរសេរសៀវភៅដោយការផ្ញើសារជាអក្សរ ឬ រូបភាពមកកាន់ប្រអប់សារអេឡិចត្រូនិច ដែលមានអាសយដ្ឋាន bunnybookauthor@gmail.com បើមិនអញ្ចឹងទេអ្នកអាចជួបពិភាក្សាផ្ទាល់បើអាចធ្វើទៅបាន។

ទាក់ទិននឹងការធ្វើអាជីវកម្មលើសៀវភៅនេះ អ្នកនិពន្ធរក្សាសិទ្ធិកម្មសិទ្ធិបញ្ញាដោយមិនអនុញ្ញាតអោយធ្វើការបោះពុម្ព ថតចម្លង ឬចែកចាយដោយគ្មានការអនុញ្ញាតឡើយ។ ចំពោះកំណត់សៀវភៅនេះជាឯកសារអេឡិចត្រូនិច អ្នកអាចទាញយកមកអាន និងប្រើប្រាស់ផ្ទាល់ខ្លួនបានដោយមិនគិតថ្លៃតាមរយៈដំណរ

bunnybookshelf.blogspot.com/p/conic.html ។



មាតិកា

មេរៀន សេចក្តីផ្តើមអំណាចរដ្ឋបាល	ក
មេរៀន អនុក្រឹត្យ	គ
មេរៀន មាតិកា	ង
មេរៀន ១ ប៉ារ៉ាម៉ូល	១
១ សញ្ញាណប័ណ្ណប៉ារ៉ាម៉ូល	១
២ របៀបសងប៉ារ៉ាម៉ូល	២
៣ សមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាម៉ូល	៤
ក បន្ទាត់ប្រាប់ទិន្នន័យស្របអ័ក្សរាបស៊ីស	៤
ខ បន្ទាត់ប្រាប់ទិន្នន័យស្របអ័ក្សអេដោនេ	៦
៤ សមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាម៉ូល	៩
ក បន្ទាត់ប្រាប់ទិន្នន័យស្របអ័ក្សរាបស៊ីស	៩
ខ បន្ទាត់ប្រាប់ទិន្នន័យស្របអ័ក្សអេដោនេ	១១
៥ អ័ក្សឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាម៉ូល	១៣
៦ លក្ខណៈអុបទិចនៃប៉ារ៉ាម៉ូល	១៤
៧ លំហាត់ប៉ារ៉ាម៉ូល	១៦
មេរៀន ២ អ៊ីតែមូល	២១
១ សញ្ញាណអ៊ីតែមូល	២១
២ សមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីតែមូល	២១
ក អ័ក្សទទឹងស្របអ័ក្សរាបស៊ីស	២១
ខ អ័ក្សទទឹងស្របអ័ក្សអេដោនេ	២៣
៣ សមីការទូទៅនៃអ៊ីតែមូល	២៥
ក អ័ក្សទទឹងស្របអ័ក្សរាបស៊ីស	២៥
ខ អ័ក្សទទឹងស្របអ័ក្សអេដោនេ	២៥
៤ អ៊ីចសង់ទ្រីស៊ីតេនៃអ៊ីតែមូល	២៨
៥ លក្ខណៈអុបទិចនៃអ៊ីតែមូល	២៨
៦ លំហាត់អ៊ីតែមូល	២៩

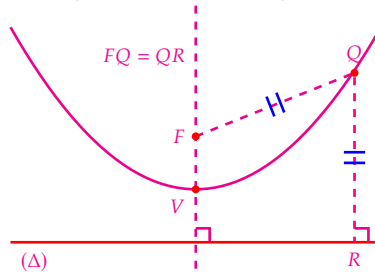
មេរៀន ១ ប៉ារ៉ាបូល

១ សញ្ញាណប៉ារ៉ាបូល

និយមន័យ

ប៉ារ៉ាបូល ជាសំណុំចំណុចនៅក្នុងប្លង់ដែលមានចម្ងាយស្មើពីចំណុចនឹងមួយ និង បន្ទាត់នឹងមួយ ។

រូបភាពទី ១. ប៉ារ៉ាបូល



- ជាទូទៅប៉ារ៉ាបូលតាងដោយ (P)
- ចំណុចនឹងនោះហៅថា **កំណុំ** តាងដោយ F
- បន្ទាត់នឹងនោះហៅថា **បន្ទាត់ប្រាប់ទិស** តាងដោយ (Δ)
- បន្ទាត់ដែលកាត់តាមកំណុំហើយកែងនឹងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសជា **អ័ក្សឆ្លុះ**
- ប្រសព្វរវាង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស និង អ័ក្សឆ្លុះ ហៅថា **កំពូល** តាងដោយ V
- បើ Q ជាចំណុចនៅលើប៉ារ៉ាបូល និង R ជាចំណោលកែងនៃ Q លើបន្ទាត់ប្រាប់ទិស នោះយើងបាន $FQ = QR$ ។

២ របៀបសង់ប៉ារ៉ាបូល

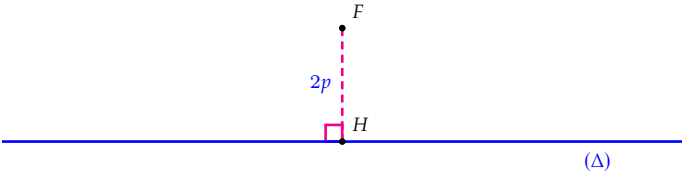
ហើយតាម $2p$ ជាចម្ងាយពីកំណុំ F ទៅបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ដែល $p > 0$ ពិនិត្យរូប



(Δ)

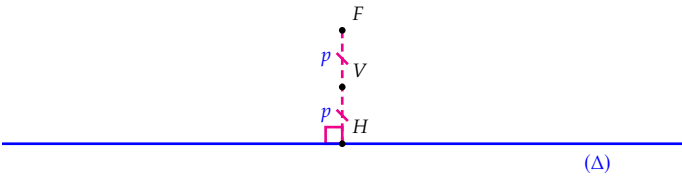
នោះគេអាចសង់ប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ F និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) តាមជំហាន

ក. គូសអង្កត់ FH ដែល H ជាចំណោលកែងនៃ F លើបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ)



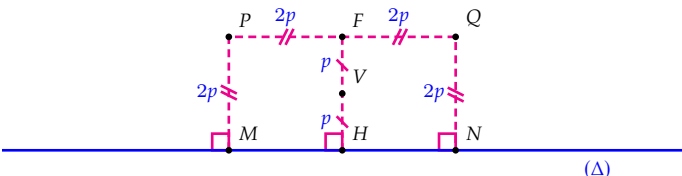
(Δ)

ខ. ដៅកំពូល V ដែលជាចំណុចកណ្តាលនៃអង្កត់ FH



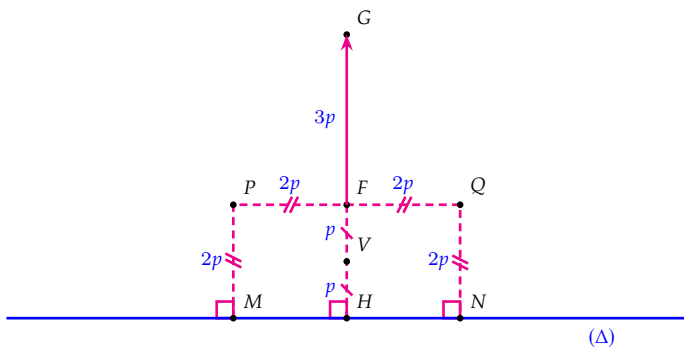
(Δ)

គ. សង់កាវដែលមានជ្រុង FH គឺកាវ $FHMP$ និងកាវ $FHNQ$

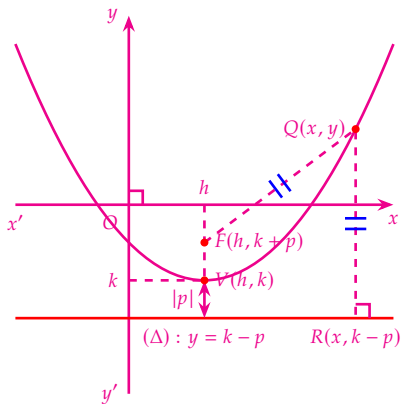


(Δ)

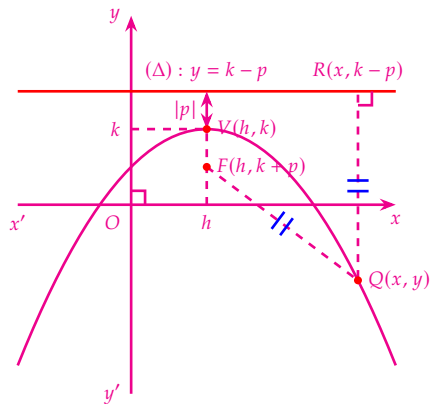
ឃ. បន្លាយអង្កត់ FH តាម F ចំនួន $3p$ ដែលតាងដោយចំណុច G



រូបភាពទី ២. ប៉ារ៉ាបូល $(x - h)^2 = 4p(y - k)$



(ក). ករណី $p > 0$



(ខ). ករណី $p < 0$

សម្រាយបញ្ជាក់. តាង $Q(x, y)$ ជាចំណុចនៅលើប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $F(h, k + p)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : y = k - p$ និង $R(x, k - p)$ ជាចំណោលកែងនៃចំណុច Q លើបន្ទាត់ (Δ) នោះយើងបាន

$$\begin{aligned} FQ &= QR \\ \sqrt{(x - h)^2 + (y - k - p)^2} &= \sqrt{(x - x)^2 + (y - k + p)^2} \\ (x - h)^2 + (y - k - p)^2 &= (y - k + p)^2 \\ (x - h)^2 &= (y - k + p)^2 - (y - k - p)^2 \\ (x - h)^2 &= (2p)(2y - 2k) \\ \therefore (x - h)^2 &= 4p(y - k) \end{aligned}$$

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូល $V(3, 2)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : y = 1$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់. ប៉ារ៉ាបូល (P) មានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : y = 1$ ស្របនឹងអ័ក្សរាបស៊ីស នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ $(P) : (x - h)^2 = 4p(y - k)$ ។

- កំពូល $V(3, 2)$ នោះ $h = 3$ និង $k = 2$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = 1$ នោះ $k - p = 1$ នាំឱ្យ $p = k - 1 = 2 - 1 = 1$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ $(P) : (x - 3)^2 = 4(1)(y - 2)$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $(-1, 1)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = 2$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = 2$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ ។

- កំពូល $(-1, 1)$ នោះ $h = -1$ និង $k = 1$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = 2$ នោះ $k - p = 2$ នាំឱ្យ $p = k - 2 = 1 - 2 = -1$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ $(x + 1)^2 = 4(-1)(y - 1)$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $(-2, -1)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = -2$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = -2$ ស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ ។

- កំពូល $(-2, -1)$ នោះ $h = -2$ និង $k = -1$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = -2$ នោះ $k - p = -2$ នាំឱ្យ $p = k + 2 = -1 + 2 = 1$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ $(x + 2)^2 = 4(1)(y + 1)$ ។ ■

២

បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអរដោនេ

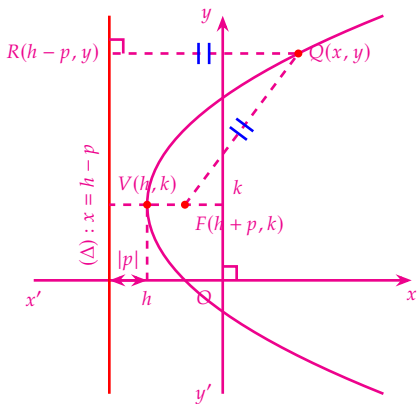
ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច $V(h, k)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = h - p$ មានសមីការស្តង់ដារ

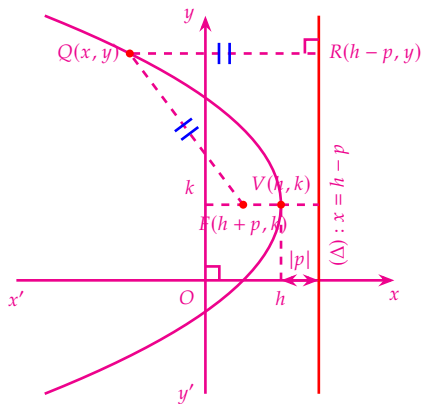
$$(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h) \tag{2}$$

ហើយមានកំណុំ $F(h + p, k)$ ។

រូបភាពទី ៣. ប៉ារ៉ាបូល $(y - k)^2 = 4p(x - h)$



(ក). ករណី $p > 0$



(ខ). ករណី $p < 0$

សម្រាយបញ្ជាក់. តាង $Q(x, y)$ ជាចំណុចនៅលើប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $F(h + p, k)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = h - p$ និង $R(h - p, y)$ ជាចំណោលកែងនៃចំណុច Q លើបន្ទាត់ (Δ) នោះយើងបាន

$$\begin{aligned} FQ &= QR \\ \sqrt{(x - h - p)^2 + (y - k)^2} &= \sqrt{(x - h + p)^2 + (y - y)^2} \\ (x - h - p)^2 + (y - k)^2 &= (x - h + p)^2 \\ (y - k)^2 &= (x - h + p)^2 - (x - h - p)^2 \\ (y - k)^2 &= (2p)(2x - 2h) \\ \therefore (y - k)^2 &= 4p(x - h) \end{aligned}$$

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូល $V(-1, 2)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = 1$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់. ប៉ារ៉ាបូល (P) មានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = 1$ ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ $(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h)$ ។

- កំពូល $V(-1, 2)$ នោះ $h = -1$ និង $k = 2$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 1$ នោះ $h - p = 1$ នាំឱ្យ $p = h - 1 = -1 - 1 = -2$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ $(P) : (y - 2)^2 = 4(-2)(x + 1)$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $(-2, -1)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 0$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 0$ ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ ។

- កំពូល $(-2, -1)$ នោះ $h = -2$ និង $k = -1$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 0$ នោះ $h - p = 0$ នាំឱ្យ $p = h = -2$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ $(y + 1)^2 = 4(-2)(x + 2)$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $(4, 2)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 3$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ ប៉ារ៉ាបូលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 3$ ស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នោះវាមានសមីការស្តង់ដារ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ ។

- កំពូល $(4, 2)$ នោះ $h = 4$ និង $k = 2$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 3$ នោះ $h - p = 3$ នាំឱ្យ $p = h - 3 = 4 - 3 = 1$

ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមានសមីការស្តង់ដារ $(y - 2)^2 = 4(1)(x - 4)$ ។ ■

ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានសមីការស្តង់ដារ

- $(P) : (x - h)^2 = 4p(y - k)$ មាន
- $(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h)$ មាន

$\left\{ \begin{array}{l} \text{កំពូល } V(h, k) \\ \text{កំណុំ } F(h, k + p) \\ \text{បន្ទាត់ប្រាប់ទិស } (\Delta) : y = k - p \end{array} \right.$
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{កំពូល } V(h, k) \\ \text{កំណុំ } F(h + p, k) \\ \text{បន្ទាត់ប្រាប់ទិស } (\Delta) : x = h - p \end{array} \right.$

៤ សមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល

ក បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សរាបស៊ីស

ពន្លាតសមីការស្តង់ដារ $(P) : (x - h)^2 = 4p(y - k)$ នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $V(h, k)$ កំណុំ $F(h, k + p)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : y = k - p$ យើងបាន

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$x^2 - 2hx + h^2 = 4py - 4pk$$

$$x^2 - 2hx - 4py + (h^2 + 4pk) = 0$$

ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សរាបស៊ីសមានសមីការទូទៅ

$$Ax^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (3)$$

ដែល A, C, D, E ជាចំនួនពិត និង $A \neq 0$ ។

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $y = x^2 + 2x + 2$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ សមីការ $y = x^2 + 2x + 2$ មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ x នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សរាបស៊ីស នាំឲ្យសមីការស្តង់ដាររបស់វាមានទម្រង់ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ និង

- កំពូល (h, k)
- កំណុំ $(h, k + p)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = k - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$x^2 + 2x + 2 = y$$

$$x^2 + 2x + 1 = y - 1$$

$$(x + 1)^2 = 4\left(\frac{1}{4}\right)(y - 1)$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដារ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ យើងបាន $h = -1, k = 1$ និង $p = \frac{1}{4}$ ។
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល $(-1, 1)$ កំណុំ $(-1, \frac{5}{4})$ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = \frac{3}{4}$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $y = -x^2 - 4x$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ សមីការ $y = -x^2 - 4x$ មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ x នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារបស់វាមានទម្រង់ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ និង

- កំពូល (h, k)
- កំណុំ $(h, k + p)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = k - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$\begin{aligned}x^2 + 4x &= -y \\x^2 + 4x + 4 &= -y + 4 \\(x + 2)^2 &= 4\left(-\frac{1}{4}\right)(y - 4)\end{aligned}$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដារ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ យើងបាន $h = -2, k = 4$ និង $p = -\frac{1}{4}$ ។
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល $(-2, 4)$ កំណុំ $(-2, \frac{15}{4})$ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = \frac{17}{4}$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $x^2 - 6x + 4y + 5 = 0$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ សមីការ $x^2 - 6x + 4y + 5 = 0$ មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ x នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារបស់វាមានទម្រង់ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ និង

- កំពូល (h, k)
- កំណុំ $(h, k + p)$

- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = k - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$x^2 - 6x + 4y + 5 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = -4y + 4$$

$$(x - 3)^2 = 4(-1)(y - 1)$$

ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការស្តង់ដារ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ យើងបាន $h = 3, k = 1$ និង $p = -1$ ។
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល $(3, 1)$ កំណុំ $(3, 0)$ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = 2$ ។ ■

២ បន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របអ័ក្សអរដោនេ

ពន្លាតសមីការស្តង់ដារ $(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h)$ នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $V(h, k)$ កំណុំ $F(h + p, k)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = h - p$ យើងបាន

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

$$y^2 - 2ky + k^2 = 4px - 4ph$$

$$y^2 - 2ky - 4px + (k^2 + 4ph) = 0$$

ជាទូទៅ

ប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេមានសមីការទូទៅ

$$By^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad (4)$$

ដែល B, C, D, E ជាចំនួនពិត និង $B \neq 0$ ។

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $y^2 + 4x + 8y + 8 = 0$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ សមីការ $y^2 + 4x + 8y + 8 = 0$ មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ y នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នាំឲ្យសមីការស្តង់ដាររបស់វាមានទម្រង់ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ និង

- កំពូល (h, k)

- កំណុំ $(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = h - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$\begin{aligned}y^2 + 4x + 8y + 8 &= 0 \\y^2 + 8y + 16 &= -4x + 8 \\(y + 4)^2 &= 4(-1)(x - 2)\end{aligned}$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដារ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ យើងបាន $h = 2, k = -4$ និង $p = -1$ ។
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល $(2, -4)$ កំណុំ $(1, -4)$ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = 3$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$ ។

សម្រាយបញ្ហា៖ សមីការ $y^2 - 8x - 10y + 1 = 0$ មានជីក្រេទី២ ជាជីក្រេនៃអថេរ y នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារបស់វាមានទម្រង់ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ និង

- កំពូល (h, k)
- កំណុំ $(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = h - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$\begin{aligned}y^2 - 8x - 10y + 1 &= 0 \\y^2 - 10y + 25 &= 8x + 24 \\(y - 5)^2 &= 4(2)(x + 3)\end{aligned}$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដារ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ យើងបាន $h = -3, k = 5$ និង $p = 2$ ។
ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល $(-3, 5)$ កំណុំ $(-1, 5)$ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = -5$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

ចូរកំណត់ កូអរដោនេកំពូល កូអរដោនេកំណុំ និង សរសេរសមីការប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $y^2 + x + y + 1 = 0$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់. សមីការ $y^2 + x + y + 1 = 0$ មានដឺក្រេទី២ ជាដឺក្រេនៃអថេរ y នោះវាជាសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេ នាំឲ្យសមីការស្តង់ដាររបស់វាមានទម្រង់ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ និង

- កំពូល (h, k)
- កំណុំ $(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = h - p$

ដោយសមីការទូទៅអាចសរសេរជា

$$\begin{aligned}y^2 + x + y + 1 &= 0 \\y^2 + y &= -x - 1 \\y^2 + 2y\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= -x - 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 &= -\left(x + \frac{3}{4}\right) \\ \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 &= 4\left(-\frac{1}{4}\right)\left(x + \frac{3}{4}\right)\end{aligned}$$

ផ្ទឹមនឹងសមីការស្តង់ដារ $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ យើងបាន $h = -\frac{3}{4}, k = -\frac{1}{2}$ និង $p = -\frac{1}{4}$ ។ ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល $\left(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ កំណុំ $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x = -\frac{1}{2}$ ។ ■

៥ អ័ក្សឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូល

ជាទូទៅ

បន្ទាត់ដែលកាត់តាម កំពូល និង កំណុំ នៃប៉ារ៉ាបូលជា **អ័ក្សឆ្លុះ**។ អ័ក្សឆ្លុះនៃប៉ារ៉ាបូលមួយ កែងនឹងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលនោះ។

ឧទាហរណ៍

សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ និងមានកំពូលត្រង់គល់ត្រុយ ហើយកាត់តាមចំណុច $(2, 1)$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់. ប៉ារ៉ាបូល (P) មានអ័ក្សអរដោនេជាអ័ក្សឆ្លុះ នោះវាមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស។ នាំឲ្យសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) មានទម្រង់ $(P) : (x -$

$h)^2 = 4p(y - k)$ ។ ដោយ (P) មានកំពូល $O(0, 0)$ នោះយើងបាន $(P) : x^2 = 4py$ ។ ម្យ៉ាងទៀត (P) កាត់តាមចំណុច $(2, 1)$ នោះកូអរដោនេចំណុចនេះផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការប៉ារ៉ាបូល $(2)^2 = 4p(1)$ នាំឲ្យ $p = 1$ ។ ដូច្នេះ ប៉ារ៉ាបូល (P) មានសមីការស្តង់ដារ $(P) : (x - 0)^2 = 4(1)(y - 0)$ ។ ■

ឧទាហរណ៍

រកកូអរដោនេកំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $(-2, 1)$ អ័ក្សឆ្លុះ $y = 1$ ហើយកាត់តាមចំណុច $(0, -1)$ ។

សម្រាយបញ្ហា។ ប៉ារ៉ាបូល (P) មានបន្ទាត់ $y = 1$ ជាអ័ក្សឆ្លុះ នោះវាមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិសស្របនឹងអ័ក្សអរដោនេនោះប៉ារ៉ាបូល (P) មាន

- កំណុំ $F(h + p, k)$
- បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = h - p$
- សមីការស្តង់ដារ $(P) : (y - k)^2 = 4p(x - h)$

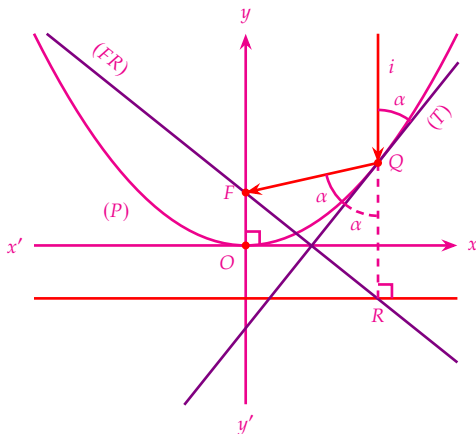
ដោយ (P) មានកំពូល $(-2, 1)$ នោះយើងបាន $(P) : (y - 1)^2 = 4p(x + 2)$ ។ ម្យ៉ាងទៀត (P) កាត់តាមចំណុច $(0, -1)$ នោះកូអរដោនេចំណុចនេះផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការប៉ារ៉ាបូល $(-1 - 1)^2 = 4p(0 + 2)$ នាំឲ្យ $p = \frac{1}{2}$ ។ ដូច្នេះ (P) មានកំណុំ $F\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = -\frac{5}{2}$ ។ ■

៦ លក្ខណៈអុបទិចនៃប៉ារ៉ាបូល

ជាទូទៅ

តាង (P) ជាប៉ារ៉ាបូលមួយដែលមានកំពូល F និងតាង Q ជាចំណុចមួយនៅលើប៉ារ៉ាបូលនោះផ្សេងពីកំពូល។ តាង (T) ជាបន្ទាត់ប៉ះ (P) ត្រង់ចំណុច Q ។ តាង R ជាចំណោលកែងនៃ Q លើបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) នោះគេបាន បន្ទាត់ប៉ះ (T) ពុះមុំ $\angle FQR$ ជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា។

រូបភាពទី ៤. លក្ខណៈអុបទិចនៃប៉ារ៉ាបូល



សម្រាយបញ្ជាក់. តាង $(P) : x^2 = 4py$ ជាប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំពូល $O(0, 0)$ កំណុំ $F(0, p)$ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : y = -p$ ។ តាង $Q(x_0, y_0)$ ជាចំណុចមួយនៅលើប៉ារ៉ាបូល (P) និង (T) ជាបន្ទាត់ប៉ះ (P) ត្រង់ Q ។ តាង R ជាចំណោលកែងនៃ Q លើបន្ទាត់ (Δ) នោះ $R(x_0, -p)$ ។ ដោយ $y = \frac{x^2}{4p}$ នោះ $y' = \frac{x}{2p}$ នាំឱ្យ

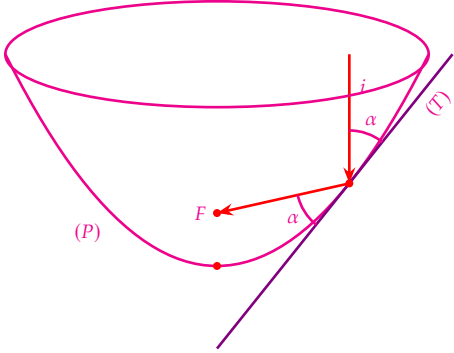
- បន្ទាត់ (T) មានមេគុណប្រាប់ទិស $m = y'(x_0) = \frac{x_0}{2p}$
- បន្ទាត់ (FR) មានមេគុណប្រាប់ទិស $n = \frac{y_F - y_R}{x_F - x_R} = \frac{p - (-p)}{0 - x_0} = -\frac{2p}{x_0}$

ដោយផលគុណមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ទាំងពីរ $mn = \left(\frac{x_0}{2p}\right)\left(-\frac{2p}{x_0}\right) = -1$ នោះបន្ទាត់ទាំងពីរកែងគ្នា គឺ $(T) \perp (FR)$ ។ តាមនិយមន័យប៉ារ៉ាបូលគេបាន $FQ = QR$ នោះត្រីកោណ FQR ជាត្រីកោណសមបាតដែលមានបាត FR ។ ដូច្នេះ (T) ជាបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle FQR$ ជាពីរផ្នែកប៉ុនគ្នា ព្រោះ (T) កាត់តាមកំពូល Q ហើយកែងនឹងបាត $[FR]$ ។ ■

សង្ខេប

បើ i ជាកាំរស្មីបាញ់កែងនឹងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល នោះវាផ្លាតចូលចំកំណុំនៃប៉ារ៉ាបូលនោះ។

រូបភាពទី ៥. លក្ខណៈអុបទិមនៃប៉ារ៉ាបូល



៧. សំហាត់ប៉ារ៉ាបូល

១. ចូរគូសប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសដូចខាងក្រោម៖

- ក. $F(1, 0)$ និង $(\Delta) : x = -1$

គ. $F(2, 1)$ និង $(\Delta) : x = 0$

ខ. $F(-1, 0)$ និង $(\Delta) : x = 1$

ឃ. $F(4, 2)$ និង $(\Delta) : x = 2$

ង. $F(-3, 1)$ និង $(\Delta) : x = -2$

ច. $F(0, 2)$ និង $(\Delta) : x = 1$

២. ចូរគូសប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសដូចខាងក្រោម៖

- ក. $F(0, 1)$ និង $(\Delta) : y = -1$

គ. $F(2, 2)$ និង $(\Delta) : y = 0$

ខ. $F(0, -1)$ និង $(\Delta) : y = 1$

ឃ. $F(-1, 0)$ និង $(\Delta) : y = 2$

ង. $F(1, 2)$ និង $(\Delta) : y = -2$

ច. $F(0, 1)$ និង $(\Delta) : y = 2$

៣. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច $V(h, k)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : y = k - p$ ខាងក្រោម៖

- ក. $V(1, 2)$ និង $(\Delta) : y = 3$

គ. $V(0, -1)$ និង $(\Delta) : y = 2$

ខ. $V(1, 0)$ និង $(\Delta) : y = 2$

ឃ. $V(-1, -2)$ និង $(\Delta) : y = 0$

ង. $V(2, 4)$ និង $(\Delta) : y = 1$

ច. $V(3, 3)$ និង $(\Delta) : y = -2$

៤. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច $V(h, k)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស $(\Delta) : x = h - p$ ខាងក្រោម៖

- ក. $V(-1, 1)$ និង $(\Delta) : x = 1$

គ. $V(-2, 0)$ និង $(\Delta) : x = 0$

ខ. $V(0, 2)$ និង $(\Delta) : x = 2$

ឃ. $V(3, 2)$ និង $(\Delta) : x = -1$

ង. $V(2, 4)$ និង $(\Delta) : x = -2$

ច. $V(1, 3)$ និង $(\Delta) : x = -3$

៥. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំណុំត្រង់ចំណុច $F(h, k+p)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) : $y = k - p$ ខាងក្រោម៖

ក. $F(2, 1)$ និង (Δ) : $y = 3$

ខ. $F(-2, 0)$ និង (Δ) : $y = -4$

គ. $F(3, 4)$ និង (Δ) : $y = -2$

ឃ. $F(3, -5)$ និង (Δ) : $y = 3$

ង. $F(0, -4)$ និង (Δ) : $y = -6$

ច. $F(-3, 3)$ និង (Δ) : $y = 9$

៦. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំណុំត្រង់ចំណុច $F(h+p, k)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) : $x = h - p$ ខាងក្រោម៖

ក. $F(2, 1)$ និង (Δ) : $x = 0$

ខ. $F(3, -2)$ និង (Δ) : $x = -1$

គ. $F(-1, 2)$ និង (Δ) : $x = -5$

ឃ. $F(0, 3)$ និង (Δ) : $x = 4$

ង. $F(1, 4)$ និង (Δ) : $x = 5$

ច. $F(-2, 1)$ និង (Δ) : $x = 2$

៧. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច $V(h, k)$ និងកំណុំ $F(h, k+p)$ ខាងក្រោម៖

ក. $V(2, 0)$ និង $F(2, 2)$

ខ. $V(-1, 3)$ និង $F(-1, 1)$

គ. $V(1, 0)$ និង $F(1, 4)$

ឃ. $V(0, 2)$ និង $F(0, -1)$

ង. $V(3, 2)$ និង $F(3, 3)$

ច. $V(-2, 4)$ និង $F(-2, -1)$

៨. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P) ដែលមានកំពូលត្រង់ចំណុច $V(h, k)$ និងកំណុំ $F(h+p, k)$ ខាងក្រោម៖

ក. $V(2, 1)$ និង $F(4, 1)$

ខ. $V(0, 2)$ និង $F(-2, 2)$

គ. $V(-1, 0)$ និង $F(3, 0)$

ឃ. $V(4, -2)$ និង $F(0, -2)$

ង. $V(-2, 3)$ និង $F(4, 3)$

ច. $V(-3, -1)$ និង $F(-5, -1)$

៩. កំណត់កូអរដោនេកំពូល V កំណុំ F និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) នៃប៉ារ៉ាបូល (P) ខាងក្រោម៖

ក. (P) : $x^2 - 2x + 4y - 3 = 0$

ខ. (P) : $y^2 + 2x + 4y = 0$

គ. (P) : $-x^2 + 4x - 8y + 4 = 0$

ឃ. (P) : $-y^2 - 4x + 6y - 5 = 0$

ង. (P) : $-2y^2 + 3x - 4y = 0$

ច. (P) : $2x^2 + 3x + 4y + 5 = 0$

១០. សង់ប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ក្នុងតម្រុយតែមួយ៖

ក. (P) : $(x - 1)^2 = 4(1)(y - 1)$

ខ. (P) : $(y - 1)^2 = 4(1)(x + 2)$

គ. (P) : $(x + 1)^2 = 4(-1)(y - 2)$

ឃ. (P) : $y^2 = 2x$

ង. (P) : $x^2 = 4y$

ច. (P) : $y^2 + 4x + 2y - 7 = 0$

១១. ប៉ារ៉ាបូល (P) មួយមានកំពូល $V(1, 0)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) : $y = 1$ ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. កំណត់កូអរដោនេកំណុំ F នៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។

១២. ប៉ារ៉ាបូល (P) មួយមានកំពូល $V(2, -3)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) : $x = -2$ ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. កំណត់កូអរដោនេកំណុំ F នៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។

១៣. ប៉ារ៉ាបូល (P) មួយមានកំពូល $V(2, -2)$ និងមានកំណុំ $F(2, 2)$ ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) នៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។

១៤. ប៉ារ៉ាបូល (P) មួយមានកំពូល $V(1, 0)$ និងមានកំណុំ $F(-5, 0)$ ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) នៃប៉ារ៉ាបូល (P) ។

១៥. ប៉ារ៉ាបូល (P) មានសមីការ (P) : $x^2 - 4x + 4y = 0$ ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល V កំណុំ F និង សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ។

១៦. ប៉ារ៉ាបូល (P) មានសមីការ (P) : $y^2 + 4x - 6y + 1 = 0$ ។

ក. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល V កំណុំ F និង សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ។

១៧. ប៉ារ៉ាបូល (P) កាត់តាមចំណុច $(-9, 3)$, $(-4, 1)$ និង $(-1, -1)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) : $x = 1$ ។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល V និង កូអរដោនេកំណុំ F

១៨. ប៉ារ៉ាបូល (P) កាត់តាម $(0, 3)$, $(3, 0)$ និង $(8, 5)$ ហើយមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ស្របអ័ក្សអរដោនេ ។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល V កំណុំ F និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ។

១៩. ប៉ារ៉ាបូល (P) កាត់តាមចំណុច $(0, 0)$, $(2, -3)$ និង $(-4, 0)$ និងមានបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ស្របនឹងអ័ក្សរាបស៊ីស ។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. រកកូអរដោនេកំពូល V កំណុំ F និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ។

២០. ប៉ារ៉ាបូល (P) មានកំពូល $V(1, -4)$ ហើយកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x = -1$ និង $x = 3$ ។

ក. សរសេរសមីការទូទៅនៃប៉ារ៉ាបូល (P)

ខ. រកកូអរដោនេកំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) នៃប៉ារ៉ាបូល (P)

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល (P) នឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

២១. គេមានប៉ារ៉ាបូល (P) : $(x + 2)^2 = 4(-1)(y - 2)$ និងបន្ទាត់ (L) : $x - 2y + 2 = 0$ ។

ក. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ (L)

ខ. សិក្សាទីតាំងប៉ារ៉ាបូល (P) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (L) លើចន្លោះ $(-6, 0)$

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ (L)

ឃ. សង់ប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ (L) ក្នុងតម្រុយតែមួយ ។

២២. គេមានប៉ារ៉ាបូល (P) : $(y - 1)^2 = 4(1)(x + 2)$ បន្ទាត់ (M) : $y = -1$ និងបន្ទាត់ (L) : $2x + y - 1 = 0$ ។

ក. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល (P) និងបន្ទាត់ (L)

ខ. សិក្សាទីតាំងប៉ារ៉ាបូល (P) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (L) លើចន្លោះ $(-6, 0)$

គ. សង់ប៉ារ៉ាបូល (P) បន្ទាត់ (L) និងបន្ទាត់ (M) ក្នុងតម្រុយតែមួយ

ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល (P) បន្ទាត់ (L) និង (M) ។

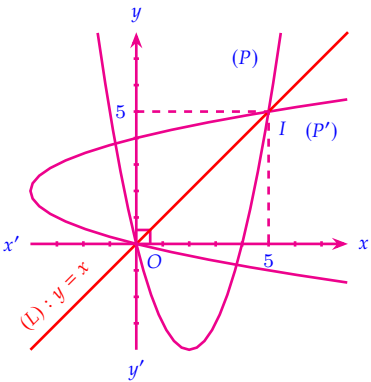
២៣. គេមានប៉ារ៉ាបូល (P) : $y = x^2$ និង (P') : $x = y^2$ ។

ក. សង់ប៉ារ៉ាបូល (P) និង (P') ក្នុងតម្រុយតែមួយ

ខ. រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូលទាំងពីរ

គ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូលទាំងពីរ

២៤. គេមានប៉ារ៉ាបូល (P) : $-x^2 + 4x + y = 0$ និង (P') : $-y^2 + x + 4y = 0$ ដែលមានក្រាបដូចរូប ។

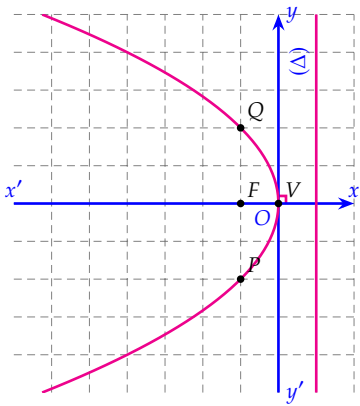
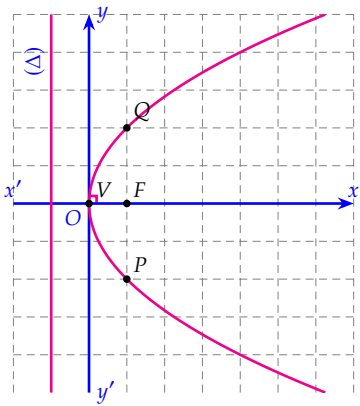


- ក. បង្ហាញថាប៉ារ៉ាបូល (P) និង (P') ឆ្លងគ្នាជៀបនឹងបន្ទាត់ពុះទីមួយ (L) : $y = x$
- ខ. គណនាផ្ទៃក្រឡាដែលខ័ណ្ឌដោយបន្ទាត់ (L) និងប៉ារ៉ាបូល (P)
- គ. គណនាផ្ទៃក្រឡា បេះដូង ដែលខ័ណ្ឌដោយប៉ារ៉ាបូល (P) និង (P') ។

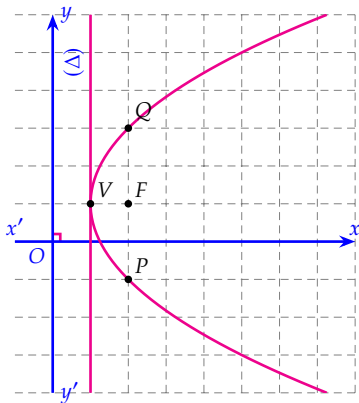
៨ ចម្លើយប៉ារ៉ាបូល

១. គូសប៉ារ៉ាបូលដោយមានកំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិស ៖

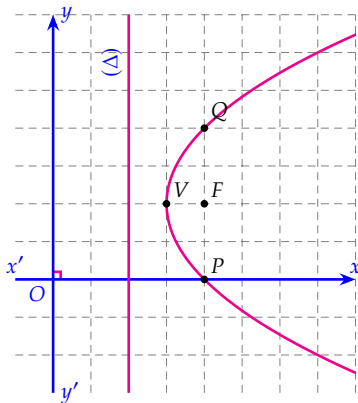
- ក. $F(1,0)$ និង $(\Delta) : x = -1$
- ខ. $F(-1,0)$ និង $(\Delta) : x = 1$



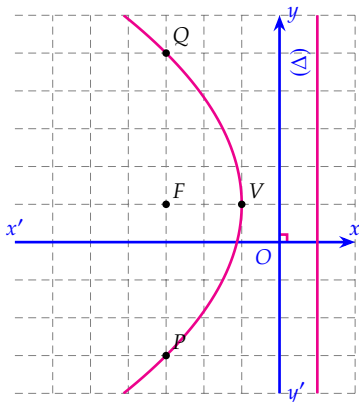
គ. $F(2, 1)$ នឹង $(\Delta) : x = 0$



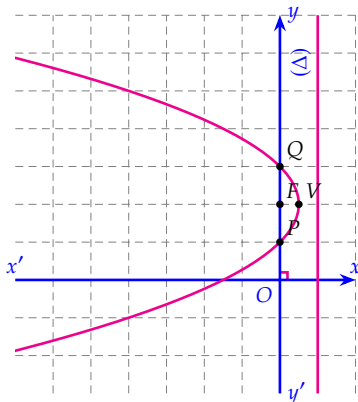
ឃ. $F(4, 2)$ នឹង $(\Delta) : x = 2$



ង. $F(-3, 1)$ នឹង $(\Delta) : x = -2$

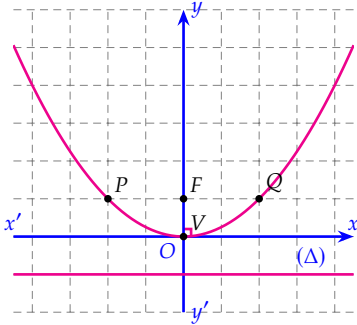


ច. $F(0, 2)$ នឹង $(\Delta) : x = 1$

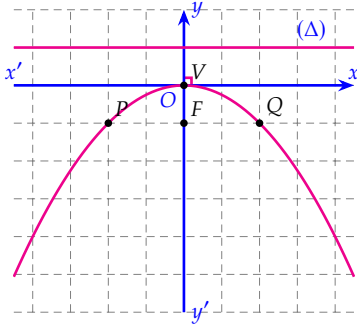


២. ចូរគូសប៉ារ៉ាបូលដែលមានកំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសដូចខាងក្រោម ៖

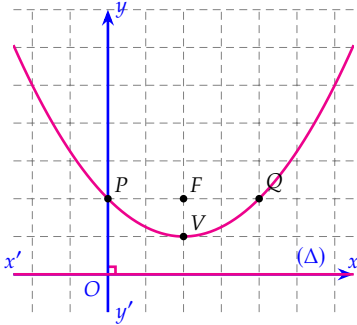
ក. $F(0,1)$ នឹង $(\Delta) : y = -1$



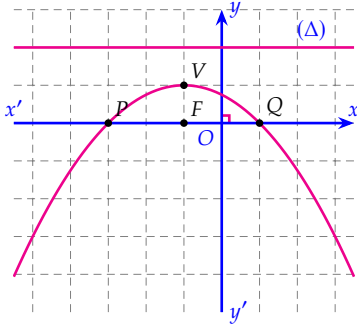
ខ. $F(0,-1)$ នឹង $(\Delta) : y = 1$



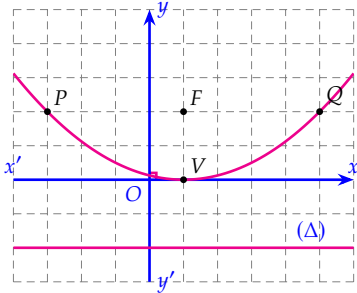
គ. $F(2,2)$ នឹង $(\Delta) : y = 0$



ឃ. $F(-1,0)$ នឹង $(\Delta) : y = 2$



ង. $F(1,2)$ នឹង $(\Delta) : y = -2$



ច. $F(0,1)$ នឹង $(\Delta) : y = 2$

