Лабораторна робота №3

Звіт

з дисципліни

“Моделювання систем”

студента групи ІПС-31

Самойлича Євгенія

Варіант №9

1. Постановка задачі: створити програму, яка реалізує метод параметричної ідентифікації параметрів з використанням функцій чутливості для математичної моделі.

$$\frac{d^2y_1(t)}{dt^2} + \frac{(c_2 + c_1)}{m_1} y_1(t) - \frac{c_2}{m_1} y_2(t) = f_1(t),$$

$$\frac{d^2y_2(t)}{dt^2} - \frac{c_2}{m_2} y_1(t) + \frac{(c_2 + c_3)}{m_2} y_2(t) - \frac{c_3}{m_2} y_3(t) = f_2(t),$$

$$\frac{d^2y_3(t)}{dt^2} - \frac{c_3}{m_3} y_2(t) + \frac{(c_4 + c_3)}{m_3} y_3(t) = f_3(t).$$

2. Зчитуємо початкові дані з файлу та вносимо у програму початкове наближення.

```
dataY = load("y9.txt", " ");
c = [0.14, 0.2, 0.2, 0.1]';
m = [9, 28, 18]';
t0 = 0;
T = 50;
h = 0.2;
eps = 1e-12;
```

3. Робимо першу ітерацію чисельного ітераційного методу.

```
U = zeros(6, 3);
A = matrixA(m, c);
y = dataY(:, 1);
deltaY = zeros(6, 1);
leftI = zeros(3, 3);
rightI = zeros(3, 1);
I = 0.0;
```

Рахуємо інтеграли за допомогою сум Рімана

```
for i = 2:size(dataY, 2)
        newU = U_RK(A, U, y, m, c, h);
        newY = Y_RK(A, y, h);
        newdeltaY = dataY(:, i) - newY;
```

```
        leftI = leftI + (newU' * newU + U' * U) * h / 2;
        rightI = rightI + (newU' * newdeltaY + U' * deltaY) * h / 2;
        I = I + (deltaY' * deltaY + newdeltaY' * newdeltaY) * h / 2;
        U = newU;
        y = newY;
        deltaY = newdeltaY;
    end
```

Визначаємо Δβ за формулою:

$$\Delta\beta = \left(\int_{t_0}^{T} U^T(t)U(t)dt\right)^{-1} \int_{t_0}^{T} U^T(t)(\bar{y}(t) - y(t))dt.$$

```
    deltaBeta = leftI \ rightI;
```

Обчислюємо нові значення оцінюваних параметрів

```
    c(2) = c(2) + deltaBeta(1);
    c(4) = c(4) + deltaBeta(2);
    m(1) = m(1) + deltaBeta(3);
```

Перевіряємо умови зупинки алгоритму

```
    if (norm(deltaBeta) < eps)
        break;
    end
    if (I < eps)
        break;
    end
```

4. Продовжуємо робити ітерації, допоки умови зупинки не будуть виконанні.
5. Після усіх ітерацій отримали такі оцінювані параметри

```
c2 = 0.300001
c4 = 0.120000
m1 = 12.000028
```

6. Метод Рунге-Кутти

Задана система диференціальних рівнянь в нормальній формі

$$\frac{dy}{dt} = f(y,t),\ y(t_0) = y_0, \tag{3.8}$$

де $y = (y_1, y_2, \ldots, y_m)^T$, $f(y,t) = (f_1(y,t), f_2(y,t), \ldots, f_m(y,t))^T)$, y_0 – задана точка, $t \in [t_0, T]$.

Для чисельного інтегрування можна застосувати метод Рунге-Кутти 4-го порядку з постійним кроком h, $y_n = y(t_n)$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),\ n = 0, 1, \ldots, n-1,$$

де

$$k_1 = hf(y_n, t_n).$$

$$k_2 = hf(y_n + \frac{1}{2}k_1, t_n + \frac{1}{2}h),$$

$$k_3 = hf(y_n + \frac{1}{2}k_2, t_n + \frac{1}{2}h),$$

$$k_4 = hf(y_n + k_3, t_n + h),$$

$$t_{n+1} = t_n + h,\ n = 0, 1, \ldots N-1,\ t_0 < t_1 < \ldots < t_N = T.$$

Для вектору *y* метод Рунге-Кутти базується на визначенні

$$\frac{dy}{dt} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{(c_2+c_1)}{m_1} & 0 & \frac{c_2}{m_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_2}{m_2} & 0 & -\frac{(c_2+c_3)}{m_2} & 0 & \frac{c_3}{m_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{c_3}{m_3} & 0 & -\frac{(c_4+c_3)}{m_3} & 0 \end{pmatrix} y = Ay$$

```
k1 = h * A * y;
k2 = h * A * (y + k1 / 2);
k3 = h * A * (y + k2 / 2);
k4 = h * A * (y + k3);
```

```
vector = y + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6;
```

Для матриці *U* метод Рунге-Кутти базується на визначенні

$$\frac{dU(t)}{dt} = AU(t) + \frac{\partial(Ay)}{\partial\beta},\ U(t_0) = 0$$

Часткову похідну $\frac{\partial(Ay)}{\partial\beta}$ знаходимо аналітичним шляхом.

```
dAy_dbeta = zeros(6, 3);
dAy_dbeta(2, 1) = (-y(1) + y(3)) / m(1);
dAy_dbeta(2, 3) = ((c(2) + c(1)) * y(1) + c(2) * y(3)) / (m(1) * m(1));
dAy_dbeta(4, 1) = (y(1) - y(3)) / m(2);
dAy_dbeta(6, 2) = -y(5) / m(3);
k1 = h * (A * U + dAy_dbeta);
k2 = h * (A * (U + k1 / 2) + dAy_dbeta);
k3 = h * (A * (U + k2 / 2) + dAy_dbeta);
k4 = h * (A * (U + k3) + dAy_dbeta);
matrix = U + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6;
```