北京邮电大学 2011——2012 学年第二学期

《高等数学下》期末试题（B 卷）

注意：所有题目答案都写在答题纸上，写在试卷上无效：

一．填空题（每空 3 分，共 24 分）

1．数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{\pi}{3^n}$ 是____（收敛或发散）．

2．若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 条件收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 定_____（收敛或发散）．

3．设函数 $f(x)=x^2, 0 \le x < 1$，而 $s(x)=\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x, -\infty < x < \infty$；

其中 $b_n = 2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x dx, n=1,2,3,\cdots$，则 $s(-\frac{1}{2})=$______．

4．函数 $f(x,y)=\ln(y-x)+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^2-y^2}}$ 的定义域是_____．

5．极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=$______．

6．$f(x,y)=x+(y-1)\arctan\sqrt{\frac{x}{y}}$，则 $f_x'(0,1)=$_____．

7．设 $z=xy+\frac{x}{y}$，则 $dz=$______．

8．设 $f(x,y,z)=x^2+2y^2+3z^2+xy+3x-2y-6z$，

则 $\mathrm{grad} f(0,0,0)=$________．

二．选择题（每题 4 分，共 20 分）

1．设函数 $z=f(x,y)$ 的全微分为 $dz=xdx+ydy$，

则点(0,0)（ ）.

(A)不是 $f(x,y)$ 的连续点　　(B)不是 $f(x,y)$ 的极值点

(C)是 $f(x,y)$ 的极大值点　　(D)是 $f(x,y)$ 的极小值点

2. 二重积分 $\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y} f(x,y)dx$ 交换积分顺序后应为（ ）.

(A) $\int_0^4 dx\int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$　　(B) $\int_0^2 dx\int_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$

(C) $\int_0^4 dx\int_{2x}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$　　(D) $\int_0^2 dx\int_{2x}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$

3. 设 D 是以(1,1)，(−1,1) 和 (−1,−1) 为顶点的三角形域，

D_1 是 D 在第一象限的部分，

则 $\iint\limits_D (x\sin y + y\cos x)dxdy =$（ ）.

(A) $2\iint\limits_{D_1} x\sin y dxdy$　　(B) $2\iint\limits_{D_1} y\cos x dxdy$

(C) $4\iint\limits_{D_1}(x\sin y + y\cos x)dxdy$　　(D) 0

4. 设积分 $\int\limits_L x\varphi(y)dx + x^2 ydy$ 与路径无关，其中 $\varphi(0)=0$，

$\varphi(y)$ 有一阶连续导数，则 $\int_{(0,1)}^{(1,2)} x\varphi(y)dx + x^2 ydy =$（ ）.

(A) 2　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) 3　　(D) 1

5. 设 Σ 是曲面 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 的外侧，$\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$ 是其外法线向量的方向余弦，则

$$\iint_{\Sigma}\frac{x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}ds=(\quad).$$

(A) 4π　　(B) 2π　　(C) π　　(D) 0

三.（8 分）证明由方程 $u=y+x\varphi(u)$ 确定的函数 $u=u(x,y)$

满足方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left[\varphi^2(u)\frac{\partial u}{\partial y}\right]$.

四.（8 分）求曲线 $\begin{cases}2x^2+y^2+z^2=4\\2x-3y+5z-4=0\end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线及法平面方程。

五.（8 分）求内接于椭球 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 的体积最大的长方体的体积，长方体的各个面平行于坐标面.

六.（8 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}n(n+1)x^n$ 收敛区间与和函数。

七.（每题 8 分，共 24 分）计算下列积分

1. 设 L 是上半圆周 $y=\sqrt{4x-x^2}$ 从 $(0,0)$ 到 $(4,0)$ 的一段，

求 $\int_L(x+3y)dx+(y^2-x)dy$.

2. 设 Σ 是曲面 $z=2-x^2-y^2$，$1\le z\le 2$ 取上侧，

求 $I=\iint_{\Sigma}(x^3z+x)dydz-x^2yzdzdx-x^2z^2dxdy$.

3. 设 Ω 由锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 和球面 $x^2+y^2+z^2=4$ 所围，

求 $I=\iiint_{\Omega}(x+y+z)^2dv$.