

信号检测

Rui Zhou - rui.zhou@sribd.cn

流程说明

信号检测 (Signal Detector) 通过从接受信号 \mathbf{X} 中构造统计量 (test statistics) ξ , 并与预设好的门限 γ ($\gamma > 0$, 与检测方法和虚警率有关) 进行比较, 通过检查 ($\xi > \gamma?$) 来判断信号存在。其中

- $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{n \times p}$, n 是样本的数量, p 是样本的维度
- $\xi > 0$, 由检测方法 f 计算得出, 即 $\xi = f(\mathbf{X})$
- $\gamma > 0$, 与检测方法和虚警率有关

检测方法

注意到信号的协方差矩阵为: $\mathbf{S} = \frac{1}{n} \mathbf{X}^H \mathbf{X}$, 令 $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_p]^T$ 为 \mathbf{S} 的特征值。目前支持的检测方法描述如下:

ED - Energy Detector

$$\xi_{\text{ED}} = \|\mathbf{X}\|_F^2$$

CAV - Covariance Absolute Value Detector

$$\xi_{\text{CAV}} = \frac{\sum_i^p \sum_j^p |S_{ij}|}{\sum_i^p |S_{ii}|}$$

AGM - Arithmetic to Geometric Mean Detector

$$\xi_{\text{AGM}} = \frac{\frac{1}{p} \sum_i^p \lambda_i}{(\prod_i^p \lambda_i)^{1/p}}$$

Maximum-Minimum Eigenvalue Detector

$$\xi_{\text{MME}} = \frac{\max_i \lambda_i}{\min_i \lambda_i}$$

SLE - Scaled Largest Eigenvalue Detector

$$\xi_{\text{MME}} = \frac{\max_i \lambda_i}{\frac{1}{p} \sum_i \lambda_i}$$

EMR - Eigenvalue-Moment-Ratio Detector

$$\xi_{\text{EMR}} = \frac{\frac{1}{p} \|\mathbf{S}\|_F^2}{\left(\frac{1}{p} \sum_i S_{ii}\right)^2}$$

GLR - Generalized Likelihood Ratio Detector

$$\xi_{\text{GLR}} = \frac{\text{prob}(\mathbf{X}; \hat{\Sigma}_1)}{\text{prob}(\mathbf{X}; \hat{\Sigma}_0)}$$

where $\hat{\Sigma}_0$ and $\hat{\Sigma}_1$ are the estimated covariance matrices under Hypothesis \mathcal{H}_0 (received data is from pure noise) and \mathcal{H}_1 (received signal is from signal plus noise).

判决门限 γ 的计算方法

理论上来说， γ 需要根据 ξ 的理论分布和虚警门限 P_{FA} 来进行，即

$$\gamma = Q^{-1}(1 - P_{\text{FA}})$$

其中 Q 是随机变量 ξ 的 Q 函数。但是由于实际中 ξ 的随机分布很难求得，因此通常建议使用蒙特卡洛方法进行计算：

- 步骤一：在当前场景中，模拟生成 K （ K 通常取很大）组纯噪声 $\{\mathbf{X}_k\}_{k=1}^K$ ，并计算 $\xi = [\xi_1, \dots, \xi_K]$ 。
- 步骤二：利用 ξ 的经验分布 Q 函数，计算门限 $\gamma = Q_{\xi}^{-1}(1 - P_{\text{FA}})$