北京邮电大学 2022—2023 学年第二学期

《 高等数学 A(下)》期末考试试题（A 卷）

考试注意事项	一、学生参加考试须带学生证或学院证明，未带者不准进入考场。学生必须按照监考教师指定座位就坐。 二、书本、参考资料、书包等物品一律放到考场指定位置。 三、学生不得另行携带、使用稿纸，要遵守《北京邮电大学考场规则》，有考场违纪或作弊行为者，按相应规定严肃处理。 四、学生必须将答题内容做在试题答卷上，做在草稿纸上一律无效。

一、填空题(每小题 3 分，共 30 分)

1. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ 的敛散性是________（填写：条件收敛、绝对收敛或发散）；

2. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$ 的敛散性是________（填写：条件收敛、绝对收敛或发散）；

3. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{(-2)^n+3^n}$ 的收敛半径 $R=$________；

4. 设函数 $z=e^{\frac{x}{y^2}}$，则 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{(1,1)}=$________；

5. 已知函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x^3+y^3+z^3+3xyz+7=0$ 确定，则 $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(0,1)}=$____；

6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}dy\int_0^y\frac{\cos x}{\pi-2x}dx=$________；

7. 设 Ω 是由圆柱面 $x^2+y^2=1$ 和平面 $z=0$、$z=1$ 所围区域，则

   $\iiint\limits_{\Omega}z^2dxdydz=$_____；

8. 设 Γ 是圆柱面 $x^2+y^2=1$ 与平面 $z=1$ 的交线，从 z 轴正向看去，Γ 为逆时针方

   向，则曲线积分 $\oint_{\Gamma}ydx-xdy+zdz=$________；

9. 设 Σ 是球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 被平面 $z=\sqrt{3}$ 截出的球顶部分，则曲面积分

   $\iint\limits_{\Sigma}zdS=$________；

10. 已知向量场 $\vec{A}(x,y,z)=\left(xyz-x^2,xyz-y^2,xyz-z^2\right)$，则 $div\left(rot\,\vec{A}\right)=$_____。

二、(10 分)设函数 $z=z(x,y)$ 具有二阶连续偏导数，求常数 λ，使得在变换

$u=x-y$，$v=x+\lambda y$ 之下，可将方程 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+3\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ 化为 $\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}=0$.

三、(10 分)求函数 $z=2x+3y$ 在椭圆区域 $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+xy+y^2\le 3\right\}$ 上的最大值与最小值.

四、(10 分)求圆柱面 $(x-1)^2+y^2=1$ 被平面 $z=0$ 和抛物面 $z=x^2+y^2$ 所截下的部分柱面的面积.

五、(10 分)计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}\left[xy^2 f\left(y^2+z^2\right)+\left(x^2+y^2\right)e^z\right]dxdydz$，其中 $f(u)$ 为连续函数，Ω 是抛物面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=1$、$z=2$ 所围空间闭区域.

六、(10 分)计算曲线积分 $\oint_L\left(\cos x-x^2 y\right)dx+\left(\sin y+xy^2\right)dy$，其中 L 是半圆

$y=\sqrt{2x-x^2}$ 、$y=\sqrt{4x-x^2}$ 和直线 $\sqrt{3}x-y=0$ 、$x-\sqrt{3}y=0$ 所围区域 D 的正向边界曲线.

七、(10 分)求常数 a 和 b,使得曲线积分 $\int_L\left(axy^3-y^2\cos x\right)dx+\left(by\sin x+3x^2y^2\right)dy$ 在整个 xOy 平面上与路径无关，并计算积分

$\int_{(0,0)}^{(\pi,1)}\left(axy^3-y^2\cos x\right)dx+\left(by\sin x+3x^2y^2\right)dy$ 的值.

八、(10 分)计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma}\left(x-x^3\right)dydz+\left(y-y^3\right)dzdx+\left(z-z^3\right)dxdy$，其中 Σ 是半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.