

Didactique et Intelligence artificielle

N. Balacheff

DidaTech

Laboratoire LSD2

IMAG-CNRS et Université Joseph Fourier
Grenoble

1. INTRODUCTION

1.1. AVERTISSEMENT

Le présent article reprend l'essentiel du contenu de mon exposé introductif à la journée "Didactique et environnements d'apprentissage informatisés" de la VI^e école d'été de didactique des mathématiques (Gras 1991) et les principales idées présentées lors du premier exposé que j'ai fait sur ce thème à l'occasion des XIII^e journées francophones sur l'informatique (Balacheff 1991). Il s'agit de suggérer des lignes de recherches potentiellement fécondes pour les didacticiens, dans la perspective d'une collaboration étroite avec les chercheurs en intelligence artificielle, sur le terrain de l'EIAO. J'ai retenu pour cette présentation un compromis entre d'une part une évocation de l'état de l'art suivant un schéma classique : modélisation de la connaissance, prise en compte de l'élève, modélisation de l'interaction, et d'autre part la présentation des grandes lignes d'une approche de ces questions dans le paradigme de la didactique. Le lecteur souhaitant aller plus loin sur une présentation de l'état de l'art en intelligence artificielle pourra se reporter utilement à la thèse d'Éric Bruillard (1991) qui présente un tour d'horizon assez complet et récent du domaine, et aux ouvrages de Sleeman et Brown (1982) et Self (1988), et peut être surtout celui de Wenger (1987) qui constitue une référence à la fois encyclopédique et prospective.

1.2. L'IA

L'IA, comme il est d'usage commun de désigner l'*intelligence artificielle*¹, a pour objectif pratique la conception et la réalisation de dispositifs informatiques² dont le comportement apparaîtrait intelligent aux yeux d'un observateur humain : l'observation du

¹ Sur l'Intelligence Artificielle en général, de nombreux ouvrages de vulgarisation ou d'intérêt général sont disponibles. Par exemple, Ganascia (1990, 1993).

² Par dispositif informatique j'entends ici le complexe formé par les matériels et les logiciels qui rendent opératoire l'*ordinateur*.

système conduirait à penser légitimement que son comportement est guidé par un raisonnement. Cet objectif, formulé en termes pragmatiques, est indissociable de l'objectif théorique de modélisation opératoire des connaissances : une modélisation qui permet l'action, la communication et le contrôle. Cette relation étroite, voire dialectique, entre finalité pragmatique et finalité théorique de l'IA, en fait une science expérimentale dont l'objet est la connaissance. Ces deux finalités impliquent une identification claire de ce qu'est la connaissance et de ce qui peut en être représenté explicitement sous les contraintes d'une modélisation computable³. Pour cette raison toute recherche fondamentale ou appliquée en IA appelle une réflexion et une prise de position épistémologique, explicite ou en acte.

Il est difficile d'éviter de considérer, dans les pages de cette publication, le mot intelligence qui apparaît dans la locution "intelligence artificielle". Tant d'un point de vue théorique que pragmatique, ce mot renvoie en IA au projet de mise en œuvre de modèles rendant des machines capables de résoudre des problèmes, au sens où la résolution de ces problèmes n'est pas complètement codée et déterminée a priori, mais où elle est le résultat d'une construction originale par la machine. Je ne m'engagerai pas plus avant, dans les limites de ce texte, dans une discussion de ce terme et de ses acceptions dans diverses disciplines. Je lui attribue ici une signification technique, d'un point de vue tant pragmatique que théorique, telle qu'elle émerge de son utilisation effective dans le contexte de l'IA. En fait, il me semble que l'enjeu scientifique et épistémologique de l'IA s'est déplacé nettement de *l'intelligence* vers la *connaissance*.

1.3. A LA CROISEE DE L'IA ET DE LA DIDACTIQUE : LA CONNAISSANCE

Imaginons qu'un ordinateur et un être humain, cachés à la vue d'un examinateur, se soumettent aux questions de ce dernier. L'examineur, doit essayer de décider lequel de ses interlocuteurs est l'ordinateur, lequel est l'être humain. S'il ne parvient pas à faire cette distinction, alors on dira de l'ordinateur a passé avec succès le test de simulation de ce qui, fondamentalement, distingue le genre humain : la pensée. Ce type de test, proposé par Turing (1950), exprime bien la conception historique du projet de l'IA. Que l'examineur soit un inspecteur représentant l'institution scolaire ou un élève (ce qui semblerait plus pertinent), on s'aperçoit rapidement qu'une telle évaluation est peu adaptée au cas d'un ordinateur dont la finalité serait de permettre un apprentissage humain. Il suffit pour s'en convaincre de se souvenir de ce que le problème de l'évaluation de l'enseignement ne peut être réduit ni à la reconnaissance de la connaissance de référence dans le discours, ni à celle d'une rhétorique particulière. L'enjeu de l'IA dans le champ de la didactique ne sera donc pas que l'ordinateur

³ On dira d'un modèle symbolique qu'il est computable s'il est accessible à une manipulation effective, un calcul au sens large, par un opérateur distinct de son concepteur. La computation peut être définie comme le traitement de symboles, le calcul numérique en étant une catégorie particulière (cf à ce sujet Morin 1986 ch.I §.1 : "La computation").

se comporte comme un "professeur", mais qu'il soit capable de créer des conditions favorables à la construction par l'élève de connaissances acceptables en référence à un objet d'enseignement, en lui assurant des feedback pertinents. Dans les termes de la théorie des situations didactiques, on souhaitera donc que l'ordinateur permette la réalisation effective d'un milieu pertinent d'un point de vue épistémologique (Laborde 1993 ; Laborde et Capponi, ce volume).

Dès les premières réalisations de systèmes artificiels capables de résolution de problèmes, les chercheurs en IA ont envisagé la possibilité de transfert de la compétence de ces systèmes vers l'être humain : "Un apport essentiel de l'approche système expert est évidemment que le système peut justifier à l'utilisateur ses étapes intermédiaires de calcul ou de raisonnement. Les justifications se font dans le langage de l'expert et même si les méthodes décrites et utilisées sont « savantes », elles apparaissent dans des termes compréhensibles aux humains" (Vivet 1984 p.154). La première mise en œuvre remarquable d'un tel projet est GUIDON (Clancey 1987), dont la finalité est de permettre à des étudiants en médecine d'acquérir une compétence en diagnostic en les plaçant face à un répertoire de cas bien plus vaste que ce qu'ils seraient susceptibles de rencontrer effectivement lors d'études cliniques. La promesse d'une telle entreprise est séduisante, le système expert MYCIN (Shortliffe 1976) qui sous-tend GUIDON a des capacités de raisonnement, des connaissances factuelles et des compétences à l'égal des meilleurs spécialistes. Ces savoirs et savoir-faire sont explicitement décrits sous la forme de programmes (Wenger 1987 pp.261-288). La capacité potentielle d'explication de MYCIN en faisait un excellent candidat à l'emploi de professeur de médecine dans la spécialité "maladies infectieuses". Mais assez rapidement les travaux dans ce sens ont montré les limites d'un tel transfert : les connaissances embarquées dans MYCIN et leur représentation en font un bon expert en résolution, mais un médiocre enseignant. Ce résultat des travaux de Clancey fit l'objet d'une publication marquante : "The epistemology of a rule based expert system : A framework for explanation " (Clancey 1983), ouvrant la voie à une ligne de recherche sur l'explication très vivante en IA (pour les travaux français on pourra se reporter à Saffar et Kassel 1990).

De fait, Clancey met le doigt sur un phénomène central : la transposition didactique. Cependant, la suite ne le conduit pas dans cette direction. La question retenue est celle de la représentation des connaissances : comment ? pour quelle finalité ? Dans notre cas, la question sera de savoir quelles représentations des connaissances élaborer pour la modélisation computationnelle de processus dont la finalité est l'apprentissage humain. La recherche d'une réponse, indispensable à la réalisation de dispositifs informatiques pertinents, met la connaissance à la croisée de l'IA et de la didactique.

J'aborderai dans ce texte quelques unes des questions de didactique mises en avant par le projet de modélisation informatique des processus didactiques, un domaine dans lequel l'IA a déjà une histoire. Quelques jalons historiques évoqués dans la section qui suit, donne un point de vue rapide sur les relations entre l'IA et l'enseignement des mathématiques.

1.4. IA ET ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES, JALONS HISTORIQUES

Les premiers projets IA significatifs, dans le domaine des technologies pour l'enseignement des mathématiques, sont apparus au début des années 70. On peut en particulier mentionner le projet INTEGRATION TUTOR de Kimball (1973), dans le domaine de la recherche de primitives de fonctions réelles d'une variable réelle. Ce système, développé dans un domaine non élémentaire⁴, avait pour particularité de "s'intéresser" aux solutions de l'apprenant, même si elles différaient de celles envisagées par le tuteur. C'est dans ce même domaine que Vivet (1987)⁵ posera le problème de la modélisation de processus d'explications comme aide à l'apprentissage, dans le cadre du projet AMALIA de tuteur sur le résolveur CAMELIA (Delozanne, ce volume). Cependant, il faut reconnaître que les projets emblématiques des années 70 ne sont pas dans le domaine des mathématiques mais dans celui de la géographie avec SCHOLAR (Carbonnell 1970) et de la médecine avec GUIDON (cité plus haut). En fait, les projets IA de cette époque prennent l'enseignement comme un terrain d'application, plutôt que comme un domaine de recherche à part entière. A cette même époque né le projet Logo (Papert 1980), qui est l'un des projets les plus importants ayant des spécificités théoriques prenant explicitement en compte les mathématiques (Hoyles 1993). C'est dans les années 80 que se développent les recherches en IA les plus spécifiques de l'enseignement ou de l'apprentissage des mathématiques. Parmi celles-ci, on doit en particulier mentionner BUGGY (Brown et Burton 1978) pour sa contribution significative à la question de la modélisation de l'apprenant, de même que PIXIE (Sleeman 1982) dont l'originalité est de prendre ce problème du point de vue de l'apprentissage machine⁶. GEOMETRY-tutor (Anderson et al. 1985) constitue un exemple prototypique de l'approche tuteur dans une acception très directive du guidage (cf. infra §. 4.2.). WEST (Burton et Brown 1979) met en revanche en œuvre des stratégies souples d'accompagnement des apprentissages (cf. infra §. 4.4.). Cependant, et bien qu'ils prennent explicitement les mathématiques pour objet, ces travaux ne considèrent pas véritablement la question de la validité épistémologique des processus d'apprentissage qu'ils prennent en charge.

Une étape nouvelle a été franchie au début des années 90 avec le développement d'un grand nombre de projets IA affichant leur spécificité à l'éducation, et en particulier à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques. Dans ce mouvement est née une communauté rassemblant des chercheurs en intelligence artificielle, en éducation, en psychologie, en pédagogie et d'autres disciplines partageant dorénavant le champ commun de ce qui est appelé en France les "Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur"

⁴ Au moins au regard des domaines classiquement retenus, tels celui des quatre opérations ou celui de la résolution des équations du premier degré.

⁵ Il s'agit probablement de l'un des premiers travaux de recherche en IA, en France, dans ce domaine.

⁶ Dans le paradigme de l'apprentissage machine, il s'agit de modéliser l'apprenant non à partir de modèles spécifiés a priori, mais en induisant ce modèle à partir d'événements observés à l'interface du système par des techniques de généralisation symbolique.

(EIAO)⁷. Il est même né un journal international consacré à ce secteur "Journal of Artificial Intelligence in Education", et un congrès international bisannuel sur le même thème. En France, un mouvement d'ampleur et de qualité analogue s'est développé, dans lequel la collaboration entre intelligence artificielle et didactique des mathématiques tient une place importante (Balacheff et Vivet, introduction à ce volume).

2. REPRESENTER LA CONNAISSANCE

2.1. ÉPISTEMOLOGIE ET IA UN POINT DE VUE REVISITE

McCarthy présente la dimension épistémologique de l'IA comme l'étude des faits du monde qui sont à portée d'un observateur dans des circonstances données d'observation, il examine la question de savoir comment ces faits peuvent être représentés dans la mémoire de l'ordinateur, et quelles règles permettent de valider les conséquences tirées de ces faits. Cette étude laisse de côté la question de savoir comment est exploré l'espace des possibles ou comment des régularités (*patterns*) sont identifiées (McCarthy 1977 p.24).

Dans une problématique didactique, ce questionnement doit être complété : un ordinateur proposant une représentation du monde et de son fonctionnement, quelle relation entretient cette représentation, et sa mise en œuvre, avec le monde représenté ? Quelles conséquences peut avoir cette représentation sur la nature des apprentissages qui résulteront de l'interaction avec un tel système ? Ces dernières questions vont au-delà de celles sur la validité des résultats issus du traitement d'une représentation particulière, elles suggèrent que non seulement les comportements de la machine doivent être examinés mais aussi la façon dont ils sont produits.

Le plus souvent, dans la littérature IA concernant l'éducation, ce problème est envisagé en termes de la *fidélité*. En voici un exemple caractéristique à propos des environnements de simulation : "The concept of how closely the simulated environment matches the real world is referred to as *fidelity*. A high-fidelity simulation is one that is nearly indistinguishable from the real thing. Researchers have identified several different kinds of fidelity that serves in different situations. There are at least four kinds : *physical fidelity* (feels the same), *display fidelity* (looks the same), *mechanistic fidelity* (behave the same), and *conceptual fidelity* (is thought of as the same)." (Burton 1988 pp.119-121). Wenger (1987 p.313), quant à lui, introduit la notion de *fidélité épistémique* susceptible de qualifier l'écart entre la réalisation physique d'une représentation et la connaissance de référence définie à un niveau épistémique.⁸

⁷ Déclinaison du sigle EIAO suggérée par Monique Baron, et adopté par la communauté française depuis les deuxièmes journées EIAO de Cachan, en 1992.

⁸ "Epistémique", chez Wenger, fait référence à une connaissance en dehors de son rapport à un sujet connaissant. En quelque sorte une référence absolue. Il pourra ainsi parler de "l'expertise" en soi, distinguée des modèles mentaux de l'expert auxquels il réfère par l'attribut "conceptuel". Il remarque : "Whether such an

Ces approches passent outre la relation complexe qui peut exister au sein de la triade sémiotique signifiant-signifié-référent. Une "représentation du monde" n'est pas le "monde" lui-même, cette assertion largement partagée passe aujourd'hui pour une banalité. Pourtant tel n'est pas le cas. Pour le percevoir, il faut aller plus loin et considérer qu'une représentation n'est même pas une approximation de son objet au sens d'une simplification de la réalité pour permettre sa "re-présentation". Toute représentation a des propriétés héritées à la fois des choix de modélisation qui ont été faits et des caractéristiques des moyens sémiotiques retenus. Ces propriétés sont a priori étrangères au "monde" représenté. De plus, en temps que dispositif matériel, l'ordinateur impose un ensemble de contraintes qui, elles-mêmes, vont exiger une transformation appropriée pour permettre la mise en œuvre de la représentation adoptée.

Je parlerai de *transposition informatique* (Balacheff 1991) pour désigner ce travail⁹ sur la connaissance qui en permet une représentation symbolique et la mise en œuvre de cette représentation par un dispositif informatique, qu'il s'agisse ensuite de "montrer" la connaissance ou de la "manipuler". Dans le contexte de l'EIAO, cette transposition prend une importance particulière. Elle signifie en effet une contextualisation de la connaissance qui peut avoir des conséquences importantes sur le résultat des apprentissages.

2.2. TRANSPOSITION INFORMATIQUE¹⁰

Les exigences propres à une modélisation computable tiennent à sa vocation à permettre la mise en œuvre autonome d'un modèle symbolique par un dispositif informatique, lieu de son implantation. Un tel dispositif découpe le "monde" en trois régions : l'univers interne, l'interface et l'univers externe. L'univers externe est le lieu dans lequel se trouve l'opérateur humain et où le dispositif informatique va prendre sa place dans un jeu d'interaction impliquant d'autres dispositifs matériels et des acteurs sociaux, professeur et élèves sous les contraintes du système didactique. Je ne développerai pas ce point, pourtant essentiel, dans le cadre de ce texte volontairement limité à quelques aspects informatiques (voir en particulier à ce sujet Laborde et Capponi, Bruillard et Vivet, ainsi que Delozanne dans ce volume).

L'univers interne

epistemic level really exists in some platonic sense is not the point here. The claim is, rather, that the distinction between the epistemic and the representational levels is useful in designing and evaluating models of communicable knowledge" (Wenger 1987 p.312).

⁹ C'est l'existence de ce travail et la reconnaissance de ses effets qui m'ont conduit à retenir l'expression "transposition informatique" dans une référence évidente au concept de transposition introduit par Chevallard (1991) en didactique des mathématiques.

¹⁰ On se reportera à (Balacheff 1994) pour un développement un peu plus substantiel sur ce thème.

L'univers interne, au sens strict, est constitué de divers éléments physiques, notamment des composants électroniques, dont l'articulation et la mise en œuvre permettent le "fonctionnement" du dispositif informatique. Il n'est pas nécessaire pour mon propos, et au regard des possibilités d'analyse actuelles, de rester à ce niveau. Au lieu de cela, j'assimilerai les contraintes de cet univers (la strate électronique au sens de Ganascia 1993 p.87) aux contraintes d'expression d'un modèle dans un langage de programmation (la strate symbolique, *ibid.*). En fait, je n'irai pas non plus — dans les limites de ce texte — jusqu'à examiner le rôle joué par les particularités d'un langage de programmation donné. Cette étude serait sûrement nécessaire. Je retiendrai seulement deux types de contraintes liées à l'explicitation d'un modèle computable : la granularité et la compilation¹¹ d'une part qui interagissent étroitement, et la structure de données d'autre part. La granularité et la compilation se conjuguent pour limiter de façon significative les possibilités d'analyse des processus issus de la computation, en particulier dans la perspective de la production automatique d'explications (Delozanne, ce volume ; Saïdi 1992). Quant au choix des outils de représentation des connaissances, il détermine largement les possibilités ou la forme de leur traitement.

On trouve un exemple intéressant de ce dernier problème dans les travaux récents de Desmoulins (1994) pour la réalisation de TALC, un environnement capable d'évaluer la production de figures géométriques dans le micromonde Cabri-géomètre, répondant à des spécifications données. Le choix de représentation des connaissances pour *démontrer* l'adéquation d'une construction à une spécification a été réalisé pour satisfaire des contraintes de terminaison du calcul (ou encore de décidabilité - *ibid.* p.80) et d'explicitation ("donner une description facilement compréhensible de la théorie"¹² - *ibid.* p.81). Il conduit à des limitations dans la capacité d'expression même de la géométrie (conséquence de la restriction à des formules sans symboles de fonction qui garantit la décidabilité) et à une contrainte de généralité des constructions¹³ (conséquence de la restriction à des clauses de Horn qui garantit l'expression "compréhensible" des prédicats). Cette dernière caractéristique constitue en fait l'une des spécificités de TALC en tant que moyen de réalisation d'un milieu pour l'apprentissage de la géométrie. Il reste à identifier les conséquences de tels choix sur les connaissances qui résulteront de l'utilisation de cet environnement par les élèves.

¹¹ Ce terme est repris du lexique informatique où il désigne la traduction en "langage machine" d'un programme exprimé dans un langage de haut niveau, qui est accompagnée d'une perte de l'explicitation des structures. Ici, ce terme est utilisé métaphoriquement pour exprimer la perte particulière d'information liée à l'expression formelle d'une connaissance, voire à sa transformation en une structure mentale opérationnelle (Anderson *et al.* 1990, pp.15-17).

¹² Il est à noter que les algorithmes de démonstration automatique développent des calculs essentiellement étrangers à l'entendement humain, l'objectif de pouvoir expliquer le raisonnement constitue une contrainte forte sur la modélisation.

¹³ Une construction ne pourra être une conjonction de construction mutuellement exclusives, chacune adaptée à une configuration particulière, mais sera une unique construction valide pour toute configuration des données initiales.

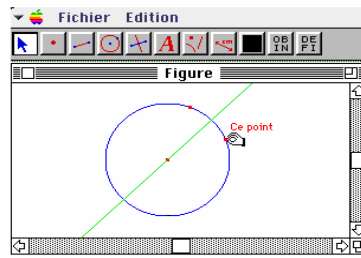
L'interface

L'interface est le lieu de la communication entre l'utilisateur humain et le dispositif informatique. Elle permet la visualisation de représentations des connaissances. Au-delà des classiques interfaces textuelles (assez proches de ce que permettent les supports non informatiques) les outils informatiques ouvrent aujourd'hui de nouvelles perspectives par l'intégration rendue possible de multiples media (incluant le son et l'image, voire le geste) et les architectures hypermedia (Bruillard 1991). Ces architectures marquent une rupture importante avec les caractéristiques de linéarité du texte classique, mais elles posent des problèmes de navigation complexes en même temps qu'elles offrent une puissance de représentation que le texte n'égale pas.

Mais c'est dans le développement d'outils de visualisation et de manipulation directe d'entités abstraites (vecteurs, graphes de fonctions numériques, objets de la géométrie, etc....) que l'informatique a ouvert le plus de perspectives originales. Les environnements modernes pour les mathématiques exploitent d'ailleurs largement ces potentialités nouvelles. Les caractéristiques de ces interfaces graphiques dépendent largement des choix faits au niveau de la modélisation interne. Les systèmes de représentations ayant leurs propres caractéristiques, l'univers interne et l'interface combinent des effets générateurs et des phénomènes non intrinsèques aux entités représentées.

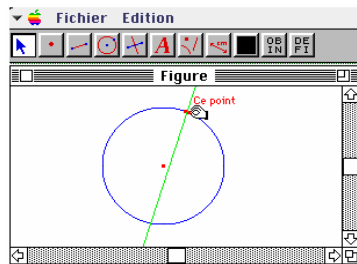
Le micromonde de géométrie élémentaire CABRI-géomètre (Bellemain 1992, Laborde J.-M. 1993) permet de visualiser les objets de la géométrie et de les manipuler. Ces objets ont une représentation interne (une géométrie analytique sur un modèle des nombres réels) et une représentation à l'interface. Cette dernière, dont l'écran cathodique est la réalisation physique la plus courante, est constituée d'un pavage fini de pixels qui contraint la qualité perceptive des dessins. On peut certes espérer une meilleure résolution des écrans, mais quelle que soit la taille des pixels il restera à résoudre le problème de la désignation directe d'un objet : une décision doit être prise sur le "point montré" parmi un ensemble de points possibles¹⁴ (cf. ci-après, figure 1, le "cas" de la médiatrice). Cette décision peut au mieux prendre en compte une hypothèse sur l'intention de l'apprenant. Les limites de l'interaction fondée sur la perception sont susceptibles de conséquences sur les apprentissages, elles peuvent être aussi la source d'une problématisation féconde de concepts mathématiques. La phénoménologie particulière de l'interface devient une caractéristique qui doit être prise en compte dans l'analyse du *milieu* dont le dispositif informatique permet la réalisation.

¹⁴ De même en papier-crayon, le crayon peut au mieux marquer une "petite région", quel que soit son affûtage.



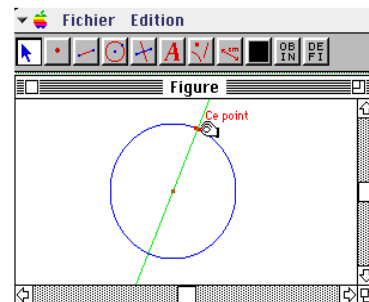
Le point montré est un point libre (ou point de base), il a été "amené" sur le cercle par l'utilisateur, l'autre point marqué est en revanche un point du cercle. L'utilisateur a ensuite construit la médiatrice de ce bipoint.

(a)



L'utilisateur a rapproché les deux points, en maintenant perceptivement le point qu'il manipule sur le cercle. La médiatrice ne passe plus par le centre du cercle.

(b)



Le point manipulé par l'utilisateur a été redéfini comme point du cercle, la médiatrice vérifie alors bien la propriété canonique des cordes.

(c)

Un pixel correspond à une infinité de points du plan mathématique, les coordonnées attribuées au point libre ont donc une probabilité à peu près nulle de correspondre à un point du cercle. Lorsque les deux points sont assez éloignés (figure 1a) alors le point libre posé sur le cercle constitue une approximation acceptable d'un point du cercle, en revanche lorsque ces deux points sont proches (figure 1b), l'écart entre les coordonnées du point libre et celles d'un point du cercle qui lui correspondrait "l'emporte" dans le calcul, ce que manifeste le phénomène graphique. Il est à noter que la version CabriII de Cabri-géomètre, avec laquelle est réalisée cette illustration, apporte une solution à ce problème par une prise en compte explicite de l'intentionnalité.

Fig. 1.

2.3. TRANSPOSITION DIDACTIQUE ET NOUVEAUX OBJETS

L'introduction des environnements d'apprentissage informatiques dans le système didactique en modifie les contraintes, en particulier parce qu'il donne accès à la réalisation effective de milieux ayant des caractéristiques autrement inaccessibles (penser par exemple au rôle de MAPPLE en analyse (Hillel 1993) ou à celui de Cabri-géomètre en géométrie). Ce phénomène est le plus souvent lié au fait que l'informatique conduit à une modification des mathématiques elles-mêmes (Cornu 1992 pp.15-24, Rauzy 1992). L'intelligence artificielle

apporte une nouvelle dimension à ces environnements, en constituant en objet de la modélisation les objets d'enseignement et pas seulement les mathématiques en tant que domaine de référence. Le cas de APLUSIX (Nicaud, ce volume) est très significatif : l'objet n'est pas de créer un résolveur général pour l'algèbre jugé par sa seule efficacité (ce que réalisent des logiciels tels MAPPLE) mais un résolveur dont les méthodes et le fonctionnement puissent constituer une référence pour un utilisateur humain engagé dans un apprentissage. Une telle démarche conduit à une reprise des objets d'enseignement pour en expliciter des caractéristiques, or nombre de ces caractéristiques se construisent dans l'interaction au sein du système didactique mais restent implicites dans les pratiques (par exemple les critères de terminaison d'une factorisation, où ce qui peut ne pas être explicité dans l'expression d'un calcul). Ainsi, la modélisation ne porte plus seulement sur les mathématiques, mais sur un agent mathématicien, ayant une capacité de résolution et d'explication, qui gèrera les interactions avec l'élève à la façon d'un tuteur ou d'un précepteur¹⁵. Ce type d'environnement d'apprentissage, fondé sur la modélisation d'un agent rationnel mathématicien, rend notamment viable le déplacement des objets d'enseignements vers les méthodes, l'interaction entre le dispositif et l'apprenant pouvant se développer au niveau du choix et de l'expression de stratégies de résolution (Rogalski, ce volume).

Ainsi l'étude des conséquences des processus à l'œuvre dans la conception et la création d'EIAO relève de la problématique de la transposition didactique parce que le travail sous-jacent à ces processus remet en question l'écologie des savoirs enseignés, mais aussi parce qu'il conduit à l'explicitation de contenus d'enseignement jusque là non dits, voire à la création de nouveaux objets d'enseignements. L'expression computationnelle des objets d'enseignement pour leur inscription dans un dispositif informatique dédié à l'apprentissage n'est pas le résultat d'un simple processus de traduction d'un système de représentation vers un autre, mais celui d'un véritable processus de modélisation et donc de théorisation des objets d'enseignement et de leurs conditions d'existence. Transposition informatique et transposition didactique ne peuvent pas être aisément séparés, bien qu'il soit utile de le faire pour organiser la recherche comme j'ai pu le faire pour présenter ce texte. Leur étude conjointe, examinant leurs liens et leurs spécificités, est l'un des enjeux épistémologiques essentiels de la coopération de l'IA et de la didactique dans le champ de l'EIAO.

2.4. DOMAINE DE VALIDITE EPISTEMOLOGIQUE

¹⁵ "Tutor" est un mot anglais qui signifie "private instructor", le mot français "tuteur" désigne une personne en charge d'une autorité (par extension, l'armature qui redresse une plante). Ainsi, il serait plus correcte de traduire "tutor" par "précepteur", mais la communauté EIAO semble avoir fait un autre choix. A vrai dire, les "tuteurs" informatiques se comportent le plus souvent comme une armature qui maintient l'élève dans le droit chemin. Par exemple, APLUSIX prend ses décisions dans le référentiel du calcul algébrique et non dans celui de l'apprentissage de l'algèbre, il est un agent mathématicien particulier et non un enseignant de mathématique.

Le problème de la transformation des connaissances dans le processus de production d'une représentation computable est essentiel car les phénomènes associés sont susceptibles de se combiner de façon complexe à ceux de la transposition didactique. D'une façon extrême, mais déjà rencontrée dans d'autres cas (Brousseau 1986 pp.43-44), ces représentations pourraient être productrices d'objets d'enseignement parasites, dont l'existence ne serait due qu'à la complexité de la maîtrise des rapports de cette représentation à la connaissance en jeu. A la problématique de la fidélité, je propose de substituer celle du domaine de validité des représentations.

Le problème soulevé par la transposition informatique est celui du *domaine de validité épistémologique* des dispositifs informatiques pour l'apprentissage humain. La caractérisation d'un tel domaine est un problème qui rejoint celui de la caractérisation des conceptions de l'élève. Un point de départ peut être : le domaine de problèmes auquel l'environnement donne accès¹⁶, les caractéristiques fonctionnelles et sémiotiques de l'interface, la cohérence interne et la tolérance du dispositif. Ces caractéristiques sont susceptibles de déterminer de façon profonde ce que sera la nature des significations construites par l'élève.

La question de la cohérence et celle de la consistance du dispositif, qui concernent autant l'univers interne que l'interface, sont essentielles car les modèles et représentations retenus déterminent les feedback vers l'apprenant et donc les régulations possibles de l'apprentissage. Au-delà des questions « quelle algèbre, quelle géométrie ou quelle analyse est implémentée dans ces systèmes ? », il s'agit de savoir quels apprentissages sont permis — au moins potentiellement. Il restera à aborder la question de leur mise en œuvre dans un processus didactique effectif et celle de la viabilité du dispositif informatique dans le système didactique (Chevallard 1992).

3. MODELISATION DE L'ELEVE¹⁷

3.1. "MODELISATION" VERSUS "PRISE EN COMPTE" DE L'ELEVE

Le premier terme du titre de cette section, "modélisation", renvoie à des travaux d'IA très hétérogènes, allant de tentatives de caractérisation de l'élève par quelques variables quantifiables — dits "modèles à jetons", à des modèles constituant de véritables simulations des compétences de l'élève¹⁸. Afin d'éviter amalgames et mal entendus sur ce sujet, une désignation générique plus convenable serait "prise en compte de l'élève" dans l'interaction avec le dispositif informatique.

¹⁶ Cet élément de caractérisation a pour correspondant en situation d'usage la "situation de référence" dont Bruillard et Vivet (ce volume) soulignent qu'elle est nécessaire pour saisir le sens d'un EIAO.

¹⁷ Le terme "apprenant" est aussi souvent utilisé dans la littérature IA, il renvoie au sujet qui apprend en négligeant de fait la position de ce sujet dans un système intentionnel, le système didactique.

¹⁸ J'aborde cette question en détail dans le texte du cours "modélisation de l'apprenant" de la "VII^e école d'été de didactique des mathématiques" (à paraître).

Le calcul des interactions d'un EIAO s'appuie nécessairement sur une identification et une interprétation des comportements de l'élève observés à l'interface du dispositif informatique. La complexité de ce traitement a conduit à considérer la fonction correspondante comme devant relever d'un module spécialisé dans l'architecture des systèmes, intégrant des fonctions de reconnaissance et des fonctions de diagnostic (Nicaud et Vivet 1988). La modélisation de l'élève est une forme forte de cette prise en compte, elle est le produit d'une fonction de diagnostic pour laquelle Wenger (1987 pp.367-394) distingue deux niveaux : niveau comportemental et niveau épistémique. Dans cette section, je reconsidère la distinction de Wenger pour lui associer deux problématiques de modélisation dont je pense qu'il est nécessaire de plus clairement les distinguer tant pour l'évaluation que pour la conception des EIAO. De ces problématiques découlent des niveaux de prise en compte qui pourraient être effectivement implémentés, la "modélisation" constituant le niveau le plus élaboré. Je replacerai ensuite les distinctions de Wenger dans ce contexte.

3.2. MODELISATIONS COMPORTEMENTALE ET EPISTEMIQUE

La prise en compte de l'élève a pour base des observables, produits d'un découpage et d'une organisation du "réel" sous un contrôle théorique et méthodologique dont la pertinence est déterminée par la problématique de l'observateur. Ainsi, le travail du didacticien comprend la constitution d'un corpus d'observables, parmi lesquels ceux appelés "comportements" de l'élève, à partir duquel est construit un modèle de connaissances appelé *conception* (Artigue 1990, pp.265-279). Ce modèle est une construction théorique du chercheur et non ce qui est effectivement "dans" la tête de l'apprenant. Sa validation expérimentale ne peut que confirmer sa valeur opératoire pour une problématique donnée, voire sa valeur explicative au sein d'un cadre théorique bien déterminé, mais elle ne peut le légitimer comme reconstitution de la structure mentale effective de l'élève. Notons qu'un tel glissement était fréquent au début des recherches en EIAO : "It was Carbonell's belief that the semantic net representation of the knowledge base used in this project [SCHOLAR] was close to the internal knowledge structure of humans. This belief was reinforced by a fair amount of contemporary experimental work" (Anderson 1988 p.40). Ce point de vue a été assez dominant pour qu'aujourd'hui des mises au point explicites semblent nécessaires : "we must distinguish between our "*knowledge level*" descriptions as observers and the *internal mechanism* that couple the individual to his or her environment" (Clancey 1990 p.5)¹⁹.

L'univers interne offre à l'analyse une réalité constituée de l'ensemble des événements, au sens informatique, saisis à l'interface du système. Cet ensemble est susceptible d'une description relativement précise²⁰ au niveau des strates physique et électronique (Ganascia

¹⁹ Il semble que cette erreur "épistémologique" ait été moins fréquente en Europe.

²⁰ Pour autant que le problème de la distinction du bruit et du signal puisse être considéré comme résolu dans ce cas.

1993 p.85), mais, comme cela est le cas dans l'univers externe, cette réalité ne se constitue pas d'emblée en un ensemble d'observables pertinents qui seraient les arguments du calcul des interactions. Il convient, pour aborder ce problème, de distinguer aussi clairement que possible le niveau de constitution d'un corpus d'observables de celui de son interprétation en référence aux savoirs enjeu de l'apprentissage. Je retiens pour cela, d'une part un niveau *comportemental* auquel il s'agit de rendre compte des comportements de l'élève en tant qu'organisation des observables, et d'autre part un niveau *épistémique* auquel il s'agit d'attribuer une signification à ces comportements. La distinction entre ces niveaux est fondée sur des critères de validation qui leurs sont attachés. Pour une classe de problèmes donnée²¹, on exigera du traitement, au niveau comportemental, qu'il conduise à un modèle dont la mise en œuvre permette de reproduire à l'interface du dispositif informatique les phénomènes que l'élève lui-même produirait en tant qu'ensemble structuré d'observables accessibles à l'analyse dans l'univers externe²². Au niveau épistémique, la validation portera sur les rapports entre le modèle auquel peut conduire le traitement par la machine et la conception que le didacticien attribuerait au même élève sur la base des observables perceptibles dans l'univers externe.

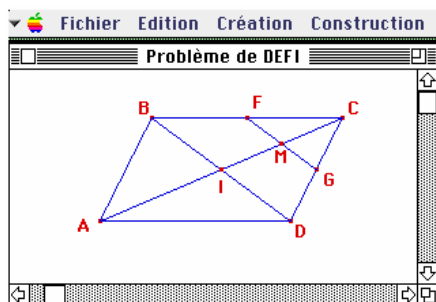
Prenons l'exemple de la construction de la figure géométrique liée au problème étudié par Gras, Ag Almouloud et Giorgiutti (ce volume) dont l'énoncé est le suivant :

On considère le parallélogramme ABCD et on désigne par I le point d'intersection de [AC] et de [BD]. Soient F et G les milieux de [BC] et de [DC] et M le point d'intersection de [AC] et [FG]. Démontrer que M est le milieu de [IC].

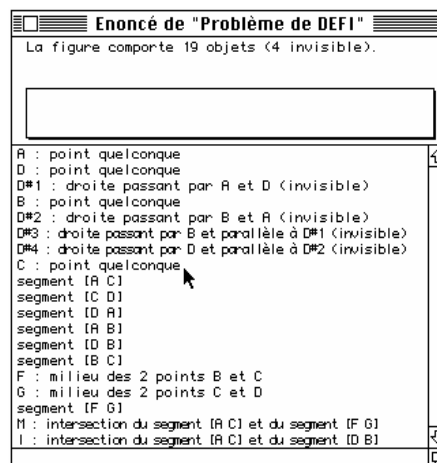
L'illustration ci-dessous (figure 2a) montre une construction réalisée par un élève de quatrième (Luengo 1993 p.31) suivie de son énoncé au sens de CABRI-géomètre (figure 2b). Cet énoncé est une première représentation d'un modèle comportemental dérivé de l'observation par la machine des actions de l'apprenant à l'interface du dispositif, exprimé dans le langage des primitives de Cabri-géomètre.

²¹ Si on réduit cette exigence à un problème spécifique et non à une classe, alors la fonctionnalité "historique" peut être suggérée pour remplir cette fonction. Une solution minimale de ce type offre peu d'intérêt, elle demande pourtant une sélection des événements et donc un niveau de traitement qui n'est pas élémentaire d'un point de vue théorique.

²² Rappelons ici les critères de distinctions de Wenger (1987 p.368) : "The first level, *behavioral diagnosis*, only deals with behavior and the product of behavior, without trying to perceive the knowledge state involved in its generation. [...] At this behavioral level, it is useful to distinguish between *observable* behavior, which consists of external actions such as typing an answer, and *unobservable* behavior, which is purely an internal mental process — or at least which the computer cannot observe." Wenger poursuit par cette remarque, trop brève à mon sens : "In this context, unobservable behavior is the use of knowledge in a reasoning chain, which is viewed as distinct from knowledge itself" (ibid.).



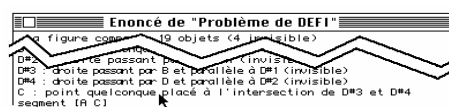
Évaluée à l'aune des contraintes usuelles des environnements papier-crayon, cette figure paraît satisfaire les contraintes exprimées par l'énoncé du problème, en fait ...



... le point C est un point libre, et non l'intersection des droites D#3 et D#4. Il est en quelque sorte posé à main levée. La figure ne résistera pas aux déplacements.

(a)

(b)



Description Cabri-géomètre qui prendrait en compte une propriété dite "perceptive" de la figure géométrique précédente (a). L'évaluation de propriétés perceptives est actuellement disponible dans Cabri-géomètre, mais elle n'est pas intégrée dans la production des énoncés Cabri.

(c)

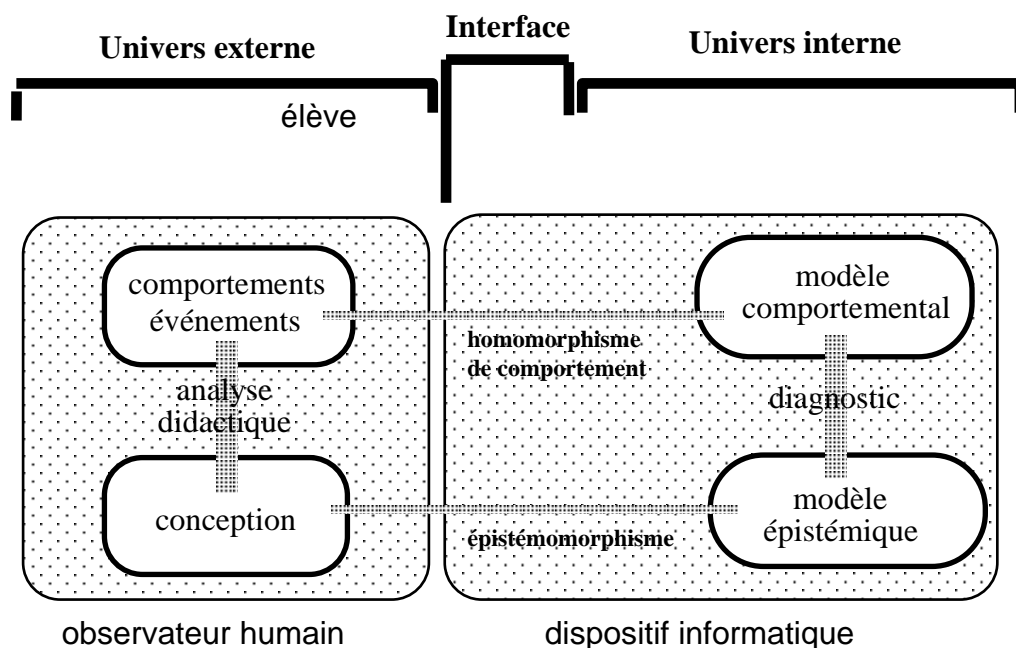
Fig. 2.

Cet exemple met en évidence l'importance des décisions à prendre quant à la nature des événements qui doivent être pris en compte à l'interface, au-delà de la trace la plus évidente constituée par la suite des commandes du dispositif informatique. Dans le cas présent, considérer que le point C est l'intersection de droites de construction auxiliaires (comme on peut l'imaginer en observant l'écran dans l'univers externe, figure 2a) est le résultat d'une décision particulière sur le niveau d'analyse de l'interface, car du point de vue des seuls événements pertinents au sens de Cabri-géomètre ce point n'est pas lié à ces droites (figure 2b). Une telle décision implique une activité de diagnostic prenant en charge un niveau d'*intention* de l'élève. Cette activité ne porte pas sur la signification des événements mais sur leur pertinence relativement à une description du comportement²³. La modélisation

²³ On notera ici une différence importante avec la possibilité d'interprétation autorisée par Wenger pour le niveau comportemental (cf. la note précédente).

comportementale exige donc un premier niveau d'interprétation, celui de l'organisation du réel "perçu".

Le niveau épistémique appelle un travail d'interprétation sur les données produites au niveau comportemental, ce travail est modélisé par une fonction classiquement appelée *diagnostic*. Dans l'exemple précédent, c'est au niveau de la modélisation épistémique qu'il peut être décidé que l'apprenant a une conception correcte ou non du parallélogramme, et que le fait que le point C soit libre est dû ou non à une mauvaise maîtrise des contraintes d'expression des relations dans Cabri-géomètre.



Ce schéma illustre le parallélisme entre l'agent humain et l'agent artificiel. De même que "conception", "comportements" et "événements" ne sont pas des données du "réel", mais le résultat d'une construction et donc d'une modélisation par l'observateur.

Fig. 3.

Pour une session donnée, correspondant à un problème ou à une classe de problèmes, la construction d'un modèle comportemental à partir de la saisie d'événements à l'interface du dispositif résulte d'un traitement qui consiste pour l'essentiel soit à ignorer des événements qui ne seraient pas pertinents, soit à remplacer certaines séquences d'événements par un descripteur dans un langage de plus haut niveau — une partie essentielle des primitives de ce langage est fournie par le langage de commande du dispositif informatique. Par ailleurs, pour la même session, on peut construire dans l'univers externe un modèle du comportement de l'élève à partir des observables pertinents au regard de l'observation dans cet univers. On peut alors poser la question de la relation entre les deux modèles comportementaux, interne et externe. On dira qu'il y a *homomorphisme de comportement* si, pour l'observateur dans

l'univers externe, le modèle interne permet de “rejouer” la session de l'apprenant de façon fidèle au regard du modèle externe. En d'autres termes, si le modèle comportemental construit par la machine rend compte non seulement des produits mais encore de l'organisation des comportements²⁴. L'énoncé Cabri de la figure 2c (ci-dessus), intégrant la caractéristique dite perceptive de la construction du sommet C du parallélogramme, donne une modélisation comportemental qui satisferait une telle contrainte au regard d'une analyse a priori des procédures des élèves pour résoudre le problème en question (voir à ce sujet Tahri 1993 chap.3 §.II.3).

Si on ne peut examiner directement la relation entre le modèle épistémique et les connaissances de l'élève, en revanche on peut examiner celle qu'entretient ce modèle avec le modèle (conception) élaboré par le didacticien. Nous dirons de cette relation qu'elle constitue un *épistémomorphisme* si elle permet de mettre en évidence que le modèle épistémique construit par la machine rend compte des propriétés structurelles et conceptuelles décrites par la conception attribuée par ailleurs à l'élève au terme de l'analyse didactique.

Ces distinctions permettent un examen critique efficace des diverses solutions jusqu'ici envisagées au problème de la prise en compte de l'élève (Balacheff 1993a), mais elles requièrent d'être plus spécifique et opératoire pour la description des conceptions et de leurs relations à la connaissance. Artigue (1990) dans un examen critique de la notion de conception et Vergnaud (1990) par sa proposition de formalisation de la notion de concept, apportent des éléments importants dans ce sens. C'est à cette question qu'il peut être aujourd'hui le plus urgent de répondre. Il s'agit en fait d'un problème plus large, celui de la représentation des connaissances dans les EIAO.

Quant à la distinction de Wenger (1987) entre comportemental et épistémique, elle peut être reformulée dans l'approche que je propose. Pour cela il faut distinguer deux types de modélisation épistémique, différents par la nature des entités qui les constituent. D'une part, une modélisation procédurale, qui pourrait être très proche du modèle comportemental dans la mesure où une procédure pourrait être identifiée à un comportement, mais qui s'en distingue par des interprétations assez poussées pour attribuer à l'élève des buts ou des stratégies (Wenger 1997, pp.371-376). D'autre part, une modélisation conceptuelle qui vise à rendre compte des connaissances de l'élève qui sous-tendent le choix et le contrôle de la mise en œuvre d'une procédure donnée. De mon point de vue, ces deux niveaux²⁵ sont nécessairement intégrés dans la description opératoire d'une conception, et donc devraient raisonnablement l'être au niveau de la modélisation épistémique. Cette relecture des propositions de Wenger montre que le niveau élémentaire de la construction des observables

²⁴ Le choix du terme homomorphisme souligne cette exigence, en allant au-delà du critère de "mapping" le plus souvent retenu dans la littérature pour exprimer la relation entre modèles.

²⁵ En fait, il s'agit bien de la distinction entre connaissances de type comportemental et de type conceptuel proposée par Rogalski (ce volume). Peut-être le terme de connaissance procédurale (ou algorithmique) serait-il mieux adapté pour qualifier le premier type.

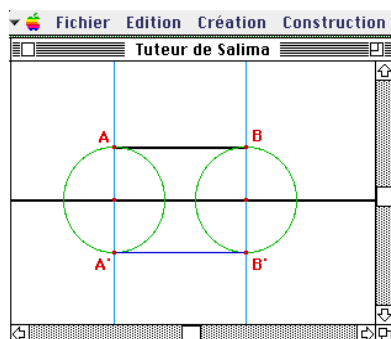
et celui de la modélisation comportementale (au sens où je viens de le préciser) ont été essentiellement oubliés dans les approches classiques, or d'une part ils sont le lieu de décisions de portée théorique et d'autre part leur qualité détermine finalement la qualité de la prise en compte de l'élève.

Ce cadre devrait permettre d'organiser plus précisément et plus systématiquement le questionnement pour l'évaluation des EIAO du point de vue de la prise en compte de l'élève : quel niveau pertinent de granularité dans la description des comportements ? Jusqu'où la prise en compte des intentions, éventuellement nécessaire pour décider de la pertinence d'un événement, implique celle des connaissances sous-jacentes ? Quelle opérationnalité du niveau épistémique (i.e. capacité de simuler effectivement l'élève) ? etc.

Le problème de l'identification et du traitement de l'erreur peut recevoir ici une nouvelle formulation. Remarquons, d'abord, que l'erreur n'est pas un fait mais la lecture d'un fait qui comme tout autre observable doit pouvoir être identifié dans le réel « offert » à l'observation. L'erreur n'existe donc pas en tant que telle au niveau du modèle comportemental, en revanche, doivent pouvoir figurer à ce niveau les éléments, comportements ou absences de comportements, qui permettront son identification. Au niveau comportemental peut être attesté un *écart* du comportement observé au comportement éventuellement attendu, associer à cet écart une *erreur* est le résultat d'une décision qui relève du diagnostic. L'interface du système constitue donc de fait un filtre dont les caractéristiques vont largement déterminer les possibilités de constitution d'un modèle comportemental pertinent.

L'exemple ci-dessous, tiré des travaux de Tahri (1993) sur l'analyse des prises de décision dans la gestion d'un processus didactique, donne une assez bonne idée de la complexité de la prise en compte de l'intention au niveau comportemental et de la décision sur la signification des écarts.

L'écran des élèves, vu par les tuteurs humains



Extrait du dialogue des tuteurs humains

[...]

Nathalie : bon, l'extrémité 2, la droite elle est pas perpendiculaire à l'axe, elle est perceptivement orthogonale à l'axe et le premier elle est comment ?

Philippe : elle est perpendiculaire.

Nathalie : et c'est dommage parce qu'on va dire que c'est faux et c'est presque juste.

[...]

Les élèves et les tuteurs humains, dont les élèves ignorent l'existence, sont distants. Les élèves ont construit correctement le symétrique de A par rapport à l'axe de symétrie (la droite tracée en gras). En revanche pour ce qui concerne le point B, ils

ont construit perceptivement la perpendiculaire BB'
à l'axe de symétrie (par alignement de pixels).

Fig. 4.

4. MODELISATION DE L'INTERACTION DIDACTIQUE

4.1. INITIATIVE DE L'ELEVE, DIRECTIVITE DES SYSTEMES

Un bon critère de classification des EIAO est le degré d'initiative laissé à l'élève, ou de façon duale le degré de directivité du système. Dans le cas des premières machines à enseigner, ce degré d'initiative était très bas. Les actions et réponses possibles de l'apprenant étaient déterminées de façon statique lors de la conception et de la réalisation du système.

Les outils et les techniques de l'IA permettent une interaction plus souple dans la mesure où la compétence en résolution de problème peut être modélisée, et donc les réponses de l'élève ne seraient pas limitées à un petit nombre de solutions a priori acceptables. L'interaction elle-même est rendue plus souple par le recours à des formes moins figées de communication s'appuyant sur de multiples media (Bruillard 1991) et des modèles de dialogue (Baker 1989, Chevalier 1992). Mais pour pouvoir maintenir une interaction pertinente en permettant une initiative réelle à l'élève, la machine doit avoir la capacité de prendre en compte ses intentions et les conceptions qui sous-tendent ses actions. Cela implique une très grande connaissance des conceptions que l'on peut attribuer aux élèves relativement aux contenus en jeu, et relativement à la tâche à laquelle ils sont confrontés. Ce problème est bien plus complexe que celui de la modélisation de la connaissance dite experte — qui n'est déjà pas évidente.

En considérant le niveau d'initiative de l'apprenant, les systèmes peuvent être situés sur un continuum qui va de l'absence d'initiative à une totale liberté. Pour les besoins de mon exposé, je considérerai trois points particuliers de ce continuum : les points extrêmes, systèmes tuteurs et micromondes, et un point moyen, les environnements de découverte guidée.

Les systèmes tuteurs laissent très peu d'initiative aux apprenants. Leur conception réfère principalement à deux paradigmes : le dialogue tutoriel, qui est proche d'un enseignement que l'on pourrait qualifier de frontal, et l'accompagnement directif d'une résolution de problème qui ne tolère pas les erreurs (rétroaction immédiate avec éventuellement indication de la correction à apporter). Dans ce dernier cas le système suit pas à pas l'élève et lui interdit les actions illicites ou celles qui pourraient conduire à des solutions non prévues.

Au contraire, les micromondes laissent "toute" l'initiative à l'élève dans le cadre des contraintes syntaxiques et lexicales ordinaires de la communication (ce qui représente une limite inférieure dont on ne peut s'affranchir, quel que soit le système naturel ou artificiel).

Les critiques des environnements tuteurs, comme celles des micromondes, sont bien connues. Pour les premiers, l'apprentissage peut être réduit à une sorte de dressage aux réactions particulières du tuteur, sans que ces réactions soient rapportées à la connaissance en jeu (par exemple par un effet de réduction à l'exploration d'une combinatoire des commandes). Pour les derniers, il est clair que sans régulation extérieure, représentée au moins par une tâche donnée précise, la nature et le contenu d'éventuels apprentissages ne peut être décidé. Les systèmes dits de coach sont des tentatives pour trouver une solution intermédiaire. Ils laissent une liberté apparente, ce qui signifie qu'il n'y a pas de feedback systématique ou immédiat aux erreurs de l'élève, mais certaines règles permettent au système de planifier l'interaction en fonction d'une évaluation du comportement de l'apprenant en espérant exercer une réelle influence. WEST (Burton et Brown 1979) est un tel système, son comportement est régi par des règles du type : ne donner une aide que si l'on a la certitude que l'élève est en position de faiblesse (Principe 1, *ibid.*p.90), ou ne pas déclencher d'action de tutorat si l'élève a des chances de parvenir seul à une solution (Principe 6, *ibid.*p.91)²⁶. Le paradigme de la découverte guidée (Elsom Cook 1990) va plus loin dans cette direction, en cherchant un équilibre entre directivité et non directivité en prenant en compte d'une part l'état de l'apprenant et d'autre part la complexité de l'objet d'enseignement²⁷.

Dans les sections qui suivent je donnerai des exemples dans chacun de ces cas en m'appuyant sur des recherches françaises correspondant à des environnements effectivement existants²⁸, voire disponibles sous la forme de produit²⁹.

4.2. LES TUTEURS

GEOMETRY-TUTOR (Anderson *et al.* 1985) est un exemple prototypique d'un environnement "tuteur intelligent". Il a été conçu avec l'idée que les élèves acquièrent des compétences de résolution de problème avec plus d'efficacité avec un précepteur qui connaît bien le domaine, plutôt que dans la classe où ils résolvent seuls les problèmes et n'ont de rétroaction que sous la forme de notes, ou en comparant ce qu'ils ont produit avec des corrigés types (*ibid.* p.2). A la façon d'un précepteur très directif (selon les vues d'Anderson),

²⁶ Voir aussi une présentation de WEST et des exemples de règles dans Wenger (1987) pp.126-133.

²⁷ "At one extreme of its activity a guided discovery system may look like a free learning environment, but it is not, for the tutor is always there, and assessing the need for tutor intervention. At the other extreme the system may look like a highly directive, prescriptive tutor. Again this is only an appearance. The system can only maintain such an interaction while it believes that the student wants it, and that it is being beneficial to the student. It must be considering a reduction in its level of intervention." (Elsom-Cook 1990 chap.1 §3.3).

²⁸ Je rappelle volontiers ici une plaisanterie maintenant classique, et assez significative de difficultés de la communication scientifique dans le domaine, qui prétend que "ITS" est mis pour "invisible tutoring system" et non "intelligent tutoring system".

²⁹ Une contrainte originale, apportée par la didactique, est qu'en dessous d'un certain niveau de qualité des réalisations l'analyse et l'évaluation des apprentissages ne peuvent pas être significatives.

le tuteur doit guider l'élève en lui assurant des rétroactions immédiates sur tout écart et des aides explicites quand il s'égare ou se trouve dans une impasse :

"We have designed this tutor with a strong commitment to immediat feedback. As soon as the student makes a mistake, the tutor responds with an appropriate diagnostic message. Because a student can write his code a small piece at a time, the feedback appears as soon as one item is wrong. By contrast, in the standard learning situation a student only receives feedback after he codes the entire function — or set of functions — and tries to run it. There is a considerable psychological evidence that humans learn better with immediat feedback. The tutor also provides guidance by hinting toward the correct solution if the student is having difficulties" (Anderson et Reiser 1985 p.162)³⁰

Une interface graphique fournit à l'élève une visualisation de l'évolution de sa construction d'une preuve sous la forme d'un arbre construit dynamiquement. Au terme de la résolution, cet arbre représente la structure de la preuve (démonstration) obtenue. Ce tuteur, non seulement protège l'élève des erreurs, mais encore l'empêche de s'engager dans certaines voies de solution (Guin 1991).

Certains tuteurs réduisent de façon moins radicale la liberté de l'élève. C'est le cas par exemple d'APLUSIX (Nicaud 1989) qui laisse à l'élève la possibilité d'explorer différentes stratégies de résolution, efficaces ou non, dans le cadre de la résolution d'un problème de factorisation en algèbre élémentaire. Il n'accepte pas les transformations non correctes d'expressions algébriques et le cas échéant il fournit une rétroaction immédiate. Par ailleurs, APLUSIX donne une image de la résolution du problème sous la forme d'un arbre des transformations successives (Nicaud, ce volume).

Un autre exemple est celui de MENTONIEZH (Py et Nicolas 1990) qui constitue un environnement assez flexible pour la construction de démonstrations en géométrie. Les constructions ne sont pas nécessairement linéaires, mais l'environnement garde systématiquement l'élève dans le "droit chemin" qui correspond à l'une des preuves possibles parmi celles construites a priori d'une façon exhaustive à une profondeur donnée. Mettant en œuvre une méthode de reconnaissance de plan, MENTONIEZH peut attribuer une intention à l'élève en le suivant au cours de sa résolution. Une caractéristique originale est que l'élève peut résoudre dans l'ordre qu'il souhaite les sous-problèmes qu'il ferait apparaître pour résoudre le problème donné (Py, ce volume, en particulier §4.3).

4.3. LES MICROMONDES

³⁰ Dans cette citation, Anderson et Reiser font allusion à la conception d'un environnement d'apprentissage de la programmation en LISP. Ce sont les mêmes principes généraux qui ont conduit à la conception de GEOMETRY TUTOR. Ces principes sont au cœur d'une théorie plus générale élaborée par Anderson et connue sous le nom de ACT* pour "Automatic Control of Thought" (voir à ce sujet Wenger 1987 pp.289-306).

Logo (Papert 80) est l'exemple prototypique d'un micromonde. L'idée est de fournir à l'élève un ensemble d'objets élémentaires et un ensemble d'outils primitifs à partir desquels il peut construire des objets de plus en plus complexes alors qu'il progresse dans son exploration. D'une certaine façon, on peut considérer que le micromonde se développe au fur et à mesure que la connaissance de l'élève évolue. Cette caractéristique des micromondes est fondamentale, elle permet de les distinguer clairement des environnements de simulation³¹ plus statiques au regard du développement des connaissances. Pour dépasser cette limitation des simulations, soit sont créés des environnements à "progression de modèles" (White et Fredericksen 1990, en particulier p.99), soit la simulation est construite à partir d'un micromonde qui en permettra ensuite l'évolution³². Dans ce dernier cas le domaine de phénoménologie associé au micromonde doit satisfaire des critères épistémologiques relatifs au domaine de référence.

On peut caractériser un micromonde par l'articulation d'un système formel et d'un domaine de phénoménologie :

- le système formel est constitué d'objets primitifs, d'opérateurs élémentaires et de règles exprimant comment peuvent être manipulés objets et opérateurs ;
- le domaine de phénoménologie détermine le type de feedback que le micromonde peut produire comme conséquence des décisions et des actions de l'utilisateur. Les objets et opérateurs du système formel sont liés à des phénomènes de l'interface du dispositif informatique (il s'agit aujourd'hui essentiellement de phénomènes graphiques à la surface de l'écran).

Cabri-géomètre, par exemple, à partir d'objets élémentaires (point, droites, etc.) et de primitives de construction (point, droites, etc.), permet la construction d'une figure dont les propriétés se manifesteront par un invariant perceptif dans la manipulation directe de ses constituants de base (voir dans ce volume, Laborde et Capponi, en particulier §II.).

De cette caractérisation dérive la possibilité de création d'objets ou d'opérations complexes (les procédures de Logo, ou les macro-constructions de Cabri-géomètre) à partir des objets primitifs et opérations élémentaires, et donc la capacité essentielle d'évolution conjointe du micromonde et de son utilisateur.

Je m'intéresse ici aux micromondes dans la mesure où ils permettent de créer les conditions d'un apprentissage précis. Ils doivent pour cela, tant au niveau du système formel qui les sous-tend qu'à celui du domaine de phénoménologie associé, satisfaire des contraintes propre à l'apprentissage visé. C'est le cas de Cabri-géomètre, dont la conception est dédiée à la manipulation d'objets géométriques et à l'exploration de leurs propriétés. La caractérisation

³¹ Une simulation peut être assimilée à une fonction de plusieurs variables, dont le produit, pour un jeu de valeurs initiales données aux variables, peut être de nature numérique, textuelle, ou graphique (statique ou animé).

³² Ce qui n'est pas toujours possible, car deux niveaux de simulation, en particulier en physique, peuvent être pertinents au regard de l'évolution des connaissances des élèves mais incommensurables, i.e. non réductibles à une même théorie.

que je propose est un instrument pour cerner la validité d'un micromonde du point de vue de l'apprentissage, en permettant en particulier de préciser et d'organiser des questions en relation avec l'objectif d'utiliser un tel support pour constituer un milieu pour l'apprentissage ; en particulier, les questions sur les relations entre système formel, domaine de phénoménologie et objet d'enseignement en terme de référent³³.

4.4. LA DECOUVERTE GUIDÉE

Revenons sur l'évaluation des micromondes et des tuteurs, elle conduit à deux remarques :

- (i) un micromonde offre à l'élève un environnement riche, mais il ne peut, par lui seul, garantir un apprentissage donné. Pour réaliser un tel objectif, le micromonde doit être inclus dans un dispositif didactique dans lequel il donnera les moyens de constitution d'un milieu ad hoc (Laborde et Capponi, ce volume ; Hoyles et Noss 1992). Ce sont les caractéristiques de la réalisation de ce milieu qui garantiront (relativement) l'apprentissage escompté. En particulier, le professeur peut mettre à la disposition de l'élève des outils spécifiques sous la forme de procédures prédéfinies (par exemple certaines macro-constructions dans le cas de Cabri-géomètre — Capponi 1993).

- (ii) le suivi serré du tuteur peut permettre un apprentissage attesté par des performances et des comportements, mais il ne garantit pas la signification de ces apprentissages. Une première raison est que l'apprenant n'a pas l'occasion d'exprimer explicitement, ou en acte, sa propre compréhension ; le tuteur est plus polarisé sur la connaissance de référence que sur la connaissance dont l'élève pourrait disposer. Une autre raison est que l'apprentissage dans de tels environnements peut conduire l'élève à optimiser ses stratégies, par exemple en recherchant comment obtenir la meilleure aide explicite pour résoudre le problème en question.

C'est en prenant en compte ces limitations que s'est développé un courant de recherche pour le développement d'environnements permettant un meilleur équilibre entre ces deux extrêmes. Meilleur au sens où les décisions d'interactions ne seront pas prises sur un mode figé, mais dépendront de critères d'optimalité prenant en compte la complexité de l'objectif d'apprentissage, l'état courant des conceptions de l'apprenant, leur potentialité d'une évolution féconde. Ainsi la décision pourra être de prendre l'initiative de façon très directive, ou d'apporter à l'élève des aides ou suggestions explicites, ou de lui soumettre un nouveau problème susceptible de le faire évoluer favorablement, ou encore en le laissant poursuivre, préférant une intervention différée.

³³ Cette approche donne notamment des outils pour aborder le problème délicat de la comparaison de micromondes, en dépassant les prises de positions superficielles ou idéologiques. On trouvera un essai dans ce sens, à propos de Logo et Cabri-géomètre, dans Balacheff et Sutherland (1994).

HyperCabri (Laborde J.-M. et Sträßer 1990, Capponi 1992) est une réalisation d'un tel environnement. Elle soulève des problèmes le plus souvent laissés dans l'ombre lors de la spécification d'ingénieries didactiques, liées à nos recherches expérimentales, en nécessitant que soient examinés de façon exhaustive les cas limites ; par exemple, le cas de l'élève qui n'évolue pas quelles que soient les rétroactions du système.

DEFI-CABRI (Baulac et Giorgiutti 1992) est une implémentation d'un environnement de type découverte guidée dont l'architecture est fondée sur la collaboration du micromonde CABRI-géomètre et du tuteur DEFI. L'objectif original de DEFI est de fournir aux élèves un environnement pour l'apprentissage de l'élaboration de preuves en géométrie. Pour un problème donné, l'élève peut construire une figure dans Cabri-géomètre, et en *explorer librement* les propriétés. DEFI prend en charge la vérification de la correction de la figure et le *suivi pas à pas de la construction de la démonstration*. Des questions du tuteur sollicitent l'engagement de l'élève, du type "sais-tu comment démontrer que ... ?" (figure 5). Si l'élève répond positivement alors il peut continuer, sinon, DEFI lui apporte une aide sous la forme de questions l'invitant à explorer certains aspects de la figure. L'exploration de la figure reste libre, en revanche ce que l'élève peut en expliciter est limité par ce que DEFI considère a priori comme pertinent. Ainsi, DEFI-CABRI maintient la construction de la démonstration à l'intérieur de limites correspondant aux démonstrations qu'il a envisagées a priori.

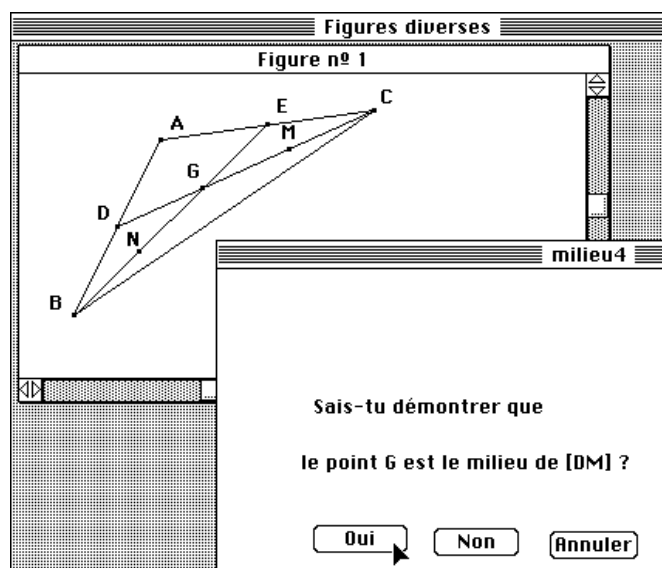


Fig. 5.

Dans un tel environnement, l'évaluation de l'activité de l'élève et des productions auxquelles elles conduisent est une tâche complexe. Une question cruciale est celle de la signification géométrique des dessins produits (Laborde et Capponi, ce volume) et donc de déterminer si l'élève a satisfait les contraintes initiales du problème et non apporté une solution ad hoc en restant au niveau du dessin (ibid.) ou en se plaçant dans un cas particulier (Allen, Desmoulins et Trilling 1992).

La conception des environnements de découverte guidée entre dans les termes de modélisation de situations adidactique, de modélisation de la dévolution, de l'institutionnalisation et donc du contrat didactique. Mais les effets relevés à propos des tuteurs ne disparaissent pas pour autant complètement (Luengo 1993). D'un point de vue plus général, la question du sens de l'activité de l'élève et donc des connaissances qu'il construit reste ouverte. De tels environnements ayant un objectif explicite d'enseignement, ils ne peuvent échapper à l'émergence d'un contrat didactique et donc des conséquences qui en découlent. En d'autres termes, l'élève peut encore construire des connaissances dans le but de satisfaire des attentes de la machine telles qu'il les perçoit, et non en relation au problème spécifique que l'on souhaitait le voir traiter.

4.5. MODELISATION DES PROCESSUS DIDACTIQUES

Le problème de la modélisation des processus de décision qui conduisent à une action en direction de l'élève, favorisant l'apprentissage, est en général considéré comme largement ouvert³⁴. Cela peut paraître paradoxal au regard de l'existence d'exemples comme ceux que nous avons évoqués ou comme ceux décrits dans une littérature de plus en plus abondante (cf. par exemple : Dijkstra *et al.* 1992). Le paradoxe n'est qu'apparent. En effet, la plus part des modèles disponibles portent sur le séquençement de leçons en tant qu'unités atomiques de curriculum, mais ne répondent pas à un niveau assez fin à la question « quand intervenir ? » ou à la question « avec quel contenu ? » en relation avec un objet d'enseignement déterminé et pour un élève dans une situation précise. Les principes mis en œuvre sont présentés comme indépendants des contenus. Pourtant ils peuvent entrer en conflit avec les caractéristiques psychogénétiques et didactiques de contenus spécifiques. C'est, par exemple, le cas de principes qui engageraient à rendre minimales les difficultés dans le passage d'une unité à une autre (Baker 1993) car ils peuvent aller à l'encontre de la nécessité de ruptures par franchissement de seuils de complexité pour certaines connaissances (ce dont rend compte la notion de sauts informationnels dans la théorie des situations didactiques). Ou encore, c'est le cas de principes prescrivant de décomposer les connaissances en unités élémentaires relativement indépendantes (idée d'enseigner une unité par leçon. Voir par exemple, VanLehn 1990 pp.129-135), ce qui va à l'encontre de l'organisation complexe des connaissances au sein de champs conceptuels.

La prise en charge, dans la conduite d'une interaction, de la spécificité des connaissances implique celle de cette spécificité dès le niveau de leur représentation. D'une part pour pouvoir rendre compte d'un état particulier de connaissance en termes opératoires (i.e. capacité effective d'action), je parlerai dans ce cas de *conception* (Balacheff 1993a),

³⁴ "Implemented process models of didactics with some articulation of the expertise involved are few, and active interest in such explicit models is relatively recent" (Wenger 1997 p.395 — mes italiques).

d'autre part pour pouvoir expliciter les relations entre ces états. Ces relations ne sont pas limitées à des relations d'ordre total ou partiel, elles sont le plus souvent d'une nature systémique liée à l'interdépendance des conceptions au sein d'un champ conceptuel (une conception ne fonctionne pas seule mais en interaction avec d'autres). Les processus de décisions de portée globale sont insuffisants, ils doivent être complétés de processus distribués au niveau des conceptions et des liens entre conceptions.

Ainsi, dans HyperCabri, certains problèmes diagnostiqués dans la construction d'un carré provoquent la proposition à l'apprenant d'une nouvelle situation, pour l'acquisition de compétences de report de longueur, qui elle-même est l'objet d'une séquence et de processus de décisions spécifiques. Cette approche conduit à une architecture proche de l'architecture "bite sized tutoring" de Bonar (1985, d'après Wenger 1987 pp.144-151) dans laquelle les processus de décision didactique sont distribués sur les constituants du "curriculum".

Les informaticiens souligneront probablement les limites d'une faible capacité de transfert de cette approche, mais les invariants ne seraient-ils pas à rechercher aujourd'hui du côté des méthodes et des problématiques, plus que du côté de structures qui seraient faciles à réinvestir de façon indépendante des contenus. Il s'agit bien pour chaque connaissance de reposer le problème de l'économie et de l'écologie des conceptions qu'on peut lui rattacher, tant du point de vue de son fonctionnement que de celui de son apprentissage. Au sein même des mathématiques, il est maintenant assez clair qu'il y a une spécificité de l'algèbre relativement à la géométrie, de l'algèbre linéaire relativement au calcul intégral. Il y a cependant des traits communs à ces connaissances qui marquent leur appartenance commune aux mathématiques, par exemple : le rôle joué par les problèmes, la place prise par la manipulation de systèmes symboliques.

La didactique des mathématiques dispose de moyens assez robustes pour aborder ces questions. Le point de départ sont les notions de conception et de problème. Le lien entre conceptions et problèmes est central comme en attestent de nombreux travaux (voir à ce sujet Artigue 1990). D'une part, les problèmes sont le critère de reconnaissance de l'existence et donc de l'opérationnalité d'une conception (problèmes constituant son domaine de validité), d'autre part les problèmes sont le moyen de remettre en question une conception et donc de permettre son évolution. De ces liens entre conceptions et problèmes on peut induire un graphe biparti conception/problème pour lequel un processus didactique est une fonction de génération de parcours particuliers. Cette modélisation a été mise en œuvre pour la réalisation d'un environnement hybride associant un tuteur artificiel et un tuteur humain (Tahri 1993, Balacheff et Tahri 1993) dans le pilotage d'un apprentissage de la symétrie orthogonale. Dans cet environnement, le tuteur artificiel apporte une aide au diagnostic, et pour une conception identifiée il propose au tuteur humain un ensemble de problèmes qui en permettraient l'évolution. L'étude a porté sur les décisions de diagnostic et les décisions de transition dans le graphe de représentation des connaissances (choix d'un problème parmi ceux proposés par le tuteur artificiel). L'analyse des processus de décision du tuteur humain

confirme le rôle joué par la prise en compte des spécificités de la connaissance en jeu et de celles de la conception attribuée à l'élève, elle soulève par ailleurs le problème de la dévolution aux élèves des situations qu'on leur propose ou des aides qu'on cherche à leur apporter. Cette question de la dévolution ne peut être envisagée de façon indépendante de la formalisation d'un processus qui serait, lui, pensé adidactique

La modélisation d'un processus didactique ne se limite pas à celle de la représentation des connaissances et de fonctions de décision du tuteur, elle doit considérer la nécessaire négociation du sens des situations que le dispositif informatique cherche à organiser. En effet, les interactions dans le cadre d'une session d'apprentissage n'ont pas de sens en soi mais un sens relativement à une intention que l'élève attribue au système avec lequel il interagit. Cette question ne peut être abordée qu'en replaçant le dispositif informatique, et donc les modélisations qui le sous-tendent, dans la perspective de sa mise en œuvre dans le système didactique.

5. CONCLUSION

La modélisation informatique de processus didactique pose des problèmes originaux (par exemple la transposition informatique) et oblige à reprendre des concepts de didactique (par exemple, celui de conception) ou certaines questions (par exemple, celle du rôle professeur) avec plus de précision. C'est un effet banal de la nécessité où l'on se trouve d'une explicitation qui permette la mise en œuvre opératoire des modèles par des agents indépendants ; ici des dispositifs informatiques. En un sens le problème n'est pas nouveau. Nous l'avons déjà rencontré et nous devons le traiter fréquemment dans le cadre de la communication avec les enseignants sur le terrain ou dans celui de la formation, voire dans la communication avec d'autres chercheurs. Mais il est ici considéré sous les contraintes particulières de la modélisation computationnelle. Les éclairages que j'ai pu apporter en tant que didacticien sur certains problèmes liés à cette modélisation, représentation des connaissances, prise en compte de l'apprenant, décisions didactiques, ouvrent une première voie à la prise en compte de ces contraintes dans la conceptualisation des processus et des phénomènes de didactique, qui est notre objet. Mais il est clair que tout cela est encore très limité, l'essentiel reste à venir. Il importera dans les avancées que nous réaliserons de concevoir cette recherche dans une relation constante et étroite avec l'étude de la place et de la mise en œuvre de dispositifs informatiques dans le système didactique.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Allen R., Desmoulins C., Trilling L. (1992) Tuteurs intelligents et Intelligence Artificielle : problèmes posés en construction de figures géométriques. in Frasson C. *et al.* (eds) *Intelligent Tutoring Systems* (pp.325-334). Berlin: Springer-Verlag.

- Anderson J.R. (1988) The Expert Module. in Polson M. C., Richardson J. J. (eds) *Foundations of Intelligent Tutoring Systems* (pp.21-53). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.
- Anderson J.R., Boyle C.F., Corbett A.T., Lewis M.W. (1990) Cognitive modelling and intelligent tutoring. *Artificial intelligence* 42 (1) 7-49.
- Anderson J.R., Boyle C.F., Yost G. (1985) The GEOMETRY TUTOR. *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence* (pp.1-7). Los Altos : Morgan Kaufmann.
- Anderson J.R., Reiser B.J. (1985) The LISP TUTOR. *Byte*. April, 159-175
- Artigue M. (1990) Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 10 (2/3) 241-285.
- Baker M. (1989) *Negotiated tutoring : An approach to interaction in intelligent tutoring systems*. Doctoral dissertation. Milton Keynes : The Open University.
- Baker M. (1993) Adapting instructional design methods to intelligent multimedia authoring systems. in Tennyson R.D. (ed) *Automating instructional design, development, and delivery* (pp.197-223). Berlin : Springer-Verlag.
- Balacheff N. (1991) Contribution de la didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO. in Bellissant C. (ed) *Actes des XIII^e Journées francophones sur l'informatique* (pp.9-38). Grenoble : IMAG.
- Balacheff N. (1993a) Modélisation de l'apprenant. in Noirfalise R. (ed.) *Actes de la 7^e Ecole d'été de didactique des mathématiques*. Clermont-Ferrand : IREM et Université (sous presse).
- Balacheff N. (1993b) Artificial Intelligence and Real Teaching. in Keitel C., Ruthven K. (eds) *Learning through computers: Mathematics and Educational Technology* (pp.131-158). Berlin : Springer-Verlag.
- Balacheff N. (1994) La transposition informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique. in Artigue M. et al. (eds) *20 ans de didactique des mathématiques en France*. Grenoble : La Pensée Sauvage. (sous presse)
- Balacheff N., Sutherland R. (1993) Epistemological domain of validity of microworlds, the case of Logo and Cabri-géomètre. in Lewis R., Mendelshon P. (eds) *Lessons from learning*. Proceedings of the IFIP WG3 working group. North Holland (sous presse).
- Balacheff N., Tahri S. (1993) Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur Cabri-géomètre. in Noirfalise R. (ed) *Actes de la 7^e Ecole d'été de didactique des mathématiques*. Clermont-Ferrand : IREM et Université (sous presse).
- Baulac Y., Giorgiutti I. (1992) Interaction micromonde/tuteur en géométrie. in Baron M., Gras R., Nicaud J.-F. (eds) *Actes des deuxièmes journées de Cachan* (pp.11-18). Cachan : ENS Cachan
- Bellemain F. (1992) *Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-géomètre*. Thèse. Grenoble : Université Joseph Fourier.
- Bonar J.G. (1985) Bite-sized intelligent tutoring. *ITSG newsletter* 85 (3) Pittsburgh : Learning Research and Development Center.
- Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 7 (2) 33-115.
- Brown J.S., Burton R.R. (1978) Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science* 2, 155-191.
- Bruillard E. (1991) *Mathématiques et EIAO : une vision hypertexte des environnements d'apprentissage*. Thèse. Le Mans : Université du Maine.
- Burton R.R. (1988) The Environment Module of Intelligent Tutorial Systems. in Polson M.C., Richardson J.J. (eds) *Foundations of Intelligent Tutoring Systems* (pp.108-142). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

- Burton R.R., Brown J.S. (1979) An investigation of computer coaching for informal learning activities. *International Journal of Man-Machine Studies* 11, 5-24. Repris dans : Sleeman D.H., Brown J.S. (eds) (1982) *Intelligent Tutoring Systems* (pp.79-98). Londres : Academic Press.
- Capponi B. (1992b) Hypercarré : problèmes d'un système tutoriel en géométrie. in Baron M., Gras R., Nicaud J.-F. (eds) *Deuxième journées EIAO de Cachan*. (pp.77-88). Cachan : ENS Cachan.
- Capponi B. (1992a) Modification des menus dans Cabri-géomètre : les symétries comme outils de construction. *petit X* 33, 37-68.
- Carbonnell J.R. (1970) *Mixed-Initiative Man-Computer Instructional Dialogue*. Doctoral Dissertation. Cambridge, M. A. : MIT.
- Chevalier R. (1992) *STUDIA : mise en œuvre d'un système dynamique de dialogue dans un tuteur intelligent*. Thèse. Le Mans : Université du Maine.
- Chevallard Y. (1985) *La transposition didactique*. (nouvelle édition augmentée 1991) Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chevallard Y. (1992) Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques. in Cornu B. (ed) *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (pp.183-203). Paris : PUF.
- Clancey W.J. (1983) The epistemology of a rule based expert system : A framework for explanation. *Artificial Intelligence* 20, 215-251.
- Clancey W.J. (1987) *Knowledge-based tutoring : the GUIDON program*. Cambridge, M.A. : MIT Press
- Clancey W.J. (1992) New perspective on cognition and instructional technology. in Costa E. (ed) *New direction for intelligent tutoring systems* (pp.3-14). Berlin : Springer-Verlag.
- Cornu B. (1992) L'évolution des mathématiques et de leur enseignement. in Cornu B. (ed) *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (pp.13-69). Paris : PUF.
- Desmoulin C. (1994) *Etude et réalisation d'un système tuteur pour la construction de figures géométriques*. Thèse. Grenoble : Université Joseph Fourier.
- Dijkstra S., Krammer H.P.M., van Merriënboer J.J.G. (eds) (1992) *Instructional models in computer-based learning environments*. Berlin : Springer-Verlag.
- Elsom-Cook, M. (1990) *Guided Discovery Tutoring*. Paul Chapman Publishing, London.
- Ganascia J.-G. (1990) *L'âme-machine*. Paris : Seuil.
- Ganascia J.-G. (1993) *L'intelligence artificielle*. Coll. Domino, 4. Paris : Flammarion.
- Gras R. (ed.) (1991) *Actes de la VI^e école d'été de didactique des mathématiques*. Rennes : IRMAR.
- Guin, D. (1991) Modélisation de la démonstration géométrique dans Geometry Tutor. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (4, pp.5-40). Strasbourg : IREM de Strasbourg.
- Hillel J. (1993) Computer algebra systems as cognitive technologies : implication for the practice of mathematics education. in Keitel C., Ruthven K. (eds) *Learning from computers : mathematics education and technology* (pp.19-47). Berlin : Springer-Verlag.
- Hoyles C. (1993) Microworlds/Schoolworlds : The transformation of an innovation. in Keitel C., Ruthven K. (eds) *Learning from computers : mathematics education and technology* (pp.1-17). Berlin : Springer-Verlag.
- Hoyles C., Noss R. (1992) A pedagogy for mathematical microworlds. *Educational Studies in Mathematics* 23 (1) 31-59.
- Kimball R. (1973) *Self-optimizing computer-assisted tutoring : theory and practice*. Technical Report 206. Psychology and Education Series. Stanford : Stanford University.

- Laborde C. (1993) The computer as part of the learning environment : the case of geometry. in Keitel C., Ruthven K. (eds) *Learning through computers: Mathematics and Educational Technology* (pp.48-67). Berlin : Springer-Verlag. (sous presse).
- Laborde J.-M. (1993) Intelligent microworlds and learning environments. in Laborde J.-M. (ed) *Intelligent Learning Environments: The case of Geometry*. Berlin : Springer-Verlag. (sous presse).
- Laborde J.-M., Strässer R. (1990) Cabri-géomètre : a microworld of geometry for guided discovery learning. *Zentralblatt für Didaktik des Mathematik* 5, 171-177.
- Luengo V. (1993) *Contraintes informatiques et apprentissage de la démonstration, à propos de trois logiciels*. Mémoire de DEA de didactique des disciplines scientifiques. Grenoble : Université Joseph Fourier.
- McCarthy J. (1977) Epistemological Problems of Artificial Intelligence. *Proceedings IJCAI-77*. Cambridge, MA. Repris dans : Brachman R.J., Levesque H.J. (eds) (1985) *Readings in knowledge communication* (pp.23-30). Los Altos : Morgan Kaufmann.
- Morin E. (1986) *La méthode, 3. La connaissance de la connaissance*. Coll. Essai (n°236). Paris : Editions du Seuil.
- Nicaud J.-F. (1989) APLUSIX : un système expert pédagogique et un environnement d'apprentissage dans le domaine du raisonnement algébrique. *Technique et Science Informatique* 8 (2) 145-155.
- Nicaud J.-F., Vivet M. (1988) Les tuteurs intelligents : réalisations et tendances de recherches. *Techniques et Sciences Industrielles* 7 (1) 21-45.
- Papert S. (1980) *Mindstorm*. Trad. Fr. (1981) *Jaillissement de l'esprit*. Paris : Flammarion.
- Py D., Nicolas P. (1990) mentoniez : a geometry ITS for figure drawing and proof setting. *Artificial Intelligence in Education* 1(3) 41-55.
- Rauzy G. (1992) L'informatique conduit-elle à des mathématiques nouvelles ? in Cornu B. (ed.) *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques* (pp.97-117). Paris : PUF.
- Saffar B., Kassel G. (eds) (1990) Explication. *Revue d'intelligence artificielle* 4 (2) 7-160
- Saïdi M. (1992) *Planification et explication du raisonnement d'un résolveur complexe en algèbre*. Thèse. Paris-Orsay : Université de Paris XI.
- Self J. (1988) *Artificial Intelligence and Human Learning*. Londres : Chapman and Hall Computing.
- Shortliffe E.H. (1976) *Computer-based medical consultations : MYCIN*. New York : American Elsevier Publishers.
- Sleeman D.H. (1982) Inferring (mal) rules from pupils' protocols. *Proceedings of the European Conference on Artificial Intelligence* (pp.160-164). Orsay, France.
- Sleeman D.H., Brown J.S. (1982) *Intelligent Tutoring Systems*. Londres : Academic Press.
- Tahri S. (1993) *Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur Cabri-géomètre pour l'analyse de décisions didactiques*. Thèse. Grenoble : Université Joseph Fourier.
- Turing A.M. (1950) Computing machinery and intelligence. Repris dans : (1987) *Vues de l'esprit*. Paris : InterEditions.
- Van Lehn K. (1982) Bugs are not enough: empirical studies of bugs, impasses and repairs in procedural skills. *Journal of Mathematical Behaviors* 3, 3-72.
- VanLehn K. (1990) *Mind bugs*. Cambridge, M.A. : The MIT Press.
- Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* 10 (2/3) 133-170.
- Vivet M. (1984) *Expertise mathématique et informatique : CAMELIA un logiciel pour raisonner et calculer*. Thèse de d'état. Paris : Université Pierre et Marie Curie
- Vivet M. (1987) Système expert pour enseigner : méta-connaissance et explication. *Congrès international MARI/COGNITIVA..* Paris.

- Vivet M. (1990) Uses of ITS, which role for the teacher ? *in* Costa E. (ed) *New direction for intelligent tutoring systems* (pp.171-180). Berlin : Springer-Verlag.
- Wenger E. (1987) *Artificial Intelligence and Tutoring Systems*. Los Altos : Morgan Kaufmann Pub. Inc.
- White B. Y., Frederiksen J.R. (1990) Causal models progressions as a foundation for intelligent learning environments. *Artificial Intelligence* 4, 99-157.