

北京邮电大学 2016——2017 学年第一学期

《组合数学》期末考试试题（A 卷）

注意：学生必须将答题内容做在专用答题纸上，做在试卷、草稿纸上一律无效。

一、（20 分）（1）试求 3 个 3，两个 2，两个 4 和 3 个 5 组成的 10 位数中没有两个 5 相邻的数的个数。

（2）求由 1、2、3、4、5 组成的 6 位数中，1 和 3 总共出现奇数次，其他数任意的 6 位数的个数。

二、（10 分）由五个未定元 x, y, z, w, v 形成的 7 次齐次多项式中最多可以有多少个不同类的项？若要求 x, y, z 都出现，且 x 的次数最多为 3，结果又如何呢？

三、（10 分）甲、乙、丙 3 人把 16 本相同的书搬到办公室，要求甲和乙搬的本数一样多，问共有多少种方法？

四、（20 分）求下列递推关系的通解或定解：

$$(1) a_n - 4a_{n-1} + 3a_{n-2} = n; \quad (2) \begin{cases} a_n + 5a_{n-1} + 4a_{n-2} = 3^n \\ a_0 = 1, a_1 = 3. \end{cases}$$

五、（10 分）证明：对任意正整数 N ，必存在由 0 和 3 组成的正整数，该数能被 N 整除。

六、（10 分）现需要安排 6 位同学值日，从周一到周六，每人值日一天，其中甲不安排周一周三，乙不安排周二周五，丙不安排周六，丁不安排周三、周四，问有多少种方案？

七、（10 分）求小于 100 且与 100 互素的正整数的个数。

八、（10 分）有多少个既不包含全 0 行也不包含全 0 列的 $m \times n$ 阶 $(0, 1)$ 矩阵？