北京邮电大学 2019--2020 学年第 2 学期

《概率论与数理统计》试题（B 卷, 经管院, 4 学分）

考试注意事项：学生必须将答题内容做在试题答题纸上，做在试题纸上一律无效.

一. 填空题与选择题（每小题 4 分，共 4 0 分）

1. 设事件 A 和 B 相互独立，且 $P(A)=0.8$， $P(B)=0.4$, 则事件 A 和 B 中恰有一个发生的概率为_______.

2. 有两箱同类型的零件, 每箱都装有 10 个零件, 第一箱有 8 个一等品, 第二箱有 6 个一等品, 现从两箱中任选一箱, 然后从该箱中有放回地取零件两次,每次取一个,在第一次取到一等品的条件下第二次取到一等品的条件概率为______.

3. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases} a(1-x^2), -1<x<1, \\ 0, \text{其他}, \end{cases}$$

则 $D(X)=$_______.（先确定常数 a ,再计算 $D(X)$)

4. 设 (X,Y) 服从二维正态分布 $N(0,-1,1,9,\frac{-2}{3})$, 则 $D(2X+Y+1)=$______ .

5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，X 服从均值为 1 的指数分布，$Y\sim U(0,1)$,令 $Z=\min\{X,Y\}$, 则 Z 的分布函数为 $F_Z(z)=$______ .

6.设随机变量 $X\sim N(-2,2)$，则 $Y=\frac{1}{2}X+1$服从正态分布

(A) $N(0,1)$ (B) $N(0,\frac{1}{2})$ (C) $N(-1,2)$ (D) $N(-1,\frac{3}{2})$

7.从正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 中抽取容量为 n 的样本，样本均值和样本标准差分别为

$\overline{x}$, s, 则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为

(A) $(\overline{x}-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1),\overline{x}+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1))$　　(B) $(\overline{x}-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n),\overline{x}+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n))$

(C) $(\overline{x}-\frac{s}{n}t_{\alpha/2}(n-1),\overline{x}+\frac{s}{n}t_{\alpha/2}(n-1))$　　(D) $(\overline{x}-\frac{s}{n}t_{\alpha/2}(n),\overline{x}+\frac{s}{n}t_{\alpha/2}(n))$

8. 设 X_1,X_2,X_3,X_4,X_5,X_6 为来自总体 $N(0,\sigma^2)$ 的样本，令 $T=\frac{X_1+X_2}{\sqrt{\sum_{i=3}^{6}X_i^2}}$.若 aT 服从 t 分布，则 $a=$

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(B) 1　　(C) $\sqrt{2}$　　(D) 2

9. 设 X_1,X_2,X_3 为来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，令 $T=(X_1-X_2)^2+(X_1-X_3)^2+(X_2-X_3)^2$,若 aT 为 σ^2 的无偏估计,则 $a=$

(A) 1　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{6}$　　(D) $\frac{1}{9}$

10. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自参数为 λ 的泊松分布总体的样本，则由中心极限定理,当样本量 n 充分大时,样本均值 $\bar{X}$ 近似服从正态分布

(A) $N(\lambda,\lambda)$　　(B) $N(\frac{\lambda}{n},\lambda)$　　(C) $N(\frac{\lambda}{n},\frac{\lambda}{n})$　　(D) $N(\lambda,\frac{\lambda}{n})$

二(10 分) 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}1-\frac{1}{(1+x)^2}, x\geq 0,\\ 0, \quad \text{其它}\end{cases}$$

(1)求 X 的概率密度及 X 的数学期望;

(2)若对 X 作 3 次独立重复观察, 记 Y 表示 3 次观察中事件 $\{X>1\}$ 发生的次数,求 $P\{Y\geq 1\}$, 及 $D(Y)$.

三(10 分)将 2 个球随机地放入 4 个盒子中，4 个盒子分别编号为 1, 2, 3, 4. 令 X,Y 分别表示 1 号盒子和 2 号盒子中球的数目, 求(1) (X,Y) 的分布律; (2) X 与 Y 的相关系数.

四(12 分) 设 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y, 0<x<1, 0<y<1, \\ 0, \text{其他}, \end{cases}$$

求(1) $P\{Y<X^2\}$;

(2)在 $X=x(0<x<1)$ 条件下, Y 的条件概率密度;

(3) $Z=X+Y$ 的概率密度.

五(10 分) 设总体 X 的分布函数为

$$F(x;\theta)=\begin{cases} 1-\mathrm{e}^{-(\frac{x}{\theta})^2}, x\geq 0, \\ 0,\ \text{其他} \end{cases}$$

$\theta\in(0,+\infty)$ 为未知参数， $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的样本.

(1) 设 $s>0,t>0$ ，求 $P\{X>t\}$ ，$P\{X>s+t\mid X>s\}$ ，并比较 $P\{X>t\}$ 与 $P\{X>s+t\mid X>s\}$ 的大小;

(2) 求 θ 的最大似然估计.

六(10 分) 甲、乙两车间生产同一种产品，为了比较两车间生产的产品的质量有无差异，现从两车间生产的产品中各抽取 8 件，检测其质量指标, 并得样本均值和样本方差如下:

甲车间： $\overline{x}=246$ ， $s_1^2=46$ ，

乙车间： $\overline{y}=234$ ， $s_2^2=26$ ，

设甲、乙两车间生产的产品的质量指标分别服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ 和

$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，

(1) 试检验假设: $H_0:\sigma_1=\sigma_2 \quad H_1:\sigma_1\neq\sigma_2$ (显著性水平取$\alpha=0.1$)；

(2) 在显著水平$\alpha=0.05$下,能否认为两车间生产的产品的质量指标的均值有显著差异?

($t_{0.025}(14)=2.1448$, $F_{0.05}(7,7)=3.79$)

七(8 分) 在钢线碳含量x（单位：%）对于电阻y（单位：$\mu\Omega$）的效应的研究中，安排了 8 次试验，得到数据$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,8)$，并计算得

$$\sum_{i=1}^{8}x_i=3.6,\ \sum_{i=1}^{8}y_i=161,\ S_{xx}=\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2=0.42,\ S_{xy}=\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=6.51,$$

$$S_{yy}=\sum_{i=1}^{8}(y_i-\overline{y})^2=120.975,$$

(1)求线性回归方程$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$;

(2)在显著水平$\alpha=0.01$下，检验回归方程的显著性,即检验假设

$H_0:b=0$，$H_1:b\neq0$.

($F_{0.01}(1,6)=13.75$)