

计算机动画复习

计算机动画复习

动画基本知识、动画形成的视觉原理

传统动画应用于三维计算机动画的基本原则

2D Shape Blending涉及哪两个子问题？基于内在形状插值的多边形渐变方法的基本思想？Edge Tweaking的思想？

两个子问题

基于内在形状插值的多边形渐变方法的基本思想

Edge Tweaking的基本思想

内在形状插值法的优缺点

图像morphing的原理

基于网格的图像morphing原理

基于线对的图像morphing方法

二、三维形状渐变(morphing)各有什么优缺点

二维

三维

基于星型物体的多面体morphing方法

基于体表示的三维morphing方法

粒子系统的基本原理

Boids模型的三条原则，每条原则的含义

Reynolds导航方法中的追逐和躲避模型、障碍避免模型、路径跟随、流场跟随行为模型、领导模型

追逐和躲避模型

障碍避免模型

路径跟随模型

流场跟随行为

领导模型

基于社会力模型的群体行为模拟方法的基本原理

相互速度障碍物（RVO）原理

正向运动学、逆向运动学（IK）原理

逆向雅各比方法求解IK的原理

循环坐标下降法原理（CCD）

运动捕获系统（MOCAP）流水线

基于运动捕获的关节动画制作的优缺点

骨架与角色模型的绑定原理，顶点混合的原理，顶点混合的数学表示

骨架与角色模型的绑定原理

顶点混合的原理

顶点混合的数学表示

基于Blend Shapes表情动画的原理

Deformation和Morphing的区别。与物体表示无关的变形原理

扩展的FFD方法EFFD的原理

EFFD：

基于cage的变形原理

Laplacian的微分坐标及其变形原理

布料动画的核心问题，布料的物理机械性能主要包括那几种力？

核心问题

布料的物理机械性能

Provot的衣服模型原理

弹簧-质点模型：

布料动画中大步长隐式方法的原理

隐式曲面表示的优缺点

动画基本知识、动画形成的视觉原理

- 'animate' == 'to give life to'
- 移动不能自己移动的物体
- 在图形上加上时间这一维度
- 动画师指定物体如何在时间或者空间域上移动
- 运动是动画的要素

动画：通过以每秒若干帧的速度顺序地播放静止图像帧以产生运动错觉的艺术

视觉原理：利用了人的视觉残留这一特点，即上个画面的残留还未消失，下一个画面又进入视觉，这样循环往复，在人的眼中形成动态的画面

传统动画应用于三维计算机动画的基本原则

- Squash and Stretch 挤压和伸展

通过物体形变来表现物体的刚度和质量，通常使变形的物体保持体积不变。e.g.肌肉变形

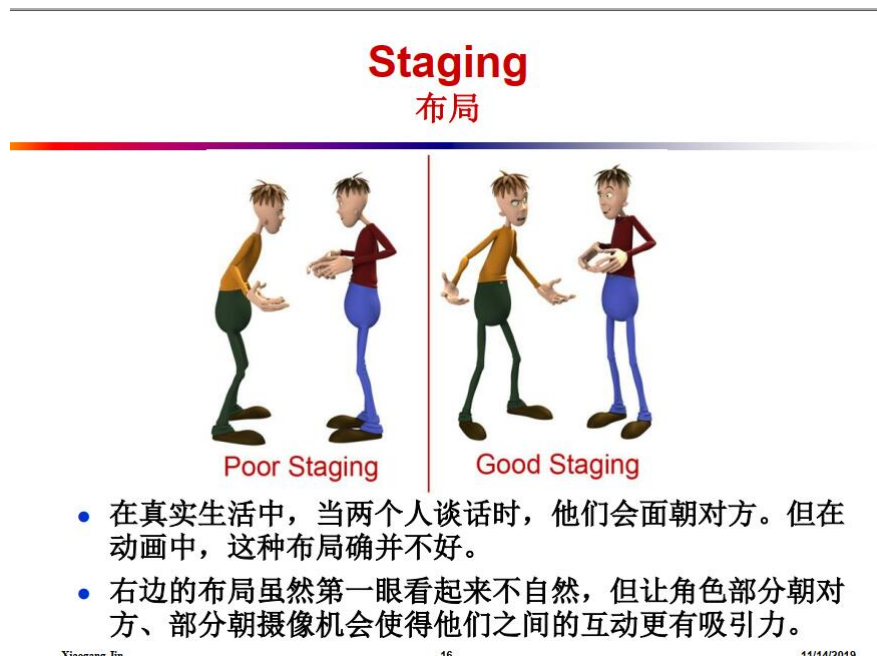
- Anticipation 预期性

动画中的动作通常包括动作的准备、实际的动作和动作的完成三部分。第一部分就叫做预期性。

- Staging 布局

布局就是以一种容易理解的方式展示动作或对象。角色的仪态及表演方式，配合适当的摄影机运动，使得动画

能够有效地表达角色的特性及故事中的信息；如果角色、环境和道具放置得不合理，会使得观众分心和困惑。



- Straight-Ahead Action and Pose-to-Pose Action 连贯动作法与关键动作法

属于两种不同的动画制作方式

前者根据连续的动作依序制作每一帧画面

后者是先定义关键的主要动作，而后再制作关键动作间的画面(关键帧方法)

- Follow-Through and Overlapping Action 跟随动作与重叠动作

动作恒动。当一个物体运动的时候，身上部分也会一起动

- Slow In and Slow Out 慢入慢出
慢入和慢出是指动作的加速和减速。自然界中物体的运动具有加速和减速的性质
- Arcs 弧形动作
在制作动画时，角色的运动轨迹就不应是直线，而应该也是比较自然的曲线。
只有在特殊的情况下，角色或者角色的一部分会完全沿着直线运动
- Secondary Action 附属动作
当角色进行主要动作时，附属于角色的部分，例如触须、尾巴等，会以附属动作来点缀主要动作的效果
附属运动为动画增添乐趣和真实性
- Timing 掌握时序
时间的调配和选择是影响动画效果的最关键因素之一。
掌握动画节奏！通过时序来表现物体的大小、重量和个性
- Exaggeration 夸张
夸张手法用于强调某个动作，但使用时应小心谨慎，不能随意。使用夸张手法时，要注意明确动作或者序列的表现目标，然后确定哪一部分需要夸大表现。使用夸张的结果通常是动画更加真实和有趣。
- Solid drawing
- Appeal 吸引力
吸引力是指任何观众愿意观看的东西,以表现出角色的个性。
目标：建立角色与观众的某种联系
当设计角色时，以独特的造型或姿态来提高观众对角色的印象。例如高矮胖瘦可分别代表角色的不同个性
- Depth of Field 景深
焦点附近的物体很清晰，而离焦点远的景物变模糊
- Balance & Weight 平衡及重量感
了解运动物体的重心所在，重心的位置可影响物体在视觉上的稳定度；
物体在视觉上的轻重如何，除了在造型上予以定义外，也需由动作来表现物体的重量感

2D Shape Blending涉及哪两个子问题？基于内在形状插值的多边形渐变方法的基本思想？Edge Tweaking的思想？

两个子问题

1. 顶点的对应关系问题
2. 顶点的插值问题

基于内在形状插值的多边形渐变方法的基本思想

1. 乌龟几何

- 设 $m=n-1$ ，逆时针方向的角为正的， P_0 为形状的平移锚点(anchor point)，我们的目标是计算中间多边形的顶点 $P_i (i=1, 2, \dots, m)$, $0 \leq t \leq 1$ 。
- 通过计算多边形 P_A 和 P_B 的边长和有向顶点角，我们得到多边形的内在定义 $\{\alpha_0, L_0, (\theta_i, L_i)_{i=1}^m\}$ ：

$$\alpha_{A_0} = \theta(x, P_{A_0}, P_{A_1})$$

$$\alpha_{B_0} = \theta(x, P_{B_0}, P_{B_1})$$

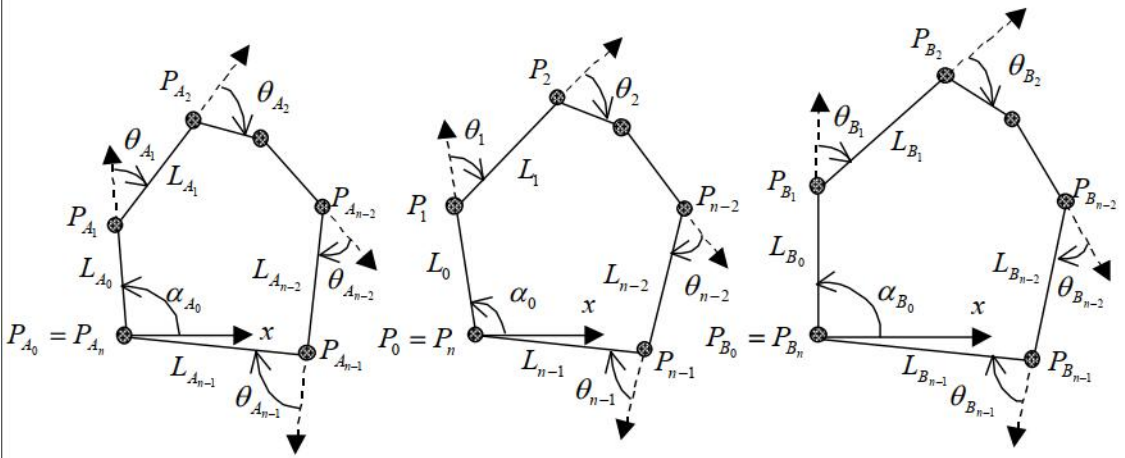
$$\theta_{A_i} = \theta(P_{A_{i-1}}, P_{A_i}, P_{A_{i+1}})$$

$$\theta_{B_i} = \theta(P_{B_{i-1}}, P_{B_i}, P_{B_{i+1}})$$

$$L_{A_i} = |P_{A_{i+1}} - P_{A_i}|$$

$$L_{B_i} = |P_{B_{i+1}} - P_{B_i}|$$

其中： $\theta(P_{A_{i-1}}, P_{A_i}, P_{A_{i+1}})$ 表示边 $P_{A_{i-1}}P_{A_i}$ 和边 $P_{A_i}P_{A_{i+1}}$ 之间的有向夹角



多边形的内在定义

2. Lagrange乘数法优化

3. 对关键帧多边形的边长和顶点角进行插值

乌龟几何使得我们可以获取边长和顶点

- 那么中间多边形可由插值相应的边长和顶点角得到：

$$\alpha_0 = (1-t)\alpha_{A_0} + t\alpha_{B_0}$$

$$\theta_i = (1-t)\theta_{A_i} + t\theta_{B_i} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$L_i = (1-t)L_{A_i} + tL_{B_i} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

Edge Tweaking的基本思想

上述插值过程中会出现头尾不相接的问题，为了解决，提出Edge Tweaking

- 一个解决方法为保持插值的顶点角不变，适当调整插值得到的边长(Edge Tweaking):

$$L_i = (1-t)L_{A_i} + tL_{B_i} + S_i, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, m)$$

- 如果关键多边形的某一条对应的边具有相同的长度 L ，那么我们认为中间多边形的边长也为 L ，因此我们可认为 $|S_i| \propto |L_{A_i} - L_{B_i}|$ 。为了防止除以零，我们定义：

$$L_{AB_i} = \max\left\{|L_{A_i} - L_{B_i}|, L_{tol}\right\}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, m)$$

$$\text{其中 } L_{tol} = 0.0001 \times (\max_{i \in [0, m]} |L_{A_i} - L_{B_i}|)$$

- 我们的目标是为了求得 S_0, S_1, \dots, S_m ，使目标函数：

$$f(S_0, S_1, \dots, S_m) = \sum_{i=0}^m \frac{S_i^2}{L_{AB_i}^2}$$

最小，并且 S_0, S_1, \dots, S_m 应满足约束条件(强迫多边形封闭)：

$$\varphi_1(S_0, S_1, \dots, S_m) = \sum_{i=0}^m [(1-t)L_{A_i} + tL_{B_i} + S_i] \cos \alpha_i = 0$$

$$\varphi_2(S_0, S_1, \dots, S_m) = \sum_{i=0}^m [(1-t)L_{A_i} + tL_{B_i} + S_i] \sin \alpha_i = 0$$

其中 α_i 是由矢量 $P_i P_{i+1}$ 和 x 轴构成的有向角，

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \theta_i, (i = 1, 2, \dots, m)$$

- 这是个具有约束条件的极值问题，可用**Lagrange**乘数法来求解。引进**Lagrange**函数：

$$\Phi(\lambda_1, \lambda_2, S_1, S_2, \dots, S_m) = f + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2$$

其中 λ_1, λ_2 为**Lagrange**乘数。对 Φ 求偏导得：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial S_i} = \frac{2S_i}{L_{AB_i}^2} + \lambda_1 \cos \alpha_i + \lambda_2 \sin \alpha_i = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, m)$$

$$\sum_{i=0}^m [(1-t)L_{A_i} + tL_{B_i} + S_i] \cos \alpha_i = 0$$

$$\sum_{i=0}^m [(1-t)L_{A_i} + tL_{B_i} + S_i] \sin \alpha_i = 0$$

内在形状插值法的优缺点

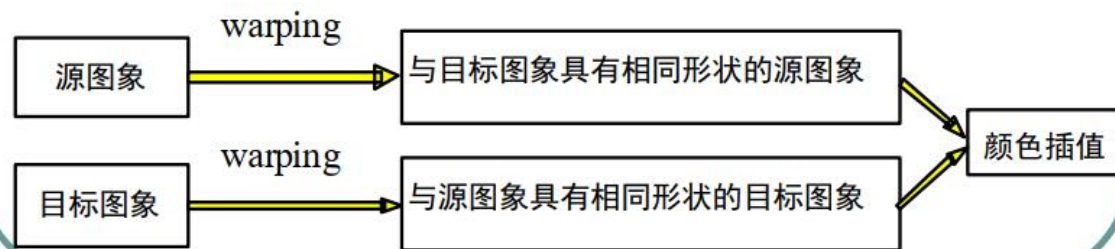
- 优点：简单；能在一定程度上避免形状插值中出现的收缩和纽结现象，这在二维角色动画中尤其有用。
- 缺点：不能处理曲线形状；当源和目标多边形中包含短边时，由于计算短边的方向不稳定，中间帧多边形有可能产生较严重的畸变。

图像morphing的原理

- 设 P_0 为源图象上的点， P_1 为目标图象上的点，则源图象和目标图象的warping函数 W_0 和 W_1 分别定义为：

$$\begin{aligned} W_0(P_0, t) &= (1-t)P_0 + tC_0(P_0) \\ W_1(P_1, t) &= (1-t)C_1(P_1) + tP_1 \end{aligned} \quad t \in [0,1]$$

- 当两幅图象变形对齐后，我们可采用简单的颜色插值得到中间帧图象。



基于网格的图像morphing原理

采用的网格通常为双三次样条曲面，如Bezier样条曲面、Catmull-Rom样条曲面等

- 在源图象中，我们放置曲面网格 M_s (上排所示)， M_s 指定了控制顶点的坐标。在目标图象中，我们放置网格 M_D (下排所示)， M_D 指定了 M_s 在目标图象的对应点。
- 曲面 M_s 和 M_D 用来定义把源图象的所有点映射到目标图象的空间变换， M_s 和 M_D 的拓扑关系相同。
- 为了简单起见，网格的边界通常与图象的边界重合，而且冻结不动。

中间帧图象可以下面的四个步骤来生成：

1. 线性插值网格 M_s 和 M_d ，得到网格 M 。
2. 应用由网格 M_s 和 M 定义的变换，使源图象 I_s 扭曲变形到 I_0 。
假设 M_s 对应的曲面为 $P^s(u,v) = \sum \sum P_{ij}^s B_i(u) B_j(v)$ ， M 对应的曲面为 $P(u,v) = \sum \sum P_{ij} B_i(u) B_j(v)$ ，则图象 I_0 的计算过程为：对于 I_0 上的每一像素 \tilde{P} ，由 $\sum \sum P_{ij} B_i(u) B_j(v) = \tilde{P}$ 计算出满足该公式的参数 (\tilde{u}, \tilde{v}) ，则 I_0 上 \tilde{P} 点的颜色值为图象 I_s 上点 $P^s(\tilde{u}, \tilde{v})$ 的颜色值（或双线性插值）。
3. 应用由网格 M_d 和 M 定义的变换，使目标图象 I_d 变形到 I_1 。
4. 对图象 I_0 和 I_1 进行线性插值，得到中间帧图象。

逆向映射：去源图像上寻找当前点的颜色等属性值

- 单幅图象的warping映射有两种方法：
 - 正向映射。正向映射为逐个扫描源图象素，然后把它拷入目标图象的适当位置。
 - 逆向映射。其思想是逐个扫描目标图象的象素，根据其位置采样源图象。
- 逆向映射有一个很好的优点：目标图象中的每一个象素都可以在源图象中找到对应值。而对于正向映射，目标象素的某些象素可能没有被置上，这些空洞必须通过插值来填上。

基于线对的图像morphing方法

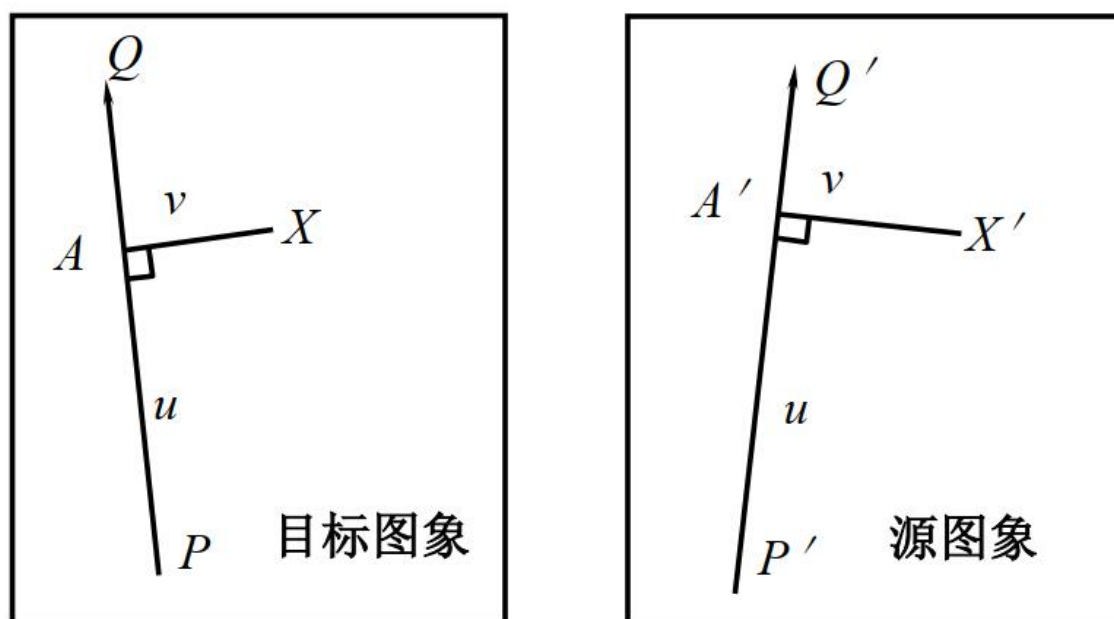
优点：直观

缺点：有可能生成一些意料之外的图像

采用逆向映射的方法，两幅图像之间的变换可以用一对直线来指定

- 单对线对变换：

- 两幅图象之间的变换可以用一对直线来指定。
- 设 I_S 为源图象， I_D 为目标图象。若先在源图象中定义一条有向直线段，再在目标图象中定义一条有向直线段，那么这一对直线段定义了一个从一幅图象到另一幅图象的映射，该映射把一条直线映为另一条直线。
- 设从 $I_S \rightarrow I_D$ 的映射为 $f: X' \rightarrow X$ ， A 为 X 在 PQ 上的投影， u 为 PA 与 PQ 的比， v 为 XA 的长度，如下图所示，



单对线对

- 若只有一对直线段，则图象变换的过程可描述如下：对于任一 $X \in I_D$ ，计算 u, v, X' 的值，然后把源图象在 X' 处的颜色值赋给目标图象的 X 像素，即：

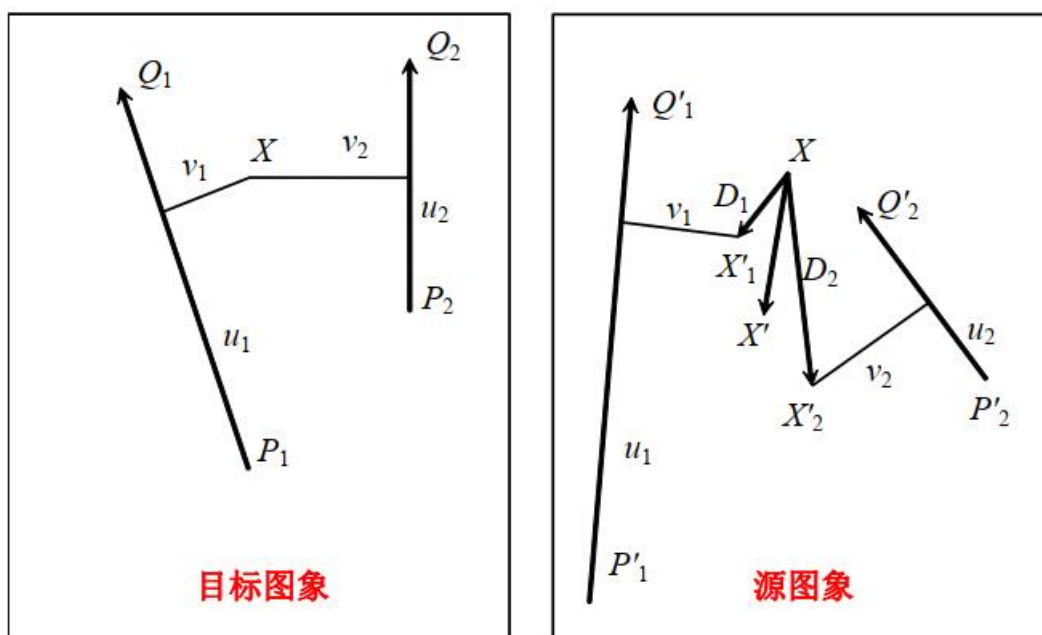
$$I_D(X) \leftarrow I_S(X')$$

- 一对直线之间的变换实际上是一个由旋转、平移和比例变换复合成的变换。
- 多对线对变换：

- 由多对直线所指定的变换要比由一对直线所指定的变换复杂得多。
- 设 $X \in I_D$ ，对于每一对直线对 i ，都有一个与它对应的点 X'_i ，如下图所示。设 $D_i = X'_i - X$ ，显然 D_i 为由第 i 对直线变换所引起的象素位置的偏移量。
- 对所有的偏移量进行加权平均，得：

$$D = \sum_{i=1}^n w_i D_i / \sum_{i=1}^n w_i$$

- X' 可取为 $X' = X + D$



二、三维形状渐变(morphing)各有什么优缺点

二维

- 优点
 - 计算简单
- 缺点
 - 二维图像对应的物体存在没有三维几何信息，因此不能像三维物体一样进行几何变换

三维

- 优点
 - 能生成更加逼真和生动的特技效果
 - 能生成精确的光照和阴影效果
 - 一旦得到中间帧物体序列，就可以用不同的摄像机角度和光照条件对他们进行重画，也可以把他们与其他的三维场景相结合进行绘制
- 缺点

基于星型物体的多面体morphing方法

该方法通过合并一对三维多面体物体模型的拓扑结构，使得它们具有相同的顶点/边/面网络结构，然后对相应的顶点进行插值。

- 同构（homeomorphic）或拓扑等价（topologically equivalent）：两个物体被称为是同构的如果两个物体表面上的点存在一个连续、可逆的一一映射。
- 欧拉有效（Euler Valid）：如果一个物体的拓扑满足**广义欧拉公式** $V-E+F=2-2G$ ，则称该物体为欧拉有效。其中 V 、 E 、 F 分别为拓扑网络结构的顶点、边和面数目， G 为物体的亏格（genus）。
 - 对于一个四面体， $V=4$ ， $E=6$ ， $F=4$ ， $G=0$ ，显然它是欧拉有效的。

通过合并拓扑结构将这一个物体的形状变换为另一个物体的形状通常可分为以下两步：

- 建立原物体表面上的点与目标物体上的点对应关系——对应问题
- 插值对应的点——插值问题

建立点的对应关系是难点，而插值问题则比较简单

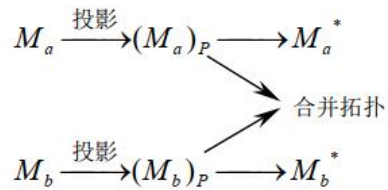
- 对于亏格为零的两个多面体，显然它们都同构于球。
- 设想它们象气球一样可充气，我们把它们都充成球形，则物体表面上的点与球面上的点存在着——对应关系。
- 如果来自一个物体的点 V_1 与来自另一个物体的点 V_2 映射到球面上的同一点，则设定 V_1 与 V_2 相对应。这就是合并拓扑结构的基本思想。
- 基于上述思想，可采取下面的三个步骤来建立亏格为零的多面体之间的对应关系：
 - 把两个多面体投影到单位球面上；
 - 将投影在单位球面上的两个拓扑结构合并在一起构成一个新的拓扑结构；
 - 将新的拓扑结构映射回原来的两个多面体。
- 这样得到的两个新的模型与原来的模型具有相同的形状，且共享相同的拓扑结构，也就是说建立好了相应的顶点对应关系。

记号

- A, B : 原始物体
- M_a, M_b : 原始多面体物体的模型
- $V_a, E_a, F_a, V_b, E_b, F_b$: 顶点、边、面
- $(M_a)_P, (M_b)_P$: M_a, M_b 到单位球面的投影
- $(V_a)_P, (V_b)_P, (M_a)_P, (M_b)_P$ 的顶点
- 并用小写字母表示特定的拓扑元素, 如 e_a 表示 M_a 的某条边。

19

拓扑合并过程



$(M_a)_P, (M_b)_P$ 合并拓扑后, M_a^* 和 M_b^* 具有相同的拓扑结构。

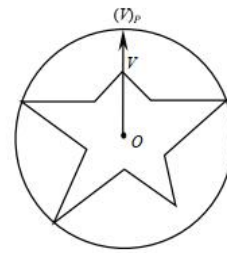
20

投影方法

- 上述合并拓扑中的投影方法必须足两个条件:
 1. 投影方法必须是一一对应的, 即物体表面上的点和单位球面上的点是一一对应。
 2. 投影方法必须是连续的, 即很小半径区域内的点投影到很小半径区域内点。
- 在这里, 我们讨论凸体和星形物体的投影。所谓**星形物体**, 是指物体中至少有一点, 从该点可见多面体的所有顶点。显然, 凸体是星形物体的特例, 而星形物体则可以是凹体。
- 上述定义实际上提供了一种投影的方法。在物体内选一内点, 连接 O 和物体的顶点 V , 射线 OV 和单位球面的交点即为 V 的投影点 $(V)_P$ 。也就是说, 从 O 点出发, 沿 OV 方向距 O 点单位距离的点即为 V 的投影点 $(V)_P$ 。

21

星形物体的投影方法



22

顶点对应关系建立后, 通常采用线性插值或Hermite插值来插值相应的顶点

插值可能出现的问题:

- 对于边数大于3的面, 在顶点插值过程中, 原来共面的面有可能变成不共面。一个解决方法是在插值前对和的面三角化
- 插值过程中物体有可能自交

对于如颜色、纹理、透明度等非几何属性的插值问题, 可采用以下方法:

- 对于中间帧模型的某一点, 计算该点再相应面的面积坐标
- 根据该面积坐标, 计算出该点在原关键帧物体中相应的点
- 插值原关键帧物体中相应点的非几何属性

基于体表示的三维morphing方法

1. 思想

给定源体 S 和目标体 T , 与二维图像morphing的思想类似, 该方法首先根据指定的对应特征生成一空间变换, 该变换使给定的两个体扭曲变形 (warp) 成 S' 和 T' , 达到几何对齐的目的。然后对得到的两个扭曲变形体 S' 和 T' 进行混合。

2. 优点与缺点:

优点:

基于体的三维morphing方法与物体的几何和拓扑结构无关

由于多面体、NURBS等几何表示的物体可以转化为体表示, 基于体表示的morphing提供了一种统一的处理方法

缺点:

走样现象较为严重, 结果的精度通常没有基于几何表示的三维morphing方法好

为了获得较高精度的体素表示，几何模型需要扫描转换为 $300 \times 300 \times 300$ 或者更高的体素表示，计算时间较费。

3. 几何对齐

- 在基于体表示的三维morphing中，首先要使给定的两个体扭曲变形，达到**几何对齐**。
- 为了实现几何对齐，动画师在源体和目标体中指定特征元素对 (e_s, e_t) ，特征元素包括**点、线、长方形和长方体**。
- 为了便于在三维空间指定特征，Lerios把特征的位置和朝向编码为一个包含四个向量的**特征局部坐标系**，这四个向量包括一个**位置向量c**和三个定义坐标轴方向的**正交单位向量x, y, z**。
- 另外，特征元素还包括比例缩放因子属性 s_x, s_y, s_z ，它们定义了特征沿每个轴的伸展程度。
- 在morphing过程中，这些特征彼此变换到对方。这些变换把S中的特征进行平移、旋转、和比例缩放后，分别与T中对应特征的位置、朝向和大小相匹配。

4. 插值与逆向映射

- **插值**。对对应特征元素 e_s 和 e_t 的局部坐标系和比例缩放因子插值，得到插值的局部坐标系 x', y', z' 和比例缩放因子 s'_x, s'_y, s'_z ，它们决定了特征元素 e' 。
- **逆向映射**。对 s' 中的每一点 P' ，计算它在特征元素 e' 的局部坐标系中的坐标：

$$p_x = \frac{(p' - c') \cdot x'}{s'_x}, \quad p_y = \frac{(p' - c') \cdot y'}{s'_y}, \quad p_z = \frac{(p' - c') \cdot z'}{s'_z}$$

- 由于 P' 在 e' 中的局部坐标与 P 在 e_s 中的局部坐标相同，故 P' 在 S 中的对应点 P 为：

$$p = c + p_x s_x x + p_y s_y y + p_z s_z z$$

- 这样，求得 S 扭曲变形后的体 S' 。用 e_t 取代 e_s ，同理可求得 T' 中的每一点 P' 在 T 中对应点 P ，从而求得扭曲变形后的体 T' 。

5. 多对特征元素时选择加权处理

6. 距离 d_i 的计算方法

- 特征元素的 e_i' 类型不同，距离的计算方法也不同
 - 当 e_i' 为一个点时， d_i 为 P' 与点 e_i' 之间的距离；
 - 当 e_i' 为一条线段时， d_i 为 P' 到 e_i' 的最短距离，这与Beier基于线对的图象morphing中采用的方法一样。
 - 当 e_i' 为长方形时，若 P' 位于长方形内，则距离为零；否则，距离为 P' 到该长方形边的最短距离。
 - 当 e_i' 为长方体时，若 P' 位于长方体内，则距离为零；否则，距离为 P' 到该长方体的所有表面的最短距离。

粒子系统的基本原理

1. 基本假设

- 粒子一般与其他粒子不碰撞
- 除非处于聚集状态，粒子不向其他粒子投射阴影
- 粒子只向其他环境投射阴影
- 粒子不反射光
- 粒子通常有有限的生命周期

2. 基本思想

将许多简单形状的微小粒子作为基本元素聚集起来形成一个不规则的模糊物体，每个粒子均经历出生、成长、衰老和死亡的过程，与粒子有关的每一参数均将受到一个随机过程的控制。

3. 步骤

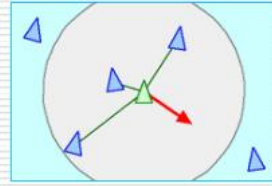
- 生成新的粒子并加入系统中
- 赋予每一新粒子以一定的属性
- 删除那些已经超过其生命周期的粒子
- 根据粒子的动态属性对粒子进行移动和变换
- 绘制并显示由有生命的粒子组成的图形

Boids模型的三条原则，每条原则的含义

优先级递减的群体模拟三大原则

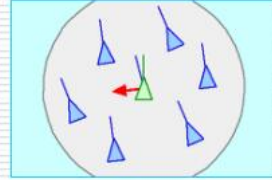
❑ 碰撞避免原则(Collision Avoidance)

- 避免与相邻的群体成员相碰



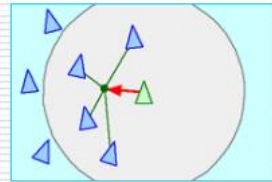
❑ 速度匹配原则(Velocity Matching)

- 尽量保持与周围邻居群体成员的速度匹配



❑ 群体合群原则(Flock Centering)

- 群体成员尽量靠近



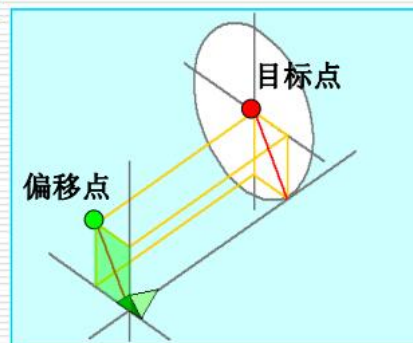
Reynolds导航方法中的追逐和躲避模型、障碍避免模型、路径跟随、流场跟随行为模型、领导模型

追逐和躲避模型

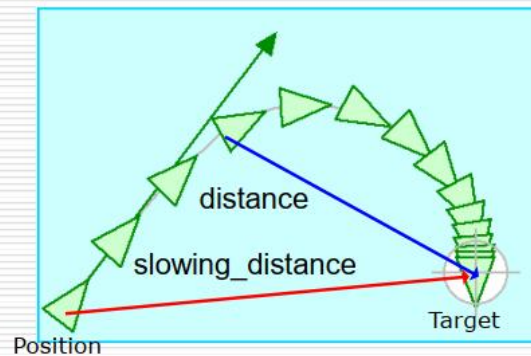
类似于“寻找和逃离”模型，只是目标变为移动的物体。

偏移的追逐(Offset Pursuit)

- ❑ 沿着一条接近目标的路径追逐，但是不直接进入移动的目标（例子，战斗机进行空中扫射）；
- ❑ 对预测的**目标点**进行局部化(在目标角色的局部坐标系)，把局部目标投影到角色的侧向(Side-Up)平面，对偏移向量进行归一化，乘上比例因子R(偏移值)，并把它加到局部目标点，然后把该值进行全局化(变换回世界坐标系)。
- ❑ 采用**寻找(Seek)**行为来接近**偏移点**。



到达(Arrival)

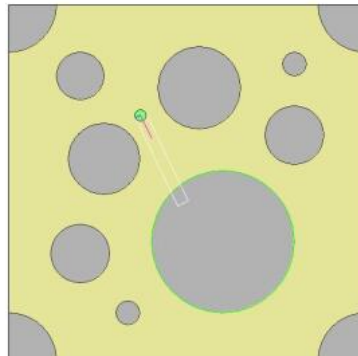


- 当角色远离目标时，到达行为与寻找行为几乎是一样的；
- 但是，寻找行为是以全速穿过目标。而对于到达行为，角色将放慢速度，直到停止，并与目标位置重合。
- 开始减速的距离为到达行为的一个参数；

障碍避免模型

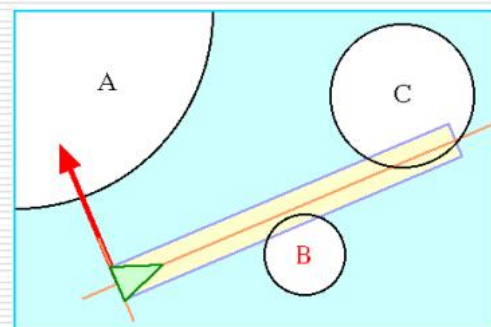
该行为的目标是：在该角色前面，保证有一个假想圆柱的自由空间。

Obstacle Avoidance steering behavior



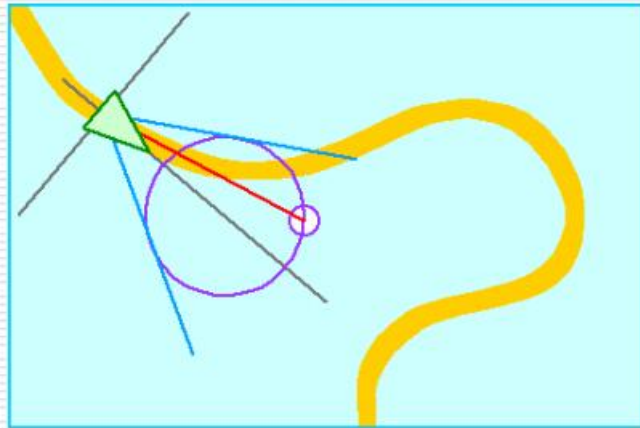
障碍避免返回的值：

- 返回避免最有威胁障碍物的导航值；
- 如果没有碰撞是迫在眉睫的，返回一个特殊值（空值，或零向量），表示在这一时刻不需要纠正量。



徘徊：一种随机导航；

导航方向表示为红色向量
图中的大圆对导航进行约束
小圆对导航的随机偏移量进行约束



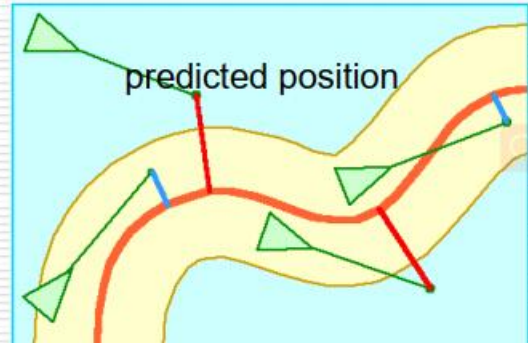
路径跟随模型

沿着一条路径移动角色，并同时保持在脊柱线的指定半径内。

投影距离：小于路径半径时，不需要进行导航校正。

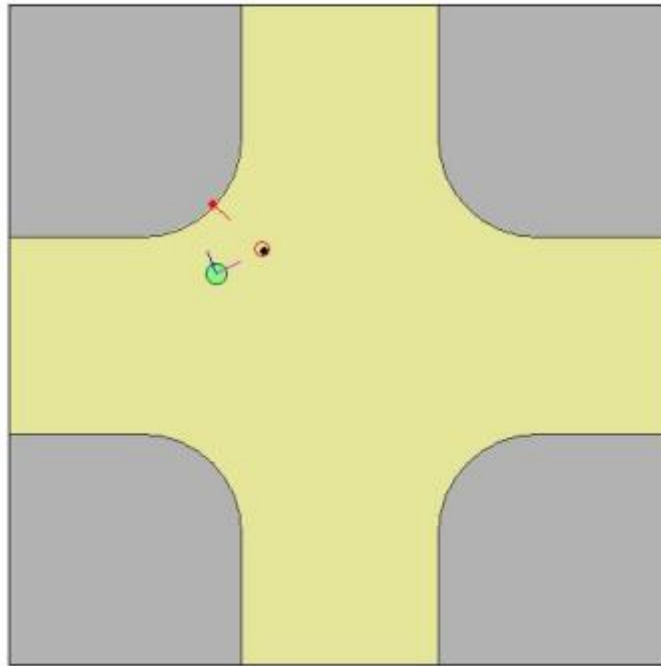
否则，把预测的位置投影到路径上，把该点作为目标点，并进行**寻找(Seeking)**行为。

投影距离(Projection distance)：
从预测位置到最近路径点的距离



沿墙运动：首先根据当前的速度预测一定时间后车辆的位置，把该位置投影到墙上离它最近的点(红点)，把该点沿墙的法向(红线)移动给定的偏移量，从而生成一个目标点(红色的圆)。最后采用寻找(Seek)行为来接近目标点

Wall Following steering behavior



抑制：类似于沿墙运动；车辆使用抑制行为使得它原理标记为灰色的区域。与之前的障碍避免密切相关，但是这种行为可以处理任意形状，并允许车辆导航接近障碍物的表面。

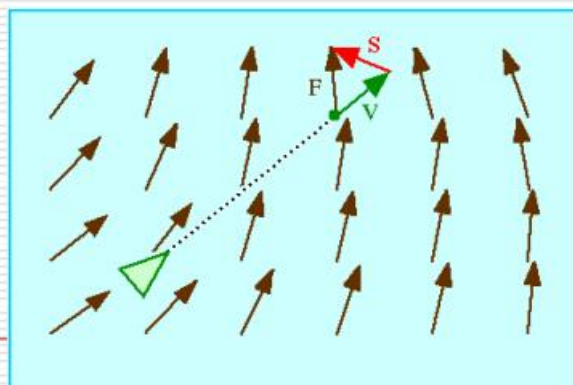
车辆通过探测点测试前面的空间(用白线表示)，当没有接触障碍物时，车辆将采用徘徊行为，以避免使得它的运动与“通道”对齐。当探测点接触到障碍物时，把该点投影到障碍物的表面，并计算这点的法向，沿法向偏移一定量的点作为Seek目标进行导航

流场跟随行为

假设运动区域已经有一个速度流场

估算角色将来的位置并计算在这点的流场

得到的速度(F)即为我们期望的速度，导航方向(S)为期望速度和当前速度的差



领导模型

如果一个跟随成员发现自己处于领导前面的一个矩形区域，它会横向远离领导者的路径；
 否则，到达(arrival)目标为领导后面的一个偏移点；
 跟随成员采用分离行为来避免相互拥挤；



42

基于社会力模型的群体行为模拟方法的基本原理

- 社会力模型以牛顿动力学为基础，由各个力的表达式来体现行人不同的动机和影响。在社会力模型中，由于对影响个体的因素考虑得比较全面，对个体行为的建模比较合理，该模型可以逼真地模拟人群的疏散过程
- 个体的实际行为受主观意识、其他个体及障碍物三方面因素的影响，均可等效为力在个体上的作用

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m_i \underbrace{\frac{v_i^0(t)\mathbf{e}_i^0(t) - \mathbf{v}_i(t)}{\tau_i}}_{\text{自身驱动力 } \mathbf{f}_i^0(t)} + \underbrace{\sum_{j(\neq i)} \mathbf{f}_{ij}}_{\text{其他个体对 } i \text{ 产生的力}} + \underbrace{\sum_w \mathbf{f}_{iw}}_{\text{边界力}}$$

$\mathbf{v}_i(t)$ =行人*i*的实际速度

$\mathbf{r}_i(t)$ =行人*i*的位置

1. 个体*i*的自身驱动力

- 主观意识对个体行为的影响可等效为个体受自身施加的“社会力”，体现了行人以期望的速度移动到目的地的动机。

$$\mathbf{f}_i^0(t) = m_i \frac{v_i^0(t) \mathbf{e}_i^0(t) - \mathbf{v}_i(t)}{\tau_i}$$

m_i 为行人质量， $v_i^0(t)$ 为行人的期望速度， $\mathbf{e}_i^0(t)$ 为行人的期望运动方向； τ_i 为特征时间。

- 期望的运动方向可由行人此刻的位置 \mathbf{r}_i 和目标位置 \mathbf{p} 算出，即

$$\mathbf{e}_i^0(t) = \frac{\mathbf{p} - \mathbf{r}_i}{\|\mathbf{p} - \mathbf{r}_i\|}$$

2. 个体*j*对个体*i*产生的力

$$\mathbf{f}_{ij} = \left\{ A_i \exp\left[\left(r_{ij} - d_{ij}\right) / B_i\right] + k g\left(r_{ij} - d_{ij}\right)\right\} \mathbf{n}_{ij} + \kappa g\left(r_{ij} - d_{ij}\right) \Delta \mathbf{v}_{ji} t_{ij}$$

- $A_i \exp\left[\left(r_{ij} - d_{ij}\right) / B_i\right] \mathbf{n}_{ij}$ 为心理学力
- r_{ij} 为个体*i*和个体*j*的半径之和
- d_{ij} 为个体*i*和个体*j*中心之间的距离
- \mathbf{n}_{ij} 为个体*j*到个体*i*的单位矢量 $\mathbf{n}_{ij} = (n_{ij}^1, n_{ij}^2) = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) / d_{ij}$
- A_i 和 B_i 为常数， A_i 为相互作用的强度

相互速度障碍物（RVO）原理

- 假设个体以匀速前进
- 每个个体在保持与周围个体相对运动的同时，在速度域中计算出可能导致碰撞的速度集合，并对自身速度进行必要的调整。在调整过程中，碰撞避免的任务同时分配给相关的个体，使它们相互协调完成碰撞避免任务

原先的速度障碍物(VO)会出现振荡的情况，这是因为智能体之间没有通讯或者整体的协调

简单的想法：不是选择位于速度障碍物外部的一个新的速度，而是选择当前速度和一个位于速度障碍物外部的速度的平均

但这样环境可能变得很拥挤：没有有效的速度

□ 解决方法：在RVO中选择速度，但对下面这些参数进行惩罚：

- 预计到碰撞的时间
- 到首选速度的距离

□ 以最小的惩罚选择速度

适用于大规模人群

正向运动学、逆向运动学（IK）原理

- 关节空间：由关节角形成的空间；可对所有关节进行细微控制
- 笛卡尔空间：三维空间；指定与环境的相互作用
- 正向运动学：从关节空间映射到笛卡尔空间
- 逆向运动学：从笛卡尔空间映射到关节空间

1. 正向运动学

- 计算整颗树

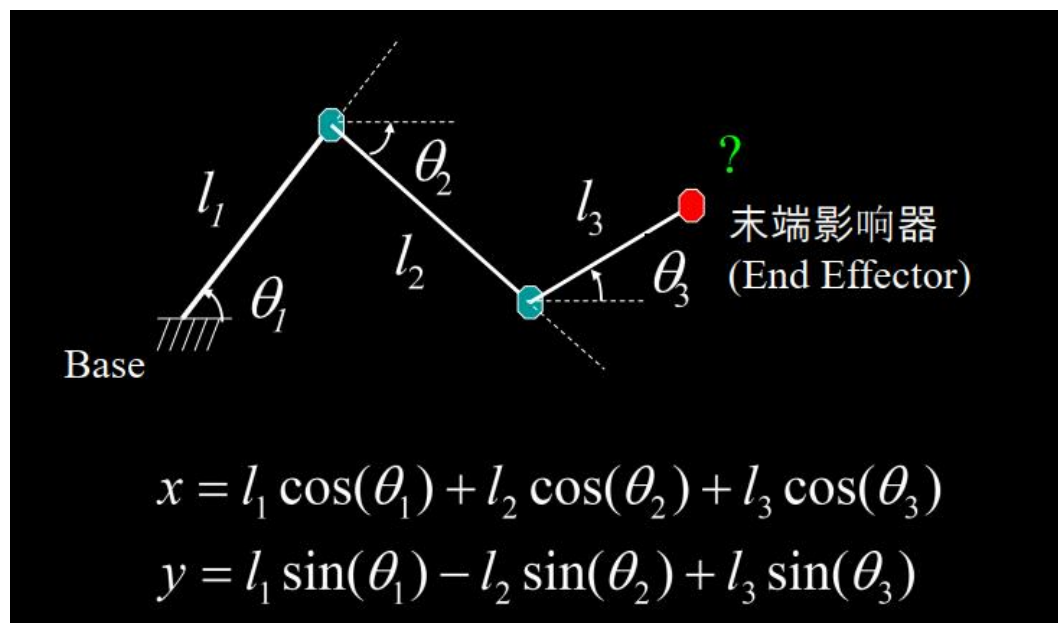
从根节点到叶节点进行深度优先遍历

重复以下步骤，直到所有节点和连接弧都被访问过

□ 对树进行回溯，直到遇到一个未被访问过的向下连接弧

□ 对向下连接弧进行遍历

○ 例子



2. 逆向运动学

- 给定初始姿态向量和目标姿态向量，计算关节向量的值，使得物体满足所需的姿势
可以有0个、1个或多个解
- 存在问题：
2个方程3个未知数有无穷多个解、无解
- 一旦得到关节向量值后，我们可对角色的初始姿势和最终姿势的关节向量值进行插值，从而得到角色的动画
但是如果初始和最终姿势向量有很大差异时，动画效果可能并不好。
解决方法：插值姿态向量；对每个得到的插值姿态向量进行IK计算，得到中间某一时刻的关节向量值
- 逆向运动学求解方法：
解析法Vs数值计算
关节链非常简单的时候，才会存在解析解
数值增量法：逆向雅各比方法

逆向雅各比方法求解IK的原理

逆向雅克比方法

$$P(t) = f(\theta(t)) \quad P \in R^n \text{ (通常 } n = 6 \text{)}$$

$$\theta \in R^m \text{ (} m = \text{自由度)}$$

- 雅克比矩阵为 $n \times m$ 的矩阵，它把 θ 的微分 ($d\theta$) 与 P 的微分相关联 (dP)

$$\frac{dP}{dt} = J(\theta) \frac{d\theta}{dt} \quad \text{其中 } J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial \theta_j}$$

- 所以雅克比矩阵把关节空间的速度映射到笛卡尔空间的速度 $V = J(\theta)\dot{\theta}$

- 逆向雅克比问题为：

$$\theta = f^{-1}(P)$$

- f 是一个高度非线性函数

- 通过把雅克比矩阵求逆，把该问题在当前位置局部线性化 $\dot{\theta} = J^{-1}V$

- 通过一系列增量步骤，迭代到所需要的位置

- 给定初始姿势和所需要的姿势，**迭代**变化关节角，使得末端影响器朝目标位置和方向前进
 - 对于中间帧，插值得到所需的姿态向量
 - 对于每一步 k , 通过上述公式得到关节的角速度 $\dot{\theta}$, 然后执行

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \Delta t \dot{\theta}$$

- 雅克比矩阵把**关节空间的速度**映射到**笛卡尔空间的速度**。

$$X(t) = f(\theta(t)), \quad V = J\dot{\theta}$$

- 逆向雅克比矩阵把**笛卡尔空间的速度**映射到**关节空间的速度**。

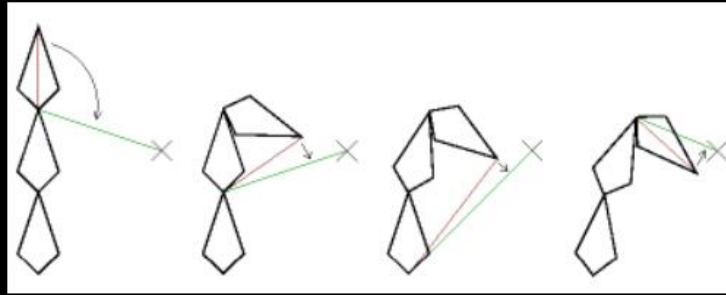
$$\dot{\theta} = J^{-1}V, \quad d\theta = J^{-1}dX$$

还得好好看看

循环坐标下降法原理 (CCD)

循环坐标下降法

(Cyclic Coordinate Descent (CCD))



- 对所有受IK影响的骨骼，按从最远侧子骨骼到父骨骼的顺序执行迭代操作：旋转当前骨骼，使当前骨骼位置到目标骨骼的连线指向IK目标位置。
- 由于所有骨骼是从一个特定状态出发开始IK计算，所得到的结果也会比较稳定。通常5~10次迭代之后就能得到很好的结果。

运动捕获系统 (MOCAP) 流水线

1. 介绍

运动捕获(MoCAP, Motion Capture)采用软硬件系统记录表演者的真实运动信息，并把动作过程复制到一个虚拟的人或动物上

运动捕获可以获取表演者动作的个性和运动细节，是生成逼真人体动画最实用、最有效的方法，因而在影视特技、游戏、动画、机器人控制中被广泛采用

2. 主要思路

- 跟踪参考点的运动
- 把参考点的信息转化为关节角度
- 用关节角驱动关节模型
- 结合运动轨迹，进行角色的控制

3. 流水线

- 标定
- 捕获
- 三维位置重建
- 拟合到骨架
- 后处理

基于运动捕获的关节动画制作的优缺点

1. 优点

只要能被捕获，可记录人体运动的所有细节，运动真实

2. 缺点

不容易进行：编辑、控制

较昂贵

骨架与角色模型的绑定原理，顶点混合的原理，顶点混合的数学表示

骨架与角色模型的绑定原理

在骨架绑定中，皮肤的运动定义为对应控制骨架的函数。

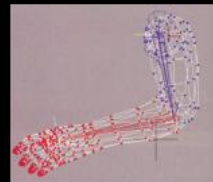
很多骨架绑定系统采用一个称为中性姿势或静止姿势的几何信息。

顶点混合的原理

- **最简单方法**：前臂和后臂仍单独设置动画，但关节处用一柔性的“skin”来连接。
- 柔性部分的一部分顶点由前臂的矩阵来变换，另一部分由后臂的矩阵来变换。即：**一个三角形的顶点可以由不同的矩阵来变换，而不是一个矩阵**。这种基本技术有时也称为“Stitching”。
- 进一步推广：一个顶点可以由**几个不同的矩阵进行加权变换**
- **实施方法**：在物体上放置关节骨架，每个骨架按用户给定的权因子影响顶点。

33

- 整只手臂可以是“柔性”的。所有的顶点可以由多个矩阵影响。整个多边形网格常称为骨架上的“skin”(外皮)



Vertex blending 例子

34

顶点混合的数学表示

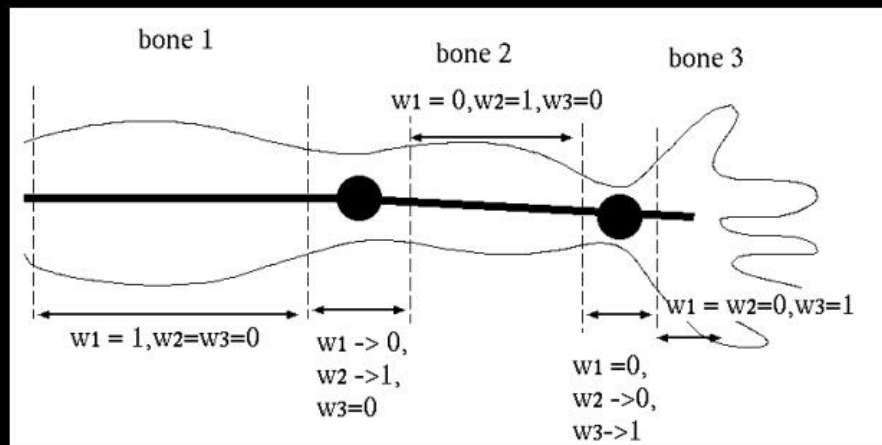
顶点混合的数学表示

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i \mathbf{B}_i(t) \mathbf{M}_i^{-1} \mathbf{P}, \quad \text{其中} \sum_{i=0}^{n-1} \omega_i = 1, \quad \omega_i \geq 0$$

- \mathbf{P} 为变换前的顶点， $\mathbf{u}(t)$ 为变换后的顶点， n 为影响 \mathbf{P} 的关节数目
- \mathbf{M}_i : 把第 i 个关节骨架的局部坐标系变换到世界坐标系
- $\mathbf{B}_i(t)$: 第 i 个关节随时间变化的世界变换，通常是一系列矩阵的连乘
- ω_i : 第 i 个关节骨架作用于 \mathbf{P} 的权因子

■ 决定顶点到骨骼的映射

- 如果顶点 v 在骨骼 i 的中间，则 $w_i=1$ ，且 $w_j (j \neq i)=0$;
- 如果顶点靠近骨骼 i 和骨骼 $i+1$ 的边缘，则 w_i 逐渐减少到0， w_{i+1} 逐渐增加到1;
- 如果顶点受到 ≥ 3 个骨骼的影响，其权因子 w_i 可根据顶点到骨骼的距离来决定。



基于Blend Shapes表情动画的原理

- 关键姿态表情的形状——Blend Shapes
- 根据插值这些Blend Shapes来得到任意的表情



其中: $C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_F = 1$

Deformation和Morphing的区别。与物体表示无关的变形原理

变形(Deformation)是指将几何对象的形状作某种扭曲、形变，使它形成到动画师所需的形状。在这种变化中，几何对象的拓扑关系保持不变

区别：空间变形更具某种随意性，所以空间变形也常称为自由变形（FFD）

- **与物体表示有关的变形。**是指针对物体的某种具体表示形式，如多边形网格、细分曲面、参数曲面等的变形方式。
 - **多边形网格：**如针对Polygon Mesh的editing和deformation。
 - **参数曲面：**移动控制顶点仅仅改变了基函数的系数，曲面仍然是光滑的。但是，参数曲面表示的物体也会带来**三维走样问题**，由于控制顶点的分布一般比较稀疏，物体的变形不一定是我们所期望的；对于由多个面拼接而成的物体，变形的另一个约束条件是需保持相邻曲面间的**连续性**。
- **与物体表示无关的变形。**既可作用于多边形表示的物体，又可作用于参数曲面表示的物体。许多商用动画软件如Maya、3DSMAX、Softimage等都包含空间变形工具。

核心思想：如何用少量的点去**有效控制**更多的点？

扩展的FFD方法EFFD的原理

1. 基础——FFD

不直接操作物体，而是将物体嵌入一空间，当所嵌的空间变形时，物体也随之变形。

FFD一个重要性质是参数曲面变形后仍然是参数曲面

FFD的另一个性质使能对变换前后的体积变化进行控制

优点：

- 与物体的几何表示无关；
- 直观；
- 有效；

缺点：

- **Lattice**为平行六面体形状；
- 不遵循物理规律；
- **细节很难被保持；**

2. FFD是一个非常直观的变形工具，但它只适合于平行六面体的lattice形状

在FFD方法中，由于FFD块的三条轴与景物空间的坐标轴重合，景物空间的点在lattice空间的局部坐标很容易求得（**线性关系！**）。

EFFD：

允许FFD型lattice作为它结构的一部分，许多个FFD型lattice可合并构成EFFD的lattice

- 1.** 给定物体上的一点Q，我们首先利用超曲面的凸包性质找到Q所在的超曲面，然后对方程

$$Q(u, v, w) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \sum_{k=0}^3 P_{ijk} B_i(u) B_j(v) B_k(w),$$

进行牛顿迭代，**求得Q在相应超曲面的局部坐标(u, v, w)**，其中 P_{ijk} 为该超曲面变形前的控制顶点。在迭代时，只需把初始值简单地设为 $(u, v, w) = (0.5, 0.5, 0.5)$ ，便可得到较好的收敛结果。

2. 根据动画设计的需要，移动EFFD块的控制顶点。
 3. 根据超曲面方程，求得变形后的位置。
- EFFD方法的**优点**是允许更加复杂的变形空间，但同时也丧失了FFD方法的一些优点。
 - EFFD方法的**缺点**是：(1) 在移动内部控制顶点时必须保持块与块之间的**连续性**。(2) 计算景物点在lattice空间的局部坐标需要**数值求解**方法，导致**计算速度变慢**

基于cage的变形原理



Laplacian的微分坐标及其变形原理

布料动画的核心问题，布料的物理机械性能主要包括那几种力？

核心问题

□ 绘制(rendering)

- 图形学中的光照明模型通常是理想的
- 不同质地衣服的绘制属性很复杂
- 半透明效果
- ...

■ 建立布料的物理(力学)模型

- 物理参数的设置（缝线、纽扣、装饰物等都会影响布料的物理属性）

■ 物理模型的求解（偏微分方程数值解）

- 速度
- 稳定性

■ 碰撞检测和响应

- 衣服与人体的碰撞、衣服与衣服的碰撞(自交)
- 多层衣服
- 胳肢窝等特殊位置的处理
- 纽扣、装饰物与衣服的碰撞

密切
相关！

18

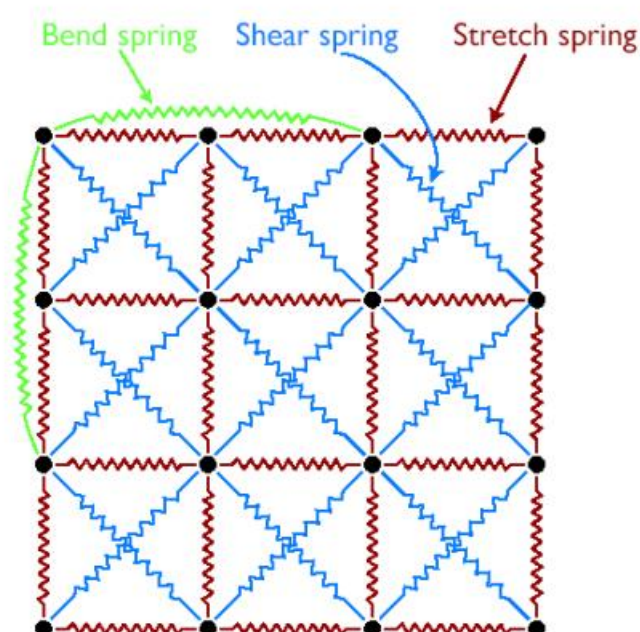
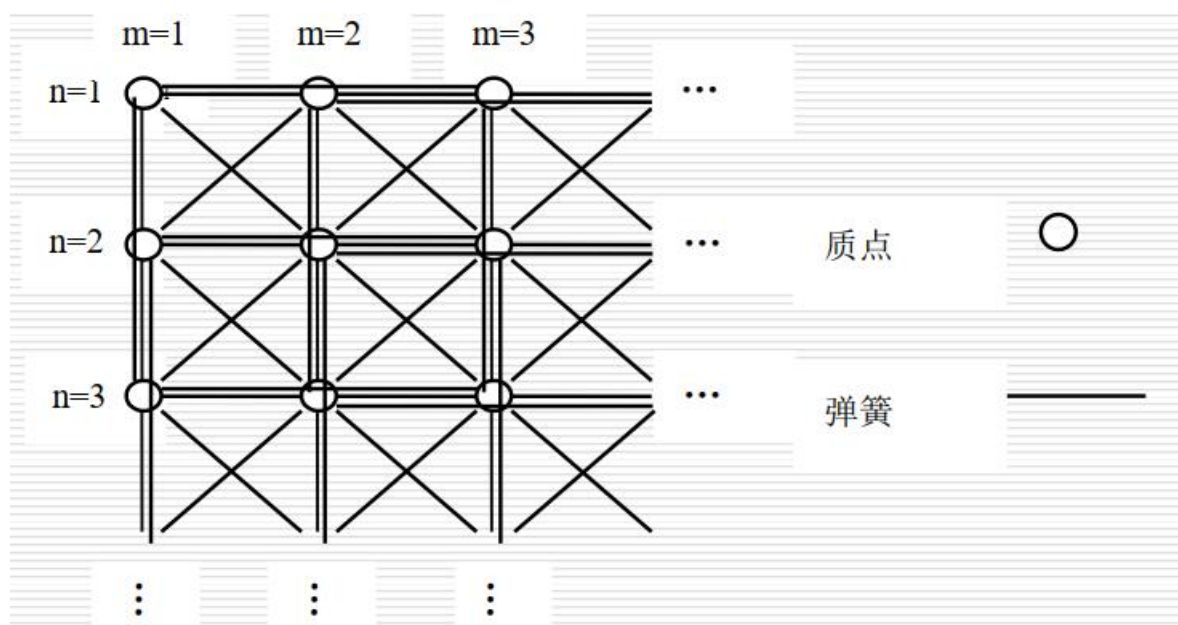
材料角度：无法准确预知织物的力学性能

布料的物理机械性能

拉伸力、压缩力、剪切力、弯曲力

Provot的衣服模型原理

弹簧-质点模型：



- 该模型是一个由 $m \times n$ 个虚拟质点组成的网格，质点之间用无质量的、自然长度不为零的弹簧连接。其连接关系有以下三种：
 - 连接质点 $[i, j]$ 与 $[i+1, j]$, $[i, j]$ 与 $[i, j+1]$ 的弹簧，称为“**结构弹簧**”；
 - 连接质点 $[i, j]$ 与 $[i+1, j+1]$, $[i+1, j]$ 与 $[i, j+1]$ 的弹簧，称为“**剪切弹簧**”；
 - 连接质点 $[i, j]$ 与 $[i+2, j]$, $[i, j]$ 与 $[i, j+2]$ 的弹簧，称为“**弯曲弹簧**”。
- 这三种弹簧分别用于与结构力（拉力或压力）、剪力和弯矩相关的计算。

用 $\mathbf{f}_{i,j}$ 表示质点 i 与质点 j 之间的弹簧作用在质点 i 上的力，这里的弹簧采用遵从Hooke定律的线弹性弹簧，则有：

$$\mathbf{f}_{i,j} = k_{ij} \left(\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right| - l_{ij}^0 \right) \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right|}$$

其中， k_{ij} 表示弹簧的弹性系数， \mathbf{x}_i 表示质点 i 的位置， l_{ij}^0 表示弹簧的原长（松弛长度）。这样，质点 i 上的总作用力就可以表示为(这里 E 表示所有弹簧集合)：

$$\mathbf{f}_i = \sum_{(i,j) \in E} \mathbf{f}_{i,j} = \sum_{(i,j) \in E} k_{ij} \left(\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right| - l_{ij}^0 \right) \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right|}$$

布料动画中大步长隐式方法的原理

用 $\mathbf{f}_{i,j}$ 表示质点 i 与质点 j 之间的弹簧作用在质点 i 上的力，这里的弹簧采用遵从Hooke定律的线弹性弹簧，则有：

$$\mathbf{f}_{i,j} = k_{ij} \left(\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right| - l_{ij}^0 \right) \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right|}$$

其中， k_{ij} 表示弹簧的弹性系数， \mathbf{x}_i 表示质点 i 的位置， l_{ij}^0 表示弹簧的原长（松弛长度）。这样，质点 i 上的总作用力就可以表示为(这里 E 表示所有弹簧集合)：

$$\mathbf{f}_i = \sum_{(i,j) \in E} \mathbf{f}_{i,j} = \sum_{(i,j) \in E} k_{ij} \left(\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right| - l_{ij}^0 \right) \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i)}{\left| \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i \right|}$$

隐式曲面表示的优缺点

元球造型是一种隐式曲面造型技术，该技术采用具有等势场值的点集来定义曲面。因此，元球生成的面实际上是一张等势面。

隐式曲面举例： 两个水滴融合成一个水滴

