

- 1 链接
- 2 T5: Electric Propulsion: High Performance motors, In-wheel motors, Motor Control, Steering by Wire.
- 3 SPWM,SVPWM
  - 3.1 SPWM (正弦脉宽调制)
  - 3.2 SVPWM (空间矢量脉宽调制)
    - 3.2.1 SVPWM特殊问题
- 4 关于基本三相模型
  - 4.1 永磁同步电机数学模型
    - 4.1.1 基本概论
    - 4.1.2 凸极式定义
    - 4.1.3 d-直轴, q-交轴
    - 4.1.4 电压方程
    - 4.1.5 磁链方程
    - 4.1.6 电磁转矩
    - 4.1.7 机械运动方程
    - 4.1.8 clarke 变换（初步变换为  $\alpha - \beta$  坐标系）
      - 4.1.8.1 clarke 变换下新的磁链方程, 电压方程, 转矩方程
    - 4.1.9 parker变换(d-p旋转)
      - 4.1.9.1 parker 变换阵
      - 4.1.9.2 parker变换下电流表达式、磁链, 电压, 转矩方程
  - 4.2 三项异步电机异步
    - 4.2.1 电压、磁链、转矩方程
  - 4.3 Constant voltage operation
    - 4.3.1 关键技术
      - 4.3.1.1 buck-boost
      - 4.3.1.2 DC/AC(单向逆变)

## 1 链接

```
---不同步电机结构
https://zhuanlan.zhihu.com/p/696150429
https://blog.csdn.net/qq_42057028/article/details/112213839

---同步电机
https://www.zhihu.com/question/376811991      ----转矩
https://zhuanlan.zhihu.com/p/944875986      -1磁链介绍
https://zhuanlan.zhihu.com/p/3626119686      - 2电压、磁链推导
https://zhuanlan.zhihu.com/p/293470912      -clark,park
https://www.bilibili.com/opus/542384859742652878  -clark,park
https://zhuanlan.zhihu.com/p/616487488 // 同步电机
---异步电机

https://zhuanlan.zhihu.com/p/589098477 //异步电机
https://zhuanlan.zhihu.com/p/560914556
```

## 2 T5: Electric Propulsion: High Performance motors, In-wheel motors, Motor Control, Steering by Wire.

### 3 SPWM,SVPWM

#### 3.1 SPWM (正弦脉宽调制)

以频率与期望的输出电压波相同的正弦波作为调制波 (Modulation Wave),  
以频率比期望波高得多的等腰三角波作为载波 (Carrier Wave) ,  
当调制波与载波相交时, 由它们的交点确定逆变器开关器件的通断时刻,  
从而获得幅值相等、宽度按正弦规律变化的脉冲序列, 这种调制方法称作正弦脉宽调制 (Sinusoidal Pulse Width Modulation, SPWM)

其输出电压通过桥臂控制管开关来控制, 可视作

$$(S_A, S_B, S_C) \in \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 1), (0, 0, 0)\}$$

1表示上桥臂导通, 0表示下桥臂导通

这样一个三元组, 可见, 其一共有8种状态

$u_o$ 是电动机中性点,  $u_{o'}$ 是电源中性点,  $u_{o'} = 0$

$u_A$ 、 $u_B$ 、 $u_C$ 为三相输出与电源中性点 $o'$ 之间的相电压波形;

$u_{AO}$ 、 $u_{BO}$ 、 $u_{CO}$ 为三相输出与电动机中性点 $o$ 之间的相电压波形;

$u_o$ 表达式如下

如何理解 $u_o$ 的值不为0? 其实考虑三相电压均为0或1输出即可, 比如1+1-1, 这样不会等于0

$u_{AO}$ 为何有五种电压(其脉冲幅值为 $\pm \frac{2U_d}{3}$ ,  $\pm \frac{U_d}{3}$ 和0), 从 $u_A$ 与 $u_o$ 进行理解,

$u_A$ 有2种状态( $U_d/2, -U_d/2$ ),

$u_o$ 有4种状态( $\pm \frac{U_d}{6}, \pm \frac{U_d}{2}$ )( $u_o$ 可能出现 $u_d/2$ , 因为 $u_A, u_B, u_C$ 并不遵守相位关系, 在比较后会出现三个均为正的情况),

于是总的情况:

$$U_d/2 - U_d/2 = 0; \quad U_d/2 - U_d/6 = U_d/3; \quad U_d/2 + U_d/6 = 2U_d/3$$

$$-U_d/2 + U_d/2 = 0; \quad -U_d/2 - U_d/6 = -2U_d/3; \quad -U_d/2 + U_d/6 = -U_d/3$$

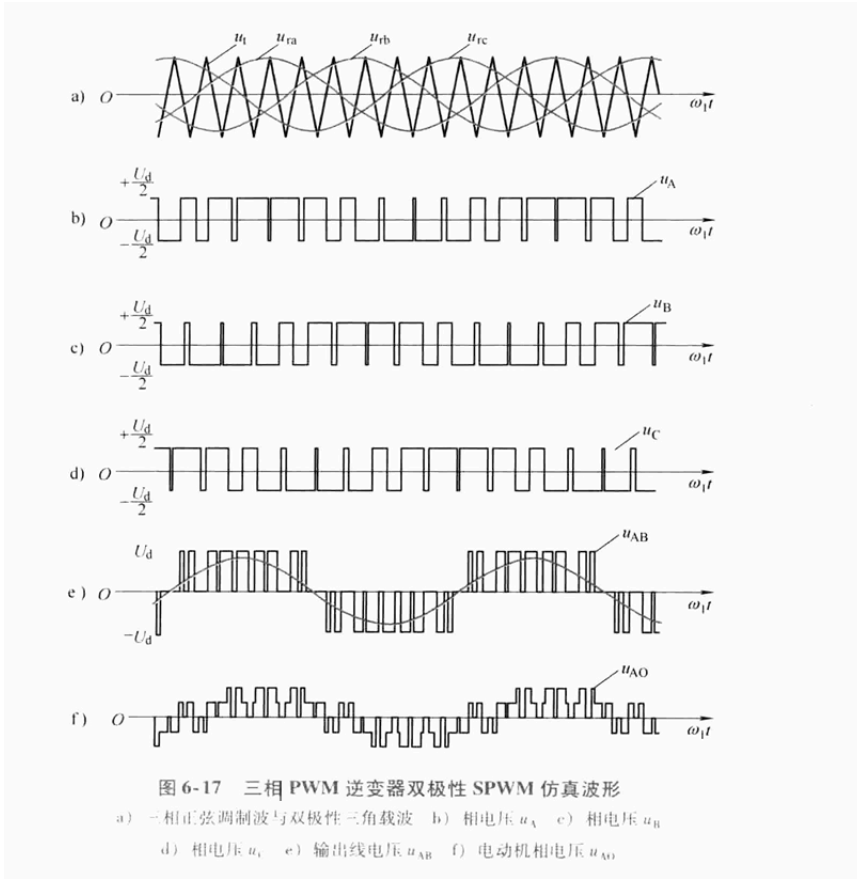
(这里面有相等的情况, 以及不会出现的情况: 即 $U_d/2 + U_d/2, -U_d/2 - U_d/2$ , 因为 $u_A = U_d/2$ ,  $u_o$ 自然不会等于 $-U_d/2$ )

所以一共五种情况

$$u_o = \frac{u_A + u_B + u_C}{3}$$

且

$$u_o \neq 0$$



### 3.2 SVPWM (空间矢量脉宽调制)

把逆变器和交流电动机视为一体，以圆形旋转磁场为目标来控制逆变器的工作，这种控制方法称作“磁链跟踪控制”，磁链轨迹的控制是通过交替使用不同的电压空间矢量实现的，所以又称“空间矢量脉宽调制 (Space Vector PWM, SVPWM) 控制”。

- 合成空间矢量的功率（确定系数）

这里利用到复变函数，功率不再是  $UI$  而是  $U \cdot I$  的共轭(并且取实部,即有功功率)。

确定系数  $p'$  (合成矢量的功率)，与  $p$  (原本三相电流电压的功率和) 之间的关系以便进行后续的计算

记：

$$\begin{aligned}\vec{i}_s &= \vec{i}_{AO} + \vec{i}_{BO} + \vec{i}_{CO} = k(i_{AO} + i_{BO}e^{i\frac{2\pi}{3}} + i_{CO}e^{-i\frac{2\pi}{3}}) \\ \vec{u}_s &= \vec{u}_{AO} + \vec{u}_{BO} + \vec{u}_{CO} = k(u_{AO} + u_{BO}e^{i\frac{2\pi}{3}} + u_{CO}e^{-i\frac{2\pi}{3}})\end{aligned}$$

$$p' = \text{Re}(\vec{u}_s \cdot \vec{i}_s^*)$$

由于  $i_{AO} + i_{BO} + i_{CO} = 0$ , 化简可得

$$p' = \frac{3}{2}(u_{AO}i_{AO} + u_{BO}i_{BO} + u_{CO}i_{CO}) = \frac{3}{2}k^2p$$

$$k = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad \text{使得变换前后功率相等}$$

- 电压与磁链空间的关系

$$u_s = R_s i_s + \frac{d\psi_s}{dt}$$

由于转速不低时电阻压降很小，所以忽略

$$\begin{cases} u_s &= \frac{d\psi_s}{dt} \\ \psi_s &= \int u_s dt \end{cases}$$

可知 $u_s$ 与 $\psi_s$ 是相位正交的

$$u_s = \omega_1 \psi_s e^{i(\frac{\pi}{2} + \omega_1 t + \phi)}$$

$$\begin{cases} \phi & \text{是初始角} \\ \omega_1 & \text{是电角速度} \end{cases}$$

- 六个基本输出电压矢量

分别计算PWM逆变器的8个状态对应的电压矢量输出，计算省略

三元组对应	电压ABC端对应	$u_s$
(0,0,0)	$(-\frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2})$	0
(1,0,0)	$(\frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2})$	$\sqrt{\frac{2}{3}} U_d$
(1,1,0)	$(\frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2})$	$\sqrt{\frac{2}{3}} U_d e^{i\frac{\pi}{3}}$
(0,1,0)	$(-\frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2})$	$\sqrt{\frac{2}{3}} U_d e^{i\frac{2\pi}{3}}$
(0,1,1)	$(-\frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2})$	$\sqrt{\frac{2}{3}} U_d e^{i\pi}$
(0,0,1)	$(-\frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2})$	$\sqrt{\frac{2}{3}} U_d e^{i\frac{4\pi}{3}}$
(1,0,1)	$(\frac{U_d}{2}, -\frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2})$	$\sqrt{\frac{2}{3}} U_d e^{i\frac{5\pi}{3}}$
(1,1,1)	$(\frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2}, \frac{U_d}{2})$	0

得到基本的六个电压矢量，及两个零矢量

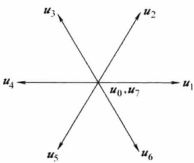


图 6-24 基本电压空间矢量图

接下来简单计算每个扇区磁链增量与基本电压矢量的关系,用到磁链与电压关系以及正三角形关系  
 $k_$ 表示第 $k$ 个基本电压矢量, $j$ 表示第 $k$ 个电压矢量对应的磁链(取左手)

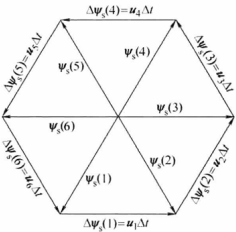


图 6-26 正六边形定子磁链轨迹

$$u_k \Delta t = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\pi U_d}{3 \omega_1}$$

根据正三角形关系，要保证在每个扇区内磁链增量与目标磁链增量相等(在扇区内转移)，（否则则无法保证磁链圆）  
于是：

$$|\psi_k| = u_k \Delta t_k = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\pi U_d}{3 \omega_1}$$

同时,电压矢量的模长如下

$$|u_k| = \sqrt{\frac{2}{3}} U_d$$

又根据上方的推导

$$|u_k| = \omega_1 |\psi_k|$$

$$\text{若带入磁链绝对值 } |\psi_k| = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{U_d \pi}{3 \omega_1}$$

则

$$|u_k| = \omega_1 |\psi_k| = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\pi U_d}{3} > \sqrt{\frac{2}{3}} U_d$$

于是，即在  $\Delta t = \frac{\pi}{3\omega_1}$  时间内，基本磁链增量有冗余（完全用  $\Delta t$  增加磁链，会使磁链增大）

故要引入零矢量来调节，这也就是SVPWM的精髓所在

### 3.2.1 SVPWM特殊问题

- 功率因数  $P_f$ ：有功功率P/视在功率S

$$P_f = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

$S$ ：视在功率

$P$ ：有功功率

$Q$ ：无功功率

由此，一般的电流I与电压U之间的相位差可以用阻抗表示，进而可以用功率因数角( $\phi$ )来表示

$$\begin{aligned} \phi &= \arccos\left(\frac{\operatorname{Re}(UI^*)}{|U||I|}\right) = \left(\frac{\operatorname{Re}(U^*I)}{|U||I|}\right) \\ \phi &= \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(UI^*)}{\operatorname{Re}(UI^*)}\right) = \operatorname{arccot}\left(\frac{\operatorname{Re}(UI^*)}{\operatorname{Im}(UI^*)}\right) \end{aligned}$$

进一步，直接用阻抗表示  $\operatorname{Im}(UI^*)$  与  $\operatorname{Re}(UI^*)$  之比

记阻抗： $Z = R + Lj$  这里  $R, L$  分别为阻抗的实部和虚部

$$\begin{cases} \frac{\operatorname{Re}(UI^*)}{|U||I|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2}} \\ \frac{\operatorname{Re}(UI^*)}{\operatorname{Im}(UI^*)} = \frac{R}{L} \\ \frac{\operatorname{Im}(UI^*)}{\operatorname{Re}(UI^*)} = \frac{L}{R} \end{cases}$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2}}\right) = \arctan\left(\frac{L}{R}\right) = \operatorname{arccot}\left(\frac{R}{L}\right)$$

\*表示共轭

- 零序分量:

是指三相（电压/电流）中没有相位差的谐波。

- 傅里叶级数（细节如系数之类的不管）

记傅里叶级数展开为：

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k \neq 0}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$$

$$a_k = \frac{T}{2\pi} \int_T \cos(k\omega t) f(t) dt$$

$$b_k = \frac{T}{2\pi} \int_T \sin(k\omega t) f(t) dt$$

若假定  $f(t)$  是奇函数，周期为  $T$ , 角速度  $\omega$ , 则有  $2\pi\omega = T$

$$f(t) = \sum_{k \neq 0}^{\infty} b_k \sin(k\omega t)$$

若其有  $f(t) = f(T/2 - t)$ ，即关于  $T/4$  镜像对称

$$f(t) = f(T - t)$$

$$\sum_{k \neq 0}^{\infty} b_k \sin(k\omega t) = \sum_{k \neq 0}^{\infty} b_k \sin(k\omega(T - t))$$

$$RHS = \sum_{k \neq 0}^{\infty} b_k \sin(-k\omega t + \pi k)$$

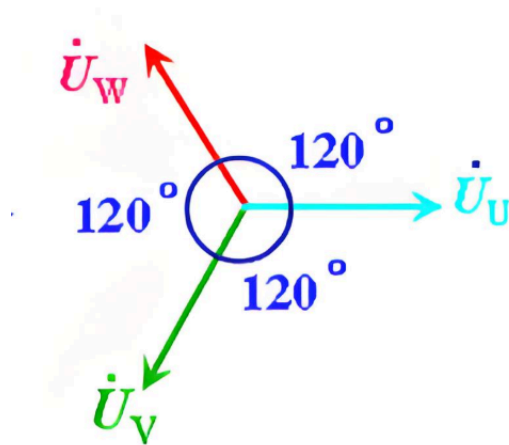
再化简可得： $k$  为偶数时,  $b_k = 0$

进一步，引入时移  $\phi$ , 不妨分别记为  $f_1, f_2$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(t) = \sum_{k \neq 0, k=odd}^{\infty} b_k \sin(k\omega t) \\ f_1(t) = f(t_1 - \phi) = \sum_{k \neq 0, k=odd}^{\infty} b_k \sin(k\omega(t_1 - \phi)) \\ f_2(t) = f(t_1 + \phi) = \sum_{k \neq 0, k=odd}^{\infty} b_k \sin(k\omega(t_1 + \phi)) \end{array} \right.$$

如此，我们可以得到三相电压的傅里叶级数

## 4 关于基本三相模型



$$\dot{I}_U + \dot{I}_W + \dot{I}_V = 0$$

即

$$\sin(\theta) + \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) = 0$$

这个是说明，一个有相位差的实值函数的和为0。注意这里上方的图并不表示 $\dot{I}$ 是个向量  
即：虽然他们三个电流画出来是平面的，但他们没有方向  
（但是他们确在空间上是有与上图同样的位置关系）。

但是注意他们产生的磁链是有方向的，如

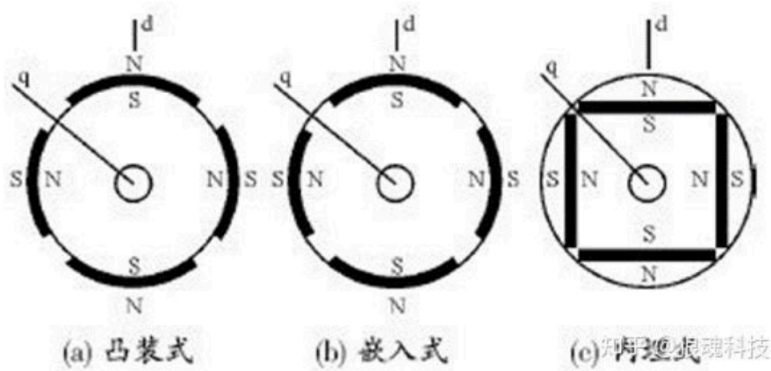
$$\begin{aligned} \vec{\psi}_U + \vec{\psi}_W + \vec{\psi}_V &= \\ L(\sin(\theta)e^{i0} + \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})e^{i\frac{2\pi}{3}} + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})e^{-i\frac{2\pi}{3}}) \\ &\text{利用欧拉公式} \\ &= L(\frac{1}{2i}[(e^{i\theta} + e^{i(\theta+\frac{2\pi}{3})}) + e^{i(\theta-\frac{2\pi}{3})}) - 3 \cdot e^{-i\theta}]) \\ &= L\frac{-3}{2i}e^{-i\theta} \end{aligned}$$

于是可见，其产生的电流是一个旋转的长度恒定的矢量

### 4.1 永磁同步电机数学模型

#### 4.1.1 基本概论

- 种类：



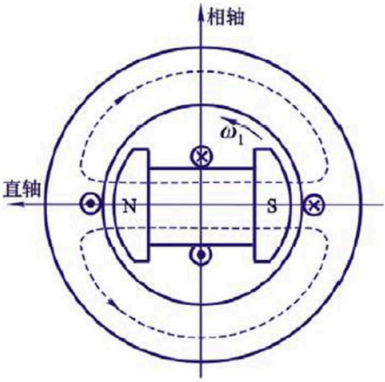
分为：凸装（极）/表贴式， 内嵌/嵌入/内置式， 内埋式

所谓内置式和表贴式其实就是结构不同，内置式就是把电机内部转子内嵌在永磁体，永磁体外表面与定子铁心内圆之间有铁磁物质制成的极靴，可以保护永磁体。这种永磁电机的重要特点是直、交轴的主电感不相等。因此，这两种电机的性能有所不同，内嵌式结构扭矩更大，退磁风险更低。

4.1.2 凸极式定义

凸极”指的是转子磁极形状上突出于圆周表面的极部件，即在转子铁芯外围安装的、向外凸出的磁极极靴（pole shoe）。（下图就是）

4.1.3 d-直轴， q-交轴



直轴 (d 轴)

- 方向定义 d 轴是穿过转子永磁体南—北极心（磁极中心）的轴线。
- 空间位置 它对应电机内部磁路中永磁体磁通的主要方向，也是气隙磁阻最小的方向。
- 坐标变换中的含义 在 d-q 坐标系里，d 轴是将定子绕组电流分解后产生直轴磁场的分量方向，主要用于控制励磁分量（ $\Phi_d$ ）。

交轴 (q 轴)

- 方向定义 q 轴与 d 轴在电角度上正交，垂直于 d 轴；即在转子旋转方向上，q 轴领先 d 轴  $90^\circ$ （电角度）。
- 空间位置 q 轴穿过两极之间的磁极齿顶点区域，对应气隙磁阻较大的路径。
- 坐标变换中的含义 在 d-q 坐标系里，q 轴是将定子绕组电流分解后产生交轴磁场的分量方向，主要用于控制扭矩分量（ $I_q$ ）。



因此从结构上：对于表贴式电机而言，交直轴磁阻的差异很小，相应的其交直轴电感的差异也很小（小于10%），近似地有  $L_d \approx L_q$ ，因此**表贴式电机即为隐极电机**

而对于内置式电机，只考虑气隙和永磁体的磁阻（因为空气的相对磁导率为1，而高级永磁体的相对磁导率近似为1，并且可以忽略铁芯磁阻，因为其相对磁导率很高，数量级为  $10^3$ ，因此与气隙相比，其磁阻可以忽略不计，磁阻  $\mathcal{R} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r A}$ ）

则有直轴和交轴的磁阻之比为

$\frac{\mathcal{R}_d}{\mathcal{R}_q} = \frac{l_g}{l_g + l_m}$ ，理解为**直轴有永磁体和气隙，而交轴只有气隙，因此在永磁同步电机中交轴电感要大于直轴电感**，即  $L_q > L_d$ ，即**内置式电机即为凸极电机**。两者的不等，也表示会存在**磁阻转矩**。

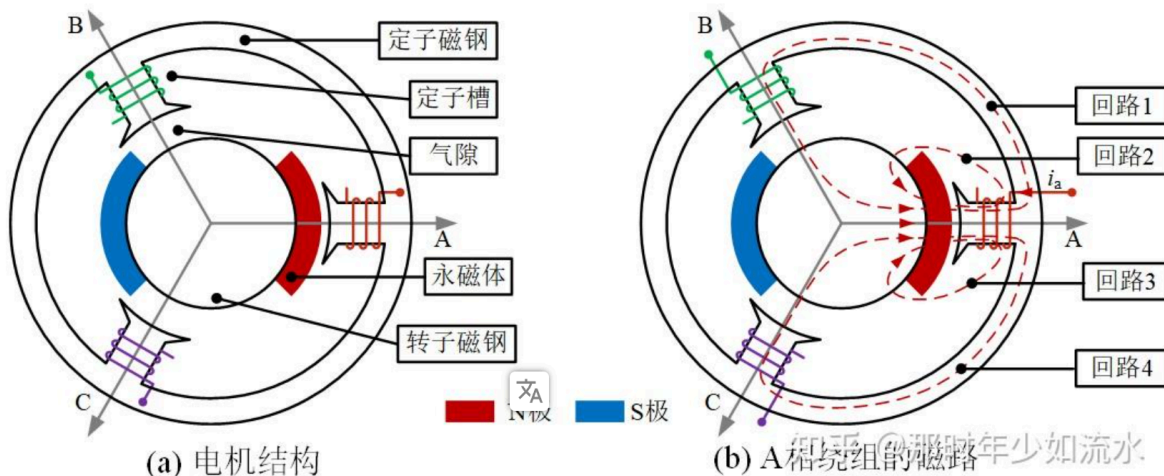
注：在**永磁同步电机中**，**交直轴电感总是大于直轴电感**，这与**电励磁凸极同步电机**正好相反。这是因为：对于**电励磁凸极同步电机**，其直轴上存在励磁线圈，且通常嵌在转子槽内，使得凸极表面（即直轴）的气隙均匀且较小，而交轴的气隙要大得多。这一结构的差异，即交轴气隙远大于直轴气隙，使得**电励磁凸极同步电机**的交轴电感远小于直轴电感。

[https://blog.csdn.net/qz\\_42249050](https://blog.csdn.net/qz_42249050)

## • 电感类型

- $L_A$  自感
- $L_{AB}$  互感
- $L_{s\sigma}$  漏感
- $L_{m1}$  励磁电感
- $L_m$  等效励磁电感
- $L_s$  同步电感
- $L_d$  直轴同步电感
- $L_q$  交轴同步电感

## • 磁路



## • 重要电感参数公式

$$\begin{aligned} \psi_A &= L_A i_a = (L_{m1} + L_{s\sigma}) i_a && \text{通常漏感 } L_{s\sigma} \text{ 可以忽略} \\ L_{BA} &= L_{CA} = L_{AB} = L_{AC} = L_{BC} = L_{CB} = -\frac{1}{2} L_{m1} && \text{正负表示方向} \\ L_A &= L_B = L_C = L_{m1} + L_{s\sigma} && \text{即自感均相同} \end{aligned}$$

## • 磁链与电流关系

$\psi_{fX}$  这一类是永磁体转子通过  $A, B, C$  产生的磁链

- 表贴式永磁同步电机（SPMSM）磁链

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{fA} \\ \psi_{fB} \\ \psi_{fC} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} L_{m1} + L_\sigma & -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{m1} + L_\sigma & -\frac{1}{2}L_{m1} \\ -\frac{1}{2}L_{m1} & -\frac{1}{2}L_{m1} & L_{m1} + L_\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{fA} \\ \psi_{fB} \\ \psi_{fC} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- 每一相的磁链

$$\begin{aligned} \psi_A &= L_A i_a + L_{AB} i_b + L_{AC} i_c + \psi_{fA} \\ &= (L_{m1} + L_{s\sigma}) i_a - \frac{1}{2} L_{m1} (i_b + i_c) + \psi_{fA} \\ \{ \text{由于 } \mathbf{i}_a + \mathbf{i}_b + \mathbf{i}_c &= \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{i}_b + \mathbf{i}_c = -\mathbf{i}_a \} \\ &= (L_{m1} + L_{s\sigma} + \frac{1}{2} L_{m1}) i_a + \psi_{fA} \\ \left\{ \begin{aligned} L_m &= \frac{3}{2} L_{m1} \\ L_s &= \frac{3}{2} L_{m1} + L_{s\sigma} = L_m + L_{s\sigma} \end{aligned} \right\} &= \mathbf{L}_s \mathbf{i}_a + \psi_{fA} \end{aligned}$$

- 总结

- 1:  $L_A$  自感：表示绕组通入电流后产生磁链的能力，由两部分组成，励磁电感  $L_{m1}$  和漏感  $L_{s\sigma}$ ，励磁电感与通过主磁路形成闭合回路的那部分磁链（主磁链）对应，漏磁电感与通过气隙形成闭合回路的那部分磁链（漏磁链）对应；
  2. 互感  $L_{AB}$ ：表示某一相绕组通入电流后，在其他绕组中产生磁链的能力，其大小为励磁电感的  $1/2$ ，且为负数，负表示产生的磁链为反方向；
  3. 等效励磁电感  $L_m$ ：由于三相电流之和为零，任意两相绕组中的电流产生的磁链通过第三相绕组所产生的磁链总和可以用第三相绕组中的电流等效表示出来，因此第三相绕组中的主磁链可以用等效励磁电感来计算，等效是指两部分的和：绕组自身的励磁电感加相间互感。
  4. 同步电感  $L_s$ ：同步电感是漏感和等效励磁电感之和，有了同步电感的定义之后，某相绕组的磁链仅用该相的电流就能表示出来，不再需要其他相的电流了
  5.  $L_d, L_q$ ：直轴同步电感，交轴同步电感
- 表贴式永磁同步电机（SPMSM）的气隙磁场是均匀的，所以绕组的自感和绕组间的互感是恒定的，其大小不会随转子位置变化
- 内埋式永磁同步电机（IPMSM）的气隙磁场不是均匀的：正对永磁体的方向（d轴）和其反方向，气隙最大，磁阻最大，而超前永磁体  $90^\circ$  电角度（q轴）的方向和其反方向，气隙最小，磁阻最小。（注意看前面的示例图有标明方向）（其变化速度是机械角速度的两倍，由于对称性）

#### 4.1.4 电压方程

$R_s$  为定子绕组电阻

$\psi_x$  表示  $abc$  三相磁链

$i_x$  表示三相相电流

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}$$

#### 4.1.5 磁链方程

$L_{aa}$  这类是自感  
 $M_{ab}$  这类互感  
 $L_{s0}$  为气隙产生电感分量  
 $L_{s2}$  为转子位置依赖磁链产生电感分量  
 $\psi_f$  为永磁体磁链  
 $\theta$  为转子N极与a相夹角  
 $M_{s0}$  互感之间直流分量

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$L_{aa} = L_{s0} + L_{s2} \cos(2\theta)$$

$$\begin{aligned} L_{bb} &= L_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right)\right) \\ &= L_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{cc} &= L_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right)\right) \\ &= L_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{ab} = M_{ba} &= M_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right)\right) \\ &= M_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{bc} = M_{cb} &= M_{s0} + L_{s2} \cos(2\theta) \\ &= M_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\theta - \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{ca} = M_{ac} &= M_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\left(\theta - \frac{2}{3}\pi\right)\right) \\ &= M_{s0} + L_{s2} \cos\left(2\theta + \frac{2}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

这里的 $L_1$ 即为励磁分量，由于磁路对称，在忽略漏感时互感之间直流分量 $M_{s0}$ 为励磁分量的 $-\frac{1}{2}$

$$\text{即: } M_{s0} = -\frac{1}{2}L_{s0}$$

$L_2$ 为正弦幅值分量

#### 3. 为什么是 $2\theta$ 而不是 $\theta$ ?

关键在于磁导的对称性:

- 转子每转过 $180^\circ$ 电角度（ $\pi$ 弧度），磁导分布重复一次
- 这是因为N极和S极具有相同的磁阻特性
- 因此磁导函数的周期是 $\pi$ ，而不是 $2\pi$

4.1.6 电磁转矩

- 机械角速度  $\omega_m$  描述转子相对于机壳的物理转动速率，一圈机械转动对应  $360^\circ$  机械角。
- 电角速度  $\omega_e$  描述定子磁场完成一个电周期（ $360^\circ$  电角）时的速率。由于每对极（Pole Pair）对应一次电周期，电角速度要比机械角速度多  $p$  倍。

举例：

- 若电机有 4 极（ $p=2$ ），转子转一圈（ $360^\circ$  机械角），等同于磁场走过 2 个电周期（ $720^\circ$  电角），即  $\omega_e=2\times\omega_m$ 。

电磁功率不含电阻部分，所以只是磁链，没有电阻值

$P_n$  为极对数  
 $\theta_m$  机械角  
 $\omega_m$  机械角速度  
 $i_{3s}$  为三项电流统称  
 $\psi_{3s}$  为三项磁链统称（磁链 \* 电流 = 能量）  
 $\omega_e$  为电角速度

$$T_e = \frac{1}{2} \frac{\partial(i_{3s}^T \cdot \psi_{3s})}{\partial \theta_m}$$
$$T_e = \frac{P_e}{\omega_m} = \frac{P_e}{\omega_e/P_n} = \frac{P_e}{2\pi n/60}$$

注意这里两个转矩并不是化简得来的，下面的是由功率=转矩\*角速度得来

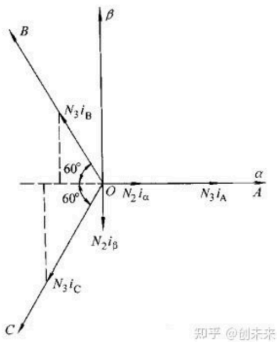
4.1.7 机械运动方程

$J$  转动惯量  
 $B$  阻尼系数  
 $T_L$  负载转矩

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_e - T_L - B\omega_m$$

4.1.8 clarke 变换（初步变换为  $\alpha - \beta$  坐标系）

为了化简复杂的三项耦合，如下的clarke为了使电压相等，若令功率相等，则添加 $k=\sqrt{3}/2$



clarke记为： $T_{3s/2s}$

反clarke记为： $T_{2s/3s}$

$$T_{3s/2s} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$T_{3s/2s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

取 \alpha 轴与a相重合,下方是通用变换公式, f\_x 可谓任意元素 (电压磁链)

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{bmatrix} = T_{3s/2s} f(abc) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\frac{2}{3}\pi) & \cos(-\frac{2}{3}\pi) \\ 0 & \sin(\frac{2}{3}\pi) & \sin(-\frac{2}{3}\pi) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}$$

$$= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix}$$

其中1/2 行 是由于为了使其成为满秩, 2/3是单纯转换系数,

f\_0是零分量, 即第三行满足 f\_a+f\_b+f\_c=f\_0=0

#### 4.1.8.1 clarke 变换下新的磁链方程, 电压方程, 转矩方程

- 磁链方程

$\psi_f$  为永磁体磁链

$\omega_e$  为电角速度

$e_\alpha, e_\beta$  为切割转子磁感线产生的电动势

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$T_{2s/3s} \begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} T_{2s/3s} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_0 \end{bmatrix} = T_{3s/2s} \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} T_{2s/3s} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \psi_f T_{3s/2s} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \cos(\theta + \frac{2}{3}\pi) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{s0} - M_{s0} + (3L_{s2}\cos(2\theta))/2 & (3L_{s2}\sin(2\theta))/2 & 0 \\ (3L_{s2}\sin(2\theta))/2 & L_{s0} - M_{s0} - (3L_{s2}\cos(2\theta))/2 & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} + 2M_{s0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

因为\alpha \beta两个轴相互垂直, 因此不存在他们之间的互感电动势

- 电压方程

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} = T_{3s/2s} \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} T_{2s/3s} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} T_{3s/2s} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}$$

根据数乘单位阵性质  $T(R_s \cdot E)T^{-1} = R_s \cdot E$

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_0 \end{bmatrix}$$

带入 $\alpha - \beta$ 坐标系下磁链方程

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left\{ \begin{bmatrix} L_{s0} - M_{s0} + (3L_{s2}\cos(2\theta))/2 & (3L_{s2}\sin(2\theta))/2 & 0 \\ (3L_{s2}\sin(2\theta))/2 & L_{s0} - M_{s0} - (3L_{s2}\cos(2\theta))/2 & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} + 2M_{s0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$$

注意

$$\theta = \omega \cdot t$$

转速恒定情况下 $d\theta = \omega \cdot dt$

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s - 3\omega L_{s2}\sin(2\theta) & 3L_{s2}\omega\cos(2\theta) & 0 \\ 3L_{s2}\omega\cos(2\theta) & R_s + 3L_{s2}\omega\sin(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{s0} - M_{s0} + (3L_{s2}\cos(2\theta))/2 & (3L_{s2}\sin(2\theta))/2 & 0 \\ (3L_{s2}\sin(2\theta))/2 & L_{s0} - M_{s0} - (3L_{s2}\cos(2\theta))/2 & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} + 2M_{s0} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix}$$

- 转矩方程（不想写了，写到parker内就行了）

$$P_{\alpha\beta} = \frac{3}{2}(u_\alpha i_\alpha + u_\beta i_\beta + u_0 i_0)$$

$$P_{ab} = (u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c)$$

$$u_a + u_b + u_c = 0$$

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

电磁转矩  $T_e$  的定义是转子在机械运动中“每转一弧度”所做的力矩，其物理量纲是牛·米（N·m）。

机械角速度  $\omega_m$  表示转子每秒钟转过的真实机械角位移（rad/s），反映了机械系统的运动速率。

注意量纲即可获得如下表达式

电磁功率不含电阻部分

$$T_e = \frac{P_e}{\omega_m} = \frac{3}{2} P_n (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha)$$

#### 4.1.9 parker变换(d-p旋转)

parker变换使用的 $\theta$ 是电角度，而不是机械角

##### 4.1.9.1 parker 变换阵

推导考虑分块矩阵构造方式，不影响其中的 $2 \times 2$ 矩阵

$$\text{易知 } \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 的逆为 } \begin{bmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$A$ 则可以保证为 $2 \times 2$  parker 矩阵

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

- $3 \times 3$

$$\text{正parker} : T_{2s/2r} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{反parker} : T_{2r/2s} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{正park} : T_{2s/2r} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\text{反park} : T_{2r/2s} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

- 基本正park变换公式

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix}$$

#### 4.1.9.2 parker变换下电流表达式、磁链，电压，转矩方程

- 电流表达式

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \cos \theta & -\frac{2}{3} \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) & -\frac{2}{3} \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) \\ -\frac{2}{3} \sin \theta & \frac{2}{3} \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) & -\frac{2}{3} \sin(\theta - \frac{\pi}{3}) \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

利用： $\sin(\theta + \pi/2) = \cos(\theta)$ ;

$$\text{可以得知：} \begin{cases} \frac{\partial i_d}{\partial \theta} = i_q \\ \frac{\partial i_q}{\partial \theta} = -i_d \end{cases}$$

- 磁链方程

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \end{bmatrix} &= T_{2s/2r} \begin{bmatrix} L_{s0} - M_{s0} + (3L_{s2} \cos(2\theta))/2 & (3L_{s2} \sin(2\theta))/2 & 0 \\ (3L_{s2} \sin(2\theta))/2 & L_{s0} - M_{s0} - (3L_{s2} \cos(2\theta))/2 & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} + 2M_{s0} \end{bmatrix} T_{2r/2s} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \psi_f T_{2s/2r} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} L_{s0} - M_{s0} + (3L_{s2})/2 & 0 & 0 \\ 0 & L_{s0} - M_{s0} - (3L_{s2})/2 & 0 \\ 0 & 0 & L_{s0} + 2M_{s0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- 电压方程

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_0 \end{bmatrix}$$

同乘 $T_{2s/2r}$ , 同时用逆变换处理 $\vec{\psi}$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + T_{2s/2r} \frac{d}{dt} \left\{ T_{2r/2s} \begin{bmatrix} \psi_\alpha \\ \psi_\beta \\ \psi_0 \end{bmatrix} \right\} \\ &= \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q \\ \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

再带入磁链方程，用 $i_d, i_q$ 表示电压

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \\ u_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_q & 0 \\ \omega L_d & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \psi_f \\ 0 \end{bmatrix}$$

- 转矩方程

首先我们先确定转换后系数

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} [i_a \quad i_b \quad i_c] \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [i_d \quad i_q] T_{dq-abc}^T T_{dq-abc} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} [i_d \quad i_q] T_{2r/2s}^T T_{2s/3s}^T T_{2s/3s} T_{2r/2s} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由于这里我们不考了第三分量 $i_0$ , 故采用非可逆矩阵的变换形式

$$T_{3s/2s} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$T_{3s/2s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{易知 } T_{2s/3s}^T T_{2s/3s} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{同时 } T_{3s/2s}^T T_{3s/2s} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W = \frac{3}{4} [i_d \quad i_q] \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix}$$

将上述磁链方程 $\psi_d, \psi_q$ 与 $i_d, i_q$ 的表达式代入, 这里简化乘二维的向量

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \psi_f \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$W_s = \frac{3}{4} (L_d i_d^2 + L_q i_q^2 + i_d \psi_f)$$

这里不打算考虑转子的等效磁场, 即直接认为 $\psi_f = L_m i_f$ 为定值 (同时由于 $d$ 轴与其同相),

则可认为 $i_f$ 恒定, 不参与力矩计算。

$\theta$ 是电角速度,  $\theta_m$ 是机械角速度

$$\theta = \theta_m / p_n$$

$$\begin{aligned} T &= \frac{\partial W}{\partial \theta_m} = \frac{\partial W_s}{\partial \theta / p_n} \\ &= p_n \left( \frac{\partial W_s}{\partial i_d} \cdot \frac{\partial i_d}{\partial \theta} + \frac{\partial W_s}{\partial i_q} \cdot \frac{\partial i_q}{\partial \theta} \right) \end{aligned}$$

$$\text{利用上述 } i_d \text{ 与 } i_q \text{ 对电位角的偏导关系 } \begin{cases} \frac{\partial i_d}{\partial \theta} = i_q \\ \frac{\partial i_q}{\partial \theta} = -i_d \end{cases}$$

$$T = \frac{3}{2} p_n [\psi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q]$$

## 4.2 三项异步电机异步

### 4.2.1 电压、磁链、转矩方程



$i_{sx}$  为定子侧三相电流  
 $i_{rx}$  为折算到定子侧的转子三相电流  
 $\psi_{sx}$  为定子侧三相磁链  
 $\psi_{rx}$  为折算到定子侧的转子三相磁链  
 $L_{1m}$  为主磁通对应的定子电感  
 $\theta$  为A轴与转子A之间的空间夹角

#### • 电压

$$\begin{bmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \\ \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix}$$

#### • 磁链

$$\begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \\ \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sl} + L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} & L_{lm}\cos\theta & L_{lm}\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -\frac{1}{2}L_{lm} & L_{sl} + L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} & L_{lm}\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos\theta & L_{lm}\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\frac{1}{2}L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} & L_{sl} + L_{lm} & L_{lm}\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos\theta \\ L_{lm}\cos\theta & L_{lm}\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{rl} + L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} \\ L_{lm}\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos\theta & L_{lm}\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\frac{1}{2}L_{lm} & L_{rl} + L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} \\ L_{lm}\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_{lm}\cos\theta & -\frac{1}{2}L_{lm} & -\frac{1}{2}L_{lm} & L_{rl} + L_{lm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$$

#### • 转矩

这里电流假定不变，即与机械角无关

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{d}{d\theta} [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}] \begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \end{bmatrix} \\ &= \frac{d}{d\theta} ([i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}] \begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \end{bmatrix}) \\ &= \frac{d}{d\theta} ([i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}] \frac{\partial L}{\partial \theta_m} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}) \end{aligned}$$

$$T_e = n_p L_{sm} [(i_{sa} i_{ra} + i_{sb} i_{rb} + i_{sc} i_{rc}) \sin\theta + (i_{sa} i_{ra} + i_{sb} i_{rc} + i_{sc} i_{ra}) \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) + (i_{sa} i_{rc} + i_{sb} i_{ra} + i_{sc} i_{rb}) \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})]$$

### 4.3 Constant voltage operation

指在电机或电磁回路中保持端电压（或励磁电压）恒定的运行方式。

书中前面章节对磁路、磁通密度 B、励磁安匝 NI、气隙和饱和等概念已有铺垫

因此恒压运行的直接后果要从这些物理量的相互关系来理解（例如磁路的磁动势 NI 推动磁通  $\Phi$ ，气隙决定主要磁阻，磁密  $B = \Phi/A$ ）

#### 4.3.1 关键技术

##### 4.3.1.1 buck-boost

4.3.1.2 DC/AC(单向逆变)