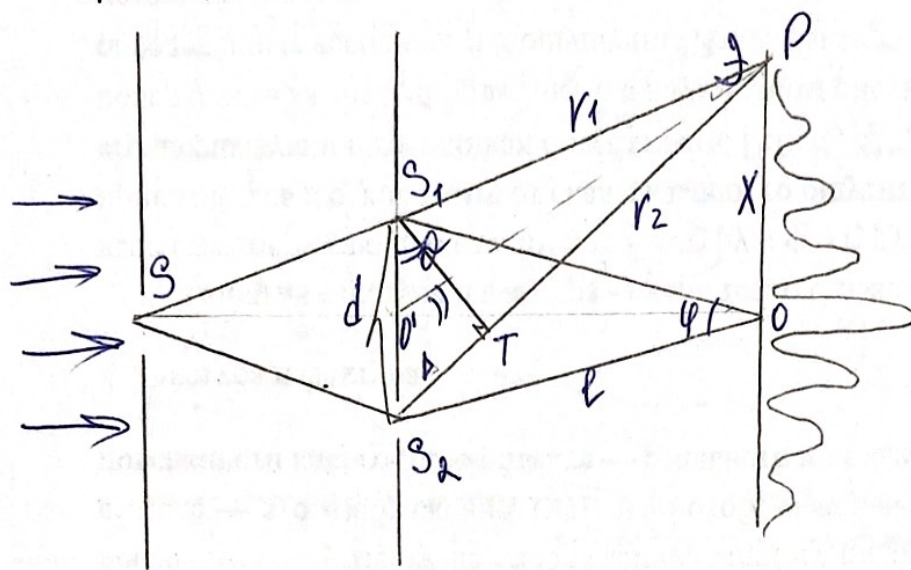


16.4 Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зелёный светофильтр ($\lambda_1=500$ нм) заменить красным ($\lambda_2=650$ нм)?



Разность хода: $\Delta = r_2 - r_1$

Из $\triangle O'S_1T$: $\sin \theta = \frac{\Delta}{d} \Rightarrow \Delta = d \sin \theta = d \theta$ (в силу малости угла)

Из $\triangle O'OP$: $\tan \theta = \frac{x}{l} \Rightarrow \theta = \frac{x}{l}$

Отсюда: $\Delta = d \frac{x}{l}$

Пусть $m=1$

$$\Delta = m\lambda = \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d x}{l}$$

$$x = \frac{\lambda l}{d}$$

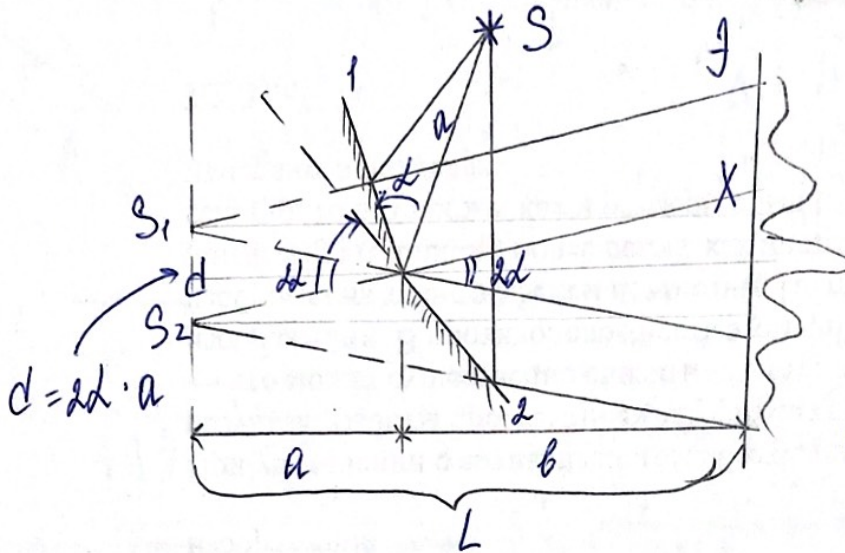
Для λ_1 : $x_1 = \frac{\lambda_1 l}{d}$

Для λ_2 : $x_2 = \frac{\lambda_2 l}{d}$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{\frac{\lambda_2 l}{d}}{\frac{\lambda_1 l}{d}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{650}{500} \times = 1,3$$

Ответ: увеличится в 1,3 раза

16.6 В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d=0,5$ мм, расстояние до экрана $L=5$ м. В зелёном свете получились интерференционные полосы, расположенные на расстоянии $\ell=5$ мм друг от друга. Найти длину волны λ зеленого света.



Условие макс:
 $\Delta = m\lambda$

Разность коф:
 $\Delta = \frac{dx}{\ell}$

Отсюда:

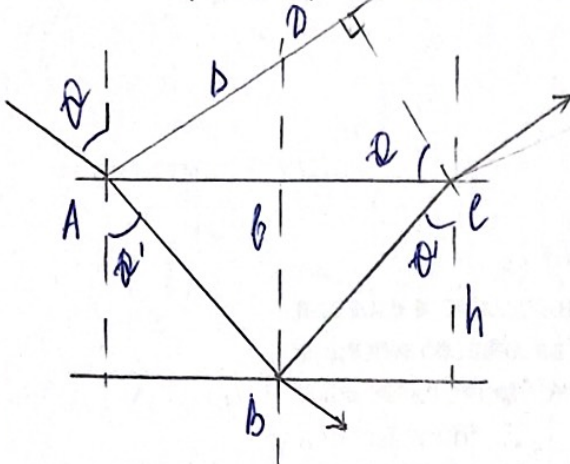
$$\frac{dx}{\ell} = m\lambda$$

$$\lambda = \frac{dx}{Lm} = \frac{d\ell}{L}$$

$$\lambda = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{5} = 500 \text{ нм}$$

Ответ: $\lambda = 500 \text{ нм}$

16.9 На мыльную плёнку падает белый свет под углом $\alpha=45^\circ$ к поверхности плёнки. При какой наименьшей толщине h плёнки отражённые лучи будут окрашены в жёлтый цвет ($\lambda=600$ нм)? Показатель преломления мыльной воды $n=1,33$.



Разность ходов:

$$\Delta = n(AB + BC) - AD$$

$$\cos \alpha' = \frac{b}{AB} \quad AB = \frac{b}{\cos \alpha'}$$

$$AB + BC = \frac{2b}{\cos \alpha'}$$

$$\tan \alpha' = \frac{AD}{b} \quad AC = 2 \tan \alpha' b \quad AD = 2 \tan \alpha' b \sin \alpha$$

$$\begin{aligned} \Delta &= n \cdot \frac{2b}{\cos \alpha'} - 2 \tan \alpha' b \sin \alpha = \\ &= 2b \left(\frac{n}{\cos \alpha'} - \frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\cos \alpha'} \right) = \\ &= 2b \cdot \frac{n}{\cos \alpha'} \cdot \frac{(1 - \sin^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha'} = \frac{2bn}{\cos \alpha'} = 2bn \cdot \cos \alpha' \end{aligned}$$

т.к. $n > 1 \Rightarrow$ происходит потеря фазы
 $\Delta = 2n b \cos \alpha' - \frac{1}{2}$

т.к. мы ищем макс. отражёнке
 пути макс

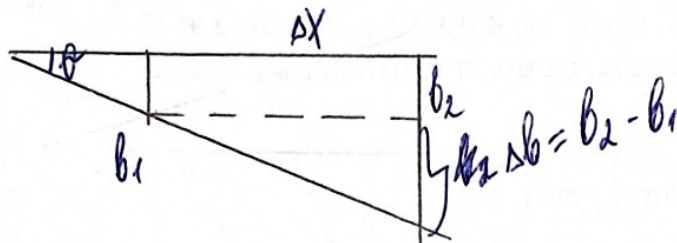
$$2b \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{1}{2} = m\lambda$$

$$b = \frac{m\lambda - \frac{1}{2}}{2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = [m=0] = \frac{\lambda}{4 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{600 \cdot 10^{-9}}{4 \sqrt{1,33^2 - \sin^2 45^\circ}} = \frac{150 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{1,33^2 - 0,5}} = \frac{150 \cdot 10^{-9}}{1,126} = \\ &= 133,21 \text{ нм} \end{aligned}$$

Ответ: $b = h = 133,21$ нм

16.12 Пучок света ($\lambda=582$ нм) падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Угол клина $\gamma=20''$. Какое число k_0 темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла $n=1,5$.



$\Delta = \lambda$ (между максимумами)

$\Delta b = \frac{\lambda}{2n}$ (между соседними полосами)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta b}{\Delta x} = \frac{k \lambda}{2n \Delta x}$$

число темных полос: $k_0 = \frac{k}{\Delta x}$

Итого:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_0 \lambda}{2n}$$

$$k_0 = \frac{2n \operatorname{tg} \varphi}{\lambda}$$

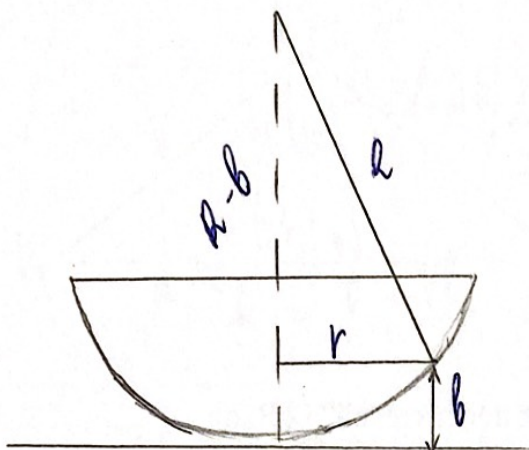
$$\operatorname{tg} 20'' = 0,0056^\circ$$

$$k_0 = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot \operatorname{tg} 0,0056^\circ}{582 \cdot 10^{-9}} \approx \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 0,0000969627}{582 \cdot 10^{-9}}$$

$$= \frac{3 \cdot 96963}{582} = 499,8$$

Ответ: $k_0 \approx 500$

16.22 Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. После того как пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнили жидкостью, радиусы темных колец в отражённом свете уменьшились в 1,25 раза. Найти показатель преломления n жидкости.



$$\text{Из } \Delta \quad R^2 = (R-b)^2 + r^2 = R^2 - 2Rb + b^2 + r^2$$

$$2Rb = r^2 \Rightarrow r = \sqrt{2Rb}$$

Т.к. кольцо тёмное:

$$\Delta = 2bn + \frac{\lambda}{2} = (m + 1/2)\lambda$$

$$2bn = m\lambda$$

$$2b = \frac{m\lambda}{n}$$

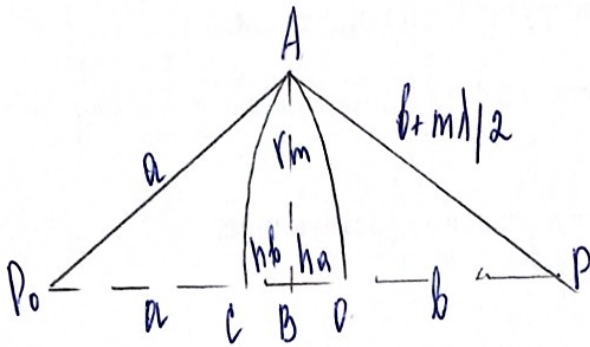
$$r = \sqrt{\frac{Rm\lambda}{n}} = \sqrt{\frac{R\lambda}{n}}$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{R\lambda}}{\sqrt{n_1}} \cdot \frac{\sqrt{n_2}}{\sqrt{R\lambda}} = \sqrt{\frac{n_2}{n_1}} = [n_1 = 1] = \sqrt{n_2}$$

$$n_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 1,25^2 = 1,5625$$

$$\text{Ответ: } n_2 = 1,5625$$

16.28 Свет от монохроматического источника ($\lambda=600$ нм) падает нормально на диафрагму с диаметром отверстия $d=6$ мм. За диафрагмой на расстоянии $l=3$ м от неё находится экран. Какое число k зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?



по 7. Пирамиды:

$$r_m^2 = a^2 - (a - ha)^2$$

$$r_m^2 = (2a - ha)ha$$

$$r_m^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + m\lambda/2 - hb)^2$$

$$r_m^2 = (2b + m\lambda - hb)hb$$

т.к. $hb \ll 2b$, $m\lambda \ll 2b$, $ha \ll 2a$

то: $r_m^2 = 2aha = 2bhb$

$$ha + hb = m\lambda/2$$

$$\frac{r_m^2}{2a} + \frac{r_m^2}{2b} = \frac{m\lambda}{2}$$

$$\frac{r_m^2}{b} = m\lambda - \frac{r_m^2}{a}$$

$$\Rightarrow r_m^2 = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}}$$

$$r_m^2 = m\lambda \frac{ab}{a+b}$$

Предположим:

$a \rightarrow \infty$, тогда $r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a}} = \sqrt{m\lambda b}$

$$r_m^2 = m\lambda b$$

$$m = \frac{r_m^2}{\lambda b} = \frac{d^2}{4\lambda b}$$

$$m = \frac{6 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 600 \cdot 10^{-9} \cdot 3} = \frac{36}{7,2} = 5$$

Ответ: $m=5$

16.47 Зрительная труба гониометра с дифракционной решеткой поставлена под углом $\phi = 20^\circ$ к оси коллиматора. При этом в поле зрения трубы видна красная линия спектра гелия ($\lambda_{кр} = 668 \text{ нм}$). Какова постоянная d дифракционной решетки, если под тем же углом видна и синяя линия ($\lambda_{с} = 447 \text{ нм}$) более высокого порядка? Наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при помощи решетки, $k=5$. Свет падает на решетку нормально.

Для дифф. решетки: $d \sin \varphi = k \lambda$

$$\text{для } \lambda_{кр} \quad d \sin \varphi = k_1 \lambda_{кр}$$

$$\text{для } \lambda_{с} \quad d \sin \varphi = k_2 \lambda_{с}$$

$$k_1 \lambda_{кр} = k_2 \lambda_{с}$$

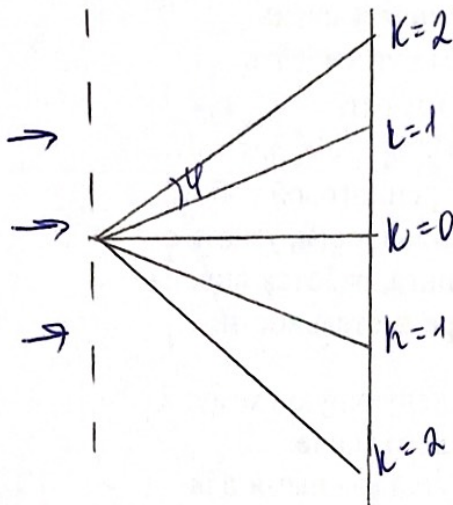
$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\lambda_{кр}}{\lambda_{с}} = \frac{668 \cdot 10^{-9}}{447 \cdot 10^{-9}} = 1,5$$

Условию k_1 и k_2 должны быть целыми: $k_1 = 3, k_2 = 2$

Тогда:
$$d = \frac{k \lambda_{с}}{\sin \varphi} = \frac{2 \cdot 447 \cdot 10^{-9}}{\sin 20^\circ} = 3921 \text{ нм} \approx 4 \text{ мкм}$$

Ответ: 4 мкм

16.53 Найти линейную дисперсию D дифракционной решетки в условиях предыдущей задачи, если фокусное расстояние линзы, проектирующей спектр на экран, равно $F=40$ см.



Для групп. решетки

$$d \sin \varphi = k\lambda$$

Продифф.:

$$d \cos \varphi d\varphi = k d\lambda$$

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}$$

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d} \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{d^2}}$$

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{d^2}}}$$

$$\left(\frac{d\varphi}{d\lambda}\right)^2 = \frac{k^2}{d \cdot \frac{d^2 - \lambda^2}{d}} = \frac{k^2}{d^2 - \lambda^2}$$

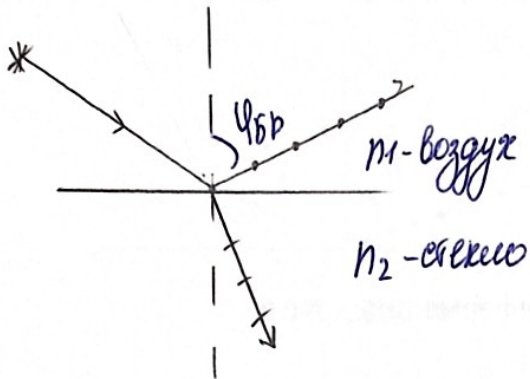
Линейная дисперсия

$$D = F \frac{d\varphi}{d\lambda}$$

$$D = 40 \cdot 10^{-2} \cdot 2,02 \cdot 10^5 = 0,808 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{м}} = 80,8 \frac{\text{мм}}{\text{мм}}$$

Ответ: $D = 80,8 \frac{\text{мм}}{\text{мм}}$

16.58 Найти угол i_B полной поляризации при отражении света от стекла, показатель преломления которого $n=1,57$.



Для макс. поляризации при i_{Bp} :

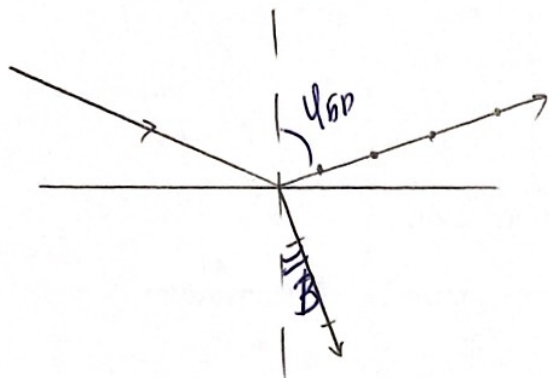
$$\operatorname{tg} i_{Bp} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$i_{Bp} = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1}$$

$$i_{Bp} = \operatorname{arctg} 1,57 = 1,003655 = 57,51^\circ$$

$$\text{Ответ: } i_{Bp} = 57,51^\circ$$

16.68 Найти коэффициент отражения ρ и степень поляризации P_1 отраженных лучей при падении естественного света на стекло ($n=1,5$) под углом $i=45^\circ$. Какова степень поляризации P_2 преломленных лучей?



Коэф. отражени:

$$\rho = \frac{Y}{Y_0} = \frac{Y_{\parallel} + Y_{\perp}}{Y_0}$$

степень поляризации:

$$\rho = \frac{Y_{\parallel} - Y_{\perp}}{Y_{\parallel} + Y_{\perp}}$$

Закон преломления: $n_1 \sin 45^\circ = n_2 \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{n_1 \sin 45^\circ}{n_2} \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{\sin 45^\circ}{n_2}\right)$

$$\text{Тогда } \beta = \arcsin\left(\frac{\sin 45^\circ}{1,5}\right) = 28,13^\circ$$

Для отраженного луча:

$$Y_{\perp} = 0,5 Y_0 \frac{\sin^2(45^\circ - \beta)}{\sin^2(45^\circ + \beta)} \quad Y_{\parallel} = 0,5 Y_0 \frac{\sin^2(16,87^\circ)}{\sin^2(73,13^\circ)} = 0,046 Y_0$$

$$Y_{\parallel} = 0,5 Y_0 \frac{\tan^2(45^\circ - \beta)}{\tan^2(45^\circ + \beta)} \quad Y_{\parallel} = 0,5 Y_0 \frac{\tan^2(16,87^\circ)}{\tan^2(73,13^\circ)} = 0,042 Y_0$$

$$P_1 = \frac{|0,0042 - 0,046| Y_0}{(0,0042 + 0,046) Y_0} = 0,833 = 83,3\%$$

$$\rho = \frac{(0,0042 + 0,046) Y_0}{Y_0} = 0,0502 = 5,02\%$$

$$P_2 = \rho P_1 = 4,3\%$$

Для преломленного луча:

$$Y_{\perp} = 0,5 Y_0 \left(1 - \frac{\sin^2(45^\circ - \beta)}{\sin^2(45^\circ + \beta)}\right) \quad Y_{\perp} = 0,5 Y_0 \left(1 - \frac{\sin^2(16,87^\circ)}{\sin^2(73,13^\circ)}\right) = 0,454 Y_0$$

$$Y_{\parallel} = 0,5 Y_0 \left(1 - \frac{\tan^2(45^\circ - \beta)}{\tan^2(45^\circ + \beta)}\right) \quad Y_{\parallel} = 0,5 Y_0 \left(1 - \frac{\tan^2(16,87^\circ)}{\tan^2(73,13^\circ)}\right) = 0,4957 Y_0$$

$$P_2 = \frac{|0,4957 - 0,454| Y_0}{(0,4957 + 0,454) Y_0} = 0,043 = 4,3\%$$