# មេរៀនទី ១ មូលដ្ឋានគ្រឹះខ្លះៗនៃគណិតវិទ្យា

## ១ ស្វ័យគុណ

ស្វ័យគុណត្រូវបានប្រើជាញឹកញាប់នៅក្នុងរូបវិទ្យា ពេលយើងសរសេរ $3^4$ ដែល $4$ ហៅថាស្វ័យគុណ ហើយ $3$ ជាគោល។

**សង្ខេបរូបមន្ត**

១. $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

២. $a^n = a \times a \times a \times \cdots \times a \quad (a \neq 0)$

៣. $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$

៤. $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0)$

៥. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0)$

៦. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (n \neq 0)$

៧. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n} \quad (a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0)$

៨. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0, n \neq 0)$

៩. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ និង $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$

១០. $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

## ២ ឯកលក្ខណៈភាពសំខាន់ៗ

**សង្ខេបរូបមន្ត**

១. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

២. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

៣. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

៤. $(a+b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

៥. $a^2 - b^2 = (a-b)(a-b)$

៦. $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

៧. $a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)$

៨. $a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right)$

## ៣ លក្ខណៈនៃប្រភាគពីរស្មើគ្នា

**ជាទូទៅ**

ឧបមាថាយើងមានប្រភាគពីរស្មើគ្នា $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$។ យើងអាចសរសេរបានដូចខាងក្រោមៈ

១. $\dfrac{d}{b} = \dfrac{c}{a}$ (ប្តូរតួចុង)

២. $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d}$ (ប្តូរតួមធ្យម)

៣. $a \cdot d = b \cdot c$ (ផលគុណតួចុងស្មើនឹងផលគុណតួមធ្យម)

៤. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \pm c}{b \pm d}$ (លក្ខណៈផលធៀបស្មើគ្នា)

## ៤ សមីការបន្ទាត់

**សង្ខេបរូបមន្ត**

សមីការបន្ទាត់មានរាង $y = ax + b$ ដែល $a$ ជាមេគុណប្រាប់ទិស និង $b$ ជាចំនួនថេរ។ បើ $b = 0$ នោះសមីការបន្ទាត់មានរាង $y = ax$ គេថាបន្ទាត់កាត់តាមគល់ $0$។

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់គឺ : $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

## ៥ ទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណ

ទម្រង់ស្តង់ដានៃស្វ័យគុណរបស់ចំនួនមួយគឺជាផលគុណនៃចំនួន $A$ ដែល $1 \le A < 10$ នឹងស្វ័យគុណ 10។ ដូចនេះទម្រង់ស្តង់ដាមានរាង $A \times 10^n$ ដែល $1 \le A < 10$ ហើយ $n$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប។

**ឧទាហរណ៍**

សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ស្តង់ដា:

**ក.** $550\ 000\ 000 = 55 \times 10^7$

**ខ.** $0.000\ 000\ 343 = 343 \times 10^{-9}$

**គ.** $0.000\ 000\ 000\ 004mm = 4 \times 10^{-12} mm$

**ឃ.** $300\ 000 km/s = 3 \times 10^5 km/s$

## ៦ ទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស និងស៊ីនុស

**ទ្រឹស្តីបទ**

- **ទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស**

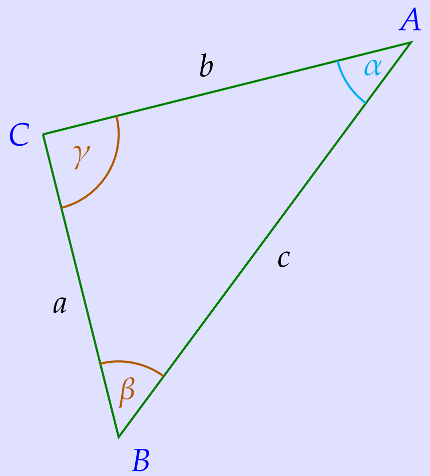
$$a^2 = b^2 + b^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

- **ទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស**

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

$R$ ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ

- **ផលបូកមុំក្នុងនៃត្រីកោណ:** $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$




**រូបភាព ១. ត្រីកោណនៃទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស និងស៊ីនុស**

## ៧ ផលគុណស្កាលែនៃពីរវ៉ិចទ័រ

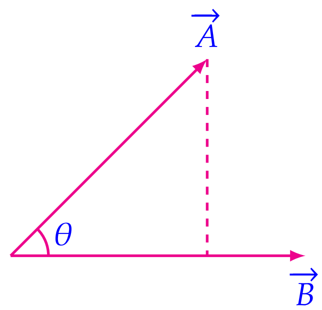
**ផលគុណស្កាលែនៃពីរវ៉ិចទ័រ:** បើគេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{A}$ និង $\vec{B}$ ដែលផ្គុំគ្នាបានមុំ $\theta$ ដូចរូបខាងស្តាំ។ នោះគេអាចសរសេរ

គេសរសេរ : $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$

ម្យ៉ាងទៀត : $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$

បើ : $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ នោះ $\vec{A} \perp \vec{B}$

ដែល : $|\vec{A}| = A$ និង $|\vec{B}| = B$ ហៅថាណម ឬប្រវែងនៃវ៉ិចទ័រ




**រូបភាព ២. ផលគុណស្កាលែនៃពីរវ៉ិចទ័រ**

# ៨ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់ និងអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

## ក ការេ

គេមានការេ $ABCD$ ដែលមានជ្រុង $a$ ដូចរូប។ គេបាន

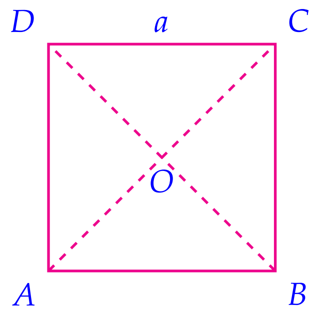
ជ្រុង : $|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$

អង្កត់ទ្រូង : $|AC| = |BD| = a\sqrt{2}$

ពីកំពូលទៅផ្ចិត : $|AO| = |BO| = |CO| = |DO| = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

បរិមាត្រ : $P = 4a$

ផ្ទៃក្រឡា : $S = a \cdot a = a^2$




រូបភាព ៣. ការេ

## ខ ចតុកោណកែង

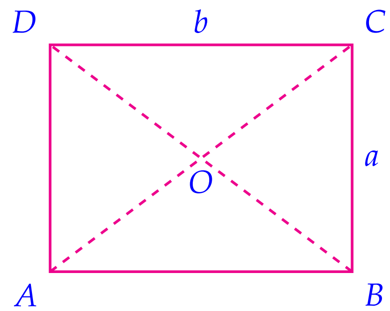
គេមានចតុកោណកែង $ABCD$ ដែលមានទទឹង $a$ និងបណ្តោយ $b$ ដូចរូប។ គេបាន

ជ្រុង : $|AD| = |BC| = a,\ |AB| = |DC| = b$

អង្កត់ទ្រូង : $|AC| = |BD| = \sqrt{a^2 + b^2}$

បរិមាត្រ : $P = 2a + 2b$

ផ្ទៃក្រឡា : $S = a \cdot b$




រូបភាព ៤. ចតុកោណកែង

## គ ប្រភេទនៃត្រីកោណ

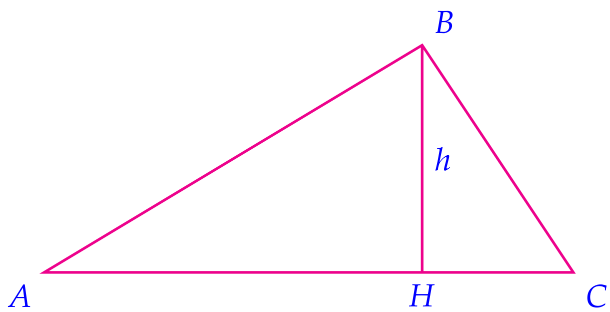
### ១. ត្រីកោណសាមញ្ញ

គេមានត្រីកោណ $ABC$ ដែលមានកម្ពស់ $h$ ដូចរូប។

យើងបាន : ផ្ទៃក្រឡា $= \dfrac{\text{បាត} \times \text{កម្ពស់}}{2}$

គេអាចសរសេរ : $S = \dfrac{AC \times h}{2}$

មុំ : $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$



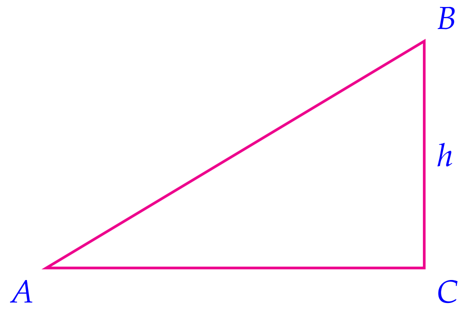

រូបភាព ៥. ត្រីកោណសាមញ្ញ

**២. ត្រីកោណកែង** គេមានត្រីកោណកែង $ABC$ ដែលមានកម្ពស់ $h$ ដូចរូប។

យើងបានក្រឡាផ្ទៃ : $S = \dfrac{AC \times h}{2}$

មុំ : $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$

ដែល : $\theta = 90^\circ$




រូបភាព ៦. ត្រីកោណកែង

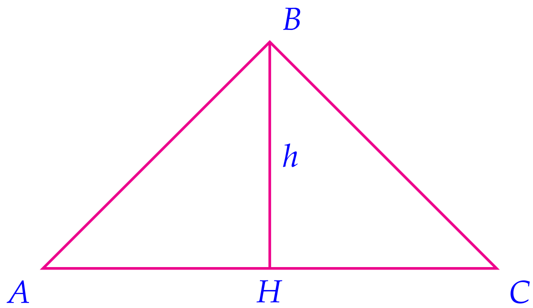
**៣. ត្រីកោណសមបាត** គេមានត្រីកោណសមបាត $ABC$ ដូចរូប។ យើងបាន

ជ្រុង : $|AB| = |BC| = |AC| \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

កម្ពស់ : $|BH| = |AH| = |HC| = \dfrac{AC}{2}$

មុំ : $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$

ដែល : $\theta = \beta = 45^\circ$




រូបភាព ៧. ត្រីកោណសមបាត

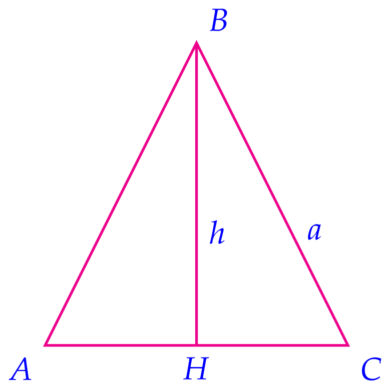
**៤. ត្រីកោណសម័ង្ស** គេមានត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ ដូចរូប។ យើងបាន៖

ជ្រុង : $|AB| = |BC| = |AC| = a$

កម្ពស់ : $|BH| = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

មុំ : $\alpha + \beta + \theta = 180^\circ$

ដែល : $\theta = \beta = \alpha = 60^\circ$




រូបភាព ៨. ត្រីកោណសមបាត

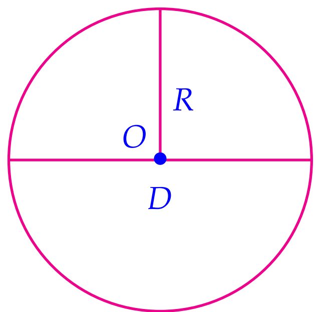
## ឃ រង្វង់

រង្វង់មួយមានផ្ចិត $O$ កាំ $R$ និងអង្កត់ផ្ចិត $D$ ដូចរូប

អង្កត់ផ្ចិត : $D = R + R = 2R$

បរិមាត្រ : $P = \pi D = 2\pi R$

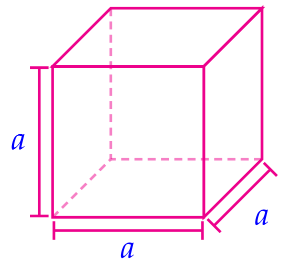
ក្រឡាផ្ទៃ : $S = \pi R^2 = \pi \dfrac{D^2}{4}$




រូបភាព ៩. រង្វង់

## ង គូប

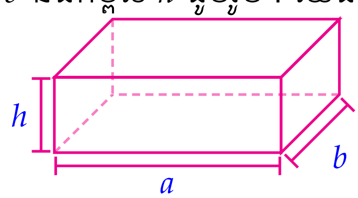
គូបមួយមានទ្រនុង $a$ ដូចរូប។ យើងបានមាឌរបស់វាគឺ $V = a \cdot a \cdot a = a^3$




**រូបភាព ១០. គូប**

## ច ប្រលេពីប៉ែតកែង

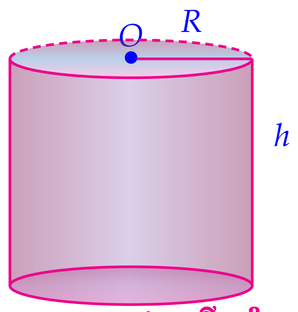
ប្រលេពីប៉ែតកែងមួយមានទ្រនុង $a$ បណ្តោយ $b$ និងកម្ពស់ $h$ ដូចរូប។ យើងបានមាឌរបស់វាគឺ $V = a \cdot b \cdot h$




**រូបភាព ១១. ប្រលេពីប៉ែតកែង**

## ឆ ស៊ីឡាំង

ស៊ីឡាំងមួយមានមុខកាត់ជារង្វង់ដែលមានកាំ $R$ និងកម្ពស់ $h$ ដូចរូប។ យើងបានមាឌ $V = S \cdot h = \pi R^2 h$



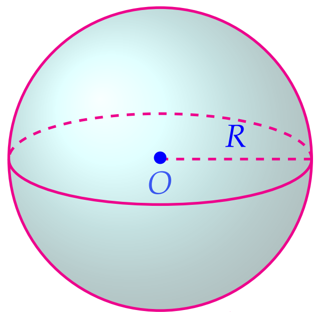

**រូបភាព ១២. ស៊ីឡាំង**

## ជ ស្វ៊ែ

ស្វ៊ែមួយមានកាំ $R$ ដូចរូប។ យើងបាន៖

ក្រឡាផ្ទៃ : $S = 4\pi R^2 = \pi D^2$

មាឌ : $V = \dfrac{4}{3}\pi R^2$

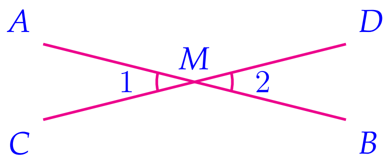



**រូបភាព ១៣. ស្វ៊ែ**

# ឈ សមភាពនៃមុំ

## ១. មុំទល់កំពូល

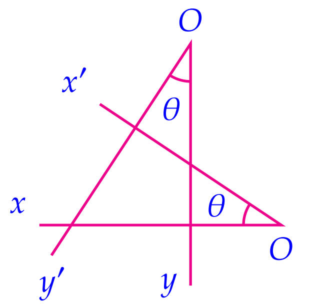
បើយើងរកឃើញ $\angle M_1$ និង $\angle M_2$ ជាមុំទល់កំពូល
យើងបាន៖ $\angle M_1 = \angle M_2$




រូបភាព ១៤. មុំទល់កំពូល

## ២. មុំមានជ្រុងកែងរៀងគ្នា

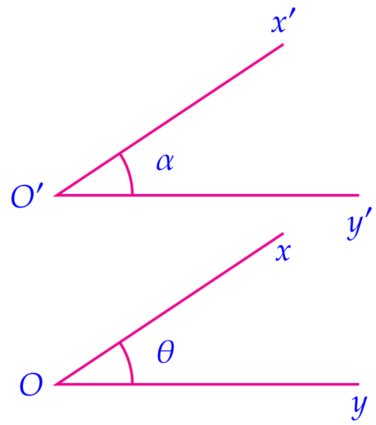
កាលណាយើងមានមុំពីរ $\angle x'ox$ និង $\angle y'oy$ ហើយយើងមានជ្រុង $ox' \perp oy'$ និង $ox \perp oy$។
យើងបាន $\angle x'ox = \angle y'oy$




រូបភាព ១៥. មុំមានជ្រុងកែងរៀងគ្នា

## ៣. មុំដែលមានជ្រុងស្របរៀងគ្នា

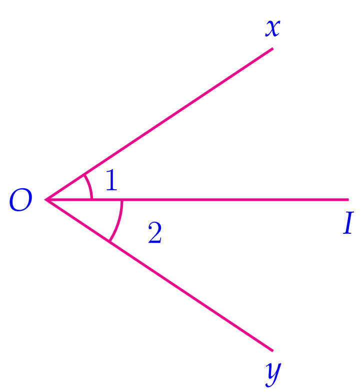
បើ $ox \parallel o'x'$ និង $oy \parallel o'y'$ នោះមុំ $\angle xoy$ និង $\angle x'o'y'$ ហៅថាមុំមានជ្រុងត្រូវគ្នា ស្របរៀងគ្នាដែលមានតម្លៃស្មើគ្នា។ យើងបាន $\alpha = \theta$




រូបភាព ១៦. មុំដែលមានជ្រុងស្របរៀងគ្នា

## ៤. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ

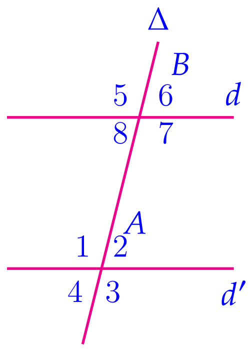
បើយើងរកឃើញថា $OI$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ $\angle xoy$ នោះយើងបាន $\angle O_1 = \angle O_2$។




រូបភាព ១៧. កន្លះបន្ទាត់ពុះមុំ

**៥. មុំផ្គុំដោយបន្ទាត់ពីរស្របគ្នានិងខ្នាត់មួយ** បើ $(d) \parallel (d')$ និង $(\Delta)$ ជាខ្នាត់យើងបាន៖

$$\angle A_1 = \angle B_7, \quad \angle A_2 = \angle B_8 \quad \left(\text{មុំឆ្លាស់ក្នុង}\right)$$
$$\angle A_3 = \angle B_5, \quad \angle A_4 = \angle B_6 \quad \left(\text{មុំឆ្លាស់ក្រៅ}\right)$$
$$\angle A_1 = \angle B_5,\ \angle A_2 = \angle B_6,\ \angle A_3 = \angle B_7,\ \angle A_4 = \angle B_8 \ \left(\text{មុំត្រូវគ្នា}\right)$$
$$\angle A_1 = \angle A_3,\ \angle A_2 = \angle A_4,\ \angle B_5 = \angle B_7,\ \angle B_6 = \angle B_8 \ \left(\text{មុំទល់កំពូល}\right)$$

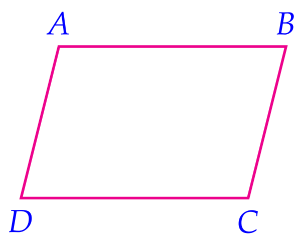



**រូបភាព ១៨. មុំផ្គុំដោយបន្ទាត់ពីរស្របគ្នានិងខ្នាត់មួយ**

**៦. មុំឈមប្រលេឡូក្រាម**

បើយើងមានប្រលេឡូក្រាម $ABCD$ ដូចរូប។ យើងបាន

$\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$ (មុំឈមប្រលេឡូក្រាម)

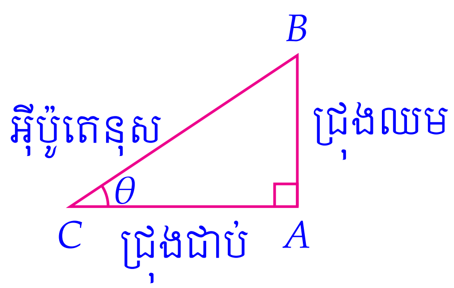



**រូបភាព ១៩. មុំឈមប្រលេឡូក្រាម**

## ៧ តារាងមុំនៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

| $\alpha\,(^\circ)$ | $0^\circ$ | $30^\circ$ | $45^\circ$ | $60^\circ$ | $90^\circ$ | $120^\circ$ | $135^\circ$ | $180^\circ$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha\,(rad)$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{2\pi}{3}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\pi$ |
| $\sin\alpha$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $0$ |
| $\cos\alpha$ | $1$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $-\frac{1}{2}$ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $-1$ |

ឧបមាថាយើងមានត្រីកោណកែង $ABC$ ដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ ។




តាមពីតាគ័រ $BC^2 = BA^2 + AC^2$

$$\sin\theta = \frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}},\quad \cos\theta = \frac{\text{ជ្រុងជាប់}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}},\quad \tan\theta = \frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{ជ្រុងជាប់}}$$

**រូបភាព ២០. ទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណមាត្រ**

ទំនាក់ទំនងរវាង $\sin\theta$ និង $\cos\theta$ គឺ

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \text{និង} \quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

## ៩ សមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត

សមីការដឺក្រេទី២ មានរាង: $ax^2 + bx + c = 0$ ដែល $a$ ជាមេគុណទី១ $(a \neq 0)$ $b$ ជាមេគុណទី២ និង $c$ ជាមេគុណទី៣ ហើយ $x$ ជាអញ្ញាត។
យើងអាចដោះស្រាយសមីការនេះបានដោយប្រើ ឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta = b^2 - 4ab$។

| ឌីសគ្រីសមីណង់ | សមីការ $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ |
|---|---|
| បើ $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ | សមីការមានឫស $x_1, x_2 = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ (សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា) |
| បើ $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ | សមីការមានឫស $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$ (សមីការមានឫសឌុប) |
| បើ $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ | សមីការមានឫស $x_1, x_2 = \dfrac{-b \pm i\sqrt{\Delta}}{2a}$ (សមីការមានឫសពីរជាចំនួនកុំផ្លិច) |

**ចប់ដោយសង្ខេប**

# មេរៀនទី ២ ទំហំវ៉ិចទ័រ និងទំហំស្កាលែ

## ១ ទំហំវ៉ិចទ័រ

### ក ទំហំវ៉ិចទ័រ

នៅក្នុងរូបវិទ្យា គេចែកទំហំជាពីរគឺ ទំហំស្កាលែ និងទំហំវ៉ិចទ័រ។

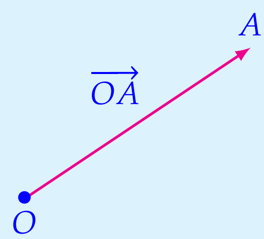
**និយមន័យ**

**ទំហំវ៉ិចទ័រ:** ជាទំហំដែលសំដែងដោយចំនួនពីជគណិត ហើយបញ្ជាក់ពី ទិស ទិសដៅ។ វ៉ិចទ័រមួយជាអង្កត់ដែលមានទិសដៅ ភ្ជាប់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ដែលចំណុចចំណុចមួយជាគល់ ឬចំណុចចាប់ និងមួយទៀតជាចុងនៃវ៉ិចទ័រ។
**ឧទាហរណ៍:** មនុស្សម្នាក់ជិះកង់ពីទិសខាងលិចទៅខាងកើតដោយល្បឿន $v = 10.8km/h$។

**ឧទាហរណ៍**

ទំហំវ៉ិចទ័ររួមមាន: កម្លាំង ល្បឿន សំទុះទំនាញដី ដែនម៉ាញេទិច។ ល។ យើងអាចលើកយកវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OA}$ មកសិក្សា:

- ចំណុចចាប់ ឬគល់: ត្រង់ $O$
- ទិស: ស្ថិតលើបន្ទាត់ $OA$
- ទិសដៅពី $O$ ទៅ $A$(សម្គាល់ដោយព្រួញ)
- អាំងតង់ស៊ីតេ ឬម៉ូឌុល: $|\overrightarrow{OA}|$




**រូបភាព ១. វ៉ិចទ័រ**

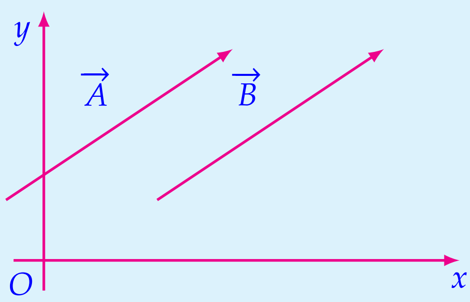
## ២ វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា

**និយមន័យ**

**វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា:** កាលណាវ៉ិចទ័រទាំងពីរនោះមានប្រវែងស្មើគ្នា និងមានទិសដៅដូចគ្នា។

**ឧទាហរណ៍**

ចូរពិនិត្យមើលវ៉ិចទ័រ $\vec{A}$ និង $\vec{B}$ ដូចរូបខាងក្រោម។ យើងឃើញថាវ៉ិចទ័រទាំងពីរនេះមានម៉ូឌុល ឬប្រវែងស្មើគ្នា និងមានទិសដៅដូចគ្នា។




**រូបភាព ២. វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា**

ដូចនេះ វ៉ិចទ័រ $\vec{A}$ ស្មើនឹង $\vec{B}$ ឬវ៉ិចទ័រទាំងពីរនេះសមភាពគ្នា ទោះបីវាចេញពីគល់ផ្សេងគ្នាក៏ដោយ។

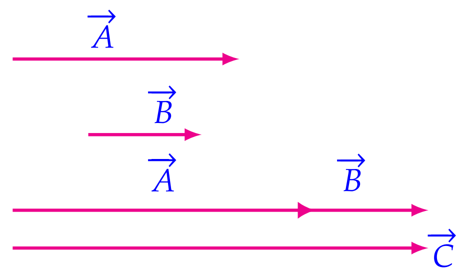
គេសរសេរ : $\vec{A} = \vec{B}$

នាំឲ្យ : $\left|\vec{A}\right| = \left|\vec{B}\right|$ ឬ $A = B$

## គ ផលបូកវ៉ិចទ័រ

### ១. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅដូចគ្នា

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{A}$ និង $\vec{B}$ ដូចរូបខាងស្តាំ។
យើងបានវ៉ិចទ័រផ្លូបនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{A}$ និង $\vec{B}$ គឺ $\boxed{\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}}$




រូបភាព ៣. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅដូចគ្នា

ក្នុងករណីដែលយើងចង់រកម៉ូឌុលនៃវ៉ិច $\vec{C}$ យើងត្រូវលើកអង្គទាំងពីរជាការេ

យើងបាន : $\vec{C}^2 = \left(\vec{A} + \vec{B}\right)^2 = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\vec{B} + \vec{B}^2 = \vec{A}^2 + 2AB\cos\left(\vec{A},\vec{B}\right) + \vec{B}^2$

ដោយ : $\vec{C}^2 = C^2,\ \vec{A}^2 = A^2,\ \vec{B}^2 = B^2,\ \left(\vec{A},\vec{B}\right) = 0$

យើងបាន : $C^2 = A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$

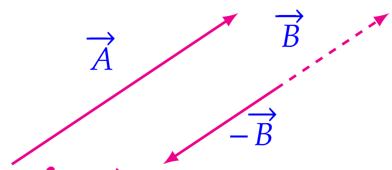
នាំឲ្យ : $C = \sqrt{(A+B)^2} = A + B$

**ជាទូទៅ**

អាំងតង់ស៊ីតេវ៉ិចទ័រផ្លូបដែលមានទិសស្របគ្នា និងទិសដៅដូចគ្នាស្មើនឹងផលបូកអាំងតង់ស៊ីតេនៃវ៉ិចទ័រផ្គុំទាំងអស់។

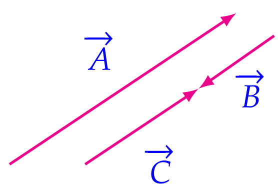
### ២. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសដូចគ្នា និងទិសដៅផ្ទុយគ្នា

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\vec{A}$ និង $\vec{B}$ ដូចរូបខាងស្តាំ។ គេបានវ៉ិចទ័រ
$\vec{C} = \vec{A} + \left(-\vec{B}\right) = \vec{A} - \vec{B} \Rightarrow \boxed{C = A - B}$




រូបភាព ៤. វ៉ិចទ័រពីរមានទិសដូចគ្នា និងទិសដៅផ្ទុយគ្នា

ដើម្បីសង់វ៉ិចទ័រផ្លូប $\vec{C}$ យើងរំកិលវ៉ិចទ័រ $\vec{B}$ ដោយរក្សាទិសរបស់វាទៅដាក់លើទិសនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{A}$ ដោយដាក់គល់នៃវ៉ិចទ័រ $\vec{B}$ លើចុងស្លាបព្រួញនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{A}$។



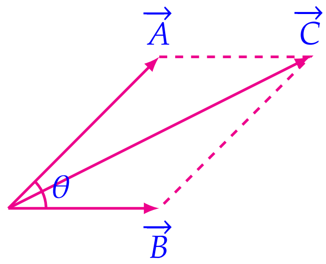

រូបភាព ៥. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសដូចគ្នា និងទិសដៅផ្ទុយគ្នា

**សម្គាល់**

ទិសដៅនៃវ៉ិចទ័រផ្គួបគឺដូចនឹងទិសដៅនៃវ៉ិចទ័រដែលមានអាំងតង់ស៊ីតេធំជាងគេ។

## ៣. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសបង្កើតបានមុំ $\theta$

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\overrightarrow{A}$ និង $\overrightarrow{B}$ ដែលផ្គុំគ្នាបានមុំ $\theta$ ដូចរូបខាងស្តាំ។ យើងបានវ៉ិចទ័រផ្គួបនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{A}$ និង $\overrightarrow{B}$ គឺតាងដោយ $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$




**រូបភាព ៦.** ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសបង្កើតបានមុំ $\theta$

យើងអាចលើកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនេះជាការេ

យើងបាន : $\overrightarrow{C}^2 = \left(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}\right)^2 = \overrightarrow{A}^2 + 2\overrightarrow{A}\,\overrightarrow{B} + \overrightarrow{B}^2 = \overrightarrow{A}^2 + 2AB\cos\left(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}\right) + \overrightarrow{B}^2$

ដោយ : $\overrightarrow{C}^2 = C^2,\ \overrightarrow{A}^2 = A^2,\ \overrightarrow{B}^2 = B^2,\ \left(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}\right) = \theta$

យើងបាន : $C^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

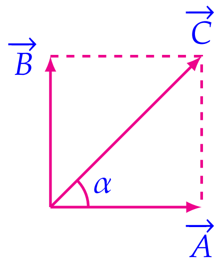
នាំឲ្យ : $C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

**សម្គាល់**

ដើម្បីសង់វ៉ិចទ័រផ្គួប $\overrightarrow{C}$ ដែល $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$ យើងត្រូវអនុវត្តតាមវិធានអង្គត់ទ្រូងប្រលេឡូក្រាម។

## ៤. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ $\overrightarrow{A}$ និង $\overrightarrow{B}$ ដែលផ្គុំគ្នាបានមុំ $90°$ ឬមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា ដូចរូបខាងស្តាំ។ យើងបានវ៉ិចទ័រផ្គួបនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{A}$ និង $\overrightarrow{B}$ គឺតាងដោយ $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$




**រូបភាព ៧.** ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា

យើងអាចលើកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនេះជាការេ

យើងបាន : $\overrightarrow{C}^2 = \left(\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}\right)^2 = \overrightarrow{A}^2 + 2\overrightarrow{A}\,\overrightarrow{B} + \overrightarrow{B}^2 = \overrightarrow{A}^2 + 2AB\cos\left(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}\right) + \overrightarrow{B}^2$

ដោយ : $\overrightarrow{C}^2 = C^2,\ \overrightarrow{A}^2 = A^2,\ \overrightarrow{B}^2 = B^2,\ \left(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}\right) = 90°$

យើងបាន : $C^2 = A^2 + B^2$

នាំឲ្យ : $C = \sqrt{A^2 + B^2}$

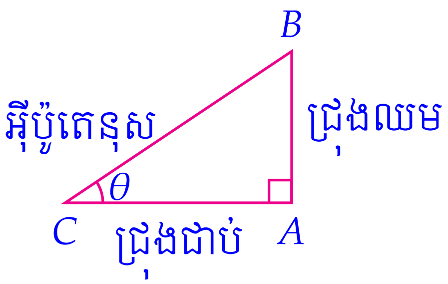
## ២ ទំហំស្កាលែ

**និយមន័យ**

**ទំហំស្កាលែ:** ជាទំហំដែលសំដែងដោយចំនួនពីជគណិត មិនគិតពី ទិស ទិសដៅឡើយ។ នៅក្នុងរូបវិទ្យាទំហំដែលមិនទាក់ទងនឹងទិសដៅ(ទំហំស្កាលែ) មានដូចជា: សីតុណ្ហភាព សម្ពាធ ថាមពល កម្មន្ត ម៉ាស រយៈពេល។ ល។
**ឧទាហរណ៍:** កីឡាករម្នាក់រត់បានចម្ងាយ $100m$ ដោយប្រើរយៈពេល $10s$។
ចម្ងាយ $100m$ និងរយៈពេល $10s$ ជាទំហំស្កាលែ។

## ៣ ក្បួនដោះស្រាយនៃវ៉ិចទ័រ

ឧបមាថាយើងមានត្រីកោណកែង $ABC$ ដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ ។



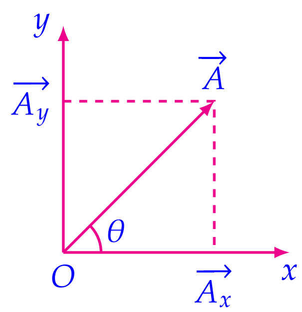
**រូបភាព ៨.** ទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណមាត្រ

$$\sin\theta = \frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}},\quad \cos\theta = \frac{\text{ជ្រុងជាប់}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}},\quad \tan\theta = \frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{ជ្រុងជាប់}}$$

ទំនាក់ទំនងរវាង $\sin\theta$ និង $\cos\theta$ គឺ

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \quad \text{និង} \quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

គេមានវ៉ិចទ័រ $\vec{A}$ ស្ថិតក្នុងប្លង់ $xy$ និងបង្កើតបានមុំ $\theta$ ជាមួយអ័ក្ស $Ox$ ដូចរូប។
យើងចំណោលកែងវ៉ិចទ័រ $\vec{A}$ លើអ័ក្ស $Ox$ និង $Oy$ យើងបានធាតុរបស់វា(Components of Vectors)គឺ $\vec{A_x}$ និង $\vec{A_y}$។
តាមលក្ខណៈនៃវ៉ិចទ័រយើងបាន: $\vec{A} = \vec{A_x} + \vec{A_y}$



**រូបភាព ៩.** ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា

***សម្រាយបញ្ជាក់.***

ដែល : $A_x = A\cos\theta$ និង $A_y = A\sin\theta$

យើងបាន : $\vec{A}^2 = \left(\vec{A_x} + \vec{A_y}\right)^2 = \vec{A_x}^2 + 2\vec{A_x}\vec{A_y} + \vec{A_y}^2 = \vec{A_x}^2 + 2A_xA_y\cos\left(\vec{A_x}, \vec{A_y}\right) + \vec{A_y}^2$

ដោយ : $\vec{A}^2 = A^2,\ \vec{A_x}^2 = A_x^2,\ \vec{A_y}^2 = A_y^2,\ \left(\vec{A_x}, \vec{A_y}\right) = 90^\circ$

យើងបាន : $A^2 = A_x^2 + A_y^2$

នាំឲ្យ : $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

■

# មេរៀនទី ៣ ចលនារបស់អង្គធាតុតាមមួយវិមាត្រ

## ១ ចលនាមេកានិច

**និយមន័យ**

- បម្លាស់ប្តូរទីតាំងអង្គធាតុមួយធៀបនឹងអង្គធាតុមួយទៀត ហៅថាចលនាមេកានិច។
- ចំពោះអង្គធាតុណាមួយដែលកំណត់ចលនានៃអង្គធាតុផ្សេងទៀតធៀបនឹងវា គេហៅថាអង្គធាតុនោះថា តម្រុយ។

## ២ បម្លាស់ទី ល្បឿន ទំហំល្បឿន

## ក ចម្ងាយចរ និងបម្លាស់ទី

**និយមន័យ**

**ចម្ងាយចរ:** ជាប្រវែងសរុបនៃចលនារបស់អង្គធាតុដោយមិនគិតពីទិសដៅនៃចលនា។
**បម្លាស់ទី:** ជាចម្ងាយចរដែលវាស់តាមខ្សែត្រង់ និងតាមទិសដៅជាក់លាក់។

**សម្គាល់**

លក្ខណៈសម្គាល់ទាំងពីរនៃបម្លាស់ទីគឺ:
– បម្លាស់ទី គឺជាចម្ងាយចររវាងទីតាំងដើម និងទីតាំងស្រេចរបស់អង្គធាតុ។
– បម្លាស់ទី មានទិសដៅពីទីតាំងដើមទៅទីតាំងស្រេចរបស់អង្គធាតុ។

## ខ ល្បឿន ទំហំល្បឿន

**១. ល្បឿន**

ល្បឿននៃអង្គធាតុមួយសម្គាល់ភាពលឿន ឬភាពយឺតនៃចលនារបស់អង្គធាតុនោះ ហើយកំណត់ដោយផលធៀបរវាងចម្ងាយចរ និងរយៈពេល។ យើងបាន: $\boxed{\text{ល្បឿន} = \dfrac{\text{ចម្ងាយចរ}}{\text{រយៈពេល}} \text{ ឬ } v = \dfrac{d}{t}}$

– ចម្ងាយចរគិតជាម៉ែត្រ $(m)$
– ល្បឿនគិតជាម៉ែត្រក្នុងមួយវិនាទី $(m/s)$
– រយៈពេលគិតជាវិនាទី $(s)$

ភាគច្រើននៃអង្គធាតុមិនមានចលនាដោយល្បឿនថេរទេ ល្បឿនរបស់វាពេលខ្លះយឺត និងពេលខ្លះលឿន។ ហេតុនេះហើយ គេត្រូវកំណត់ល្បឿនរបស់អង្គធាតុនោះជាល្បឿនមធ្យមដែលល្បឿននេះដោយផលធៀបរវាងចម្ងាយចរសរុប និងរយៈពេលសរុប។

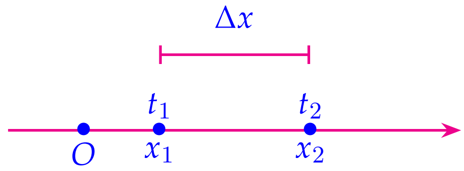
យើងបាន: $\boxed{\text{ល្បឿនមធ្យម} = \dfrac{\text{ចម្ងាយចរសរុប}}{\text{រយៈពេលសរុប}} \text{ ឬ } \overline{v} = \dfrac{d}{t}}$

## ២. វុិចទ័រល្បឿន

វុិចទ័រល្បឿនគឺជាបម្លាស់ទីរបស់វត្ថុក្នុងមួយខ្នាតពេល។

យើងបាន: $\boxed{\text{វុិចទ័រល្បឿន} = \dfrac{\text{បម្លាស់ទី(ចម្ងាយត្រង់)}}{\text{រយៈពេលចរ}}}$។

ឧបមាថានៅខណៈ $t_1$ ចល័តស្ថិតនៅត្រង់ចំណុចមួយដែលមានទីតាំង $x_1$ ហើយនៅខណៈ $t_2$ ចល័តស្ថិតនៅត្រង់ចំណុចមួយដែលមានទីតាំង $x_2$។




យើងបាន: $\boxed{\text{វុិចទ័រល្បឿនមធ្យម} = \dfrac{\text{បម្លាស់ទីសរុប}}{\text{រយៈពេលចរ}} \text{ ឬ } v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$

នៅក្នុងជីវភាពរស់នៅយើងតែងតែប្រើពាក្យល្បឿនតែមួយគត់។ ប៉ុន្តែនៅក្នុងរូបវិទ្យា គេបានញែកពាក្យនេះជាពីរដាច់ចេញពីគ្នាគឺ ល្បឿន និង វុិចទ័រល្បឿន។ ល្បឿន ជាចម្ងាយចរក្នុងមួយខ្នាតពេល។ ចំណែកឯវុិចទ័រល្បឿន ជាបម្លាស់ទីក្នុងមួយខ្នាតពេល។

**សម្គាល់**

កាលណាគេនិយាយពីវុិចទ័រល្បឿននៃអង្គធាតុមួយគេត្រូវគិតដល់ល្បឿននិងទិសដៅដែលវាបានឆ្លងកាត់។

ក្នុងចលនាត្រង់ស្មើ វុិចទ័រល្បឿននិងវុិចទ័របម្លាស់ទីមានទិស និងទិសដៅដូចគ្នា ដូចនេះគេអាចសរសេរ: $v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

# គ វុិចទ័រល្បឿនខណៈ