

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>14</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>15</b>

## Список иллюстраций

4.1	“Код на Julia” . . . . .	8
4.2	“Результат выполнения программы” . . . . .	9
4.3	“Результат выполнения программы” . . . . .	9
4.4	“Код на Julia” . . . . .	10
4.5	“Результат выполнения программы” . . . . .	10
4.6	“Код в OpenModelica” . . . . .	11
4.7	“Результат выполнения программы” . . . . .	11
4.8	“Результат выполнения программы” . . . . .	12
4.9	“Код в OpenModelica” . . . . .	12
4.10	“Результат выполнения программы” . . . . .	13

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Разобрать задачу Лотки-Вольтерры.

## 2 Задание

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 6$ ,  $y_0 = 22$ . Найти стационарное состояние системы.

### 3 Теоретическое введение

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

$$\frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t)$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  – число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, с естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв.

Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ).

Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от

времени решение) будет в точке:  $x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$ .

Если начальные значения задать в стационарном состоянии  $x(0) = x_0, y(0) = y_0$ , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки.

Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей  $x(0), y(0)$ . Колебания совершаются в противофазе.

## 4 Выполнение лабораторной работы

Напишем код программы на Julia. Построение зависимости численности популяций хищников и жертв (фазовый портрет системы) и изменение количества численности хищников и жертв при начальном условии (рис. 4.1).

```
1 using Plots
2 using DifferentialEquations
3
4 x0 = 6
5 y0 = 22
6
7 function one(du, u, p, t)
8     x, y = u
9     du[1] = -0.51*u[1] + 0.046*u[1]*u[2]
10    du[2] = 0.41*u[2] - 0.036*u[1]*u[2]
11 end
12
13 v0 = [x0, y0]
14 prom = (0, 300)
15 prob = ODEProblem(one, v0, prom)
16 sol = solve(prob, dtmax = 0.1)
17
18 A1 = [u[1] for u in sol.u]
19 A2 = [u[2] for u in sol.u]
20 T = [t for t in sol.t]
21
22 plt = plot(legend = true, label = "Зависимость изменения численности хищников от изменения
23 численности жертв")
24 plot!(plt, A1, A2, color=:green, label = "Фазовый портрет", ylabel="Хищники", xlabel="Жертвы")
25
26 savefig(plt, "nach_j1.png")
27
28 plt2 = plot(legend = true, label = "Изменение численности хищников и численности жертв")
29 plot!(plt2, T, A1, label = "Численность жертв", color=:blue)
30 plot!(plt2, T, A2, label = "Численность хищников", color=:green)
31
32 savefig(plt2, "nach_2_j1.png")
```

Рис. 4.1: “Код на Julia”

Зависимость изменения численности хищников от изменения численности жертв (рис. 4.2)



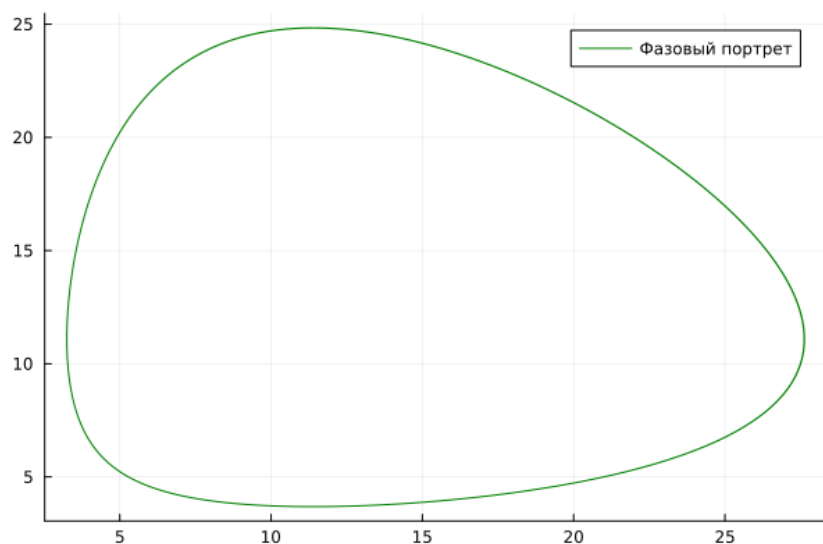


Рис. 4.2: “Результат выполнения программы”

Изменение численности хищников и численности жертв (рис. 4.3)

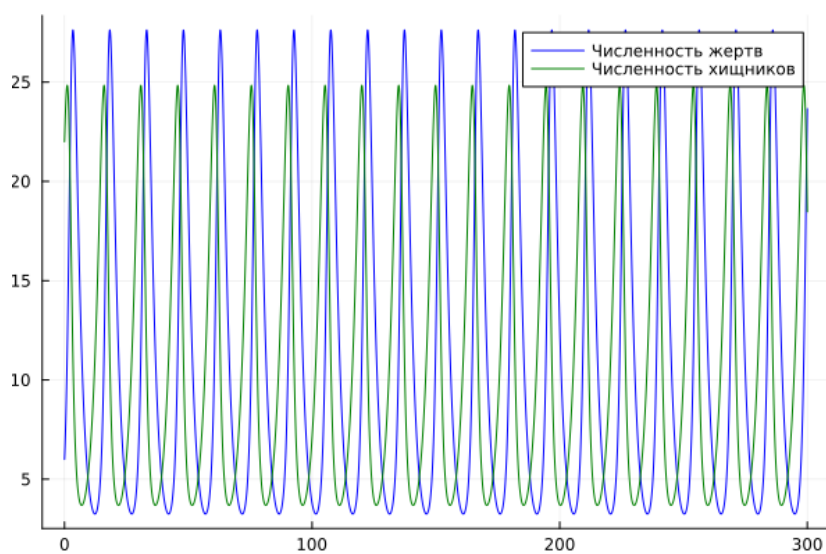


Рис. 4.3: “Результат выполнения программы”

Напишем код программы на julia. Найдём стационарное состояние (рис. 4.4).

```

using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 0.41/0.036
y0 = 0.51/0.046

function one(du, u, p, t)
    x, y = u
    du[1] = -0.51*u[1] + 0.046*u[1]*u[2]
    du[2] = 0.41*u[2] - 0.036*u[1]*u[2]
end

v0 = [x0, y0]
prom = (0, 300)
prob = ODEProblem(one, v0, prom)
sol = solve(prob, dtmax = 0.1)

A1 = [u[1] for u in sol.u]
A2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt2 = plot(legend = true, label = "Изменение численности хищников и численности жертв")
plot!(plt2, T, A1, label = "Численность жертв", color=:blue)
plot!(plt2, T, A2, label = "Численность хищников", color=:green)

savefig(plt2, "2_jl.png")

```

Рис. 4.4: “Код на Julia”

Изменение численности хищников и численности жертв (рис. 4.5)

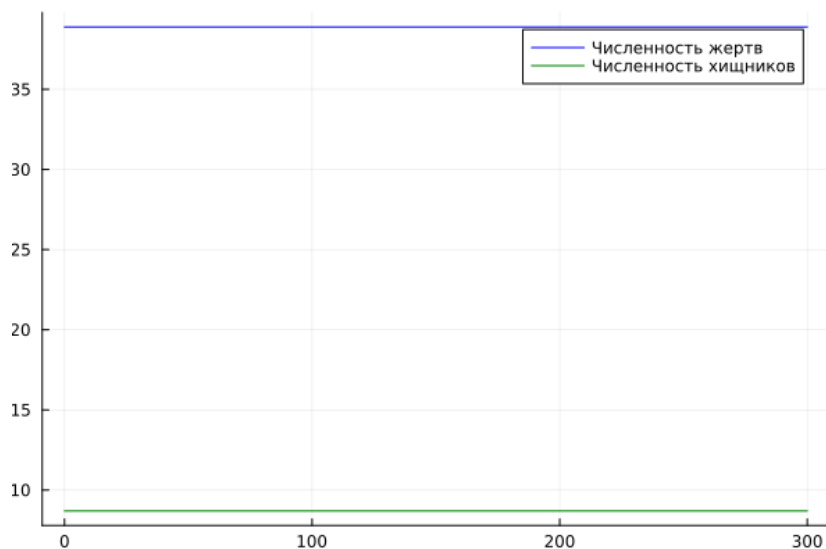


Рис. 4.5: “Результат выполнения программы”

Смоделируем ситуацию в OpenModelica. Построение зависимости численности популяций хищников и жертв (фазовый портрет системы) и изменение количества численности хищников и жертв при начальном условии (рис. 4.6).

```

1  model pop
2  Real a = 0.51;
3  Real b = 0.046;
4  Real c = 0.41;
5  Real d = 0.036;
6  Real x;
7  Real y;
8  initial equation
9  x = 6;
10 y = 22;
11 equation
12 der(x) = -a*x + b*x*y;
13 der(y) = c*y - d*x*y;
14 end pop;
15

```

Рис. 4.6: “Код в OpenModelica”

Зависимость изменения численности хищников от изменения численности жертв (рис. 4.7)

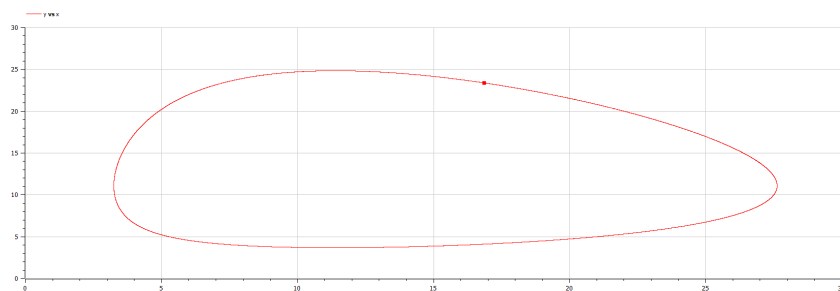


Рис. 4.7: “Результат выполнения программы”

Изменение численности хищников и численности жертв (рис. 4.8)

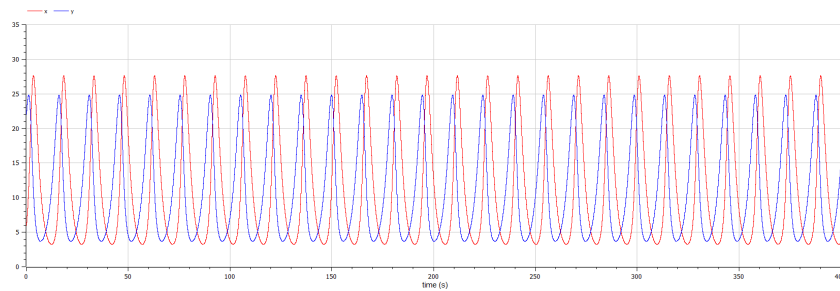


Рис. 4.8: “Результат выполнения программы”

Смоделируем ситуацию в OpenModelica. Найдём стационарное состояние (рис. 4.9).

```
model pop
  Real a = 0.51;
  Real b = 0.046;
  Real c = 0.41;
  Real d = 0.036;
  Real x;
  Real y;
  initial equation
    x = c/d;
    y = a/b;
  equation
    der(x) = -a*x + b*x*y;
    der(y) = c*y - d*x*y;
end pop;
```

Рис. 4.9: “Код в OpenModelica”

Изменение численности хищников и численности жертв (рис. 4.10)

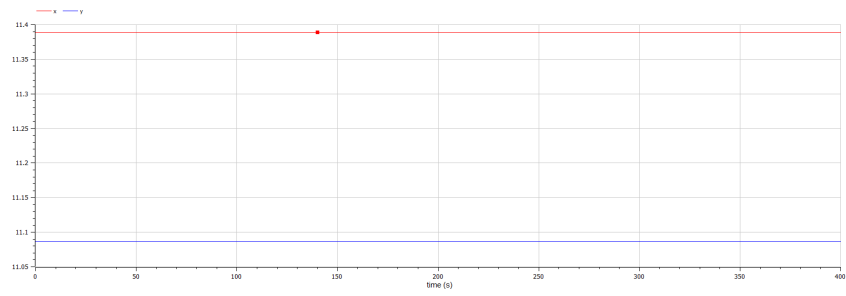


Рис. 4.10: “Результат выполнения программы”

## 5 Выводы

- рассмотрел моделирование ситуации хищник-жертва.
- В результате выполнения работы получил графики с помощью моделирования на Julia и OpenModelica.
- Построил график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 8, y_0 = 13$ .
- Нашел стационарное состояние системы.

## **Список литературы**