1.

$$A = \begin{pmatrix} 0.10 & 1.51 & -0.20 \\ -0.10 & -0.10 & 1.00 \\ -0.50 & -0.30 & 0.20 \end{pmatrix},\ b = \begin{pmatrix} 1.41 \\ 1.60 \\ -1.40 \end{pmatrix}$$

Точное решение системы - вектор

{'x1': 3, 'x2': 1, 'x3': 2}

Метод Гаусса:

{'x1': 3.0000000000000018, 'x2': 0.9999999999999998, 'x3': 2.0}

Погрешность: 1.790180836524724e-15

Метод Гаусса с выбором главного элемента:

{'x1': 2.9999999999999996, 'x2': 1.0, 'x3': 2.0}

Погрешность: 4.440892098500626e-16

Метод Якоби

Число итераций: 8

{'x1': 2.9999743999999997, 'x2': 0.9999999999999999, 'x3': 1.9999872}

Решения метода 1 и метода 2 очень близки как к друг другу так и к точному решению,

но все же погрешность ниже у метода 2 меньше.

Проверим сх-ть метода Якоби

~~Воспользуемся теоремой 4.6~~

Свойство строгого диагонального преобладания

(1) $0{,}1 \ngeq 1{,}51 + 0{,}2$ (неверно)

(2) $0{,}1 \ngeq 0{,}1 + 1$ (неверно)

(3) $\cancel{0{,}5}\ 0{,}2 \ngeq 0{,}3 + 0{,}5$ (неверно)

Давайте переставим строки

(3) $0{,}5 > 0{,}3 + 0{,}2$ (неверно)

(1) $1{,}51 > 0{,}1 + 0{,}2$ ✓

(2) $1{,}00 > 0{,}1 + 0{,}1$ ✓

Воспользуемся Замечанием о нестрогом диагональном преобладании.

$\Rightarrow$ Метод Якоби будет сх-ться

Проверим сх-ть Гаусса Зейделя

Р-м $\det(\lambda L + \lambda D + A) = 0$

$$\begin{pmatrix} 0,1\lambda & 1,51 & -0,2 \\ -0,1\lambda & -0,1\lambda & 1 \\ -0,5\lambda & -0,3\lambda & 0,2\lambda \end{pmatrix} =$$

$$= -0,002\lambda^3 - 0,755\lambda - 0,006\lambda^2$$

$\lambda = 0$

$\lambda = -\frac{1}{2}i\left(\sqrt{1501} - 3i\right)$

$\lambda = +\frac{1}{2}i\left(\sqrt{1501} + 3i\right)$

Отсутствует сх-ть метода Зейделя т.к. абс. значения не всех корней < 1.