

# **Отчет по лабораторной работе № 6**

**Задача об эпидемии**

Брезгулевский Иван Алексеевич

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>15</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>16</b>

## Список иллюстраций

4.1	Код для первого случая на Julia . . . . .	9
4.2	Результат работы программы . . . . .	10
4.3	Код для второго случая на Julia . . . . .	11
4.4	Результат работы программы . . . . .	12
4.5	Код для первого случая в OpenModelica . . . . .	13
4.6	Результат работы программы . . . . .	13
4.7	Код для второго случая в OpenModelica . . . . .	14
4.8	Результат работы программы . . . . .	14

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Рассмотреть задачу об эпидемии

## 2 Задание

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае: - если  $I(0) \leq I^*$  - если  $I(0) > I^*$

### 3 Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из  $N$  особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через  $S(t)$ . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их  $I(t)$ . А третья группа, обозначаемая через  $R(t)$  – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения  $I^*$ , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда  $I(t) > I^*$ , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа  $S(t)$  меняется по следующему закону:

$$\frac{d(I)}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & , I(t) > I^* \\ 0 & , I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{d(S)}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & , I(t) > I^* \\ -\beta I & , I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{d(R)}{d(t)} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности  $\alpha, \beta$ , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени  $t = 0$  нет особей с иммунитетом к болезни  $R(0) = 0$ , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей  $I(0)$  и  $S(0)$  соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая:  $I(0) \leq I^*, I(0) > I^*$



## 4 Выполнение лабораторной работы

Напишем код программы на Julia (рис. 4.1) .

```
1.jl
1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3
4  N = 10098
5  I0 = 78
6  R0 = 13
7  S0 = N - I0 - R0
8  alpha = 0.5
9  beta = 0.2
10
11 function ode_fn(du, u, p, t)
12     S, I, R = u
13     du[1] = 0
14     du[2] = -beta*u[2]
15     du[3] = beta*I
16 end
17
18 v0 = [S0, I0, R0]
19 prom = (0.0, 60.0)
20 prob = ODEProblem(ode_fn, v0, prom)
21 sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
22
23 S = [u[1] for u in sol.u]
24 I = [u[2] for u in sol.u]
25 R = [u[3] for u in sol.u]
26 T = [t for t in sol.t]
27
28 plt = plot(dpi = 600, legend = true)
29 plot!( plt, T, S, label = "Восприимчивые особи", color = :blue)
30 plot!( plt, T, I, label = "Инфицированные особи", color = :green)
31 plot!(plt, T, R, label = "Особи с иммунитетом", color = :red)
32
33 savefig(plt, "lab06_1.png")
```

Рис. 4.1: Код для первого случая на Julia

В результате получаем следующий график (рис. 4.2).

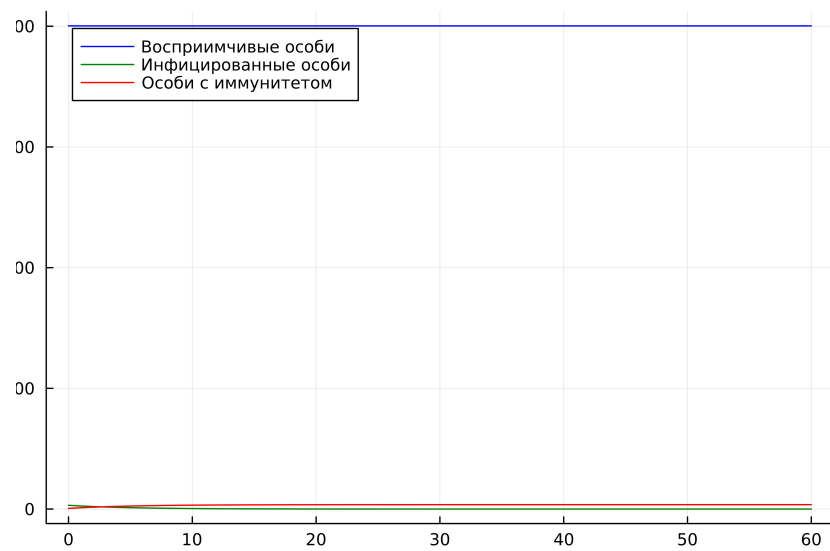


Рис. 4.2: Результат работы программы

Напишем код для второй программы на Julia (рис. 4.3).

```

2.jl
1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3
4  N = 10098
5  I0 = 78
6  R0 = 13
7  S0 = N - I0 - R0
8  alpha = 0.7
9  beta = 0.2
10
11 function ode_fn(du, u, p, t)
12     S, I, R = u
13     du[1] = -alpha*u[1]
14     du[2] = alpha*u[1] - beta*u[2]
15     du[3] = beta*I
16 end
17
18 v0 = [S0, I0, R0]
19 prom = (0.0, 120.0)
20 prob = ODEProblem(ode_fn, v0, prom)
21 sol = solve(prob, dtmax=0.05)
22 S = [u[1] for u in sol.u]
23 I = [u[2] for u in sol.u]
24 R = [u[3] for u in sol.u]
25 T = [t for t in sol.t]
26
27 plt = plot( dpi=600, legend=true)
28
29 plot!( plt, T, S, label="Восприимчивые особи", color=:blue)
30 plot!( plt, T, I, label="Инфицированные особи", color=:green)
31 plot!( plt, T, R, label="Особь с иммунитетом", color=:red)
32
33 savefig(plt, "lab06_2.png")

```

Рис. 4.3: Код для второго случая на Julia

В результате получаем следующий график (рис. 4.4).

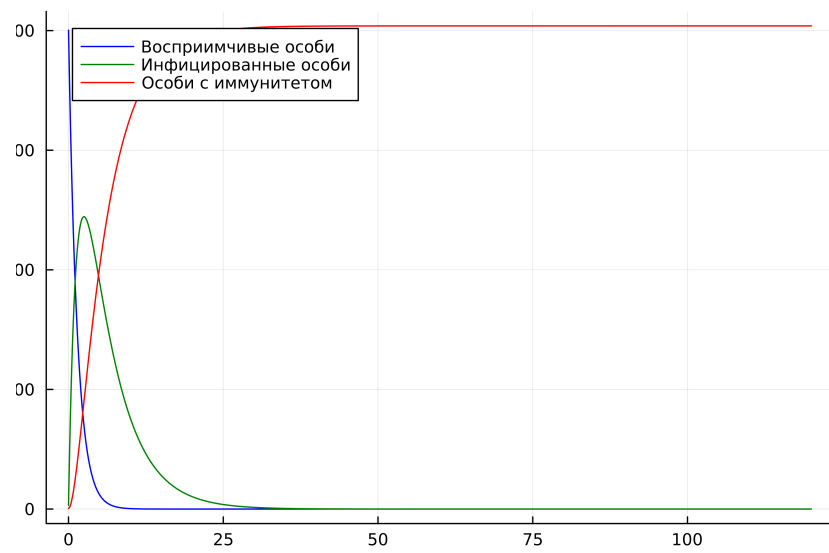


Рис. 4.4: Результат работы программы

Напишем код программы в OpenModelica (рис. 4.5).

```

1  model lab06_1
2  Real N = 10098;
3  Real I;
4  Real R;
5  Real S;
6  Real alpha = 0.5;
7  Real beta = 0.2;
8  initial equation
9  I = 78;
10 R = 13;
11 S = N - I - R;
12 equation
13 der(S) = 0;
14 der(I) = -beta*I;
15 der(R) = beta*I;
16 end lab06_1;

```

Рис. 4.5: Код для первого случая в OpenModelica

В результате получаем следующий график (рис. 4.6).

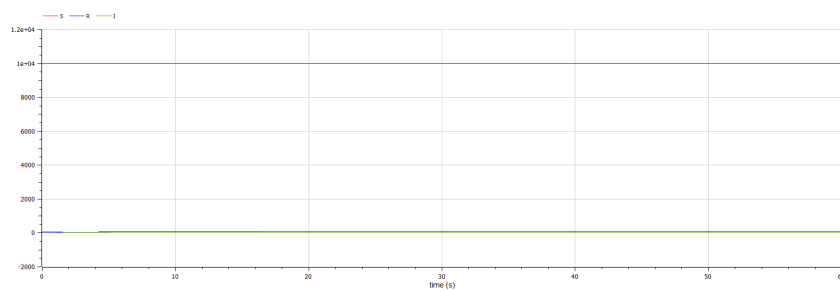


Рис. 4.6: Результат работы программы

Напишем код программы для второго случая в OpenModelica (рис. 4.7).

```

1  model lab06_2
2  Real N = 10098;
3  Real I;
4  Real R;
5  Real S;
6  Real alpha = 0.7;
7  Real beta = 0.2;
8  initial equation
9  I = 78;
10 R = 13;
11 S = N - I - R;
12 equation
13 der(S) = -alpha*S;
14 der(I) = alpha*S - beta*I;
15 der(R) = beta*I;
16 end lab06_2;

```

Рис. 4.7: Код для второго случая в OpenModelica

В результате получаем следующий график (рис. 4.8).

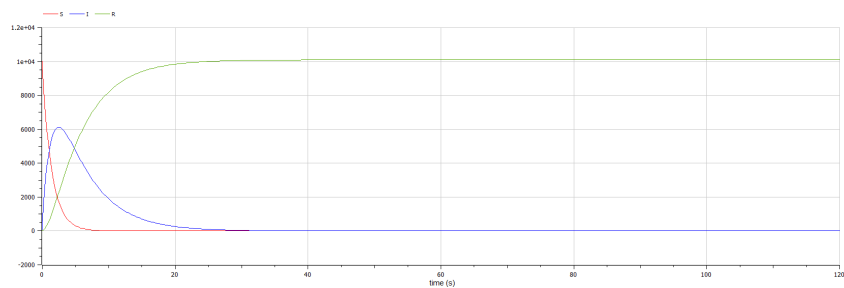


Рис. 4.8: Результат работы программы

## 5 Выводы

Я построил графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в двух случаях.

## **Список литературы**