

Вариант 1

На отрезке $[0, 1]$ решить краевую задачу

$$y'' = y + 2\alpha + 2 + \alpha x(1 - x), \quad y(0) = 0, \quad y(1) = e + \frac{1}{e} - 2,$$

где $\alpha = 2 + 0.1M$ (M — номер варианта).

Для решения использовать метод стрельбы и метод прогонки.

В отчете описать методы решения (для метода стрельбы выписать алгоритм с заданной комбинацией методов решения задач Коши и нелинейного уравнения; в методе прогонки выписать формулы, матрицу, рассмотреть условия диагонального преобладания). Сравнить, какой метод быстрее сходится, объяснить почему.

При численном решении количество точек разбиения задать $N = 10, 20$. Результаты представить графически: вывести графики решений, полученных данными методами, и точное решение.

Метод прогонки

$M = 1$

Input

$$y''(x) = y(x) + 6.2 + 2.1 x (1 - x)$$

Решение

Differential equation solution

$$y(x) = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + 2.1 x^2 - 2.1 x - 2$$

Решение с учетом начальных условий

Differential equation solution

$$y(x) = 2.1 x^2 - 2.1 x + 1. e^{-x} + 1. e^x - 2$$

$$y'' = p(x)y + q(x)$$

$$p(x) = 1$$

$$q(x) = 2x + 2 + x(1-x)$$

$$y(0) = 0$$

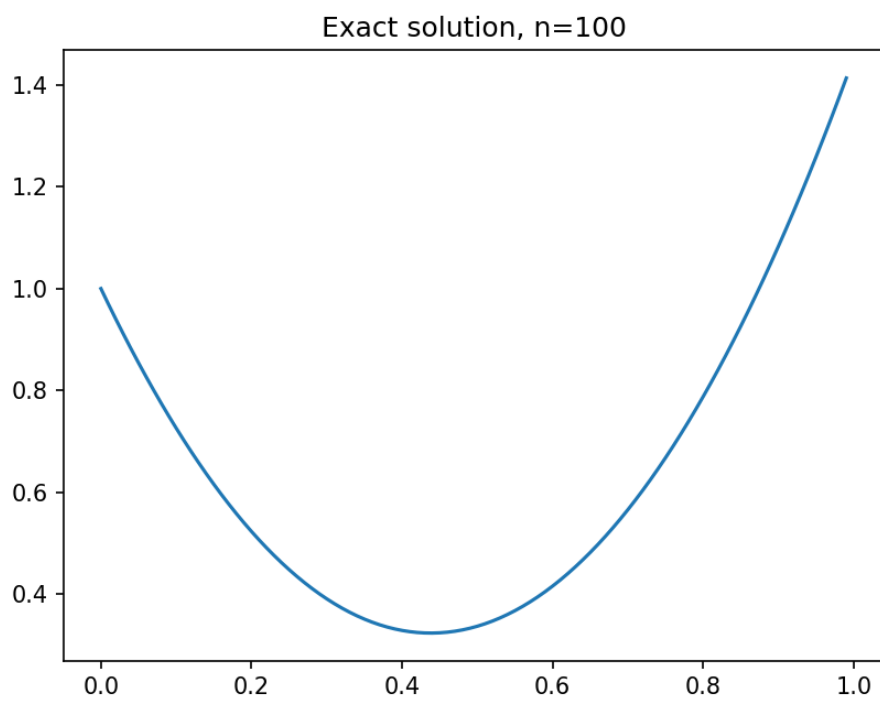
$$y(1) = e + \frac{1}{e} - 2$$

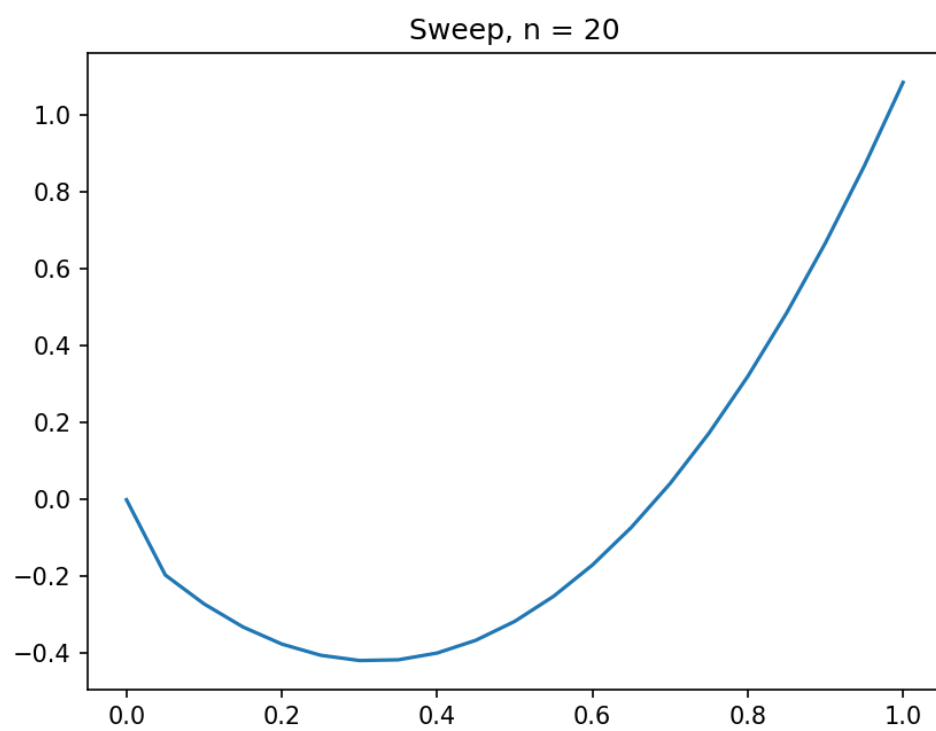
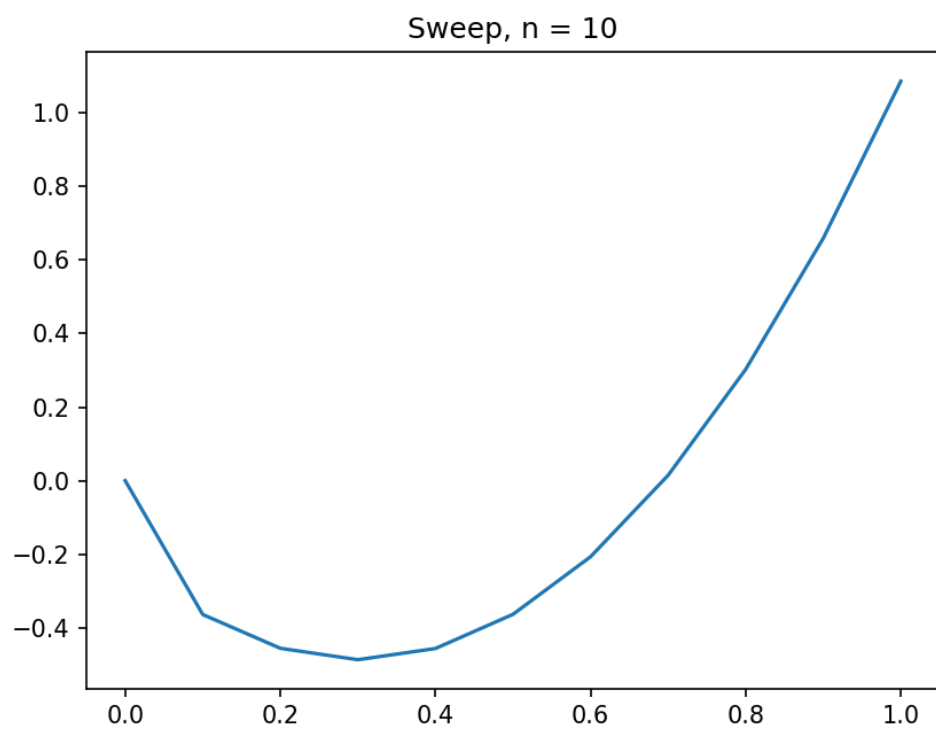
Матрица прогонки:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -(2+h^2) & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -(2+h^2) & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -(2+h^2) & 1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Строгое диагональное преобладание
 ~~$|2+h^2|$~~ $|2+h^2| > 1+1 = 2$

Результат:





Метод прогонки для краевых условий первого рода сходится со вторым порядком.