# 基于 CTM 和 Beam-Column Joint Element 的 梁柱节点核心区抗剪仿真

唐智强, 黄世涛, 马 健

(华中科技大学 土木工程与力学学院,湖北 武汉 430074)

摘 要:为研究基于 CTM 和 Beam-Column Joint Element 单元的钢筋混凝土梁柱节点核心区抗震仿真计算,本文先分析了 CTM 的计算原理和局限性,并对原计算模型进行调整;之后通过试验数据验证了调整前后模型的正确性,并通过参数分析得出调整前后 CTM 在不同参数下核心区抗剪强度的变化规律;最后通过对比理论计算与试验下核心区抗剪强度变化规律,证明调整后模型更为准确。

关键词:钢筋混凝土梁柱节点; CTM; 梁柱节点单元; OpenSees

中图分类号: TU375 文献标识码: A 文章编号: 2095-0985(2020)03-0116-07

# Seismic Simulation of Core Area in Beam-column Joint Based on CTM and Beam-Column Joint Element

TANG Zhi-qiang, HUANG Shi-tao, MA Jian

(School of Civil Engineering & Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to research seismic simulation of core area in beam-column joint based on CTM and beam-column joint element, the calculation principle and limitations of CTM model are analyzed and the original calculation model is adjusted. Afterwards, the correctness of the models before and after the adjustment is verified by the experimental data, and the change rules of the shear strength of the CTM model under different parameters before and after the adjustment is obtained through parameter analysis. Then, by comparing the theoretical calculation and the experimental results, it is proved that the model is more accurate. Finally, by comparing the change rules of shear strength of the core area under the theoretical calculation and the experimental results, it is proved that the adjusted model is more accurate.

Key words: reinforced concrete beam-column joints; CTM; beam-column joint element; OpenSees

钢筋混凝土梁柱节点的抗震能力是决定框架结构破坏形态和整体地抗震破坏性能的关键因素,其抗震能力的计算和仿真也一直是框架结构整体抗震性能的重点和难点[1]。在诸多钢筋混凝土梁柱节点抗剪强度计算理论模型、钢筋混凝土梁柱节点抗震仿真分析软件和平台中,目前应用最广泛的是美国华盛顿大学 Lowes 和 Mitra 两位学者提

出基于转动铰模型的二维平面超级节点单元模型 (Super Model),及其基于 OpenSees 平台下建立的 Beam-Column Joint Element 单元和仿真计算程序<sup>[2-4]</sup>。该模型计算的前置条件和最关键参数是需要根据理论计算模型确定钢筋混凝土梁柱节点核心区的理论抗剪强度应力应变本构,Mitra 推荐采用斜压杆法(Compression Strut Model,CTM)<sup>[5]</sup>或斜压场法(Modified Compression Field Theory,

收稿日期: 2019-05-28 修回日期: 2019-08-10

作者简介: 唐智强(1987-), 男, 湖北荆州人, 博士研究生, 研究方向为梁柱节点抗震(Email: 409054957@qq.com)

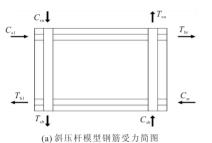
通讯作者:黄世涛(1989-),男,河南潢川人,硕士研究生,研究方向为钢结构和组合结构设计与建造技术(Email: shitaohuang1116@

1

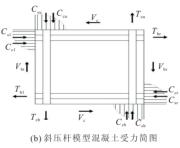
CTM 简介

MCFT)<sup>[6]</sup>进行计算。

为研究基于 CTM 和 Beam-Column Joint Element 单元的钢筋混凝土梁柱节点核心区抗震仿 真计算,本文先分析了 CTM 的计算原理和局限 性,并对原计算模型进行调整。之后通过一系列 试验数据验证了调整前后模型在常规参数组合下 计算结果与试验结果均基本一致。之后通过计算 基于核心区配箍率、主梁配筋率、钢筋强度、轴压 比共4个参数耦合下共计2560个模型,并通过参 数分析得出调整前后 CTM 在不同参数下核心区 抗剪强度的变化规律。最后通过对比参数分析计 算规律与试验计算规律,证明调整后模型更为准







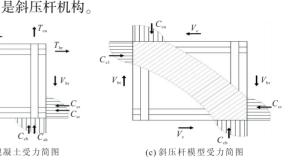


图 1 为 CTM 的计算简图<sup>[5]</sup>。根据钢筋混凝

土梁、柱的正截面抗弯承载力理论,梁柱端在水平

地震力作用下,各个梁柱端截面会形成混凝土受

压区,图 1 中  $C_{co}$ 和  $C_{co}$ 为柱端混凝土受压区所受

的压力合力, $C_{cr}$ 和  $C_{cr}$ 为梁端混凝土受压区的压

力合力, $C_{cl}$ 和  $C_{cl}$ 在核心区的左上角形成指向右

下角的合力,而  $C_{cb}$ 和  $C_{cr}$ 的合力指向左上角,两个

合力的共同作用,在节点核心区的混凝土中形成

一个沿核心区对角线分布的斜向压应力场,这就

图 1 斜压杆模型

CTM 主要基于以下假定:

- (1)所有剪切应力均沿主压杆传播;
- (2)斜压杆压应力方向与剪切应力方向一致 且等效:

基于假定(1)(2)可得到:

$$\tau_{\text{strut},t} = f_{\text{c\_strut},t} \frac{w_{\text{strut}} \cos \alpha_{\text{strut}}}{40} \tag{1}$$

式中:Tstml.为根据斜压杆模型计算出的剪切块的 剪应力,其是一条随着剪切应变变化的曲线;w为 有效核心区宽度;  $\alpha_{strut}$  为主压杆方向与水平方向 夹角,由于剪切块的剪切变形属于微小变形,所以  $\alpha_{\text{strut}}$ 也可认为不变;  $f_{\text{c strut}}$ 为有效压杆应力, 但不 等于混凝土抗压强度; $w_{\text{sml}}$ 为压应力场有效宽度。 据此可得到:

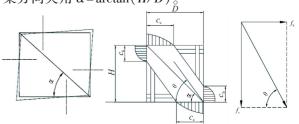
$$\begin{cases} \tau_{\text{strut,t}} = f_{c\_\text{strut,t}} \frac{w_{\text{strut}} \cos \alpha_{\text{strut}}}{w} \\ w_{\text{strut}} = \sqrt{c_{\text{b}}^2 + c_{\text{c}}^2} \end{cases}$$
 (2)

式中: c, 为梁方向的等效受压区宽度; c。为柱方 向的等效受压区宽度。式(2)即为 CTM 的主要 计算原理和公式[5]。

# CTM 用于定参讨论

文献[3,4,7]在用 CTM 对钢筋混凝土梁柱 节点核心区抗剪强度计算时,对于主压杆应力方 向均依据核心区变形为微小剪切变形,简单认为 主压应力方向与等效的剪切应力方向一致且沿对 角线方向。

但基于上述 CTM 计算原理对剪切应力方向 和斜压杆压应力方向分别进行受力分析可知,剪 切应力方向取决于核心区剪切变形的情况,斜压 杆应力方向为梁、柱压应力的合力方向。而梁柱 节点核心区剪切变形如图 2a 所示,梁截面和柱截 面分别绕变形轴发生变形。需要强调的是,梁截 面和柱截面的变形轴不一定与几何轴重合,且变 形轴距离角点位置亦不一定相等。截面变形对应 到核心区变形为一种剪切变形,该剪切变形并不 一定是理想剪切变形(即变形后变形面为平行四 边形)。但考虑各个梁柱截面的变形大部分时候 满足平截面假定,且对于梁柱节点变形为微小变 形,其变形可近似等效为理想剪切变形。对于理 想剪切变形,其剪切应力方向沿对角线方向,其与 梁方向夹角  $\alpha = \arctan(H/D)$ 。



(a) 梁柱节点核心区剪切变形 (b) 斜压杆主压应力方向 (c) 梁、柱方向的压应力合力 图 2 核心区剪切变形示意

而对于斜压杆主压应力方向,如图 2b 所示, 考虑 $c_{h},c_{e}$ 分别表示等效受压区宽度,而核心区的 混凝土抗压强度(本构)一致,故梁、柱方向的压 应力与 $c_b$ , $c_c$  成正比对应。考虑斜压杆主压应力 为梁、柱方向压应力的合力,作简单受力合成可知 (见图 2c),其方向与梁方向夹角  $\theta$ =arctan( $c_{\alpha}/c_{\alpha}$ )。

基于以上分析可知,斜压杆压应力方向与剪 切应力方向并不一定一致,剪切应力为斜压杆压 应力在对角线方向的投影。据此,式(1)可调整 为:

$$\tau_{\text{strut}} \frac{w}{\cos \alpha} = f_{c_{-\text{strut}}} w_{\text{strut}} \cos |\theta - \alpha|$$
 (3)

事实上,如果不考虑核心区剪切变形的近似, 按核心区实际变形最终得出的剪切应力方向必然 与主压应力方向一致。这是因为同一构件同一受 力状态下从变形条件和受力条件得出的等效应力 方向必然一致。但当采用 Opensees 软件中的 Beam-Column Joint Element 单元对梁柱节点进行 非线性低周往复运动模拟的定参和仿真分析,受 单元原理的 Super Model 单元模型本身的限制,必 须将核心区按理想剪切变形考虑方可进行计算。 故须将核心区的剪切变形等效为理想剪切变形, 学者 Mitra 在计算时将二者进行简单等效<sup>[3,4]</sup>。 实际深入分析 CTM 模型和 Super Model 单元模型 的原理可知,等效时应考虑剪切应力方向与对角 线方向的角度差.即图 2b 中的  $\theta$ - $\alpha$ 。

同时考虑对于基于往复荷载下的滞回性能作 为梁柱节点抗震性能的判定标准,考虑对角线方 向上抗剪强度的投影做为抗震破坏性能更合理。 这是因为 CTM 下主压应力方向与对角线方向不 重合的分析是基于单向静力加载,其裂缝亦为略 偏差于对角线方向的斜裂缝(如图 3a 所 示[8-13])。但在低周往复荷载作用下,随着正向 和反向裂缝的反复加载,混凝土裂缝方向均会逐 步趋向于对角线方向(如图 3b 所示[8~13])。故在 低周往复荷载作用下,以对角线方向上抗剪强度 的投影作为剪切破坏的控制条件更为合理,即 Laura 和 Mitra 提出的 Super Model 单元模型相比 于 CTM 模型计算结果更能有效代表钢筋混凝土 梁柱节点的实际抗震性能。

#### 3 模拟验证

为检验调整前后 CTM 计算结果的正确性,选 用多伦多大学在20世纪80~90年代所完成的一 系列试验进行对比分析,具体构件参数详见文献

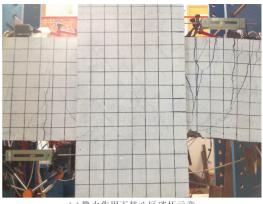




图 3 静力与拟静力作用下核心区破坏示意

[6,14,15],文献中试件 PV20 建模计算结果与试 验对比结果如图 4 所示。图中蓝色实线为调整前 模型计算结果,红色虚线为调整后模型计算结果, 黑色带星实线为文献中试验结果。从图 4 可以看 出本文建模计算结果与试验吻合较好。同时可以 看出,调整后模型比调整前的模型计算结果略微 偏小,这是因为试件 PV20 的配筋情况下柱方向 上受压区高度与梁方向上受压区高度基本一致, 调整前模型的主压应力方向与对角线方向角度差 很小,故投影到对角线方向的折减较小。

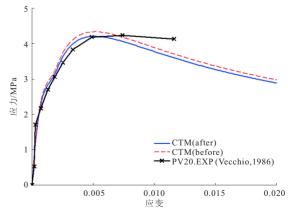


图 4 本文 CTM 建模计算结果与试验对比

为进一步检验调整前后 CTM 用于 OpenSees 平台下 Beam-Column Joint Element 单元定参的正 确性,基于 OpenSees 平台建立仿真分析模型并与 试验结果进行对比验证。试件选用作者参与课题 试件<sup>[8~13]</sup>,典型试件 SP00 的尺寸及配件如图 5 所示,SP00 在拟静力作用下滞回曲线和仿真分析 拟合下滞回曲线对比如图 6 所示。从图 6 可以看出,调整前后模型定参下仿真分析计算结果与试验结果均吻合良好,调整后模型计算结果比调整前计算结果略微偏小。这是因为典型试件的柱方向上与梁方向上受压区高度差别不大,对调整后模型计算的核心区应力应变曲线比调整前略微偏小导致。同时这也证明该模型用于该平台建模分析的正确性与可行性。

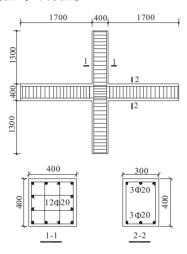


图 5 SP1 构件尺寸及配筋/mm

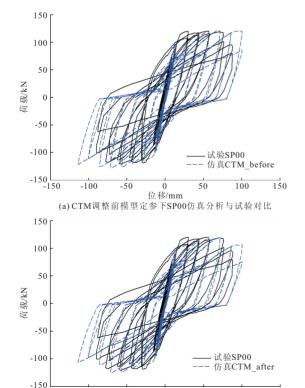


图 6 CTM 调整前后模型定参下 SP00 仿真分析与试验对比

位移/mm

(b) CTM调整后模型定参下SP00仿真分析与试验对比

## 4 参数分析

为了分析调整前后 CTM 在各种参数组合下的适用性,基于作者参与课题试验试件,对调整前后的 CTM 进行参数分析。

分析参数包括核心区配箍率、主梁配筋率、钢 筋强度、轴压比共 4 个参数。具体选用参数组合 如表 1 所示。

表 1 参数分析取值

参数内容	取值范围		
核心区配箍	2Φ10, 3Φ10, 4Φ10, 5Φ10, 6Φ10, 7Φ10, 8Φ10,9Φ10,10Φ10,12Φ10		
主梁配筋	$3\Phi 10$ , $3\Phi 12$ , $3\Phi 14$ , $3\Phi 16$ , $3\Phi 18$ , $3\Phi 20$ , $4\Phi 20$ , $4\Phi 24$		
钢筋牌号	HRB335, HRB400, HRB500E, HRB600E		
轴压比	0.07, 0.14, 0.21, 0.28, 0.35, 0.42, .56, 0.84		

基于以上参数耦合共计需要计算 2560 个模型。其中,试件 SP00 对应设计参数核心区配箍 6Φ10、主梁配筋 3Φ20、钢筋牌号为 HRB500E、轴压比 0.28,为参数分析的中位组合,作为对比的基准参数。为简化结果提取过程,基于边界圆法对计算结果进行整理,具体步骤为:

- (1)基于基准试件的计算结果进行分析,分析在其它3个参数不变的情况下,1个参数的变化规律:
- (2)找到规律后,对另外 3 个参数进行最不 利组合,验证变化参数对应规律的有效性,如果在 任何最不利组合下该规律均适用,则可判定该规 律对于参数分析范围内的试件均有效。

## 4.1 调整前 CTM 参数分析

图 7 为调整前 CTM 计算 SP00 试件的核心区 抗剪应力应变曲线。从图中曲线可以看出,抗剪 强度在应变 0.3%范围内线性增加,之后增加速率 开始变缓,这是因为在应变 0.3%之后受拉区混凝 土逐渐开裂破坏,不再产生拉应力。当应变达到 1%左右时抗剪强度达到峰值,之后逐渐下降,下 降段无明显破坏点,计算过程中计算到应变 6% 停止。但实际试验中,大部分试件在应变 3%~ 4.5%已经完全破坏,无法继续加载。

进一步分析单个参数对 CTM 计算结果的影响,计算在主梁配筋 3Φ20、钢筋强度 HRB500E、轴压比 0.28 下(基准参数下),核心区配箍从 2Φ10(SP01\_1)到 12Φ10(SP01\_10)的应力应变曲线。该组试件命名为 SP01 组,单个试件依次命名为 SP01\_1 至 SP01\_10,计算结果如图 8a 所示。同时可以看出,SP01\_5 的设计参数与 SP00

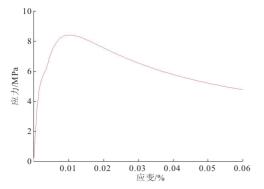


图 7 调整前 CTM 计算基准试件应力应变曲线设计参数一致,这一组试件的计算结果可以有效反映出基于 SP00 设计条件下核心区配箍变化对 CTM 计算结果的影响规律。

对计算结果进行比较可以看出,不同应力应变曲线的形状与变化规律大致一致,只是随着核心区配箍逐渐增大计算结果相应增加。其它参数组合下曲线形状与变化规律亦基本相同,在此不一一列出。从此图 8a 可以看出,对于核心区抗剪强度应力应变曲线,因为其曲线形态基本一致,故可取其抗剪强度最大值与平均值做为特征值进行分析。将其应力最大值与平均值提取后如图 8b 所示,可以看出其最大值和平均值均随着核心区配箍增加而加大,其变化规律与图 8a 完全一致。而应变最大值线性增加,平均值增加先快速后线性。考虑到不同试件的破坏应变各不相同,破坏应变之后的数据无实际意义,该应力应变曲线的最大值比平均值更具说服力,故本文后续只重点分析曲线的最大值变化规律。

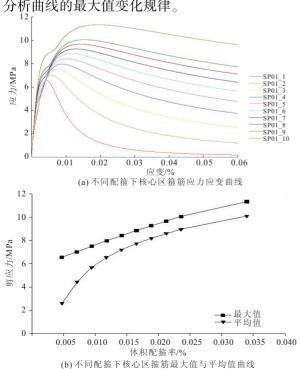


图 8 调整前 CTM 核心区配箍应力应变曲线

图 9 为在基准参数下,任意单个参数在基准参数组合下的抗剪强度最大值比较图,其中横坐标为基于基准参数的无量纲化结果。从图中可以看出,4 个参数的增大均会导致核心区抗剪强度增加,其增加规律接近于线性增加。为验证以上规律的有效性,对任意参数取另外 3 个参数最不利组合进行参数分析,其中对于核心区轴压比的参数组合如图 10 所示。从图 10 可以看出,在各种参数组合下,不同轴压比的试件的抗剪强度最大值变化情况与中数组基本一致。其它参数变化规律亦与此类似,在此不一一列举。

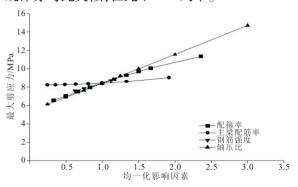


图 9 调整前 CTM 基准参数变化规律

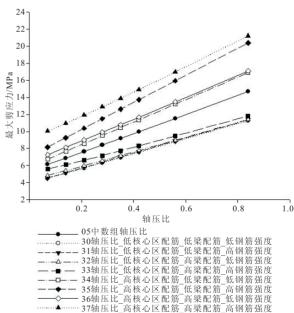


图 10 调整前 CTM 轴压比在各参数组合下的变化规律 综合以上分析可以得出,调整前 CTM 计算的 核心区抗剪强度变化规律如下:

- (1)抗剪强度应力应变曲线在应变 0.3%范围内线性增加,之后逐渐增加到破坏应变,再缓慢下降,无破坏段或破坏点;
- (2)在各种参数组合下,核心区配箍率、主梁 配筋率、钢筋强度、轴压比的增加均会导致核心区 抗剪强度的增加,增加基本呈线性规律,对核心区 影响从大到小的参数依次为轴压比、核心区配箍、

钢筋强度、梁配筋率。各参数斜率如表 2 所示。

表 2 调整前 CTM 各参数中数组最大值斜率

项目	内容	切线斜率 /%	折线斜率 /%
中数组核心区配箍	最大值	29.6	30.9
中数组梁钢筋	最大值	5.1	5.3
中数组钢筋强度	最大值	24.2	26.6
- 中数组轴压比	最大值	33.6	36.7

以上斜率是对影响核心区抗剪强度程度的一种定量描述。以核心区配箍率为例,表 2 中斜率的物理含义为:在参数分析范围内,核心区配箍率每增加 100%,核心区抗剪强度增加 30%。

## 4.2 调整后 CTM 参数分析

调整后 CTM 参数分析过程与调整前基本一致,基准参数下单个参数变化计算得到的应力最大值规律如图 11 所示。与图 9 对比可以得到以下结论:

- (1)总体抗剪强度均略有下降;
- (2)核心区配箍、主梁配筋、钢筋强度变化规律与调整前基本一致,调整后模型在轴压比增大时,抗剪强度呈现先增大后减小的规律。

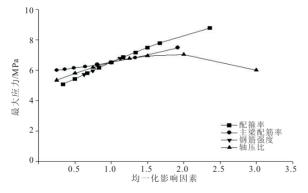


图 11 调整后 CTM 基准参数变化规律

为验证以上结论,对轴压比与另外三种参数的最不利组合进行参数分析,其计算结果如图 12 所示。从图 12 可以看出,在核心区配箍率、主梁配筋率、钢筋强度各种参数组合下,轴压比对抗剪强度的影响均为先增大后减少,最合适的轴压比一般在 0.55 左右。这是因为,随着轴压比的增大,柱方向受压区高度不断增大,主压应力与对角线方向偏角亦不断增大。

#### 4.3 调整前后结果对比

对比调整前后的参数分析结果可以发现,调整前后的差别主要集中在轴压比增大对核心区抗剪强度的影响。这是因为其它参数不太影响受压区高度,故不影响合力方向角,从而使得调整前后计算结果无显著区别。

对于轴压比参数的影响,调整前 CTM 计算结

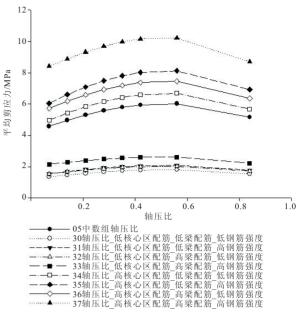


图 12 调整后 CTM 轴压比在各参数组合下变化规律 果表现为线性增加规律,调整后 CTM 计算结果表现为先增大后减小的规律,拐点大约在 0.55 左右。对比国内外相关试验研究,其结果均显示随着轴压比增大,核心区抗剪强度先增大后减小的试验规律<sup>[1,16]</sup>。以框架节点专题研究组的试验结果为例,轴压比从 0.5 增大到 0.84 时会有显著拐点<sup>[1]</sup>,并建议轴压比不要大于 0.5。故从这个角度分析,调整后模型更能有效反映出轴压比变化对核心区抗剪应力应变曲线的影响。在轴压比较大的情况下计算结果更准确,仿真分析定参更适用。

# 5 结 论

从以上分析可以得到如下结论:

- (1)基于 CTM 法定参的 OpenSees 平台下 Beam-Column Joint Element 单元用于钢筋混凝土 梁柱节点抗震性能仿真分析,从 CTM 模型变形条件到 Beam-Column Joint Element 单元变形条件需要考虑主压应力与对角线方向的角度差。
- (2)考虑角度差之后的计算模型更符合钢筋 混凝土梁柱节点抗震破坏实际情况,在参数耦合 下的参数分析亦与试验结果、经验结果更相符。 尤其是在高轴压比即主压应力与对角线方向的角 度差较大情况下,计算结果与试验结果吻合更好。

#### 参考文献

[1] 框架节点专题研究组. 低周反复荷载作用下钢筋混凝土框架梁柱节点核心区抗剪强度的试验研究 [J]. 建筑结构学报, 1983, (6): 1-17.

- [2] Lowes L N, Mitra N, Altoontash A. Modeling reinforced-concrete beam-column joints subjected to cyclic loading [J]. Journal of Structual Engineering, 2003, 129(12): 1686-1697.
- [3] Mitra N, Lowes L N. Evaluation, calibration, and verification of a reinforced concrete beam-column joint model [J]. Journal of Structural Engineering, 2007, 133(1): 105-120.
- [4] Mitra N. An Analytical Study of Reinforced Concrete Beam-Column Joint Behavior under Seismic Loading [D]. Washington; University of Washington, 2007.
- [5] Park R, Ruitong D. A comparison of the behaviour of reinforced concrete beam-column joints designed for ductility and limited ductility [J]. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, 1988, 21(4): 255-278.
- [6] Vecchio F J, Collins M P. The modified compressionfield theory for reinforced concrete elements subjected to shear [J]. ACI Structural Journal, 1986, 83(2): 219-231.
- [7] 宋孟超. 钢筋混凝土梁柱节点核心区模型化方法研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2009.
- [8] 高 飞,黄世涛,刘 波,等.剪压比影响下配置 HRB500E 钢筋梁柱节点试验研究[J]. 土木工程与 管理学报,2014,31(4):1-6.
- [9] 马 健, 彭运动, 高 飞, 等. 配置 HRB500E 钢筋 混凝土梁柱组合体抗震性能研究[J]. 土木工程与管理学报, 2014, 31(4): 38-43.
- [10] 黄世涛,梅世龙,唐智强,等.配置 HRB500E 钢筋

- 混凝土梁柱边节点试验研究[J]. 土木工程与管理学报, 2014, 31(4): 44-49.
- [11] 高 飞,黄世涛,梅世龙,等.配置 HRB500E 钢筋 梁柱节点数值模拟[J]. 土木工程与管理学报, 2015,32(3):11-15.
- [12] 马 健, 彭运动, 高 飞, 等. 单调反对称荷载下 钢筋砼梁柱中节点数值分析[J]. 土木工程与管理 学报, 2015, 32(1); 28-36.
- [13] 王思启,高 飞,彭运动,等.核心区配箍率影响下 HRB500E 梁柱节点抗震研究[J]. 土木工程与管理学报,2015,32(3);33-39.
- [ 14 ] Vecchio F J, Collins M P. Compression response of cracked reinforced concrete [ J ]. Journal of Structural Engineering, 1993, 119(12): 3590-3610.
- [15] Vecchio F J. Disturbed stress field model for reinforced concrete: formulation [J]. Journal of Structural Engineering, 2000, 126(9): 1070-1077.
- [16] GB50010-2010, 混凝土结构设计规范[S].
- [17] 王 峥. 轴压比对钢筋混凝土框架节点抗震性能的 试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 1997.
- [18] Park R, Paulay T. Behavior of Reinforced Concrete External Beam-Column Joints Under Cyclic Loading [C]//Proceedings of Fifth World Conference on Earthquake Engineering. IAEE, 1973: 1-10.
- [19] Paulay T, Park R, Preistley M J N. Reinforced concrete beam-column joints under seismic actions [J]. Journal of ACI, 1978, 75(11): 585-593.
- [20] NZS3101-1982, New Zealand Standard Code of Practice for the Design of Concrete Structures [S].

#### (上接第115页)

- [9] 朱 嬿, 魏宁娣. 中国建筑企业的可持续发展框架 及其可持续发展态势的调查[J]. 土木工程学报, 2009, 42(2): 126-130.
- [10] 张卫华, 邱菀华. 基于供应链运作参考模型的供应链多目标绩效优化模型[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(9): 2052-2058.
- [11] 任 南, 韩冰洁, 何彦昕. 基于 WBS-RBS-DSM 的 项目风险识别与评估[J]. 系统工程, 2014, 32 (11): 96-100.
- [12] Yager R R. Families of OWA operators [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1993, 59(2): 125-148.
- [13] 刘振华, 张长江. 可持续视角下重污染企业绩效评价研究——基于 COWA 算子和云模型[J]. 科技管理研究, 2019, (1): 235-241.
- [14] 郑晓云,杜 娟,苏义坤.基于改进熵权法的城市可持续发展评价——以哈尔滨市为例[J].土木工程与管理学报,2018,35(4):65-71.

- [15] 蔡 文. 物元模型及其应用[M]. 北京: 科学技术 文献出版社, 1994.
- [16] 李德毅, 孟海军, 史雪梅. 隶属云和隶属云发生器 [J]. 计算机研究与发展, 1995, 32(6): 15-20.
- [17] 刘彩霞, 郭树荣, 纪 蕾, 等. 基于 OWA 算子和云 物元的 PPP 项目审计质量评价[J]. 土木工程与管理学报, 2018, 35(5): 152-158.
- [18] 甘浪雄,程小东,王 晨.基于云物元理论的引航 环境风险评价模型研究[J].安全与环境学报, 2018,18(2):418-422.
- [19] 徐 兵. 基于云物元模型的赣州城市轨道交通项目 风险研究[D]. 赣州: 江西理工大学, 2017.
- [20] 郑明贵,文 唯,杨 欣. 海外矿山项目并购外部 风险评价[J]. 资源开发与市场, 2017, 33(7): 825-829.
- [21] 逯 程,徐廷学,赵 骏.基于 DSm 证据云物元模型的装备状态评估方法[J].系统工程与电子技术,2017,39(7):1549-1554.