

電子情報学専攻 専門

2021 年 8 月 23 日(月) 10 時 00 分～12 時 30 分実施

問題数 5 題（このうち 3 題を選択して解答すること）

注意

1. この問題冊子の本文は表紙・空白ページを除き全部で 6 頁ある。
2. 3 題を選択して解答せよ。5 題中どの 3 題を選択してもよい。1 つの問題の解答は複数枚の解答用紙に渡ってよい。ただし、1 枚の解答用紙に 2 題以上の解答を記してはならない。
3. 全ての解答用紙上部に解答した問題の番号と受験番号を必ず記入すること。
4. 答案は必ず 3 題分を提出すること。解答した問題が 3 題未満であっても 3 題のそれぞれについて問題番号と受験番号を記入した解答用紙を提出のこと。
5. 解答は日本語または英語で記述すること。
6. この問題冊子と計算用紙は、ダウンロードしたり保存したりしてはならない。

第 1 問

図 1 に示す，電源，コイル（インダクタンス L ），抵抗（抵抗値 R ）からなる回路を考える．時刻を t とし，電源電圧を $e(t)$ ，回路を流れる電流を $i(t)$ とする（電流の方向は図の通り）．以下の設問に答えよ．なお，必要に応じて表に示すラプラス変換表を参照すること．また，ステップ関数 $u(t)$ を次の通り定義する．

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) 電源電圧が定電圧 E である（ $e(t) = E$ ）とし，時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じることを考える．ここで，電流 $i(t)$ をラプラス変換したものを $I(s)$ とする．回路方程式を立てそれにラプラス変換を施すことで， $I(s)$ を求めよ．また， $I(s)$ をラプラス逆変換し $i(t)$ を求めよ．
- (2) 図 2 に示す， t の関数 $v(t)$ を考える．この $v(t)$ にラプラス変換を施し， $V(s)$ を求めよ．
- (3) 図 1 の回路の電源電圧を定電圧から図 2 のものに変更（ $e(t) = v(t)$ ）し，時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じるとする．また， $E = R = L = T = 1$ とする．このとき，回路方程式にラプラス変換を施し， $I(s)$ を求めよ．また， $I(s)$ をラプラス逆変換し $i(t)$ を求めよ．
- (4) (3) で求めた $i(t)$ について， t の関数としてその概形を図示せよ．

表

時間領域: $f(t), t \geq 0$	s 領域: $F(s)$	備考
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s - \alpha}$	$\alpha \in \mathbb{R}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	
$f(t - \alpha) \cdot u(t - \alpha)$	$e^{-s\alpha} F(s)$	t 軸上での移動． $\alpha > 0$

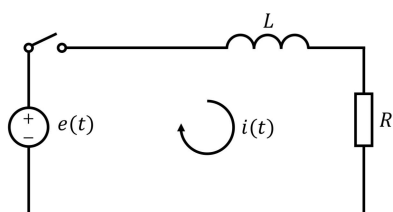


図 1

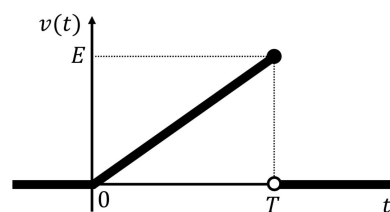
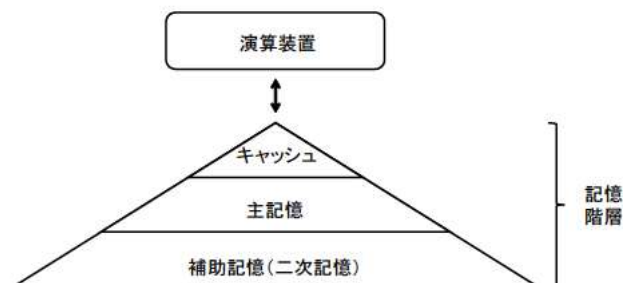


図 2

第2問

図に示す記憶階層を備えた計算機を考える。

- (1) キャッシュおよび補助記憶（二次記憶）が備える特性を、それぞれ主記憶と比較して説明せよ。また、キャッシュおよび補助記憶として用いられる記憶装置の具体例を、それぞれ1つ示せ。
- (2) 図の計算機に於いて、メモリストールの生じないプログラム A を実行したところ、CPI (Cycles Per Instruction) は 1.50 であった。また、当該計算機に於いて別のプログラム B を実行したところ、命令のキャッシュミス率は 1 %、データのキャッシュミス率は 4 % であった。いずれの場合も、補助記憶への入出力は確認されず、命令は逐次的に実行され、分岐予測は行われなかった。プログラム B の全命令のうち 60 % がロード・ストア命令であり、キャッシュミスのペナルティは 100 サイクルであった。プログラム B を実行した際の計算機の CPI を求めよ。
- (3) (2) の場合に於いて、キャッシュと主記憶の間に、二次キャッシュを設けたところ、プログラム B の実行により命令のフェッチおよびデータのロード・ストアのために主記憶にアクセスされる率は 0.5 % に低減した。この場合も、補助記憶への入出力は確認されず、命令は逐次的に実行され、分岐予測は行われなかった。二次キャッシュへのアクセスには 10 サイクルを要した。二次キャッシュによるプログラム B の実行の高速化率を求めよ。
- (4) 仮想記憶の制御機構は、通常、補助記憶への書込みをライトバック方式によって行う。当該制御機構がライトバック方式を採用することの妥当性を、計算機の実行速度とデータの永続性の観点から説明せよ。
- (5) 仮想アドレス長が 32 ビット、ページサイズが 4096 バイト、ページエントリ長が 4 バイトである仮想記憶を考える。ページテーブルは単一の配列から構成されているとする。同時に 100 のプロセスを生成するプログラムを実行するのに要するページテーブルサイズを求めよ。
- (6) ページテーブルサイズを削減するために有効な手法を 2 つ簡潔に説明せよ。



図

第3問

長さがそれぞれ n, m ($0 < m \leq n$) の配列 T, P があり、配列の要素は k (≥ 2) 未満の非負整数であるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) T の部分配列のうち、 P と一致するものの個数を数えるアルゴリズム `COUNT_PATTERN` を考える。

```
COUNT_PATTERN( $T, P, n, m, k$ ):  
   $c = 0$   
  for  $i = 0$  to  $n - m$  do  
    for  $j = 0$  to  $m$  do  


(Q)

  
      if  $T[i + j] \neq P[j]$  then  
        break  
  return  $c$ 
```

この疑似コードを

(Q)

 を埋めて完成させよ。

- (2) $T = \langle 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0 \rangle$, $P = \langle 1, 1, 0 \rangle$, $n = 7$, $m = 3$ に対して `COUNT_PATTERN` を適用する。アルゴリズムの実行中、内部ループ中の $T[i + j] \neq P[j]$ を評価する際の i, j, c の値の推移を示せ。
- (3) 与えられた n, m, k に対しランダムに選んだ T, P に `COUNT_PATTERN` を適用することを考える。`COUNT_PATTERN` の内部ループにおいて $T[i + j] \neq P[j]$ を評価する回数を確率変数 $X_{n,m,k}$ で表す。 $X_{n,m,k}$ の期待値 $\mathbb{E}[X_{n,m,k}]$ を n, m, k を用いて表せ。また、 $\mathbb{E}[X_{n,m,k}] < 2n$ を証明せよ。
- (4) 入力と P との照合を行う決定性有限オートマトン (DFA) を事前に構築して用いることで、 T の部分配列で P と一致するものの個数を最悪時間計算量 $O(n)$ で数えることができる。 $P = \langle 1, 1, 0 \rangle$, $k = 3$ のとき、構成すべき DFA を図示せよ。
- (5) 要素数 m で k 未満の非負整数の配列 P' から非負整数への全単射 f があるとする。この全単射 f を用いると、 T の部分配列で P と一致するものの個数を最悪時間計算量 $O(n)$ で数えることができる。 f を P', m, k を引数とする関数として実装し、 $O(n)$ で動作するよう変更した `COUNT_PATTERN` の疑似コードを示せ。なお、 f は加算・乗算に基づく再帰関数として実装し、加算・乗算の評価回数になるべく少なくなるようにせよ。

第4問

送信信号が $d(t) = \text{Re} [sg(t)e^{j2\pi ft}]$ で与えられるデジタル無線通信システムを考える．ここで， s は等価低域系の複素シンボル， $g(t)$ はパルス時間波形， f は搬送波の中心周波数を示し，信号空間ダイアグラムにおける各複素シンボルの生起確率は等しいとする．また， Re は複素数の実数部を示す．以下の問いに答えよ．

- (1) 送受信機で用いられるローパスフィルタの役割を二つ述べよ．
- (2) 図1, 図2に8PSK (phase-shift keying) と16QAM (quadrature amplitude modulation) の信号空間ダイアグラムを示す．それぞれの変調方式における1シンボルあたりの情報ビット数を答えよ．
- (3) 情報ビットから複素シンボルへの変換にグレイ符号を用いる．このとき，8PSKおよび16QAMにおける情報ビットから複素シンボルへの変換例を信号空間ダイアグラムに示せ．なお，グレイ符号は信号空間ダイアグラムで隣接するシンボル間のハミング距離が1である特性を持つ．
- (4) 8PSKの半径を A とする（図1）．8PSKと16QAMで1情報ビットあたりの平均信号エネルギーが同じである場合，16QAMの最小シンボル距離 B を A を使って求めよ．
- (5) 上記(3)，(4)の条件下で，電力スペクトル密度 N_0 の加法性白色ガウス雑音通信路を考える．送信シンボルが別のシンボルに誤って検出される確率は，これらの2つのシンボルが信号空間ダイアグラムで距離 x 離れているとき， Q 関数を使って $Q(x/\sqrt{2N_0})$ で近似できるとする．また，最小シンボル距離だけ離れたシンボルへの検出誤りのみ発生しうるとする．このとき，16QAMの平均ビット誤り率を Q ， A ， N_0 を使って表せ．

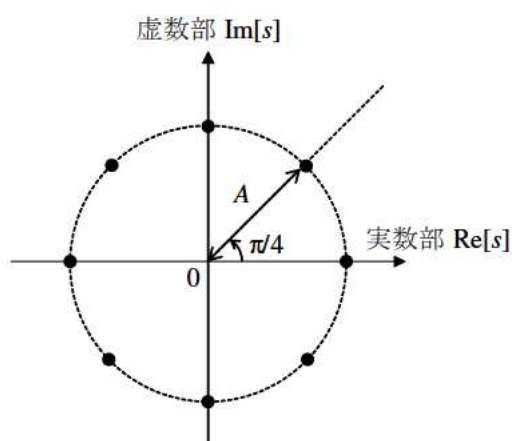


図1

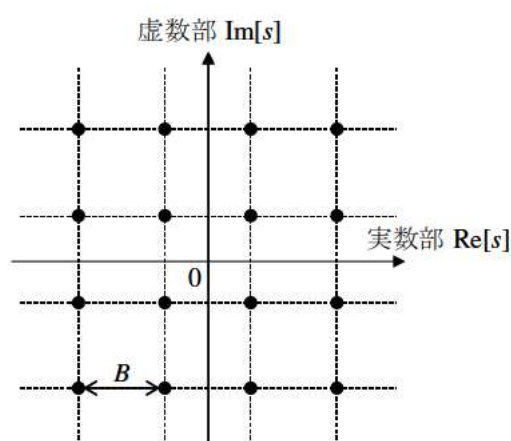


図2

第5問

単一方形パルス波を理想的低域フィルタに入力したときの出力を求めたい．単一方形パルス波 $x(t)$ を

$$x(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \leq \frac{t_w}{2} \text{ のとき}) \\ 0 & (|t| > \frac{t_w}{2} \text{ のとき}) \end{cases}$$

とし，理想的低域フィルタ $H(\omega)$ を

$$H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_d} & (|\omega| \leq \omega_m \text{ のとき}) \\ 0 & (|\omega| > \omega_m \text{ のとき}) \end{cases}$$

とする．ただし $t_w > 0$, $t_d > 0$, $\omega_m > 0$ ．以下の問いに答えよ．

必要に応じて以下を使ってよい．

信号 $x(t)$ のフーリエ変換:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

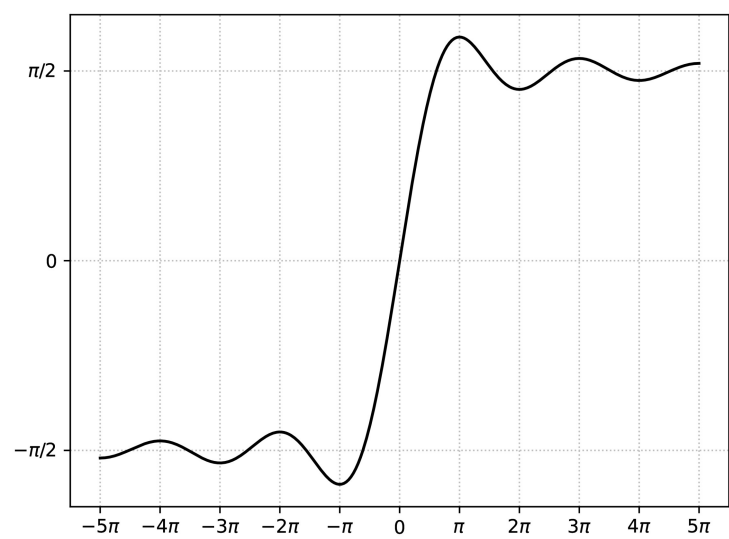
$X(\omega)$ のフーリエ逆変換:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

- (1) ω_m を越える角周波数成分を持たない信号 $x_0(t)$ を考え (すなわち $|\omega| \leq \omega_m$)，これを理想的低域フィルタ $H(\omega)$ に入力したとする．出力信号 $y_0(t)$ を求めよ．
- (2) 単一方形パルス波 $x(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$ を求めよ．
- (3) 理想的低域フィルタ $H(\omega)$ に単一方形パルス波 $x(t)$ を入力信号として与えたときの出力信号を $y(t)$ とする． $y(t)$ のフーリエ変換 $Y(\omega)$ を求めよ．
- (4) 出力信号 $y(t)$ を，正弦積分関数 $\text{Si}(x)$ を用いて表せ．ただし

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin u}{u} du$$

- (5) $y(t)$ のグラフを図示せよ．ただし正弦積分関数 $\text{Si}(x)$ の形状を次ページの図に示す．また $\omega_m t_w$ は十分に大きいと仮定してよい．



图

Specialized Subjects

10:00-12:30, Monday, August 23, 2021

Instructions

1. This booklet contains five problems. The number of pages is six excluding this cover sheet and blank pages.
2. Answer three problems. You can select any three out of the five. Your answer to each problem should be written on a separate sheet. Answers to a single problem may be spread over several answer sheets. However, answers to multiple problems must not be written on one answer sheet.
3. Write the problem number that you have chosen and your examinee number on top of each answer sheet.
4. Submit the answer sheets for three problems. Even if you have solved only one or two problems, you must submit answer sheets with the examinee number and the problem number.
5. Answer either in Japanese or in English.
6. This booklet cannot be downloaded nor saved to your local computers.
7. This English translation is supplemental and provided for convenience of applicants. The Japanese version is the formal one.

Problem 1

Consider the circuit as shown in Fig. 1, which consists of a power supply, an inductor (inductance L), and a resistor (resistance R). Let t , $e(t)$, and $i(t)$ be the time, the power supply voltage, and the value of the current, respectively. Note that the direction of the current is as shown in the figure. Answer the following questions. If necessary, refer to the Laplace transform table shown in Table. Note that the step function $u(t)$ is defined as follows:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (1) Suppose that the supply voltage is a constant E (i.e., $e(t) = E$), and we close the switch at time $t = 0$. Let $I(s)$ be the Laplace transform of the current $i(t)$. Find $I(s)$ by constructing the circuit equation and applying the Laplace transform to it. Also, find $i(t)$ by the inverse Laplace transform of $I(s)$.
- (2) Consider the function $v(t)$ of t shown in Fig. 2. Find $V(s)$ by applying the Laplace transform to $v(t)$.
- (3) Suppose that the supply voltage of the circuit in Fig. 1 is changed from a constant voltage to the one in Fig. 2 (i.e., $e(t) = v(t)$). Suppose that we close the switch at $t = 0$. Also, assume that $E = R = L = T = 1$. Find $I(s)$ by applying the Laplace transform to the circuit equation. Also, find $i(t)$ by the Laplace inverse transform of $I(s)$.
- (4) For $i(t)$ obtained in (3), illustrate its shape as a function of t .

Table

Time domain: $f(t), t \geq 0$	s domain: $F(s)$	Comment
$u(t)$	$\frac{1}{s}$	
$e^{\alpha t}$	$\frac{1}{s - \alpha}$	$\alpha \in \mathbb{R}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	
$f(t - \alpha) \cdot u(t - \alpha)$	$e^{-s\alpha} F(s)$	Shift on the t axis. $\alpha > 0$

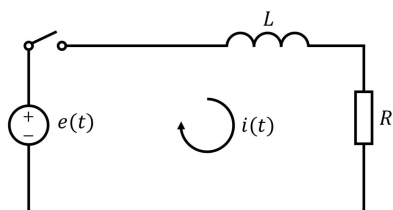


Fig. 1

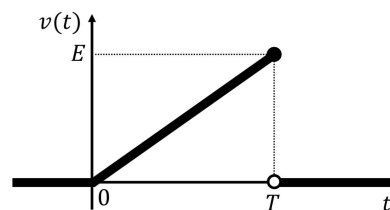


Fig. 2

Problem 2

Suppose a computer comprising memory hierarchy presented in Fig.

- (1) Describe the characteristics of the cache and the characteristics of the auxiliary memory (secondary storage) in comparison with the main memory. Present a specific example of a memory device utilized for the cache and a specific example of a memory device utilized for the auxiliary memory.
- (2) Suppose that the computer presented in Fig. achieved a CPI (Cycles Per Instruction) of 1.50 in executing a program A which induced no memory stalls, while the computer yielded an instruction cache miss rate of 1 % and a data cache miss rate of 4 % in executing another program B. In either case, no inputs or outputs to the auxiliary memory were observed, all the instructions were executed serially, and the branch prediction was not performed. Assume that 60 % of all the instructions of the program B were load-store instructions, and a penalty of 100 cycles was incurred for a cache miss. Find the CPI of the computer in executing the program B.
- (3) Suppose that, in the case of (2), after secondary cache was installed between the cache and the main memory, the rate of accessing the main memory for the instruction fetch and the data load-store was reduced to 0.5 % in executing the program B. In this case, no inputs or outputs to the auxiliary memory were observed, all the instructions were executed serially, and the branch prediction was not performed. Assume that an access to the secondary cache incurred 10 cycles. Find the speedup ratio that the secondary cache achieved for the execution of the program B.
- (4) A controller of virtual memory usually performs a write to the auxiliary memory in the write-back policy. Describe the adequacy of employing the write-back policy for the controller in terms of the execution speed of computers and the persistence of data.
- (5) Suppose virtual memory where the virtual address length is 32 bits, the page size is 4096 bytes, and the page entry length is 4 bytes. Assume that the page table is structured with a single array. Find the size of the page table necessary for executing a program which invokes 100 concurrent processes.
- (6) Briefly describe two effective approaches to reduce the size of the page table.

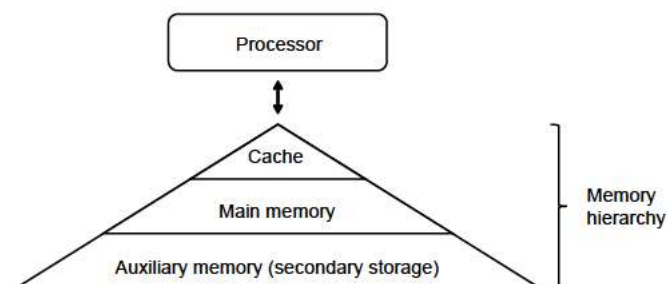


Fig.

Problem 3

Let T and P be two arrays of length n and m ($0 < m \leq n$), respectively, and the elements of the arrays be non-negative integers less than k (≥ 2). Answer the following questions.

- (1) Consider an algorithm COUNT_PATTERN that counts T 's subarrays, each of which is identical to P .

```

COUNT_PATTERN( $T, P, n, m, k$ ):
     $c = 0$ 
    for  $i = 0$  to  $n - m$  do
        for  $j = 0$  to  $m$  do
            (Q)
            if  $T[i + j] \neq P[j]$  then
                break
    return  $c$ 

```

Complete this pseudocode by filling in (Q).

- (2) Let us apply COUNT_PATTERN to $T = \langle 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0 \rangle$, $P = \langle 1, 1, 0 \rangle$, $n = 7$, and $m = 3$. Show the transition of values of i , j , and c at when evaluating $T[i + j] \neq P[j]$ in the inner loop during the execution of the algorithm.
- (3) Suppose that COUNT_PATTERN is applied to T and P which are randomly chosen for given n , m , and k . Let us denote by a random variable $X_{n,m,k}$ the number of times evaluating $T[i + j] \neq P[j]$ in the inner loop of COUNT_PATTERN. Express $\mathbb{E}[X_{n,m,k}]$, the expected value of $X_{n,m,k}$, using n , m , and k . Also, prove $\mathbb{E}[X_{n,m,k}] < 2n$.
- (4) By using a deterministic finite automaton (DFA) that is built in advance to match the input with P , we can count T 's subarrays, each of which is identical to P , with the worst-case time complexity of $O(n)$. Depict a DFA to be built for $P = \langle 1, 1, 0 \rangle$ and $k = 3$.
- (5) Assume a bijection f to a non-negative integer from an m -element array P' of non-negative integers less than k . Using this bijection f , we can count T 's subarrays, each of which is identical to P , with the worst-case time complexity of $O(n)$. Show a pseudocode of COUNT_PATTERN that is modified to run in $O(n)$ by implementing f as a function with P' , m , and k as arguments. Here, implement f as a recursive function based on addition and multiplication to reduce the number of times evaluating the addition and multiplication as much as possible.

Problem 4

Consider a digital wireless communication system in which a transmitted signal is given by $d(t) = \text{Re} [sg(t)e^{j2\pi ft}]$. Here, s is a complex-valued symbol in an equivalent low-pass representation, $g(t)$ is a pulse waveform, and f is a carrier center frequency. Assume that the occurrence probability of each symbol in a signal-space diagram is equal. Also, Re denotes the real part of a complex value. Answer the following questions.

- (1) Describe two roles of a low-pass filter employed at a transceiver.
- (2) Fig. 1 and Fig. 2 show signal-space diagrams for 8 phase-shift keying (8PSK) and 16 quadrature amplitude modulation (16QAM), respectively. Show the number of information bits per symbol for each modulation scheme.
- (3) Consider that Gray coding is used for modulating information bits onto a complex-valued symbol. Show in signal-space diagrams mappings from information bits to complex-valued symbols for 8PSK and 16QAM, respectively. Note that Gray coding has the property that the Hamming distance between adjacent symbols is 1.
- (4) Consider that the radius for 8PSK is A (Fig. 1). Under the condition that the average signal energy per information bit for 8PSK is the same as that for 16QAM, show the minimum symbol distance B for 16QAM using A .
- (5) Under the conditions of (3) and (4), consider an additive white Gaussian noise channel with a power spectral density N_0 . The probability that a transmitted symbol is incorrectly detected as another symbol can be approximated by $Q(x/\sqrt{2N_0})$ using the Q function, when the distance between these two symbols in a signal-space diagram is x . Also, assume that misdetection occurs only between symbols with the minimum symbol distance. Show the average bit error rate of 16QAM using Q , A , and N_0 .

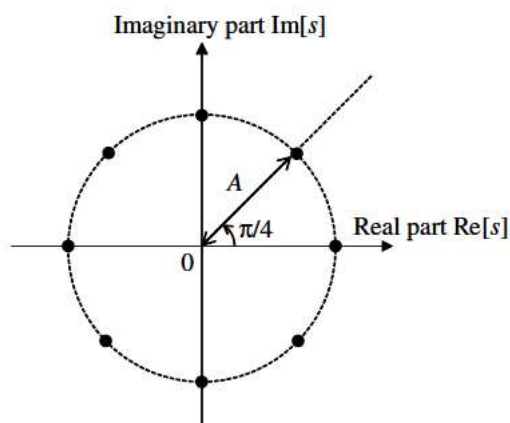


Fig. 1

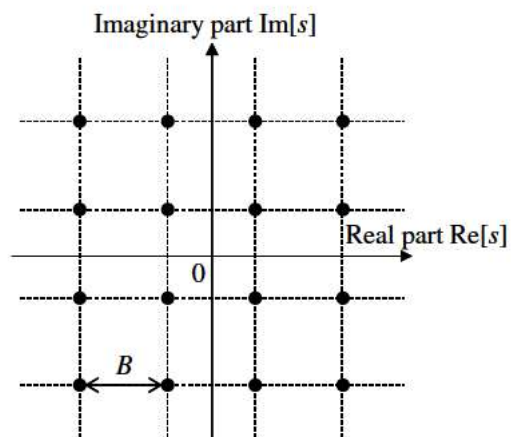


Fig. 2

Problem 5

We consider to obtain the output of an ideal low-pass filter when a single square-wave pulse is given as the input. Assume that the single square-wave pulse is represented as:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & (\text{if } |t| \leq \frac{t_w}{2}) \\ 0 & (\text{if } |t| > \frac{t_w}{2}) \end{cases}$$

and the ideal low-pass filter is represented as:

$$H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_d} & (\text{if } |\omega| \leq \omega_m) \\ 0 & (\text{if } |\omega| > \omega_m) \end{cases}$$

Assume that $t_w > 0$, $t_d > 0$, and $\omega_m > 0$. Answer the following questions.

You can use the following formulae as needed.

The Fourier transform of the signal $x(t)$:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt.$$

The inverse Fourier transform of $X(\omega)$:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega.$$

- (1) Let $x_0(t)$ be the signal having no angular frequency component higher than ω_m (i.e., $|\omega| \leq \omega_m$), and assume that we input this to the ideal low-pass filter $H(\omega)$. Compute the output signal $y_0(t)$.
- (2) Compute the Fourier transform $X(\omega)$ of the single square-wave pulse $x(t)$.
- (3) Let $y(t)$ be the output signal when the single square-wave pulse $x(t)$ is given to the ideal low-pass filter $H(\omega)$ as its input. Compute the Fourier transform $Y(\omega)$ of $y(t)$.
- (4) Describe the output signal $y(t)$ using the sine integral function $\text{Si}(x)$:

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin u}{u} du.$$

- (5) Sketch the graph of $y(t)$. Note that the shape of the sine integral function $\text{Si}(x)$ is shown as Fig. in the next page. You may assume that $\omega_m t_w$ is sufficiently large.

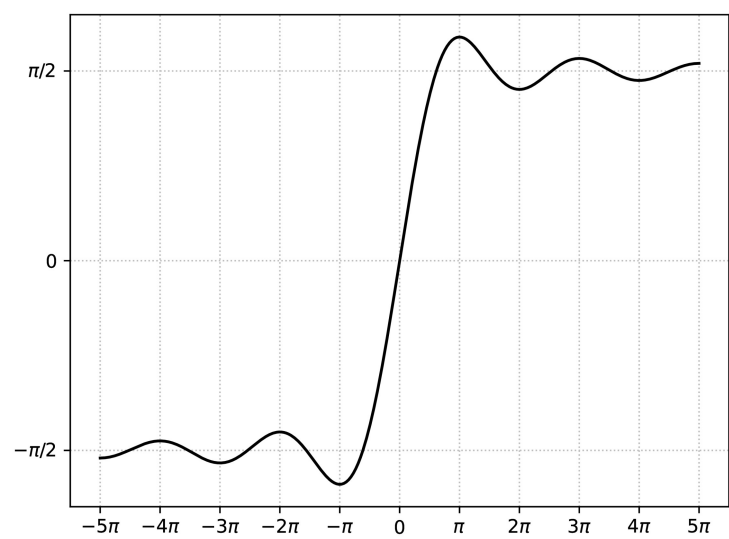


Fig.