Cambio de monedas

Cambio de monedas

Dado un sistema monetario formado por monedas de diferentes denominaciones, el problema consiste en descomponer una determinada cantidad de dinero en la menor cantidad de monedas posibles.

Más formalmente:

Entrada

- Serie de denominaciones (valores enteros positivos) d_1, d_2, … d_N que compone el sistema monetario.
- Una cantidad entera positiva M.

Salida

Serie r_1, r_2, r_N tal que $\sum_{i=1}^{n} r_i * d_i = M$ minimizando $\sum_{i=1}^{N} r_i$

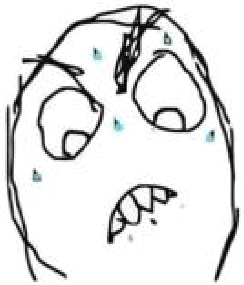
Cambio de monedas

Ejemplo: En el sistema monetario colombiano descomponer $1830.

Respuesta: Un billete/moneda de 1000 + Una moneda de 500 + Una moneda de 200 + Una moneda de 100 + Una moneda de 20 + Una moneda de 10

¿Considerando este sistema monetario, se podrá resolver mediante una aproximación greedy? ¿Cuál sería el criterio a utilizar?

¿Ideas?



Idea: Usar la denominación de moneda más grande posible cada vez

Cambio de monedas

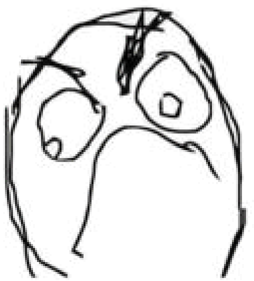
```
read d (N values)
read M
//Asumiendo que d esta ordenado descendentemente
for i = 1 to N:
     cᵢ = 0
r = M
for i = 1 to N:
     cᵢ = 0
     if (r ≥ dᵢ)
          cᵢ=r/dᵢ
          r=r%dᵢ
print c
```

¿Cuál es la eficiencia de este algoritmo? *O(N)*

Cambio de monedas

¿Esta solución es siempre óptima?

No.



¿Qué pasa por ejemplo si d = {11, 5, 1} y M = 15?

¿Para que sistemas monetarios es óptima entonces?

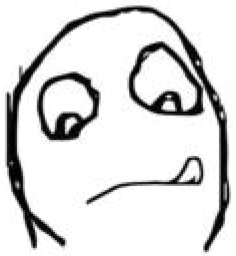
Caso 1: cuando $d = p^i$ para i : 0, 1, 2, … siendo p un numero natural mayor que 1

¿Por qué? Resulta que una propiedad de los números naturales es que si x es un natural entonces se puede expresar como:

$x = r_0p^0 + r_1p^1 + r_2p^2 + \ldots + r_np^n$ con $n = log_px$

Cambio de monedas

Caso 2a: Sistema numérico colombiano



¿Será que nuestros padres de la patria pensaron en el algoritmo greedy a la hora de escoger las denominaciones?

Caso 2b: Sistema numérico estadounidense (mucho más común en plataformas de programación competitiva)

¿Por qué? ¿Qué tienen en común estos sistemas? ¿Se podría generalizar alguna regla diferente al caso 1?