수의 표현.

④ $x = \log_a yz$

$= \dfrac{\log_2 yz}{\log_2 a}$

$= \dfrac{\log_2 y + \log_2 z}{\log_2 a}$

③-2. $2^{\frac{n}{2}}$ vs $\sqrt{3^n}$

$2^{\frac{n}{2}} < 3^{\frac{n}{2}}$

$n \to \infty$ → 지수 함수에서 밑이 크면 더 크다.

-4. $\log 2^{2n}$ vs $n\sqrt{n}$

$n \log 4$ vs $n\sqrt{n}$

$\log 4 < n^{\frac{1}{2}}$

$n \to \infty$ → 상수보다 지수함수가 더 크다.

⑤-2. $f(x) = 3\log(x+3) + 1$

$y = 3\log(x+3) + 1$

$x = 3\log(y+3) + 1$

$\dfrac{x-1}{3} = \log(y+3)$

$\therefore y = 10^{\frac{1}{3}(x-1)} - 3$

논리와 증명.

①-2.

$\sim p$	q	$\sim p \vee q$
F	T	T
F	F	F
T	T	T
T	F	T

p	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
T	F	F
T	T	T
F	F	F
F	T	F

$\sim p \vee q$	$p \wedge \sim q$	$(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$
T	F	T
F	T	T
T	F	T
T	F	T

∴ 항진명제.

②-2.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

p	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
T	F	F
T	T	T
F	F	F
F	T	F

$p \wedge q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge q) \wedge (p \wedge \sim q)$
T	F	F
F	T	F
F	F	F
F	F	F

∴ 모순명제

③-2.

$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

p	q	$\sim(p \vee q)$
T	T	F
T	F	F
F	T	F
F	F	T

∴ 논리적 동등X.

④-2. $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

→ $(p \wedge \sim p) \vee \sim q$.

→ $\sim q$.

⑤-2. $\forall x \in \mathbb{Z}$, $x^2 \geq x$.

$x^2 - x \geq 0$ 인지 확인.

↳ $(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

x는 정수, 0 또는 1 일때 최소값 0.

∴ 참.

-4. $\exists x \in \mathbb{Z}$, $x^2 < x$.

$x^2 - x < 0$ 인지 확인.

↳ $(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

x는 정수 이므로 0 또는 1일때 최소값 0.

∴ 거짓.

⑦. n이 홀수이므로 $n = 2k+1$ (k는 정수)이라 하자.

$n^2 + n = (2k+1)^2 + 2k + 1$

$= 4k^2 + 6k + 2$

$= 2(2k^2 + 3k + 1)$ 이므로 항상 짝수이다.

(I) 자연수 n에 대하여, n^2+5가 홀수이면 n은 짝수이다.

ㄴ대우. 〃 , n이 홀수이면 n^2+5가 짝수이다.

$n = 2k+1$ (k는 정수) 라 하자.

$$n^2+5 = (2k+1)^2+5$$
$$= 4k^2+4k+6$$
$$= 2(2k^2+2k+3)$$ 이므로 n^2+5는 짝수.

대우 하기 전 명제도 참이다.

(II) n이 짝수인 경우와 n이 홀수인 경우로 나누어 증명한다.

i) $n=2k$ 일때 ($k \geq 1$ 인 정수)

$$n^2+5n+3 = 4k^2+10k+3$$
$$= 2(2k^2+5k+1)+1$$ 이므로 홀수.

ii) $n=2k+1$ 일때 ($k \geq 0$인 정수)

$$n^2+5n+3 = (2k+1)^2+5(2k+1)+3$$
$$= 4k^2+14k+9$$
$$= 2(2k^2+7k+4)+1$$ 이므로 홀수.

i)과 ii) 경우 모두 홀수이므로, 대우가 참.

대우가 참이므로 본 명제도 참.