

Problema: *Street numbers*

Street numbers

Una programadora vive en una calle con N casas donde todas ellas están numeradas de manera consecutiva desde el 1 hasta N . Un día, al salir a pasear con su perro, salió de su casa, giró a la izquierda y fue hasta el final de la calle. Al hacerlo fue sumando los números de las casas sin incluir el de la suya. Al día siguiente hizo lo mismo pero habiendo girado a la derecha. Para su sorpresa, ambas sumas fueron iguales.

Diseñemos entonces un algoritmo para determinar, dada una calle como la de la programadora con por lo menos 3 casas, cuál es el número de la casa que cumple esa propiedad, o si por el contrario no hay ninguna que lo cumpla.

Así por ejemplo, si N es 8 la respuesta debe ser la casa 6, mientras que si N es 5 la respuesta es que no hay ninguna casa que satisfaga la propiedad.

Solución 1

```
read N
for i=2 to N-1:
    sumaIzq = 0
    for j=1 to i-1:
        sumaIzq += j
    sumaDer = 0
    for k=i+1 to N:
        sumaDer += k
    if sumaIzq = sumaDer:
        print i
        exit
print 'no hay'
```

Número de operaciones:

$$1 + (N - 2)(1 + 1 + 1 + 1 + 1 + (N - 3) * 1)$$

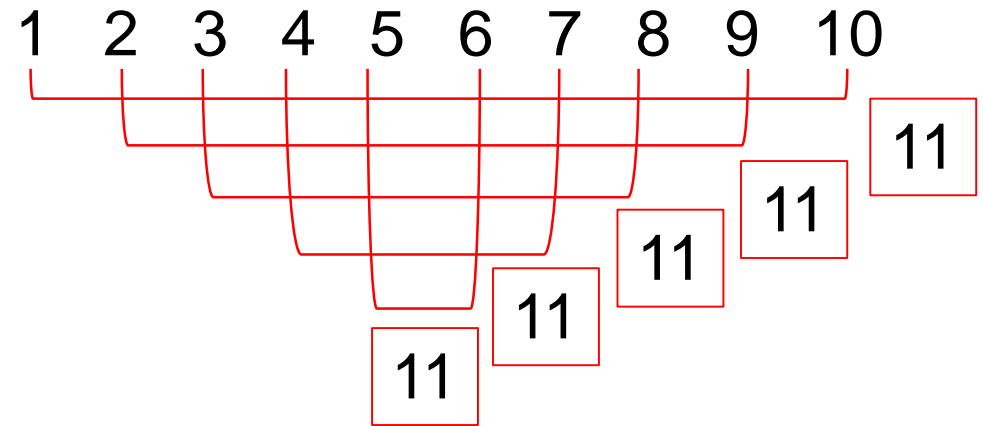
$$\rightarrow f(N) = N^2 - 3$$

$$\rightarrow O(N^2)$$

Solución 2

Sabiendo que $\sum_{i=1}^N i = \frac{N(N+1)}{2}$

Ejemplo:



```
read N
for i=2 to N-1:
    sumaIzq = i(i-1)/2
    sumaDer = (N(N+1)-i(i+1))/2
    if sumaIzq = sumaDer:
        print i
        exit
print 'no hay'
```

Número de operaciones:

$$1 + (N - 2)(1 + 1 + 1 + 1 + 1)$$

$$\rightarrow f(N) = 5N - 9$$

$$\rightarrow O(N)$$

Solución 3

Cambiando el condicional por una igualdad y luego despejando i

$$\frac{i(i-1)}{2} = \frac{N(N+1) - i(i+1)}{2} \rightarrow i = \sqrt{\frac{N^2 + N}{2}}$$

```
read N
```

```
i =  $\sqrt{(N^2+N)/2}$ 
```

```
if i = int(i):
```

```
    print i
```

```
    exit
```

```
else:
```

```
    print 'no hay'
```

Número de operaciones:

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$\rightarrow f(N) = 5$$

$$\rightarrow O(1)$$