8. 今有 10 组观察数据由下表给出：

x	0.5	-0.8	0.9	-2.8	6.5	2.3	1.6	5.1	-1.9	-1.5
y	-0.3	-1.2	1.1	-3.5	4.6	1.8	0.5	3.8	-2.8	0.5

应用线性模型 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$，$i = 1, 2, \cdots, 10$，假定诸 ε_i 相互独立，且均服从分布 $N(0, \sigma^2)$。

(1) 求 β_0, β_1 的最小二乘估计。

(2) 计算剩余方差 σ_e^2。

(3) 在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验假设 $H_0 : \beta_1 = 0$。

(4) 求 y 的置信水平为 0.95 的预测区间。

11. 设 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ $(i = 1, 2, \cdots, n)$，其中诸 ε_i 相互独立，且均服从分布 $N(0, \sigma^2)$。

(1) 导出假设 $H_0 : \beta_1 = 0$ 的 F 检验统计量。

(2) 如果 $\bar{x} = 0$，导出假设 $H_0 : \beta_0 = \beta_1$ 的 F 检验统计量。

14. 设 $Y = X\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$，$E(\boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{0}$，$\mathbf{Var}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2\mathbf{M}$，$\mathbf{M}$ 为已知的正定矩阵，X 为 $m \times k$ 阶矩阵，试证 $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T\mathbf{M}^{-1}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{M}^{-1}Y$ 使 $(Y - X\boldsymbol{\beta})^T\mathbf{M}^{-1}(Y - X\boldsymbol{\beta})$ 达到极小，称 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ 为 $\boldsymbol{\beta}$ 的加权最小二乘估计（提示：令 $z = \mathbf{K}^{-1}Y$，$\mathbf{X}^* = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{X}$，其中 $\mathbf{M} = \mathbf{K}\mathbf{K}^T$）。