

មេរៀនទី ១ មូលដ្ឋានគ្រឹះខ្លះៗនៃគណិតវិទ្យា

១ ស្វ័យគុណ

ស្វ័យគុណត្រូវបានប្រើជាញឹកញាប់នៅក្នុងរូបវិទ្យា ពេលយើងសរសេរ 3^4 ដែល 4 ហៅថាស្វ័យគុណ ហើយ 3 ជាគោល។ យើងអាចអានបានថា 3 ស្វ័យគុណ 4។

សង្ខេបរូបមន្ត

១. $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

២. $a^n = a \times a \times a \times \cdots \times a \quad (a \neq 0)$

៣. $a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$

៤. $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0)$

៥. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0)$

៦. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad (n \neq 0)$

៧. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n} \quad (a \neq 0, n \neq 0, m \neq 0)$

៨. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (b \neq 0, n \neq 0)$

២ ឯកលក្ខណៈភាពសំខាន់ៗ

សង្ខេបរូបមន្ត

១. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

២. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

៣. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

៤. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

៥. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

៦. $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

៧. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

៨. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

៣ លក្ខណៈនៃប្រភាគពីរស្មើគ្នា

ជំនួស

ឧបមាថាយើងមានប្រភាគពីរស្មើគ្នា $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ។ យើងអាចសរសេរបានដូចខាងក្រោម៖

១. $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ (ប្តូរក្នុង)

២. $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (ប្តូរក្នុង)

៣. $a \cdot d = b \cdot c$ (ផលគុណក្នុងស្មើនឹងផលគុណក្នុងផ្សេង)

៤. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b \pm d}$ (លក្ខណៈផលធៀបស្មើគ្នា)

៤ សមីការបន្ទាត់

សង្ខេបរូបមន្ត

សមីការបន្ទាត់មានរាង $y = ax + b$ ដែល a ជាមេគុណប្រាប់ទិស និង b ជាចំនួនថេរ។ បើ $b = 0$ នោះសមីការបន្ទាត់មានរាង $y = ax$ គេថាបន្ទាត់កាត់តាមគល់ 0។

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់គឺ : $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

៥ ទម្រង់ស្តង់ដារនៃស្វ័យគុណ

ទម្រង់ស្តង់ដារនៃស្វ័យគុណរបស់ចំនួនមួយគឺជាផលគុណនៃចំនួន A ដែល $1 \leq A < 10$ នឹងស្វ័យគុណ 10^n ដូចនេះទម្រង់ស្តង់ដារមានរាង $A \times 10^n$ ដែល $1 \leq A < 10$ ហើយ n ជាចំនួនគត់វិជ្ជាទីប។

ឧទាហរណ៍

សរសេរចំនួនខាងក្រោមជាទម្រង់ស្តង់ដារ:

ក. $550\,000\,000 = 55 \times 10^7$

គ. $0.000\,000\,000\,004\text{mm} = 4 \times 10^{-12}\text{mm}$

ខ. $0.000\,000\,343 = 343 \times 10^{-9}$

ឃ. $300\,000\text{km/s} = 3 \times 10^5\text{km/s}$

៦ ទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស និងស៊ីនុស

ទ្រឹស្តីបទ

• ទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

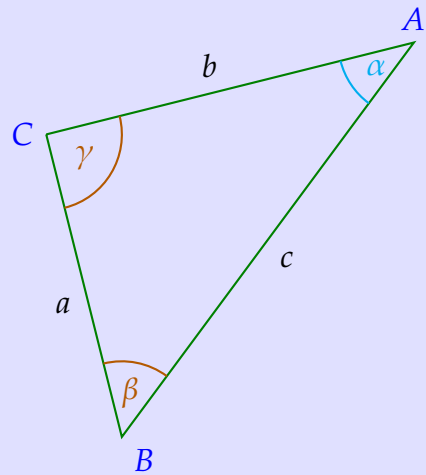
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

• ទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

R ជាកាំរង្វង់ចារឹកក្រៅត្រីកោណ

• ផលបូកមុំក្នុងត្រីកោណ: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



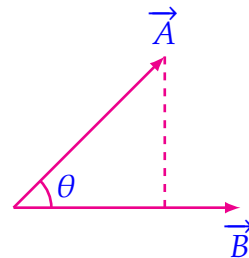
រូបភាព ១. ត្រីកោណនៃទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស និងស៊ីនុស

៧ ផលគុណស្កាលែនៃព័រ៉ាមីត

ផលគុណស្កាលែនៃព័រ៉ាមីត: បើគេមានវ៉ិចទ័រ \vec{A} និង \vec{B} ដែលផ្គុំគ្នាបានមុំ θ ដូចរូបខាងស្តាំ។ នោះគេអាចសរសេរ

គេសរសេរ : $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$

ម្យ៉ាងទៀត : $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$



រូបភាព ២. ផលគុណស្កាលែនៃព័រ៉ាមីត

៨ ធរណីមាត្រក្នុងប្លង់ និងអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រ

ក កាតេ

បេរៀនទី ២ ទំហំវ៉ិចទ័រ និងទំហំស្កាលែរ

១ ទំហំវ៉ិចទ័រ

ក ទំហំវ៉ិចទ័រ

នៅក្នុងរូបវិទ្យា គេចែកទំហំជាពីរគឺ ទំហំស្កាលែរ និងទំហំវ៉ិចទ័រ។

និយមន័យ

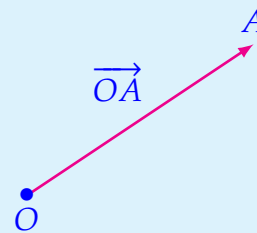
ទំហំវ៉ិចទ័រ: ជាទំហំដែលសំដែងដោយចំនួនពីជគណិត ហើយបញ្ជាក់ពី ទិស ទិសដៅ។ វ៉ិចទ័រមួយជាអង្កត់ដែលមានទិសដៅ ភ្ជាប់ពីចំណុចផ្សេងគ្នា ដែលចំណុចចំណុចមួយជាគល់ ឬចំណុចចាប់ និងមួយទៀតជាចុងនៃវ៉ិចទ័រ។

ឧទាហរណ៍: មនុស្សម្នាក់ជិះកង់ពីទិសខាងលិចទៅខាងកើតដោយល្បឿន $v = 10.8 \text{ km/h}$ ។

ឧទាហរណ៍

ទំហំវ៉ិចទ័រមាន: កម្លាំង ល្បឿន សំទុះទំនាញដី ដែនម៉ាញ៉េទិច។ ល។ យើងអាចលើកយកវ៉ិចទ័រ \overrightarrow{OA} មកសិក្សា:

- ចំណុចចាប់ ឬគល់: ត្រង់ O
- ទិស: ស្ថិតលើបន្ទាត់ OA
- ទិសដៅពី O ទៅ A (សម្គាល់ដោយព្រួញ)
- អាំងតង់ស៊ីតេ ឬម៉ូឌុល: $|\overrightarrow{OA}|$



រូបភាព ១. វ៉ិចទ័រ

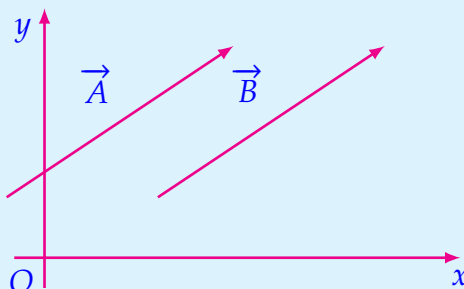
២ វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា

និយមន័យ

វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា: កាលណាវ៉ិចទ័រទាំងពីរនោះមានប្រវែងស្មើគ្នា និងមានទិសដៅដូចគ្នា។

ឧទាហរណ៍

ចូរពិនិត្យមើលវ៉ិចទ័រ \vec{A} និង \vec{B} ដូចរូបខាងក្រោម។ យើងឃើញថាវ៉ិចទ័រទាំងពីរនេះមានម៉ូឌុល ឬប្រវែងស្មើគ្នា និងមានទិសដៅដូចគ្នា។



រូបភាព ២. វ៉ិចទ័រពីរស្មើគ្នា

ដូចនេះ វ៉ិចទ័រ \vec{A} ស្មើនឹង \vec{B} ឬវ៉ិចទ័រទាំងពីរនេះសមភាពគ្នា ទោះបីវាចេញពីគល់ផ្សេងគ្នាក៏ដោយ។

$$\text{គេសរសេរ:} \quad \vec{A} = \vec{B}$$

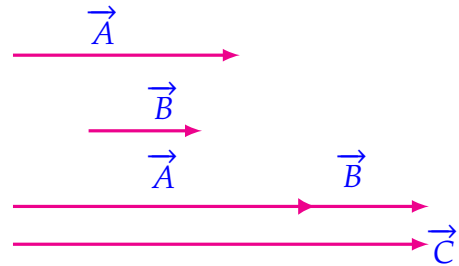
$$\text{នាំឲ្យ} \quad |\vec{A}| = |\vec{B}| \quad \text{ឬ} \quad A = B$$

គ ផលបូកវ៉ិចទ័រ

១. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅដូចគ្នា

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ \vec{A} និង \vec{B} ដូចរូបខាងស្តាំ។

យើងបានវ៉ិចទ័រផ្គុំបន្ថែមវ៉ិចទ័រ \vec{A} និង \vec{B} គឺ $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$



រូបភាព ៣. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅដូចគ្នា

ក្នុងករណីដែលយើងចង់រកម៉ូឌុលនៃវ៉ិចទ័រ \vec{C} យើងត្រូវលើកអង្កទាំងពីរជាការេ

$$\text{យើងបាន} \quad \vec{C}^2 = (\vec{A} + \vec{B})^2 = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\vec{B} + \vec{B}^2 = \vec{A}^2 + 2AB \cos(\vec{A}, \vec{B}) + \vec{B}^2$$

$$\text{ដោយ} \quad \vec{C}^2 = C^2, \vec{A}^2 = A^2, \vec{B}^2 = B^2, (\vec{A}, \vec{B}) = 0$$

$$\text{យើងបាន} \quad C^2 = A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

$$\text{នាំឲ្យ} \quad C = \sqrt{(A + B)^2} = A + B$$

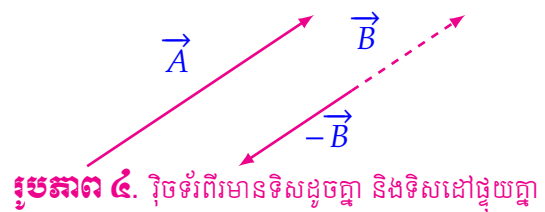
ជំនួសទៅ

អាំងតង់ស៊ីតេវ៉ិចទ័រផ្គុំដែលមានទិសស្របគ្នា និងទិសដៅដូចគ្នាស្មើនឹងផលបូកអាំងតង់ស៊ីតេនៃវ៉ិចទ័រផ្គុំទាំងអស់។

២. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសដូចគ្នា និងទិសដៅផ្ទុយគ្នា

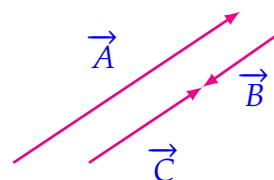
គេមានវ៉ិចទ័រពីរ \vec{A} និង \vec{B} ដូចរូបខាងស្តាំ។ គេបានវ៉ិចទ័រ

$$\vec{C} = \vec{A} + (-\vec{B}) = \vec{A} - \vec{B} \Rightarrow C = A - B$$



រូបភាព ៤. វ៉ិចទ័រពីរមានទិសដូចគ្នា និងទិសដៅផ្ទុយគ្នា

ដើម្បីសង់វ៉ិចទ័រផ្គុំ \vec{C} យើងរកិលវ៉ិចទ័រ \vec{B} ដោយរក្សាទិសរបស់វាទៅដាក់លើទិសនៃវ៉ិចទ័រ \vec{A} ដោយដាក់គល់នៃវ៉ិចទ័រ \vec{B} លើចុងស្តាប់បញ្ចប់នៃវ៉ិចទ័រ \vec{A} ។



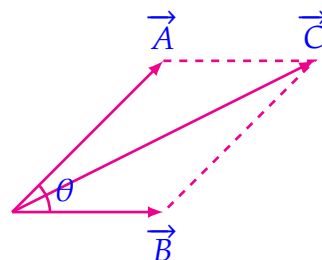
រូបភាព ៥. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសដូចគ្នា និងទិសដៅផ្ទុយគ្នា រៀបរៀង និងបង្រៀនដោយ ស៊ី សំអុន

សម្គាល់

ទិសដៅនៃវ៉ិចទ័រផ្គុំគ្នាគឺដូចនឹងទិសដៅនៃវ៉ិចទ័រដែលមានអាំងតង់ស៊ីតេធំជាងគេ។

៣. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសបង្កើតបានមុំ θ

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ \vec{A} និង \vec{B} ដែលផ្គុំគ្នាបានមុំ θ ដូចរូបខាងស្តាំ។ យើងបានវ៉ិចទ័រផ្គុំនៃវ៉ិចទ័រ \vec{A} និង \vec{B} គឺតាងដោយ $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$



រូបភាព ៦. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិសបង្កើតបានមុំ θ

យើងអាចលើកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនេះជាការេ

$$\text{យើងបាន} : \vec{C}^2 = (\vec{A} + \vec{B})^2 = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\vec{B} + \vec{B}^2 = \vec{A}^2 + 2AB \cos(\vec{A}, \vec{B}) + \vec{B}^2$$

$$\text{ដោយ} : \vec{C}^2 = C^2, \vec{A}^2 = A^2, \vec{B}^2 = B^2, (\vec{A}, \vec{B}) = \theta$$

$$\text{យើងបាន} : C^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

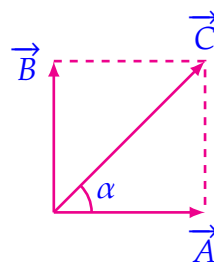
$$\text{នាំឲ្យ} : C = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

សម្គាល់

ដើម្បីសង្ខេបវ៉ិចទ័រផ្គុំ \vec{C} ដែល $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ យើងត្រូវអនុវត្តតាមវិធានអង្កត់ទ្រូងប្រលេឡូក្រាម។

៤. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា

គេមានវ៉ិចទ័រពីរ \vec{A} និង \vec{B} ដែលផ្គុំគ្នាបានមុំ 90° ឬមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា ដូចរូបខាងស្តាំ។ យើងបានវ៉ិចទ័រផ្គុំនៃវ៉ិចទ័រ \vec{A} និង \vec{B} គឺតាងដោយ $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$



រូបភាព ៧. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា

យើងអាចលើកអង្គទាំងពីរនៃសមីការនេះជាការេ

$$\text{យើងបាន} : \vec{C}^2 = (\vec{A} + \vec{B})^2 = \vec{A}^2 + 2\vec{A}\vec{B} + \vec{B}^2 = \vec{A}^2 + 2AB \cos(\vec{A}, \vec{B}) + \vec{B}^2$$

$$\text{ដោយ} : \vec{C}^2 = C^2, \vec{A}^2 = A^2, \vec{B}^2 = B^2, (\vec{A}, \vec{B}) = 90^\circ$$

$$\text{យើងបាន} : C^2 = A^2 + B^2$$

$$\text{នាំឲ្យ} : C = \sqrt{A^2 + B^2}$$

២ ទំហំស្កាលែរ

និយមន័យ

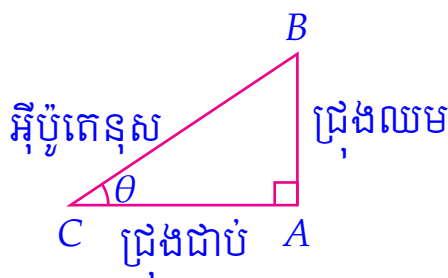
ទំហំស្កាលែរ: ជាទំហំដែលសំដែងដោយចំនួនពិតណិត មិនគិតពី ទិស ទិសដៅឡើយ។ នៅក្នុងរូបវិទ្យាទំហំដែលមិនទាក់ទងនឹងទិសដៅ(ទំហំស្កាលែរ) មានដូចជា៖ សីតុណ្ហភាព សម្ពាធ ថាមពល កម្មន្ត ម៉ាស់ រយៈពេល។ ល។

ឧទាហរណ៍: កីឡាករម្នាក់រត់បានចម្ងាយ $100m$ ដោយប្រើរយៈពេល $10s$ ។

ចម្ងាយ $100m$ និងរយៈពេល $10s$ ជាទំហំស្កាលែរ។

៣ កូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ

ឧបមាថាយើងមានត្រីកោណកែង ABC ដូចបង្ហាញក្នុងរូបខាងស្តាំ ។



រូបភាព ៨. ទំនាក់ទំនងក្នុងត្រីកោណមាត្រ

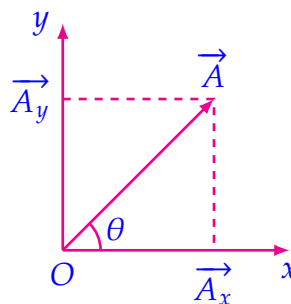
$$\sin \theta = \frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}}, \quad \cos \theta = \frac{\text{ជ្រុងជាប់}}{\text{អ៊ីប៉ូតេនុស}}, \quad \tan \theta = \frac{\text{ជ្រុងឈម}}{\text{ជ្រុងជាប់}}$$

ទំនាក់ទំនងរវាង $\sin \theta$ និង $\cos \theta$ គឺ

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{និង} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

គេមានវ៉ិចទ័រ \vec{A} ស្ថិតក្នុងប្លង់ xy និងបង្កើតបានមុំ θ ជាមួយអ័ក្ស Ox ដូចរូប។

យើងចំណោលកែងវ៉ិចទ័រ \vec{A} លើអ័ក្ស Ox និង Oy យើងបានធាតុរបស់វា(Components of Vectors)គឺ \vec{A}_x និង \vec{A}_y ។ តាមលក្ខណៈនៃវ៉ិចទ័រយើងបាន៖ $\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$



រូបភាព ៩. ផលបូកវ៉ិចទ័រពីរមានទិស និងទិសដៅកែងគ្នា

សម្រាយបញ្ជាក់.

ដែល : $A_x = A \cos \theta$ និង $A_y = A \sin \theta$

យើងបាន : $\vec{A}^2 = (\vec{A}_x + \vec{A}_y)^2 = \vec{A}_x^2 + 2\vec{A}_x\vec{A}_y + \vec{A}_y^2 = \vec{A}_x^2 + 2A_xA_y \cos(\vec{A}_x, \vec{A}_y) + \vec{A}_y^2$

ដោយ : $\vec{A}^2 = A^2$, $\vec{A}_x^2 = A_x^2$, $\vec{A}_y^2 = A_y^2$, $(\vec{A}_x, \vec{A}_y) = 90^\circ$

យើងបាន : $A^2 = A_x^2 + A_y^2$

នាំឲ្យ : $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

មេរៀនទី ៣ ចលនាអង្គធាតុតាមមួយទិស។

១ ចលនាមេកានិច

និយមន័យ

- បង្គោលប្តូរទីតាំងអង្គធាតុមួយធៀបនឹងអង្គធាតុមួយទៀត ហៅថាចលនាមេកានិច។
- ចំពោះអង្គធាតុណាមួយដែលកំណត់ចលនានៃអង្គធាតុផ្សេងទៀតធៀបនឹងវា គេហៅថាអង្គធាតុនោះថា តម្រុយ។

២ បង្គោលទី ល្បឿន និងចម្ងាយ

ក ចម្ងាយចរ និងបង្គោលទី

និយមន័យ

- ចម្ងាយចរ:** ជាប្រវែងសរុបនៃចលនារបស់អង្គធាតុដោយមិនគិតពីទិសដៅនៃចលនា។
- បង្គោលទី:** ជាចម្ងាយចរដែលវាស់តាមខ្សែត្រង់ និងតាមទិសដៅជាក់លាក់។

សម្គាល់

- លក្ខណៈសម្គាល់ទាំងពីរនៃបង្គោលទីគឺ:
- បង្គោលទី គឺជាចម្ងាយចររវាងទីតាំងដើម និងទីតាំងស្រេចរបស់អង្គធាតុ។
 - បង្គោលទី មានទិសដៅពីទីតាំងដើមទៅទីតាំងស្រេចរបស់អង្គធាតុ។

១ ល្បឿន និងចម្ងាយ

១. ល្បឿន

ល្បឿននៃអង្គធាតុមួយសម្គាល់ភាពលឿន ឬភាពយឺតនៃចលនារបស់អង្គធាតុនោះ ហើយកំណត់ដោយផលធៀបរវាងចម្ងាយចរ និងរយៈពេល។ យើងបាន: $\text{ល្បឿន} = \frac{\text{ចម្ងាយចរ}}{\text{រយៈពេល}}$ ឬ $v = \frac{d}{t}$

- ចម្ងាយចរគិតជាម៉ែត្រ (m)
- ល្បឿនគិតជាម៉ែត្រក្នុងមួយវិនាទី (m/s)
- រយៈពេលគិតជាវិនាទី (s)

ភាគច្រើននៃអង្គធាតុមិនមានចលនាដោយល្បឿនថេរទេ ល្បឿនរបស់វាពេលខ្លះយឺត និងពេលខ្លះលឿន។ ហេតុនេះហើយ គេត្រូវកំណត់ល្បឿនរបស់អង្គធាតុនោះជាល្បឿនមធ្យមដែលល្បឿននេះដោយផលធៀបរវាងចម្ងាយចរសរុប និងរយៈពេលសរុប។

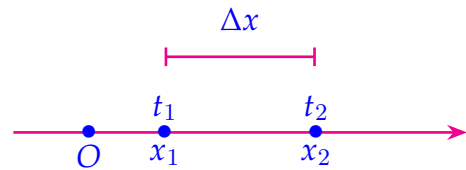
យើងបាន: $\text{ល្បឿនមធ្យម} = \frac{\text{ចម្ងាយចរសរុប}}{\text{រយៈពេលសរុប}}$ ឬ $\bar{v} = \frac{d}{t}$

២. រ៉ឺឡេឡីស្ទីត

រ៉ឺឡេឡីស្ទីតគឺជាបម្លាស់ទីរបស់វត្ថុក្នុងមួយខ្នាតពេល។

យើងបាន: $\text{រ៉ឺឡេឡីស្ទីត} = \frac{\text{បម្លាស់ទី(ចម្ងាយត្រង់)}}{\text{រយៈពេលចរ}}$ ។

ឧបមាថានៅខណៈ t_1 ចល័តស្ថិតនៅត្រង់ចំណុចមួយដែលមានទីតាំង x_1 ហើយនៅខណៈ t_2 ចល័តស្ថិតនៅត្រង់ចំណុចមួយដែលមានទីតាំង x_2 ។



យើងបាន: $\text{រ៉ឺឡេឡីស្ទីតមធ្យម} = \frac{\text{បម្លាស់ទីសរុប}}{\text{រយៈពេលចរ}}$ ឬ $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

នៅក្នុងជីវភាពរស់នៅយើងតែងតែប្រើពាក្យល្បឿនតែមួយគត់។ ប៉ុន្តែនៅក្នុងរូបវិទ្យា គេបានបែងពាក្យនេះជាពីរដាច់ចេញពីគ្នាគឺ ល្បឿន និង រ៉ឺឡេឡីស្ទីត។ ល្បឿន ជាចម្ងាយចរក្នុងមួយខ្នាតពេល។ ចំណែករ៉ឺឡេឡីស្ទីត ជាបម្លាស់ទីក្នុងមួយខ្នាតពេល។

សម្គាល់

កាលណាគេនិយាយពីរ៉ឺឡេឡីស្ទីតនៃអង្គធាតុមួយគេត្រូវគិតដល់ល្បឿននិងទិសដៅដែលវាបានឆ្លងកាត់។

ក្នុងចលនាត្រង់ស្មើ រ៉ឺឡេឡីស្ទីតនិងរ៉ឺឡេឡីស្ទីតបម្លាស់ទីមានទិស និងទិសដៅដូចគ្នា ដូចនេះគេអាចសរសេរ: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

គ រ៉ឺឡេឡីស្ទីតខណៈ