

Лабораторная работа №8. Прямое и обратное 2-D преобразование Фурье.

В классе ANALYSIS реализовать методы/функции 1-D обратного и 2-D прямого и обратного преобразования Фурье (ПФ).

Рекомендации:

1. Основываясь на функции *Fourier()* прямого ПФ из лаб.№9 первого семестра реализовать функцию *inverseFourier()* обратного 1-D ПФ. Для этого для гармонического процесса *harm()*, получить комплексный спектр $[X_n]$ поэлементно в виде **суммы** действительной и мнимой частей (тип данных результата – float или double):

$$X_n = Re[X_n] + Im[X_n]$$

Затем полученный спектр подвергнуть обратному 1-D ПФ путем аналогичного поэлементного расчета действительной и мнимой частей, но без нормировки

$$re[x_n] = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cos(2\pi nk/N)$$
$$im[x_n] = \sum_{k=0}^{N-1} X_k \sin(2\pi nk/N)$$
$$n = 0, 1, \dots, N - 1$$

Получить восстановленную функцию в виде суммы

$$x_n = re[x_n] + im[x_n]$$

и отобразить ее в виде графика, сравнив ее с исходной.

2. Основываясь на функции *Fourier()* прямого ПФ из лаб.№9 первого семестра, реализовать функцию *Fourier2D()* прямого 2-D преобразования Фурье изображения размером $M \times N$ за два шага.
Первый шаг: применение 1-D ПФ длины N для каждой строки изображения.

Второй шаг: для каждого столбца полученного на первом шаге

результата в виде комплексного спектра применить 1-D ПФ длины M , тем самым реализовав 2-D ПФ. В качестве тестового изображения взять черный фон размером $M \times N$ ($M=256$, $N=256$) и в центре расположить белый прямоугольник размером $m \times n$ ($m=20$, $n=30$). Для тестового изображения отобразить амплитудный спектр (модуль 2-D комплексного спектра), сдвинув 2-D массив спектра циклически на $M/2$ и $N/2$ по каждой оси соответственно, чтобы его центр оказался в точке $(M/2, N/2)$. При необходимости применить градационное преобразование для более репрезентативного отображения спектра.

3. Основываясь на методах п.1 и п.2, реализовать функцию *inverseFourier2D()* обратного 2-D ПФ для тестового изображения из п.2.
4. Продемонстрировать работу методов прямого и обратного 2-D ПФ на изображении из файла: `grace.jpg`