Algorytmy Macierzowe
Sprawozdanie 2
Rekurencyjne mnożenie macierzy

Przemek Węglik
Szymon Paszkiewicz

20 listopada 2022

Spis treści

1 Rekurencyjne odwracanie macierzy

1.1 Opis algorytmu

Algorytm dzieli macierz na 4 podmacierze, następnie wykonuje na każdej macierzy odpowiednie operacje:

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$A_{1,1}^{-1} = inverse(A_{1,1}) \tag{2}$$

$$S^{-1} = inverse(A_{2,2} - A_{2,1} * A_{1,1}^{-1} * A_{1,2}) \tag{3}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} A_{1,1}^{-1}(I + A_{1,2}S^{-1} * A_{2,1} * A_{1,1}^{-1}) & -A_{1,1}^{-1} * A_{1,2} * S \\ -S * A_{2,1} * A_{1,1}^{-1} & S \end{bmatrix} \tag{4}$$

gdzie:

A - macierz, którą chcemy odwrócić,

inverse - funkcja rekurencyjna odwracająca macierz

S - macierz pomocnicza

1.2 Pseudo-kod

1.3 Benchmarki

1.4 Złożoność obliczeniowa

Złożonośc obliczeniowa tego rozwiązania to x^3

1.5 Porównanie rozwiązania

2 Rekurencyjna faktoryzacja LU

2.1 Opis algorytmu

$$A = \begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} \\ A_{2,1} & A_{2,2} \end{pmatrix} \tag{5}$$

$$[L_{1,1}, U_{1,1}] = LU(A_{1,1}) \tag{6}$$

$$[L_s, U_s] = LU(A_{2,2} - A_{2,1}U_{1,1}^{-1}L_{1,1}^{-1}A_{1,2}) \tag{7}$$

$$L = \begin{pmatrix} L_{1,1} & 0 \\ A_{2,1}U_{1,1}^{-1} & L_s \end{pmatrix} \tag{8}$$

$$U = \begin{pmatrix} U_{1,1} & L_{1,1}^{-1}A_{1,2} \\ 0 & U_s \end{pmatrix} \tag{9}$$

2.2 Pseudo-kod

2.3 Benchmarki

2.4 Złożoność obliczeniowa

2.5 Porównanie rozwiązania

3 Rekurencyjne obliczanie wyznacznika

3.1 Opis algorytmu

Algorytm wykorzystuje faktoryzacja LU do obliczenia wyznacznika macierzy. Najpierw wykonujemy faktoryzacje, a następnie bierzemy wszystkie liczby z głównej przekątniej macierzy U i L, po czym mnożymi je wszystkie ze sobą.

$$[L_{n,n}, U_{n,n}] = LU(A_{n,n}) \tag{10}$$

$$U_{n,n} = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots & u_{1,n} \\ 0 & u_{2,2} & \cdots & u_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{n,n} \end{pmatrix} \tag{11}$$

$$U_{n,n} = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots & u_{1,n} \\ 0 & u_{2,2} & \cdots & u_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{n,n} \end{pmatrix} \tag{12}$$

$$det(A) = \prod_{i=0}^{n} u_{i,i} \tag{13}$$

3.2 Pseudo-kod

3.3 Benchmarki

3.4 Złożoność obliczeniowa

Złożoność obliczeniowa algorytmu zależy od funkcji wyznaczającej LU oraz od rozmiaru macierzy. Wiemy także, że złożoność obliczeniowa funkcji faktoryzującej jest zależna od rozmiaru macierzy i nie jest ona liniowa. Ostatecznie więc uzyskujemy: O()

3.5 Porównanie rozwiązania