컴퓨터 그래픽스
4. 2차원 그래픽스의 윈도우와 뷰포트

2023년 2학기

학습 내용

- **윈도우와 뷰포트**
  - 2차원 뷰잉 파이프라인: 윈도우, 뷰포트
  - 클리핑 알고리즘

윈도우와 뷰포트

- **2차원 그래픽스의 뷰잉 파이프라인**
  - 뷰잉 파이프라인: 그림을 출력장치에 나타내야 할 때, 특정 부분만을 출력시키기도 하는데 이때 적절한 변환을 적용해야하는데 이 과정을 뷰잉 파이프라인이라고 한다.

  - 뷰잉 파이프라인 과정:

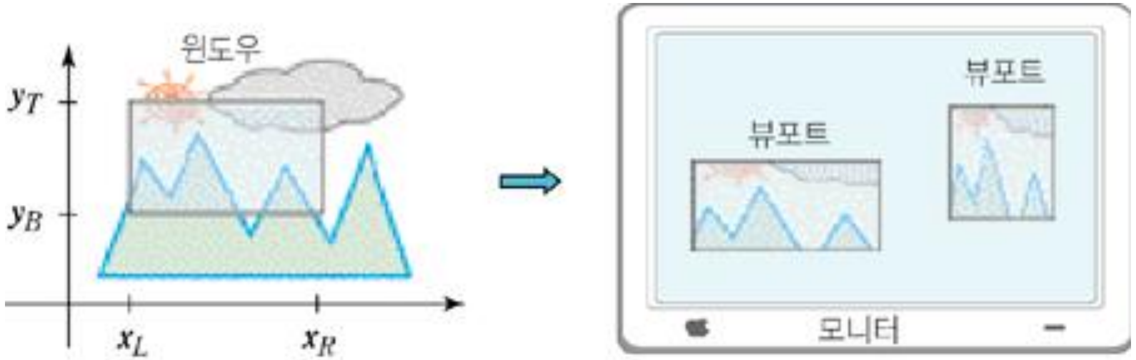
    - 모델 좌표계: 개별 객체를 표현하기 위해 사용되는 좌표계
    - 월드 좌표계: 각 모델 좌표계의 통합된 좌표계
    - 뷰잉 좌표계: 출력장치에 출력 위치 및 크기 설정하여 뷰포트에 출력, 뷰포트 좌표계
    - 정규 좌표계: 정규화된 좌표계
    - 장치 좌표계: 출력하려는 장치 좌표계

윈도우와 뷰포트

- Window
  - 출력 장치에 표시하기 위해 선택된 세계 좌표 영역

- Viewport
  - 윈도우가 사상되는 출력 장치의 영역

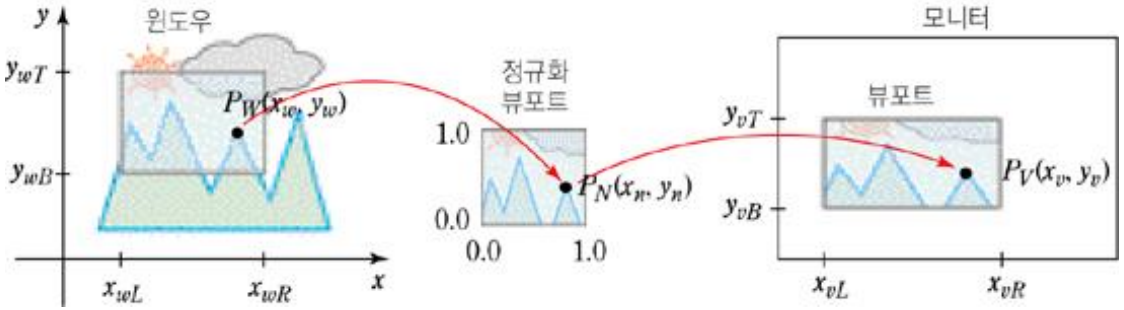
- **윈도우-뷰포트 변환에 의한 효과**
  - Zooming 효과: zoom-in 또는 zoom- out 효과
  - Panning 효과: 카메라 각도를 돌려가면서 비디오 촬영하는 것과 같은 효과
  - Multi viewport 효과: 한번에 여러 개의 화면을 가질 수 있다.



윈도우와 뷰포트

- **윈도우-뷰포트 좌표 변환**
  - (x_w, y_w): 윈도우 내의 점　　(x_v, y_v): 뷰포트 안의 점
    - 행렬
    - $x_v = x_{vL} + (x_w - x_{wL})s_x$,　　$s_x = \dfrac{(xvR - xvL)}{(xwR - xWL)}$
    - $y_v = y_{vB} + (y_w - y_{wB})s_y$,　　$s_y = \dfrac{(yvT - yvB)}{(ywT - ywB)}$

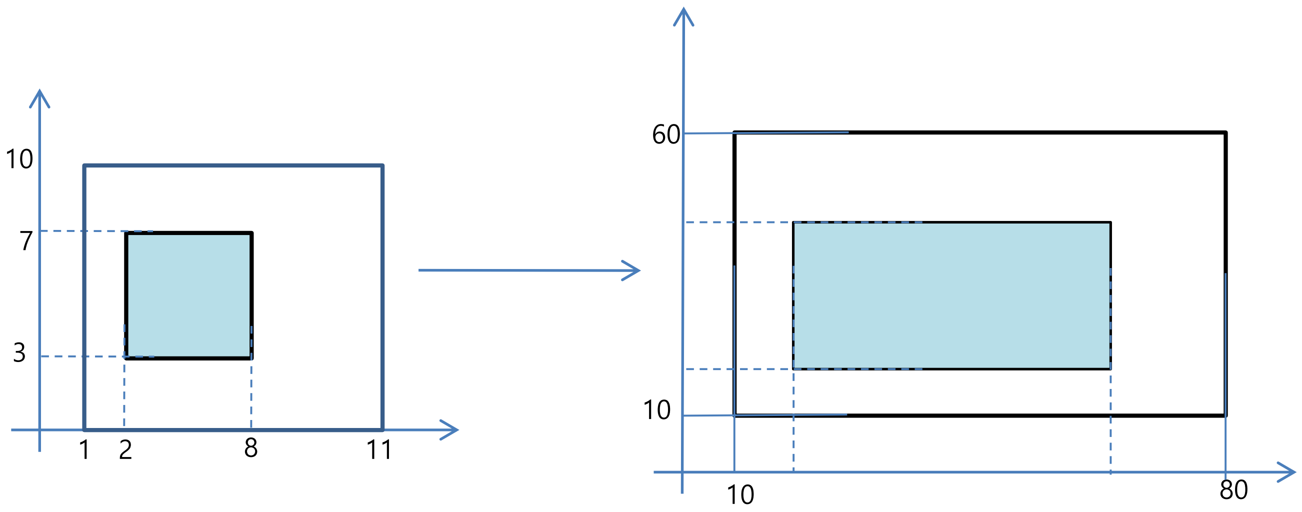
x_{wR}, x_{wL}: 윈도우의 x방향 최대값, 최소값
y_{wT}, y_{wB}: 윈도우의 y방향 최대값, 최소값



윈도우와 뷰포트

- **예) 다음의 도형에 대하여 윈도우-뷰포트 변환이 주어졌을 때 변환 좌표 값**
  - 윈도우 (1, 0) (11,10) → 뷰포트 (10, 10) (80, 60)

    도형 좌표: (2, 3) (8, 7)로 이루어진 사각형이 윈도우-뷰포트 변환 후 좌표값:



Clipping (클리핑)

- **Clipping이란**
  - 윈도우-뷰포트 변환 시, 출력장치에 표시되어서는 안될 그림영역을 제거한 뒤, 나머지 그림영역을 출력화면에 나타내는 것

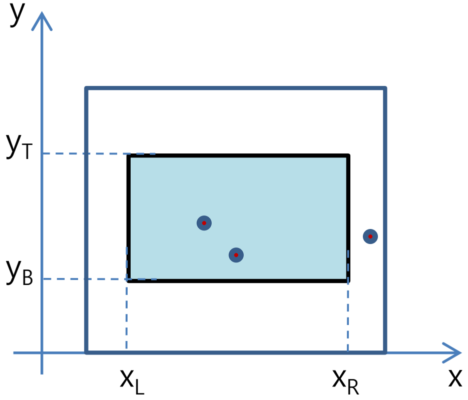
  - 월드 좌표 클리핑:
    - 윈도우를 설정할 때 윈도우 바깥 영역을 제거하여 윈도우 내부 영역만 뷰포트로 매핑시키는 방법
  - 뷰포트 클리핑:
    - 월드 좌표계를 표현된 그림 전부를 뷰포트로 매핑시킨 후 뷰포트 외부에 위치한 객체나 그림의 일부를 제거하는 방법

  - 두 클리핑이 모두 결과는 같다.

Clipping (클리핑): 점

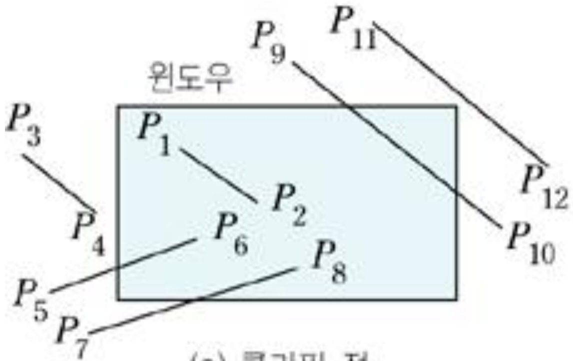
- **점 클리핑**
  - 클리핑 되는 객체가 점
  - 한 점 P(x, y)는
    - $x_L \leq x \leq x_R$, $y_B \leq y \leq y_T$

    이면 그려진다.

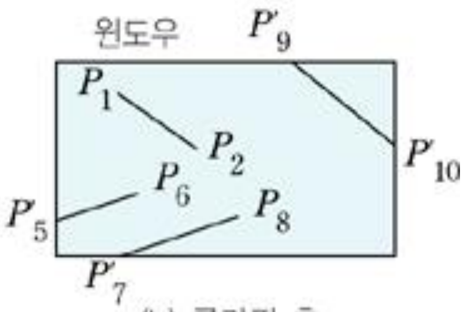


Clipping (클리핑): 선

- **선 클리핑**
  - 클리핑 되는 객체가 선분
  - 선분에 대하여
    - 선분이 클리핑 영역의 내부 또는 외부에 완전히 포함되는가/포함되지 않는가
    - 부분적으로 속하는가
    - 속한다면 교차점은 어떻게 구하는가



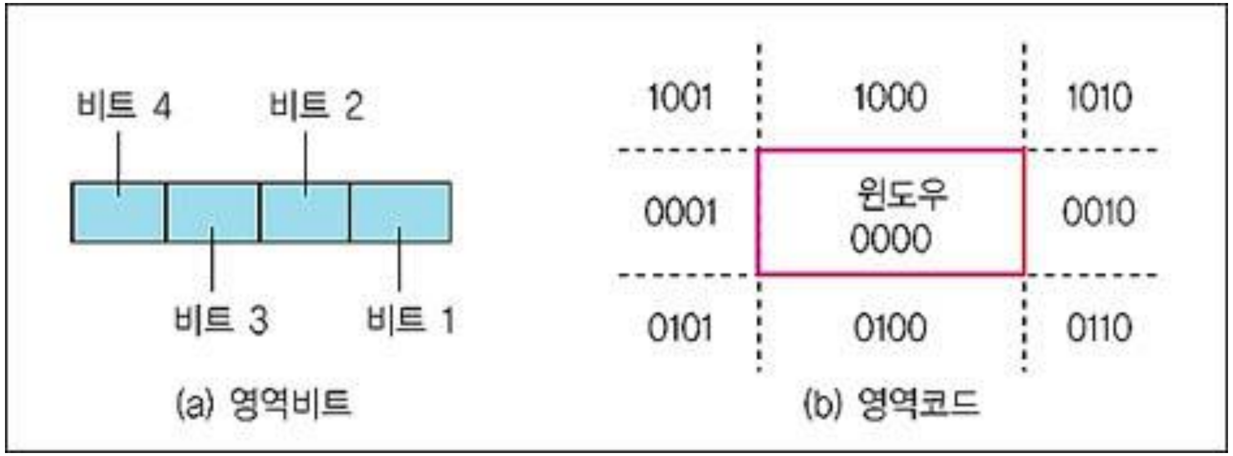
(a) 클리핑 전



(b) 클리핑 후

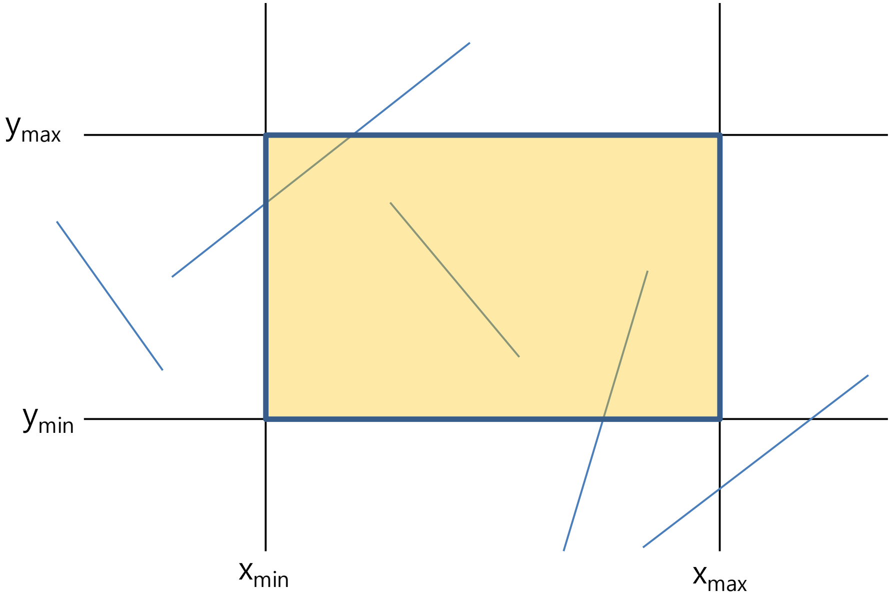
Clipping (클리핑): 선 – Cohen-Sutherland 알고리즘

- **Cohen-Sutherland 알고리즘**
  - 윈도우를 중심으로 전체 그림 영역을 9개 영역으로 구분
  - 각 영역에 4비트를 사용하여 영역코드를 부여한다.
    - 비트 1: 윈도우의 왼쪽에 있으면 1
    - 비트 2: 윈도우의 오른쪽에 있으면 1
    - 비트 3: 윈도우의 아래쪽에 있으면 1
    - 비트 4: 윈도우의 위쪽에 있으면 1



Clipping (클리핑): 선 – Cohen-Sutherland 알고리즘

– 알고리즘 수행 과정
  ① 양 끝점의 코드가 모두 0000이면 →
  ② 양 끝점의 코드 중 한 쪽 코드는 0이고 다른 쪽 코드는 0이 아니면 →
  ③ 양 끝점 코드가 모두 0이 아니고, 양 끝점 코드간 AND 연산이 0이 아니면 →
  ④ 양 끝점 코드가 모두 0이 아니고, 양 끝점 코드간 AND 연산이 0이면 →



Clipping (클리핑): 선 – Cohen-Sutherland 알고리즘

- **주어진 선분에 대한 교차점 구하기**
  - 수직 경계: $x = x_L$ 또는 $x = x_R$

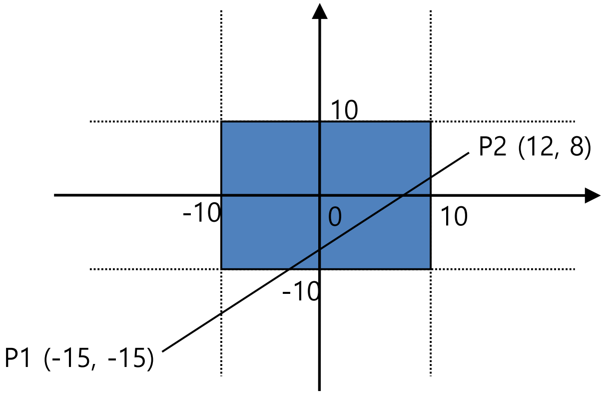
    $y = y1 + m(x - x1), \quad m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

  - 수평 경계: $y = y_B$ 또는 $y = y_T$

    $x = x1 + \frac{(y-y1)}{m}, \quad m = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

x1, y1: 선분의 끝 점
x_L, x_R , y_B, y_T : 윈도우의 경계

- **예)**



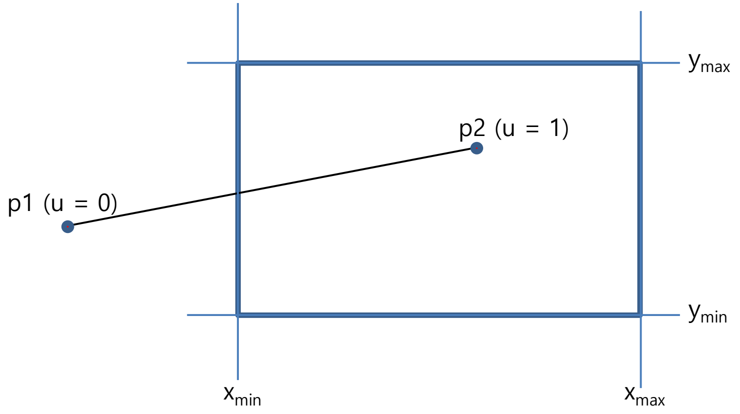
Clipping (클리핑): 선 - Liang-barskey 알고리즘

- **매개변수 방정식을 이용하여 선분을 윈도우 경계에 대하여 자르는 알고리즘**
  - 선을 나타내는 매개변수 방정식은
    - $p(u) = (1- u)p_1 + up_2$

      $= p_1 + (p_2 - p_1)u \qquad 0 \le u \le 1$

    즉, $x = x_1 + (x_2 - x_1)u$

    $y = y_1 + (y_2 - y_1)u$



- **끝점이 P1 = (x1, y1) P2 = (x2, y2) 인 선분일 때**
  - 매개변수 방정식 사용하여 임의의 점 P (x, y) 을 표시
    - $x = x1 + (x2 - x1)u \qquad 0 \le u \le 1 \qquad (x2 - x1 \rightarrow d_x)$
    - $y = y1 + (y2 - y1)u \qquad 0 \le u \le 1 \qquad (y2 - y1 \rightarrow d_y)$
      - $u = 0 \rightarrow x = x1, y = y1$
      - $u = 1 \rightarrow x = x2, y = y2$

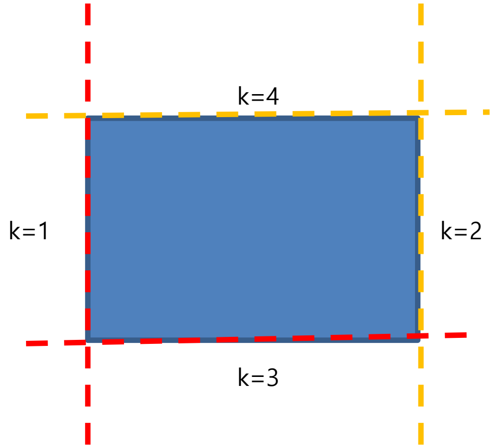
    - 선분 위에 있는 모든 점들은 아래의 조건을 만족
      - $x_{min} \le x \le x_{max}, \qquad y_{min} \le y \le y_{max}$

Clipping (클리핑): 선 - Liang-barskey 알고리즘

- 매개 변수 방정식으로 다시 작성하면
  - $x_{min} \le x1 + d_x u \le x_{max}$ --- ① $(d_x = x2 - x1)$
  - $y_{min} \le y1 + d_y u \le y_{max}$ --- ② $(d_y = y2 - y1)$

  - ① 은 다음과 같다
    - » 왼쪽 가장자리에 대하여 $-d_x u < x1 - x_{min}$
    - » 오른쪽 가장자리에 대하여 $d_x u < x_{max} - x1$
  - ② 도 같은 방식으로 바꿀 수 있다.
    - » 아래쪽 가장자리에 대하여 $-d_y u < y1 - y_{min}$
    - » 위쪽 가장자리에 대하여 $d_y u < y_{max} - y1$

- 위의 식은, $up_k < q_k$ $k = 1, 2, 3, 4$
  - $p_1 = -d_x$ $q_1 = x1 - x_{min}$ ➔ left
  - $p_2 = d_x$ $q_2 = x_{max} - x1$ ➔ right
  - $p_3 = -d_y$ $q_3 = y1 - y_{min}$ ➔ bottom
  - $p_4 = d_y$ $q_4 = y_{max} - y1$ ➔ top



Clipping (클리핑): 선 - Liang-barskey 알고리즘

1) p_k == 0 일 때,

– p_k가 0 이면, k번째 가장자리와 평행

- $p_1 = -dx = -(x2 - x1) = 0$ ➔ x2 == x1
- $p_3 = -dy = -(y2 - y1) = 0$ ➔ y2 == y1

- $p_k = 0$ 이고, $q_k < 0$이면, 그 가장자리 영역 밖에 있다.

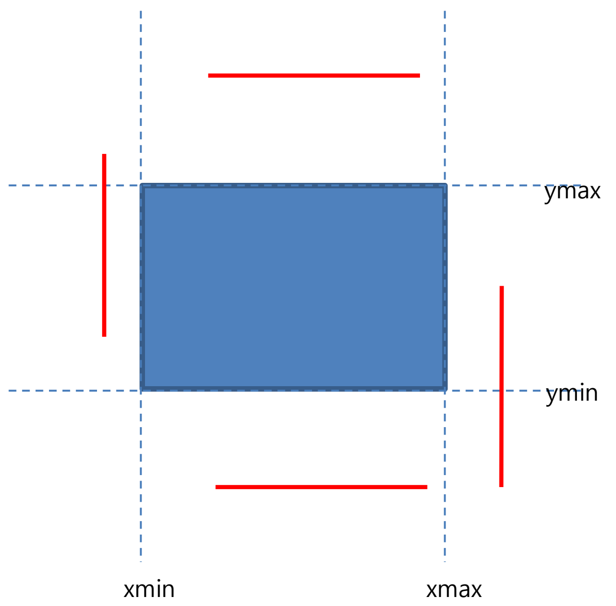
a. $q_1 < 0$ ➔ $q_1 = (x1 - x_{min}) < 0$ ➔ $x1 < x_{min}$ ➔ 영역 밖에 있다.

b. $q_2 < 0$ ➔ $q_2 = (x_{max} - x1) < 0$ ➔ $x_{max} < x1$ ➔ 영역 밖에 있다.

c. $q_3 < 0$ ➔ $q_3 = (y1 - y_{min}) < 0$ ➔ $y1 < y_{min}$ ➔ 영역 밖에 있다.

d. $q_4 < 0$ ➔ $q_4 = (y_{max} - y1) < 0$ ➔ $y_{max} < y1$ ➔ 영역 밖에 있다.

➔ p_k == 0 이고 $q_k < 0$ 이면, 영역 밖에 있으므로 안 그린다.

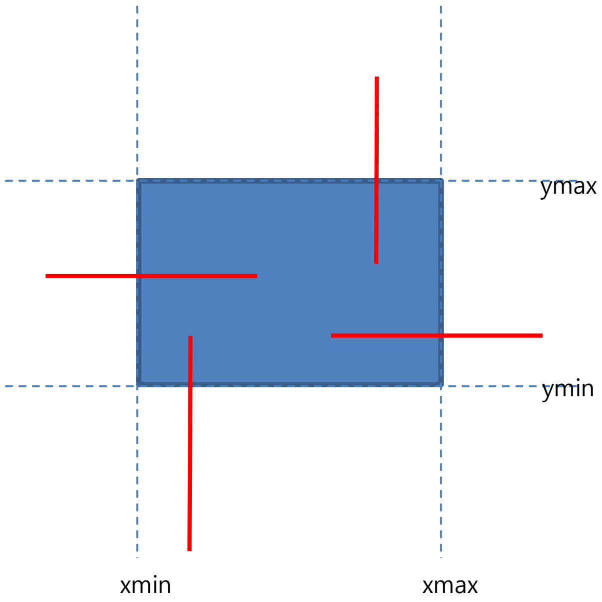


Clipping (클리핑): 선 – Liang-barskey 알고리즘

1) p_k == 0 일 때,
   - p_k가 0 이면, k번째 가장자리와 평행
     - $p_1 = -dx = -(x2 - x1) = 0$ ➔ $x2 == x1$
     - $p_3 = -dy = -(y2 - y1) = 0$ ➔ $y2 == y1$

     - $p_k = 0$ 이고, $q_k > 0$ 이면, 평행한 가장자리외의 가장자리와 만날 수 있다.
       a. $q_1 > 0$ ➔ $q_1 = (x1 - x_{min}) > 0$ ➔ $x1 > x_{min}$
       b. $q_2 > 0$ ➔ $q_2 = (x_{max} - x1) > 0$ ➔ $x_{max} > x1$
       c. $q_3 > 0$ ➔ $q_3 = (y1 - y_{min}) > 0$ ➔ $y1 > y_{min}$
       d. $q_4 > 0$ ➔ $q_4 = (y_{max} - y1) > 0$ ➔ $y_{max} > y1$

       ➔ p_k == 0 이고 $q_k < 0$ 이면, 평행한 가장자리외의 가장자리와 만날 수 있다.



Clipping (클리핑): 선 – Liang-barskey 알고리즘

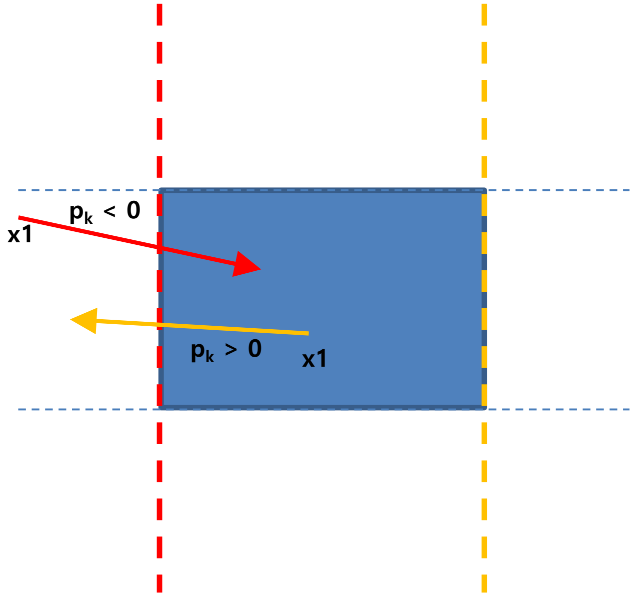
2) p_k != 0 일 때,

– p_k != 0이면, 선분이 경계선 중 하나와 평행하지 않다.

→ 그 선분의 무한한 연장선은 윈도우의 네 개의 경계선과 어디에선가 교차한다.

- $p_k < 0$ 이면,
  - » $p_1 < 0$ ➔ $p_1 = -dx = -(x2 - x1) < 0$ ➔ $x2 - x1 > 0$ ➔ $x2 > x1$
    - $p_1 < 0$ 이면 $p_2 = dx$ ➔ $p_2 > 0$
  - » $p_3 < 0$ ➔ $p_3 = -dy = -(y2 - y1) < 0$ ➔ $y2 - y1 > 0$ ➔ $y2 > y1$
    - $p_3 < 0$ 이면 $p_4 = dy$ ➔ $p_4 > 0$

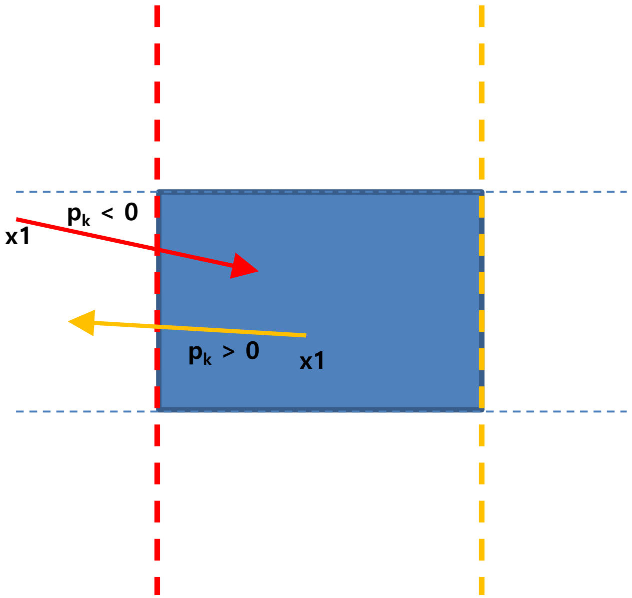
- $p_k > 0$ 이면,
  - » $p_1 > 0$ ➔ $p_1 = -dx = -(x2 - x1) > 0$ ➔ $x2 - x1 < 0$ ➔ $x2 < x1$
    - $p_1 > 0$ 이면 $p_2 = dx$ ➔ $p_2 < 0$
  - » $p_3 > 0$ ➔ $p_3 = -dy = -(y2 - y1) > 0$ ➔ $y2 - y1 < 0$ ➔ $y2 < y1$
    - $p_3 > 0$ 이면 $p_4 = dy$ ➔ $p_4 < 0$



Clipping (클리핑): 선 – Liang-barskey 알고리즘

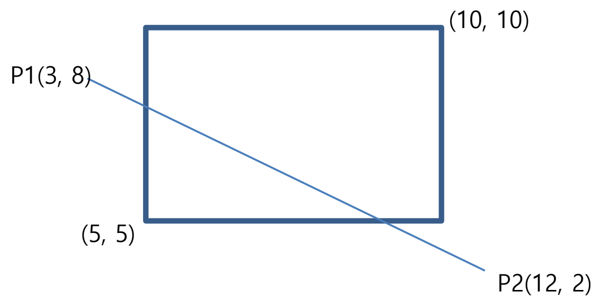
2) p_k != 0 일 때,
- 만약 $p_k < 0$이면, 직선은 밖➔ 안으로 진행
- 만약 $p_k > 0$이면, 직선은 안 ➔ 밖으로 진행

- 0이 아닌 p_k에 대하여, 매개변수 u의 값으로 가장자리와의 교차점을 찾을 수 있다. 즉,
  - $u_k = q_k / p_k$ (k = 1, 2, 3, 4)
    - k 에 대한 u의 값에 대하여,
      - » $p_k < 0$ 이면, $u_{start} = \max(u_k, 0)$
      - » $p_k > 0$ 이면, $u_{end} = \min(u_k, 1)$
  - 가장자리와의 교차점인 새로운 매개변수 u_{start} 와 u_{end} 에 대해서,
    - if $u_{start} > u_{end}$ ➔ reject
    - if $u_{start} < u_{end}$ ➔ 새로운 좌표값
      - » $new\_x1 = x1 + u_{start} * dx$, $new\_y1 = y1 + u_{start} * dy$
      - » $new\_x2 = x1 + u_{end} * dx$, $new\_y2 = y1 + u_{end} * dy$



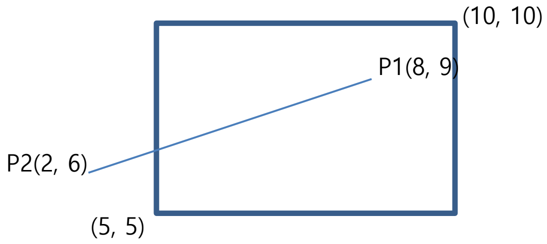
Clipping (클리핑): 선 - Liang-barskey 알고리즘

- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(3, 8) p2=(12, 2)



Clipping (클리핑): 선 - Liang-barskey 알고리즘

- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 10), p1=(8, 9) p2=(2, 6)



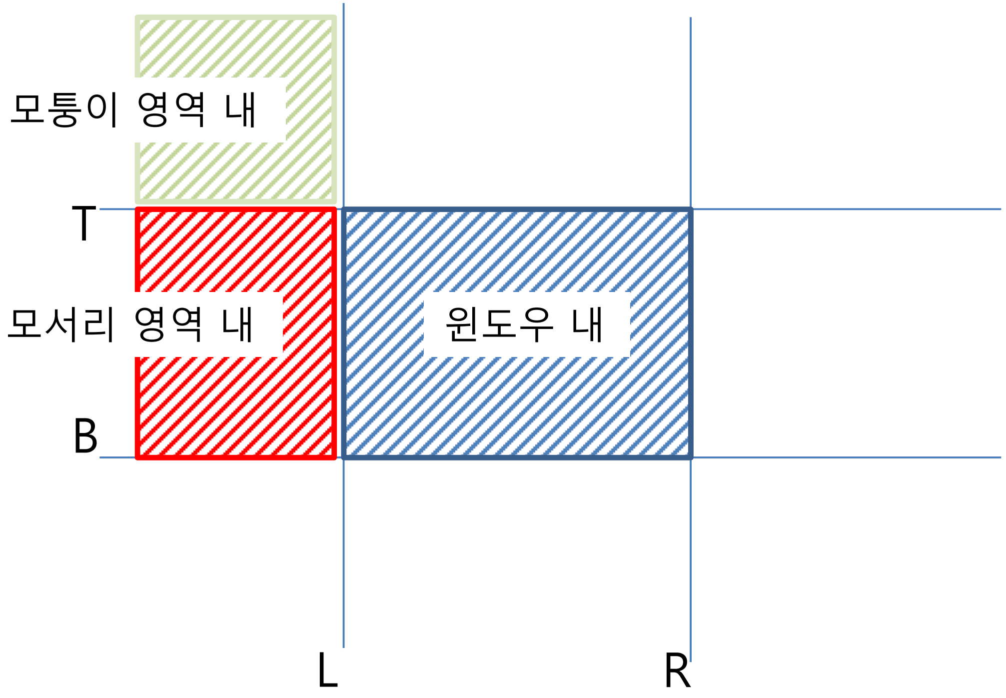
Clipping (클리핑): 선 – Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- **코헨 서덜랜드 알고리즘은**
  - 가장자리를 한 번 이상의 만나게 되는 경우가 발생한다.
  - 이 경우를 피할 수 있는 알고리즘 → Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- **Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘**
  - 클리핑 윈도우 주위에 더 많은 영역을 만든다.
  - 교차점 위치 계산 전에 영역 검사를 한다 → 다중 교차점 연산을 하지 않는다.
  - 코헨 서덜랜드 알고리즘보다 더 적은 나눗셈을 하여 효과적이다.
  - 그러나 3차원으로는 확장될 수 없다.

Clipping (클리핑): 선 – Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- NLN 알고리즘에서
  - 세 개의 영역에 대하여 고려한다
    - 윈도우 내
    - 모서리 영역 내
    - 모퉁이 영역 내
  - 이외의 영역은 변환을 적용한다.

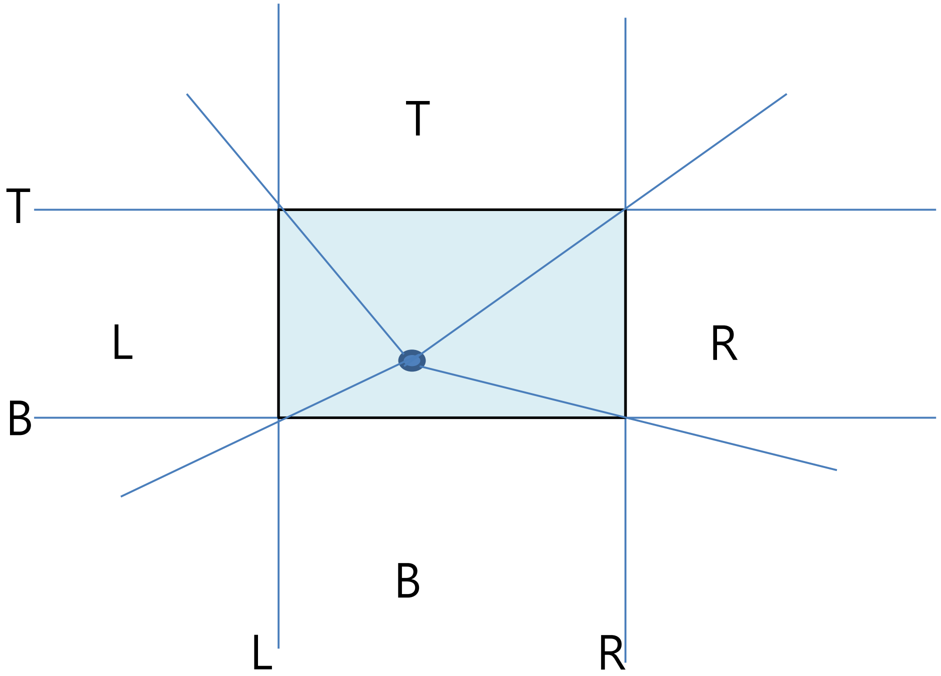


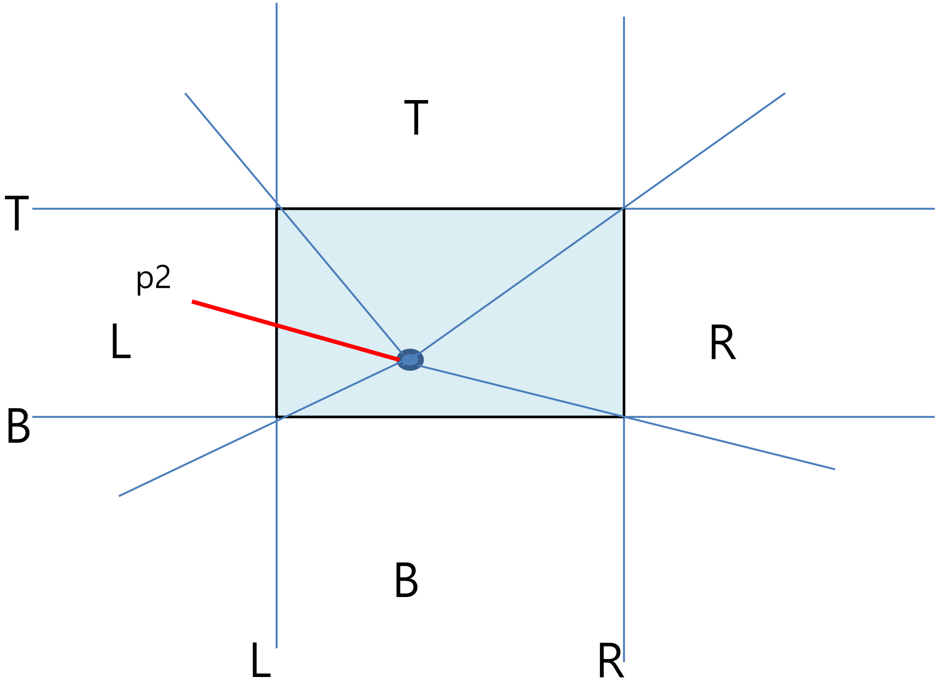
  - P1에 대한 P2의 상대적 위치 결정 → p1을 고려하여 평면상의 새로운 영역을 생성한다.
    - 새로운 영역의 경계: P1에서 시작해서 윈도우의 모서리를 지나가는 반 무한 직선

Clipping (클리핑): 선 – Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- **두 점 P1, P2가 모두 윈도우 내에 있을 때,**
  - 두 점을 연결한 선을 그대로 그린다.

- **P1이 내부에, P2가 외부에 있으면**
  - P1과 네 모퉁이 점을 연결하여 영역을 (L, B, R, T) 정한다.
  - 4개의 영역 중에서 P2를 포함하는 한 영역에 대응하는 윈도우 경계와의 교차점을 결정하여 클리핑 한다.

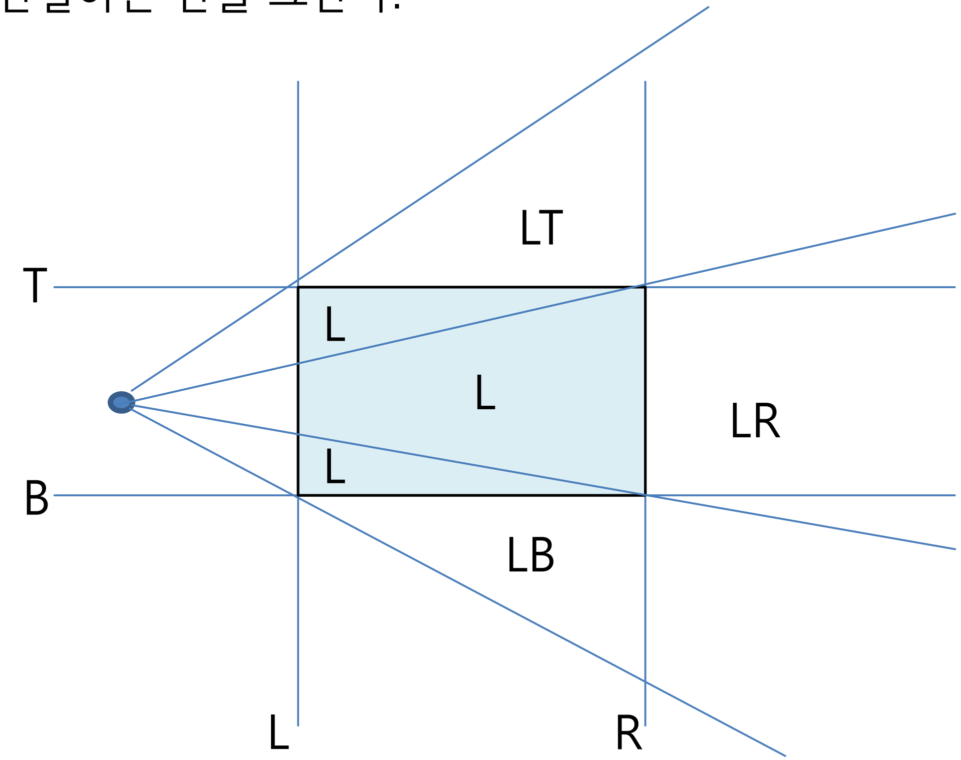




Clipping (클리핑): 선 – Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

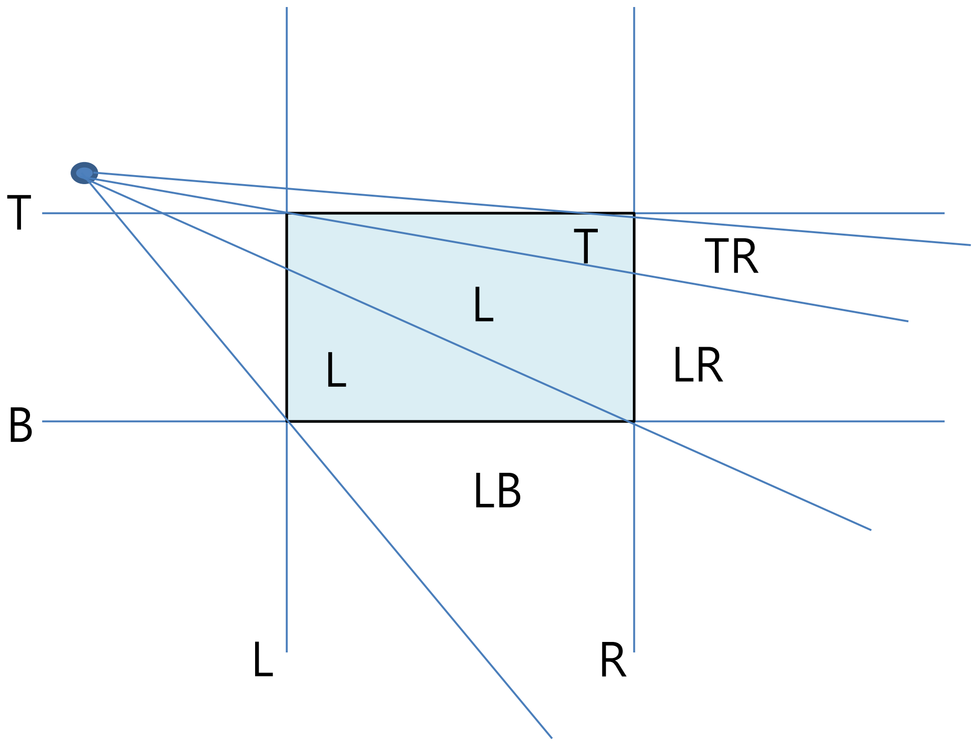
- **P1이 외부에 있는데, 윈도우의 왼쪽 영역에 있으면**
  - P1과 네 귀퉁이를 연결하여 L, LT, LR, LB 네 영역을 설정
  - 네 개의 영역 중, P2가 속한 영역에서 클리핑 되는 경계를 결정한다.
    - P2가 L 영역에 속한다면, 왼쪽 경계선과 P2를 연결하는 선을 그린다.
    - P2가 LT 영역에 속한다면, 왼쪽 경계선 ~ 위쪽 경계선을 연결하는 선을 그린다.
    - P2가 LR 영역에 속한다면, 왼쪽 경계선 ~ 오른쪽 경계선을 연결하는 선을 그린다.
    - P2가 LB 영역에 속한다면, 왼쪽 경계선 ~ 아래쪽 경계선을 연결하는 선을 그린다.

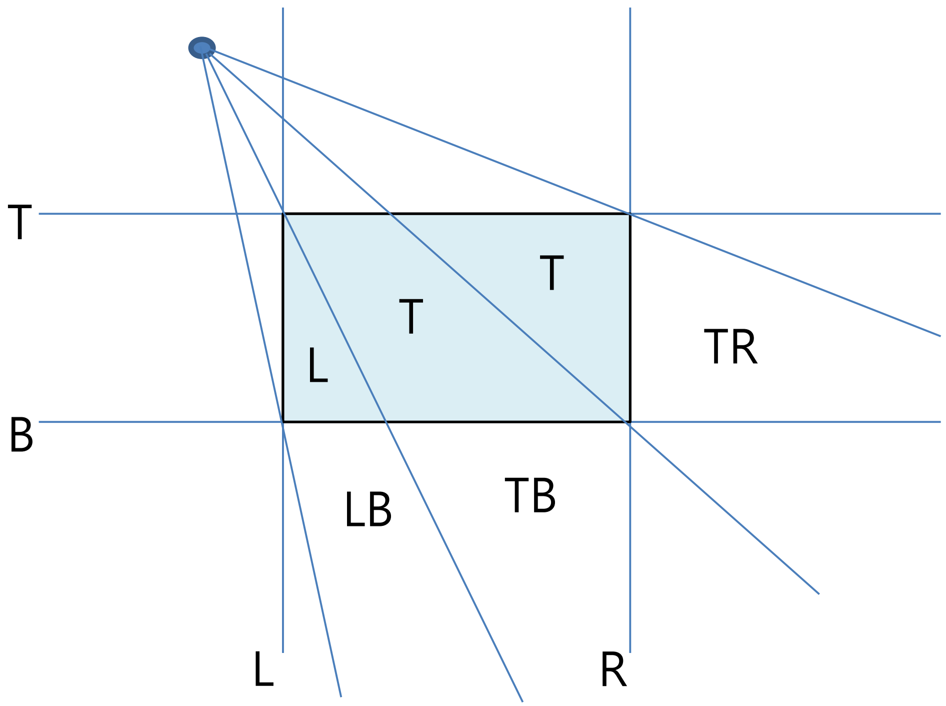
  - P2가 이 외의 영역에 있다면, 선분은 안 그린다.



Clipping (클리핑): 선 – Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- **P1이 외부에 있는데, P1이 윈도우의 왼쪽 위에 있을 때**
  - 두 가지 가능성을 갖고 있다.
    - 영역이: T, L, TR, TB, LB 가 될 수 있다.
    - P2가 위의 영역 중 한 군데 있으면 경계선과 교차점을 구해서 그린다.
    - P2가 위의 영역 외에 있다면, 그 선은 그리지 않는다.

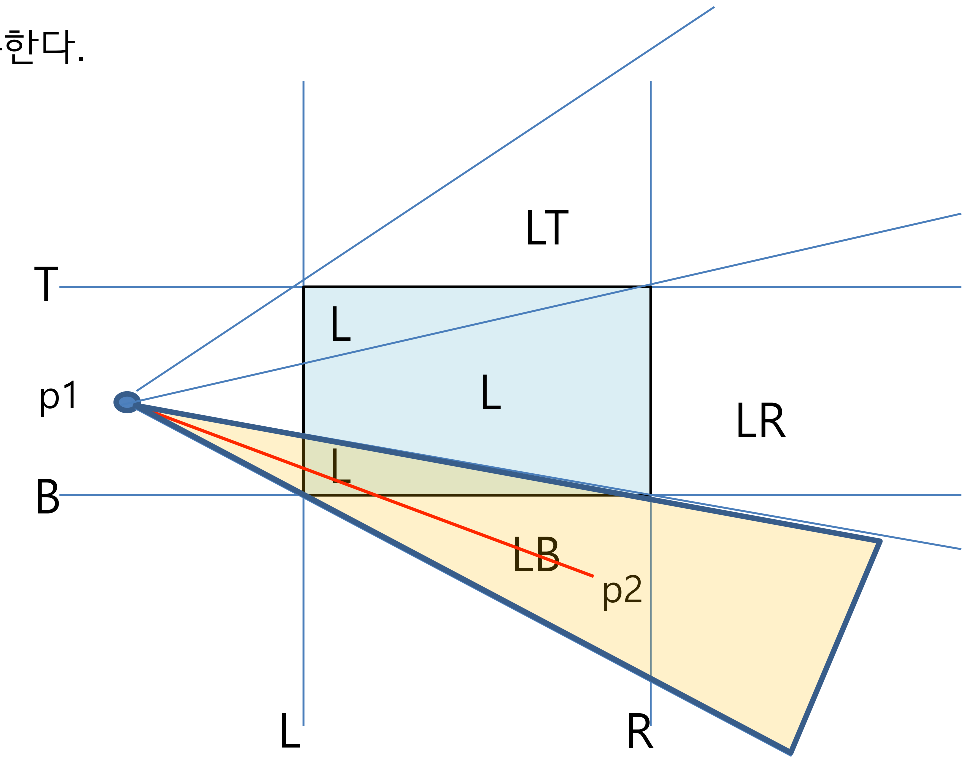




Clipping (클리핑): 선 – Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- **P2가 놓여진 영역을 결정하기 위해서, 영역을 구성하는 두 선의 기울기를 비교한다.**
  - Slope boundary1 < slope P1P2 < slope boundary2
    - Boundary1은 영역의 첫번째 경계로 P1과 영역을 구성하는 모퉁이의 점을 연결하는 직선의 기울기
    - Boundary2는 영역의 두번째 경계로 P1과 영역을 구성하는 모퉁이의 점을 연결하는 직선의 기울기

    - 예를 들어, P1이 윈도우 영역 왼쪽에 있다면
      - P1P2의 기울기가 포함된 가장 작은 영역을 구성하는 두 선을 구한다.
      - 오른쪽의 예에서는 slope LR과 slope LB
        → P2가 영역 내에 있지 않다면 → P2는 LB에 있다
        → 왼쪽 ~ 오른쪽 경계와 만나는 점을 연결한 선분을 그린다.



Clipping (클리핑): 선 - Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- **기울기를 체크하여 선분이 어느 영역을 지나는지 알아낸다 → 교차점을 찾아낸다.**
  - P2 좌표값과 모서리의 좌표값을 비교하여 알아낸다
    - 좌측/우측 경계선은 x값과 비교하고, 위/아래 경계선은 y 값과 비교한다.
  - 선분이 위의 영역에 있지않으면, 그 선분은 모두 삭제한다.
  - 그렇지 않으면 경계선과의 교차점을 계산한다.
    - 해당 영역의 경계선과의 교차점은 매개변수 방정식으로 찾을 수 있다.

$$x = x1 + (x2 - x1)\ u$$

$$y = y1 + (y2 - y1)\ u$$

- 좌측 경계선 x = xL 또는 우측 경계선 x = xR 일 때, $u = \frac{(xL - x1)}{(x2 - x1)}$ 또는 $u = \frac{(xR - x1)}{(x2 - x1)}$

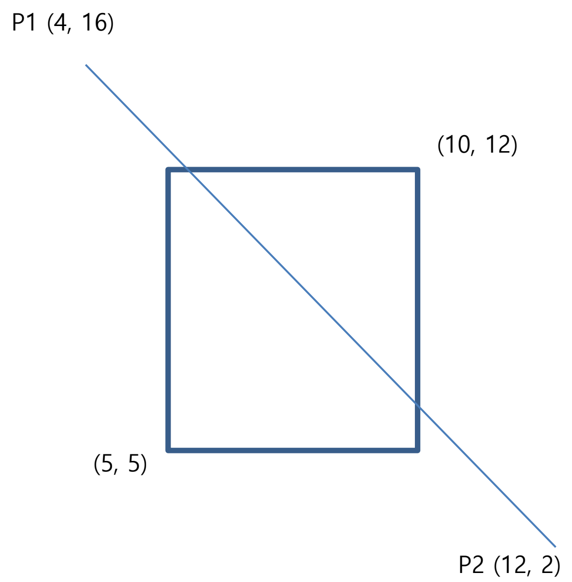
$$\rightarrow y = y1 + (xL - x1) * \frac{(y2 - y1)}{(x2 - x1)}$$

- 비슷하게, 위쪽 경계선 y = yt 또는 아래쪽 경계선 y = yB 일 때, $u = \frac{(yT - y1)}{(y2 - y1)}$ 또는 $u = \frac{(yB - y1)}{(y2 - y1)}$

$$\rightarrow x = x1 + (yT - y1) * \frac{(x2 - x1)}{(y2 - y1)}$$

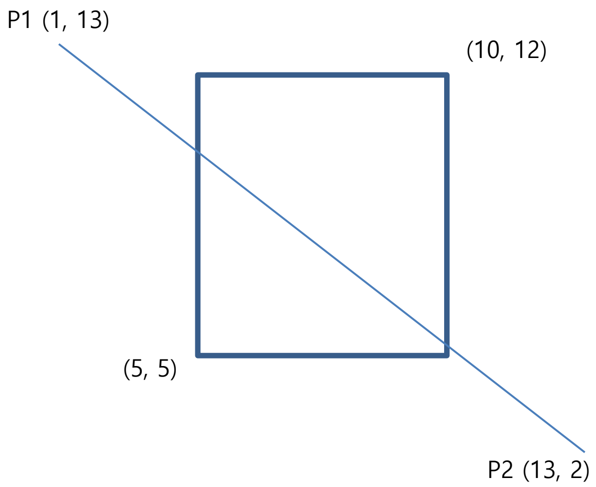
Clipping (클리핑): 선 - Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 12), p1=(3, 8) p2=(12, 2)



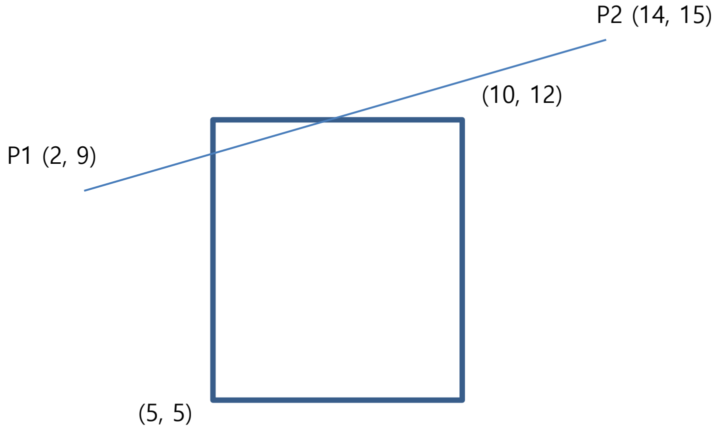
Clipping (클리핑): 선 - Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- **예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 12), p1=(3, 8) p2=(12, 2)**



Clipping (클리핑): 선 – Nicholl-Lee-Nicholl (NLN) 알고리즘

- 예) 윈도우 영역 (5, 5) (10, 12), p1=(3, 8) p2=(12, 2)



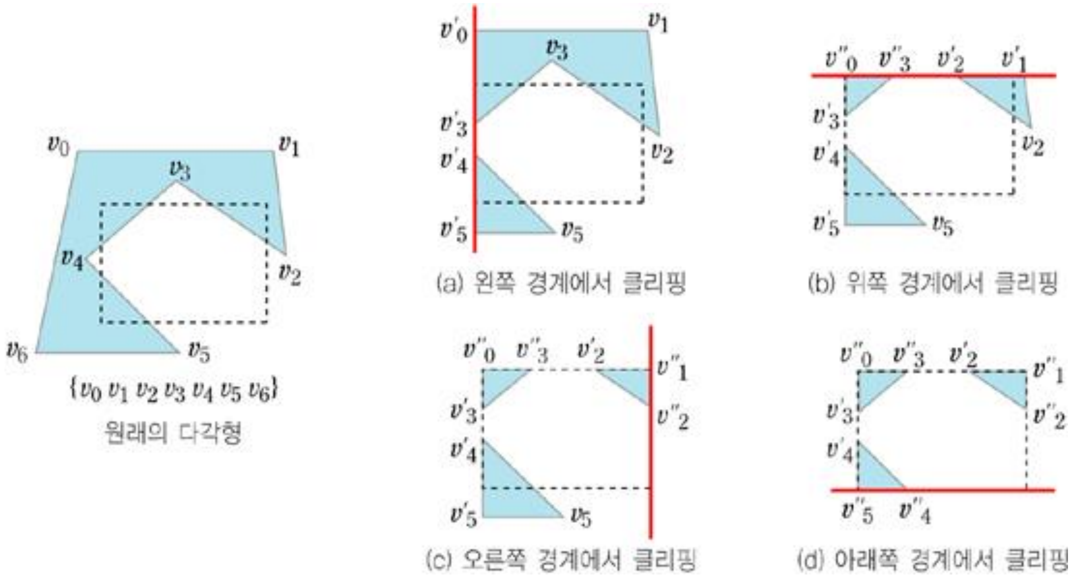
Clipping (클리핑): 다각형 – Sutherland-Hodgeman 알고리즘

- **속이 빈 다각형(Hollow polygon) :**
  - 선 클리핑 알고리즘 적용

- **속이 찬 다각형 :**
  - 몇 개의 Closed filled polygon 생성

Clipping (클리핑): 다각형 - Sutherland-Hodgeman 알고리즘

- **Sutherland-Hodgeman 알고리즘**
  - 다각형의 모든 꼭지점이 윈도우의 내부 또는 외부에 완전히 포함되는지를 결정하여 다각형 전체를 제거하거나 선택하고 그 외의 경우에는 다음 알고리즘을 적용하여 다각형을 클리핑
  - 한 경계변을 기준하여 이 변이 윈도 바깥쪽 영역에 속하는 다각형 부분은 클리핑 소거



$\{v_0\ v_1\ v_2\ v_3\ v_4\ v_5\ v_6\}$
원래의 다각형

(a) 왼쪽 경계에서 클리핑

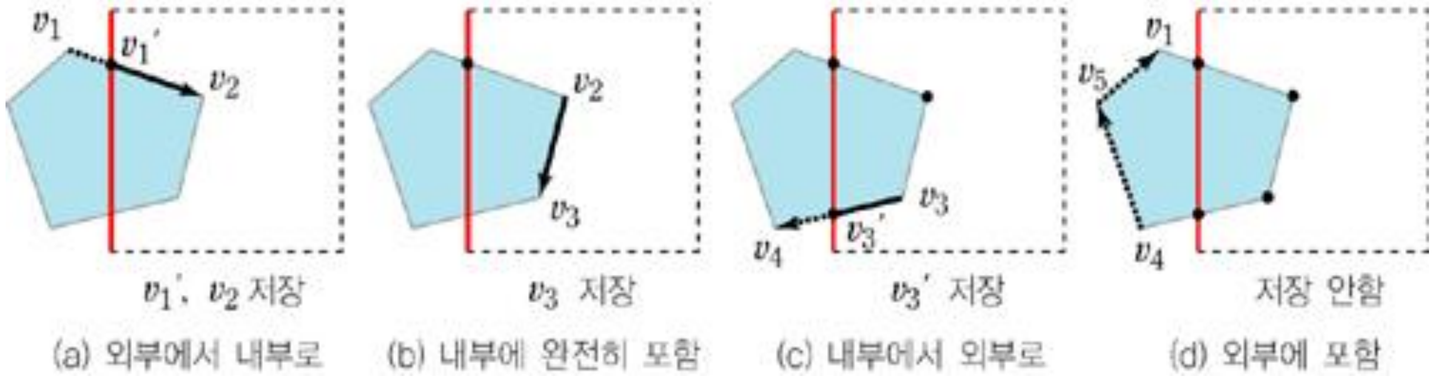
(b) 위쪽 경계에서 클리핑

(c) 오른쪽 경계에서 클리핑

(d) 아래쪽 경계에서 클리핑

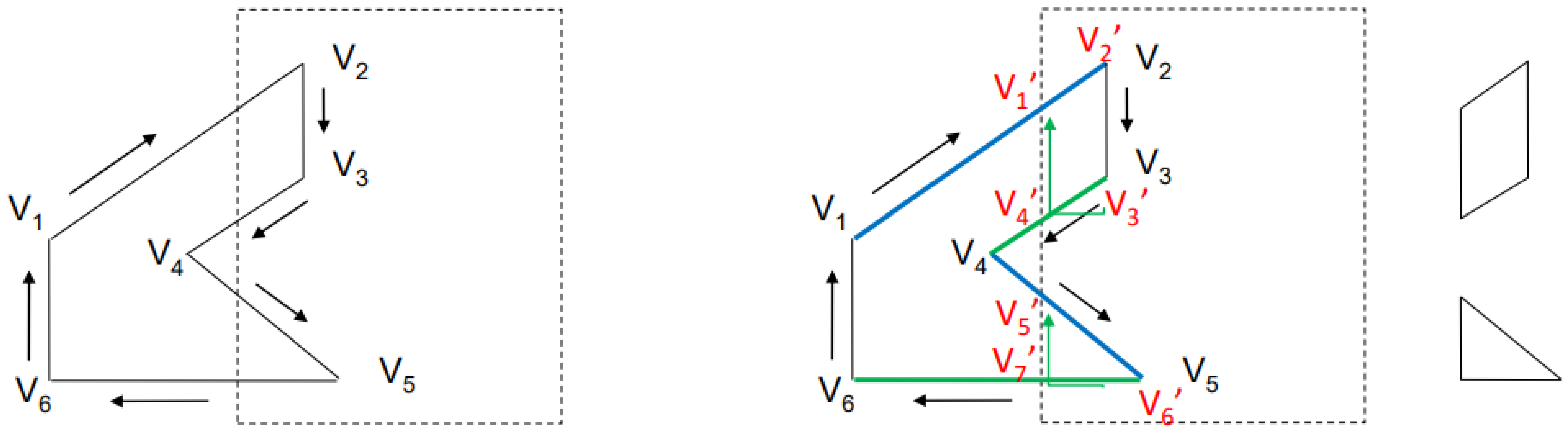
Clipping (클리핑): 다각형

- **Sutherland-Hodgeman 알고리즘**
  - 각 윈도우 경계 (상하좌우)에 대하여 다음 알고리즘을 적용
  - 4가지 경우로 구분하여 다각형 꼭지점을 재구성



Clipping (클리핑): 다각형 - Weiler-Atherton 알고리즘

- Weiler-Atherton 알고리즘
  - 오목 다각형 클리핑 시 발생할 수 있는 Sutherland-Hodgeman 알고리즘의 문제점을 해결
    - 시계방향으로 꼭지점을 따라간다
    - 외부 → 내부: 폴리곤 경계를 따라간다.
    - 내부 → 외부: 폴리곤 경계를 시계방향으로 따라간다.



이번 주에는

- **윈도우와 뷰포트**
- **클리핑**
  - 점 클리핑
  - 선 클리핑
  - 다각형 클리핑

- **다음 시간에는**
  - 3차원 그래픽스의 기하변환