班级______ 学号______ 姓名______

北京邮电大学 2020-2021 学年第二学期

高等数学 A（下）期中考试卷

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}-3\cdot 2^n}{5^n}=$______；

2. 级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sqrt[n]{n}$的敛散性为______（收敛、发散）

3. 级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{3^n\cdot n!}$的敛散性为______（收敛、发散）

4. 已知级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^p+(-1)^{n+1}}$收敛，则常数$p$满足______；

5. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{n}\right)(x-1)^n$的收敛域为______；

6. 设$\sum_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$在$x=-1$处条件收敛，则幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{n+1}x^n$的收敛半径$R$______.

7. 幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$的和函数$s(x)=$______；

8. 函数$f(x)=\int_0^x\frac{\ln(1+t)}{t}dt$的麦克劳林级数展开式为______；

9. 设$f(x)=\begin{cases}1, & 0\le x<\frac{1}{2}\\ x, & \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}$，$f(x)\sim\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\pi x$，$a_n=2\int_0^1 f(x)\cos n\pi x dx$

$(n=0,1,2,\cdots)$，则$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=$______；

10. 设函数$f(x)$的周期为2π，且$f(x)=x\ (0\le x<2\pi)$，则$f(x)$的傅里叶级数展开式为______；

11. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,0)}\dfrac{xy-\ln(1+xy)}{(2x-1)y^2}=$______。

12. 设$f(x,y)=e^{\frac{x}{y}}+(y+1)\arctan\dfrac{x-2}{x^2y}$，则$f_x(1,-1)=$______.

13. 设$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y^3}{x^2+y^2}, x^2+y^2\neq 0\\ 0, \quad x^2+y^2=0\end{cases}$,则$f_y(x,y)=$______

14. 设$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}\sin\sqrt{x^2+y^2},\ x^2+y^2\neq 0\\ 0, \quad x^2+y^2=0\end{cases}$，则在$(0,0)$处______。

(A) $f(x,y)$偏导存在 (B) $f(x,y)$连续

(C) $f(x,y)$可微 (D)偏导函数$f_x(x,y)$、$f_y(x,y)$连续

15. 设$f(x,y)=e^{\cos\frac{x}{y}}$，则$f_{xy}(\pi,2)=$______;

16. 设函数$z=f(x,y)$的全微分$dz=(2xy^3+y^2\cos x)dx+(2y\sin x+3x^2y^2)dy$

则$f(x,y)=$______;

17. 设函数$z=\int_{xy}^{x-y}e^{t^2}dt$，则全微分$dz|_{(1,0)}=$______;

18. 设$z=f(x,xy)+g(2x-y)$，其中函数f二阶连续偏导数，g具有二阶可导，则

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$______;

19. 设函数$z=z(x,y)$由方程$F(x,x+y,x+y+z)=0$确定，其中函数F具有一阶连续偏导数，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}=$______

20. 设$y=u+2v$，函数$u=u(x)$，$v=v(x)$由方程组

$$uv=e^x,\quad \int_0^u e^{-t^2}dt=\ln(1+x),$$

确定，则$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}=$______。