

1.(12分)设直线L:

$$\begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0 \\ x - y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

与曲线 Γ :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{1}{2}z^2 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

(1)求过直线L且与 Γ 上点P(1,-1,2)处切线平行的平面方程; (2)求直线L与x轴的夹角 θ 。

2.设 $f(x, y) = \begin{cases} x^2y & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}, (x, y) \neq (0, 0),$

(1)求极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$; (2)讨论函数 $f(x, y)$ 在(0, 0)处的可微性; (3)求 $f(x, y)$ 在(0,0)处沿方向 $l = (4, -4)$ 的方向导数。

3.求曲线 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + y + z = 4 \end{cases}$ 上点到原点O(0,0,0)距离的最值。

4.计算二重积分 $\iint_D (x^2 + y^2 - 1) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

5.设 $y = y(x), z = z(x)$ 由方程 $y = \sin x, e^{x+y} - 1 = 2 \int_0^{x+y+z} e^t dt$ 确定, 求 $\left. \frac{dz}{dx} \right|_{x=0}$

6.已知函数 $f(x, y)$ 具有二阶连续偏导数, 且

$$f(x, 1) = f(1, y) = 1, \iint_D f(x, y) dx dy = 1, \text{ 其}$$

$$D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}, \text{ 计算二重积分 } \iint_D xy f''_{xy}(x, y) dx dy.$$

7.求极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \left(\frac{\sin xy}{xy} \right)^{\frac{2}{x^2}}$

8.设函数 $z = f(x, y)$ 满足: $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x, f'_x(x, 0) = 2 \cos x, f(0, y) = y$, 求 $f(x, y)$ 。