Semantische Tableaux met Predikatenlogica, week 5

Deze week gaan we weer aan de slag met ST, maar dit keer gebruiken we eerste orde logica!

Set 1

Deze doen we in de les.

1. $\forall x \forall y\ P(x, y)\ \therefore\ P(a, a)$
2. $\forall x\ P(x) \therefore\ \exists x\ P(x)$
3. $\exists x \exists y\ P(x, y)\ \therefore P(a, a)$
    - *Wacht eens even, komt hier nou hetzelfde uit als bij 1.?*
4. $\forall x\ (A(x) \wedge\ B(x)) \therefore\ \forall x\ A(x)$
    - *Oei, hier moeten we even opletten. Tijd voor een nieuwe 'regel'?*

Set 2

Dit is huiswerk.

Construeer semantische tableaus voor de volgende logische formules (Maak gebruik van Reductio ad Absurdum!). Concludeer of de stelling klopte of niet. Zo niet, geef een concreet tegenvoorbeeld.

1. $\exists x\ Ax \therefore\ \forall y\ Ay$
2. $\exists x\ Ax \therefore\ \exists y\ Ay$
3. $\forall x\ (Ax \wedge\ Bx) \therefore\ \exists x\ Bx$
4. $\forall x\ (Ax \wedge\ Bx) \therefore\ Ax$
5. $\forall x\ (Ax \vee Bx) \therefore\ Ax$
6. $\vdash \forall x\ (Ax \rightarrow\ (Ax \vee Bx))$
7. $\vdash \forall x\ (Ax \rightarrow\ (\neg Ax\ \rightarrow\ Bx))$

Set 3

Deze doen we in de les.

Bewijs met behulp van semantische tableaus dat de volgende stellingen waar zijn:

1. $\vdash \forall x\ (\ Ax \rightarrow (Bx \rightarrow Ax))$
2. $\vdash \forall x\ (\ (\neg Ax \rightarrow \neg Bx) \rightarrow (Bx \rightarrow Ax))$

Set 4

Dit is huiswerk.

Bewijs met behulp van semantische tableaus dat de volgende stellingen waar zijn:

1. $\vdash \forall x\ Ax \leftrightarrow \forall y\ Ay$
2. $\vdash \forall x \forall y\ (\ A(x, y) \rightarrow (Bx \rightarrow A(x, y)))$
3. $\vdash \exists x(Ax \vee Bx) \rightarrow\ (\exists x Ax \vee \exists x Bx)$
4. $\vdash \forall x(Ax \rightarrow Bx) \rightarrow (\exists x(Ax \rightarrow Bx))$

Set 5

Dit is huiswerk.

Probeer, gebruikmakend van semantische tableaus, te concluderen of de volgende stellingen waar zijn. Zo ja, probeer dit logisch te verklaren met woorden. Zo niet, geef een concreet tegenvoorbeeld. Let op! Natuurlijke taal is lastig en soms kan je een stelling op meerdere manieren interpreteren. Lees de teksten zo goed mogelijk.

1. Alle mensen zijn sterfelijk. Vincent is een mens. Dus is Vincent sterfelijk.
2. Alle mensen zijn sterfelijk. Apollo is sterfelijk. Dus is Apollo een mens.
3. Alle docenten geven les. Eenieder die les geeft en slim is, kan goed uitleggen. Bart is slim. Dus, Bart kan goed uitleggen.
4. Als er een docent is die logica kan uitleggen, dan halen alle studenten LOG. Ik haal LOG niet. Dus of alle docenten kunnen niet uitleggen, of ik ben geen student.