北京邮电大学 2017——2018 学年第 1 学期

《组合数学》期末考试试题（A 卷）

1，（18 分）（1）从 1 到 300 的整数中**不重复**的选取 3 个数组成**无序** 3 元组(x, y, z)，使得 x+y+z 是 6 的倍数，问可组成多少种这种 3 元组？（2）求 1, 2, …, n 的全排列中 1 和 2 之间**有且有一个**数的排列个数。

2，（18 分）设 $S=\{\infty\cdot e_1,\infty\cdot e_2,\infty\cdot e_3,\infty\cdot e_4,\ \infty\cdot e_5,\ \infty\cdot e_6\}$，求序列 $\{a_n\}$ 的**普通或指数型**生成函数并由此求出 a_n 的表达式。其中

（1）a_n 是从 S 中取出的满足元素 e_1 和 e_3 出现的次数同为偶数，其它元素任意的 **n 位数**的个数；

（2）a_{10} 是从 S 中取出的 **10 个元素**中 e_1 和 e_3 出现的次数至少是 2 至多是 5 的方案数。

3，（16 分）假设凸 20 边形的任意 3 条对角线不共点，求该凸 20 边形的对角线的交点数有多少？这些交点把对角线分成多少段？

4，（10 分）求解如下递推关系

$$\begin{cases} a_n\text{-}5a_{n-1}+4a_{n-2}=3^n \\ a_0=1, a_1=4 \end{cases}$$

5，（10 分）令 Q_n 表示{1, 2, …, n}中不出现 12, 23, 34, …, (n-1)n 这些模式的全排列的个数，则 Q_n 等于多少？

6，（10 分）今有标号为一到五的五房间安排 5 位同学入住，每人一间。其中甲不住五号房，乙不住四号和五号房，丙不住一号和二号房，丁不住三号房，戊不住二号房。问有多少种住宿方案？

7，（10 分）证明：任给正整数 N，一定存在由 0 和 5 组成的数是 N 的倍数。

8. （8 分）求{1, 2, . . , n}中满足如下条件的子集 S 的个数：

S 中的任何一个元素 x 都满足 $x\geq |S|$。

注：空集也满足上述性质。