(16)

$$\frac{13\times12\times11\times10\times9\times4^5}{5!} = 1{,}317{,}888.$$

신용 집합과 조합론

② $n=1$ 일때

$$(x+y)^1 = \sum_{k=0}^{1}\binom{1}{k}x^{1-k}y^k$$

$= x+y$ → 참.

$n=p$ 일때,

$$(x+y)^p = \sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}x^{p-k}y^k$$

$n=p+1$ 일때

$$(x+y)^{p+1} = (x+y)^p(x+y)$$

$$= \sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}x^{p+1-k}y^k + \sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}x^{p-k}y^{k+1}$$

$$= \sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}x^{p+1-k}y^k + \sum_{k=0}^{p}\binom{p}{k}x^{(p+1)-(k+1)}y^{k+1}$$

임의의 k에 대해,

$$\binom{p}{k}x^{p+1-k}y^k + \binom{p}{k-1}x^{p+1-k}y^k$$

$= \binom{p+1}{k}x^{p+1-k}y^k$ 이므로

$$(x+y)^{p+1} = \sum_{k=0}^{p+1}\binom{p+1}{k}x^{p+1-k}y^k$$

→ 참.

③ n개의 원소를 가진 집합 P가 있다고 하자.

부분집합을 만든다고 하면 한 원소에 대해 선택 또는 비선택 하는 경우 2가지가 존재한다.

x가 선택, y가 비선택이라한다면. ~~각각의 원소에 대하여~~

$\binom{n}{k}x^{n-k}y^k$ 에 대해. n개중 k개 비선택. $n-k$개 선택

그때의 계수가 경우의 수라고 생각할 수 있다.

모든 경우의 부분집합을 얻기 위해. $x=1$, $y=1$을 대입하면

2^n개 얻을 수 있다.

(6) $(A\cup B)\cap(A\cap B)^c \neq (A-B)\cup(B-A)$ 라 하자.

$= \cancel{(A\cup B)-(A\cap B)}$

$= (A\cup B)\cap(A^c\cup B^c)$

$= (A\cup B\cap A^c)\cup(A\cup B\cap B^c)$

$= ((A\cap A^c)\cup(B\cap A^c))\cup((A\cap B^c)\cup(A\cap B^c))$

$= (B\cap A^c)\cup(A\cap B^c)$

$= (A-B)\cup(B-A)$ → 거짓.

가정에 모순이므로 해당 명제는 참이다.

(10) ${}_{10}P_4 + {}_{10}P_5 + {}_{10}P_6$

$= 1{,}110{,}000$

(13) ${}_{13}C_3 \times 13\times13\times{}_3C_2$

$= 145{,}002$

기초수식

② $T(n) = T(n-1)+n$

$= T(n-2)+n+n-1.$

$= T(n-k)+n+(n-1)+\cdots+(n-k+1)$

$n=k$일때.

$T(k) = 1+k+(k-1)+\cdots+1.$

$= 1+\frac{k(k+1)}{2}$

$\to O(N^2)$

⑤ $T(n) = T(\frac{n}{2})+n$

$= T(\frac{n}{2^2})+n+\frac{n}{2}$

$= T(\frac{n}{2^k})+n+\frac{n}{2}+\cdots+\frac{n}{2^{k-1}}$

$n=2^k$ 일때

$T(2^k) = 1+2^k+2^{k-1}+\cdots+2.$

$= \frac{1(2^{k+1}-1)}{2-1}$

$= 2^{k+1}-1$

$\to O(N)$