

九州大学大学院システム情報科学府

情 報 学 専 攻

情報知能工学専攻

平成 3 1 年度入学試験問題

【平成 3 0 年 8 月 2 3 日（木）、2 4 日（金）】

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 1)

解答上の注意 (Instructions):

- 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。
Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.
- 問題用紙は表紙を含め 7 枚，解答用紙は 3 枚つづり (1 分野につき 1 枚) である。
You are given 7 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).
- 以下の 6 分野から 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	微分方程式	Differential equation	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	複素関数論	Complex function theory	5
5	確率・統計	Probability and statistics	6
6	記号論理学	Symbolic logic	7

- 解答用紙の全部に，専攻名，コース名（情報学専攻を除く），選択分野番号（ で囲む），受験番号および氏名を記入すること。
Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, course name (except the department of informatics), the selected field number (mark with a circle), your examinee number and your name.
- 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること。
Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

数学 (Mathematics)

(7枚中の2)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

行列 $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -3 \\ 6 & 7 & 6 \\ -6 & -6 & -5 \end{pmatrix}$ について、次の各問に答えよ。

(1) $Ax = -2x$ なる零でないベクトル $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ を1つ求めよ。

(2) $Ay = dy$ なる数 $d \neq -2$ と零でないベクトル $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ を1つ求めよ。

(3) $AP = PD$ を満たす正則行列 P と対角行列 $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix}$ を1つ求めよ。

(4) P の逆行列 P^{-1} を求めよ。

(5) A^{10} を求めよ。

Consider the matrix $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -3 \\ 6 & 7 & 6 \\ -6 & -6 & -5 \end{pmatrix}$. Answer the following questions.

(1) Find a nonzero vector $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ that satisfies $Ax = -2x$.

(2) Find a number $d \neq -2$ and a nonzero vector $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$ that satisfy $Ay = dy$.

(3) Find an invertible matrix P and a diagonal matrix $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix}$ that satisfy

$$AP = PD.$$

(4) Find the inverse P^{-1} of P .

(5) Find A^{10} .

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 3)

6 分野のうちから 3 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

2. 【微分方程式 (Differential equation) 分野】

2 つの関数 $x(t), y(t)$ について, 次の連立微分方程式を解け.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = x - 3y \\ x(0) = 3, \quad y(0) = 1 \end{cases}$$

Solve the following simultaneous differential equations for two functions $x(t)$ and $y(t)$.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = x - 3y \\ x(0) = 3, \quad y(0) = 1 \end{cases}$$

数学 (Mathematics)

(7枚中の4)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において, x, y, z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ i, j, k とする. 次の各問に答えよ.

- (1) スカラー場 ϕ を $\phi = e^{xz} \sin y + e^x \cos y$, ベクトル場 A を $A = (2x - z)i - 2j + 2k$ で定める. 点 $(1, 0, 1)$ における ϕ の勾配の A 方向成分を求めよ.
- (2) ベクトル場 $A = zi - 3j + 4xyk$ について, 次の面 S に対する A の面積分を計算せよ.
 $S: 6x + 3y + z = 3 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted i, j and k , respectively. Answer the following questions.

- (1) Let the scalar field $\phi = e^{xz} \sin y + e^x \cos y$ and the vector field $A = (2x - z)i - 2j + 2k$. Evaluate the component of the gradient of ϕ in the direction of A at the point $(1, 0, 1)$.
- (2) Evaluate the surface integral for the vector field $A = zi - 3j + 4xyk$, along the following surface S .
 $S: 6x + 3y + z = 3 \quad (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$

数学 (Mathematics)

(7枚中の5)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

4. 【複素関数論 (Complex function theory) 分野】

解析関数 $f(z) = u + iv$ を考える。ただし、 $z = x + iy$ は複素数、 x と y は実数、 u と v は実数値関数、 $i = \sqrt{-1}$ である。 x と y が極形式 $x = r \cos \theta$ と $y = r \sin \theta$ で表されるとき、極形式のコーシー・リーマンの方程式は以下の式で書けることを示せ。

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

Consider an analytic function $f(z) = u + iv$, where $z = x + iy$ is a complex number, x and y are real numbers, u and v are real functions, and $i = \sqrt{-1}$. Suppose x and y are written in the polar form $x = r \cos \theta$ and $y = r \sin \theta$. Prove that the Cauchy-Riemann equations in the polar form can be written by the following equations.

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

数 学 (Mathematics)

(7 枚中の 6)

6 分野のうちから 3 分野を選び解答すること．選んだ分野毎に解答用紙を別にすること．
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet
for each field.

5. 【確率・統計 (Probability and statistics) 分野】

$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ とする．連続確率変数の対 (X, Y) の同時密度関数は

$$f(x, y) = \frac{1}{C}(e^{-x} + e^{-y}) \quad (x, y) \in \Omega$$

で与えられるものとする．ただし $C > 0$ は正規化定数である．以下の各問に答えよ．

- (1) C の値を求めよ．
- (2) X と Y は独立か否か，理由と共に答えよ．
- (3) $Y = 0$ の条件の下での X の期待値を求めよ．

Let $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$. Let (X, Y) be a pair of continuous random variables given by the joint probability density function

$$f(x, y) = \frac{1}{C}(e^{-x} + e^{-y}) \quad (x, y) \in \Omega$$

where $C > 0$ denotes the normalizing constant. Answer the following questions.

- (1) Compute the value of C .
- (2) Establish whether or not X and Y are independent.
- (3) Find the expectation of X under the condition of $Y = 0$.

数学 (Mathematics)

(7枚中の7)

6分野のうちから3分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。
Select 3 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a separate answer sheet for each field.

6. 【記号論理学 (Symbolic logic) 分野】

次の各問に答えよ。

- (1) 命題論理式 $((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow (((t \rightarrow (q \rightarrow u)) \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow s))$ がトートロジーであることを示せ。
- (2) 3つの述語論理式 $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow \neg P(z, y, x))$, $\exists x \exists y (P(x, x, y) \wedge P(x, y, y))$, $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow (P(y, z, x) \vee P(z, x, y)))$ をそれぞれ ψ_1, ψ_2, ψ_3 で表す。
 - (a) ψ_1 から $\forall x \forall y \neg P(x, y, x)$ が導かれることを示せ。
 - (b) $\psi_1 \wedge \psi_2$ の議論領域 $\{a, b\}$ におけるモデルを1つ示せ。
 - (c) $(\psi_1 \wedge \psi_2) \rightarrow \psi_3$ の妥当性を判定し, その理由を述べよ。

Answer the following questions.

- (1) Show that the propositional formula $((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)) \rightarrow (((t \rightarrow (q \rightarrow u)) \rightarrow s) \rightarrow (r \rightarrow s))$ is a tautology.
- (2) Let ψ_1, ψ_2 , and ψ_3 denote the predicate logic formulas $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow \neg P(z, y, x))$, $\exists x \exists y (P(x, x, y) \wedge P(x, y, y))$, and $\forall x \forall y \forall z (P(x, y, z) \rightarrow (P(y, z, x) \vee P(z, x, y)))$, respectively.
 - (a) Show that ψ_1 derives $\forall x \forall y \neg P(x, y, x)$.
 - (b) Give a model for $\psi_1 \wedge \psi_2$ whose domain of discourse is $\{a, b\}$.
 - (c) Determine the validity of $(\psi_1 \wedge \psi_2) \rightarrow \psi_3$, and justify your answer.

専門科目 (Specialized subjects)

(1/28)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は、『始め』の合図があるまで開いてはならない。

Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め28枚、解答用紙は3枚つづり2部(1分野につき1部)である。

You are given 28 problem sheets including this cover sheet, and 2 sets of 3 answer sheets (1 set for each field).

3. 以下の6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙を別にすること。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the following 6 fields and answer the questions. You must use a separate set of answer sheets for each of the fields you selected, and use a separate answer sheet for each question.

	分野	field	page
A	電気回路	Circuit theory	2
B	情報理論	Information theory	6
C	オートマトンと言語	Automata and formal languages	10
D	電磁気学	Electromagnetism	15
E	アルゴリズム／プログラミング	Algorithms and programming	21
F	計算機アーキテクチャ	Computer architecture	25

4. 解答用紙の全部に、専攻名、コース名(情報知能工学専攻のみ)、選択分野名、受験番号、氏名および問題番号を記入すること。

Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, the course name (only for the department of advanced information technology), the selected field, your examinee number, your name, and the question number.

5. 解答は解答用紙に記入すること。スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが、その場合は、裏面に解答があることを明記すること。

Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate so clearly on the sheet.

専門科目 (Specialized subjects)

(2/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

A. 【電気回路 (Circuit theory) 分野】

【問1】～【問4】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】図1の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源電圧 E と電流 I_2 の位相差は $\arg(E/I_2) = 0$ である。

- (1) R_1, R_2, X_1, X_2 の間の関係式を示せ。
- (2) $|I_1| = 2 \text{ A}, |I_2| = 1 \text{ A}, |V| = 4 \text{ V}, |E| = 8 \text{ V}$ のとき、 R_1, R_2, X_1, X_2 の各値を求めよ。

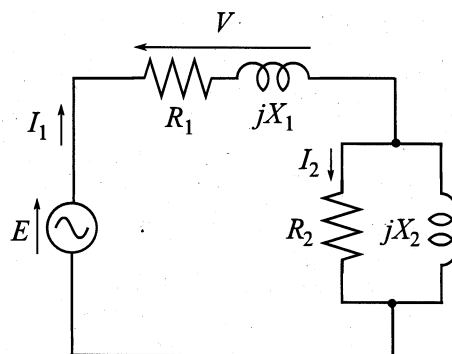


図1

【問2】図2の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源電圧 E の角周波数を ω とする。

- (1) 抵抗 R_L の電流 I と消費電力 P を求めよ。
- (2) リアクタンス X が可変であるとき、消費電力 P が最大となるような X を求めよ。

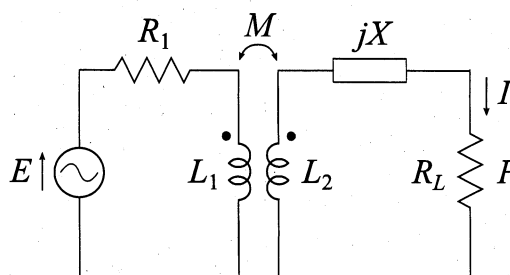


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(3/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問3】 図3の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、電源電圧 E の角周波数を ω とする。

- (1) 抵抗 r の電流 I を求めよ。
- (2) $z_0 = R$, $z_1 = jX_1$, $z_2 = -jX_2$ のとき、 E と I の位相差が $\arg(E/I) = 0$ となる条件を求めよ。

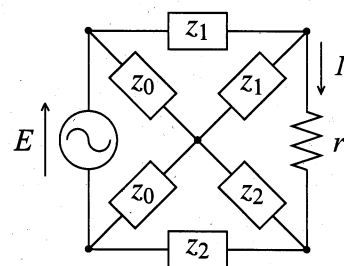


図3

【問4】 図4の回路について、以下の問いに答えよ。ただし、 $E = \sqrt{3}/2$ V, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$, $C = 4$ F, $L = 1$ H とする。

- (1) スイッチ S_2 を開いたまま、時刻 $t = 0$ においてスイッチ S_1 を閉じる。このとき、 $t > 0$ における電荷 $q(t)$ を求めよ。ただし、 $q(0) = \frac{1}{2} CE$ とする。
- (2) S_2 を開いたまま S_1 を閉じて回路が定常状態に達した後、 $t = 0$ において S_1 を開くと同時に S_2 を閉じる。このとき、 $t > 0$ における電流 $i(t)$ を求めよ。
- (3) (2) で求めた $i(t)$ の大きさが最大となる時刻 t を求めよ。

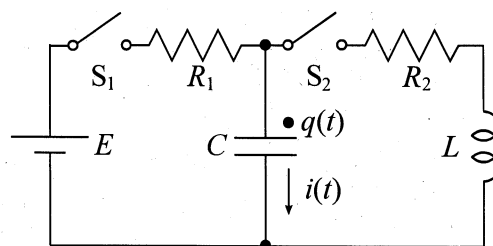


図4

専門科目 (Specialized subjects)

(4/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select two out of the four questions [Q1] ~ [Q4] and write the number of the selected question on the answer sheet.

[Q1] Consider the circuit shown in Fig. 1, where the phase difference between the source voltage E and the current I_2 is $\arg(E/I_2) = 0$.

- (1) Find the equation representing the relation among R_1 , R_2 , X_1 and X_2 .
- (2) Find the values of R_1 , R_2 , X_1 and X_2 when $|I_1| = 2$ A, $|I_2| = 1$ A, $|V| = 4$ V and $|E| = 8$ V.

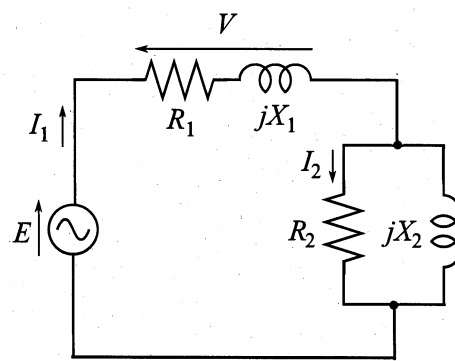


Fig. 1

[Q2] Consider the circuit shown in Fig. 2, where the source voltage E has the angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) Find the current I and power consumption P in the resistance R_L .
- (2) Find the reactance X for which the power consumption P is maximized when X is variable.

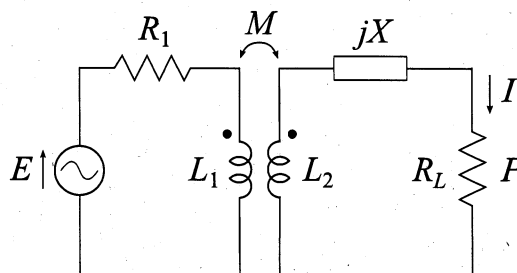


Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(5/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 Consider the circuit shown in Fig. 3, where the source voltage E has the angular frequency ω . Answer the following questions.

- (1) Find the current I in the resistance r .
- (2) Find the requirement for which the phase difference between E and I is $\arg(E/I) = 0$ when $z_0 = R$, $z_1 = jX_1$ and $z_2 = -jX_2$.

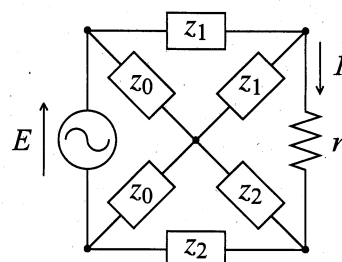


Fig. 3

【Q4】 Consider the circuit shown in Fig. 4, where $E = \sqrt{3}/2$ V, $R_1 = R_2 = 2 \Omega$, $C = 4$ F and $L = 1$ H.

- (1) The switch S_1 is closed at the time $t = 0$ while the switch S_2 is left open. Find the charge $q(t)$ for $t > 0$ under the assumption of $q(0) = \frac{1}{2} CE$.
- (2) S_1 and S_2 are left closed and open, respectively, and the circuit is in the steady state. After that, S_1 and S_2 are simultaneously opened and closed, respectively, at $t = 0$. Find the current $i(t)$ for $t > 0$.
- (3) Find the time t at which the magnitude of the current $i(t)$ obtained in (2) is maximized.

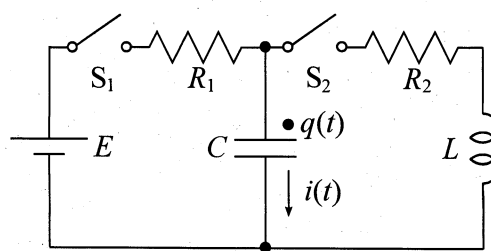


Fig. 4

専門科目 (Specialized subjects)

(6/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

B. 【情報理論 (Information theory) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】 情報源アルファベットが $\mathcal{X} = \{a, b, c, d\}$ の離散無記憶情報源があり、記号 $x \in \mathcal{X}$ の出現確率 $p(x)$ が以下の表で与えられている。ただし $0 < \alpha \leq \frac{1}{2}$ とする。

x	a	b	c	d
$p(x)$	$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{1-\alpha}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

以下の問いに答えよ。

- (1) この情報源のエントロピーを α の関数として求めよ。
- (2) $0 < \alpha < \frac{1}{4}$ のときのこの情報源に対する2元ハフマン符号を1つ求めよ。
- (3) (2) の符号の平均符号長（符号長の期待値）を α の関数として求めよ。
- (4) $\frac{1}{4} \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$ のときのこの情報源に対する2元ハフマン符号の平均符号長を求めよ。
- (5) この情報源に対する2元ハフマン符号の平均符号長を $L(\alpha)$ とおく。 $\alpha \in (0, \frac{1}{2}]$ に対する $L(\alpha)$ のグラフをかけ。

専門科目 (Specialized subjects)

(7/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 アルファベット $\{1, 2, 3\}$ 上の Markov 情報源 $X_1 X_2 \dots$ の遷移確率行列が

$$P = (p_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.25 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix}$$

で与えられているとき、次の各問に答えよ。ただし、 p_{ij} は $X_t = i$ のもとで $X_{t+1} = j$ となる条件付き確率を表す。

- (1) P の固有値の一つが1であることを示せ。
- (2) 行ベクトル v が固有値1に対応する P の左固有ベクトルであり、その要素の総和が1であるとする。 v の持つ意味を述べよ。ただし、固有値 λ に対応する P の左固有ベクトルとは、 $vP = \lambda v$ を満たすゼロでない行ベクトル v のことである。
- (3) 固有値1に対応する P の右固有ベクトルを求めよ。ただし、固有値 λ に対応する P の右固有ベクトルとは、 $Pu = \lambda u$ を満たすゼロでない列ベクトル u のことである。
- (4) 任意のベクトル v について、 $\|v\|_1$ でその要素の絶対値の総和を表す。行ベクトル v について、 $\|vP\|_1 \leq \|v\|_1$ を示せ。
- (5) P の任意の固有値の絶対値は1以下であることを示せ。

専 門 科 目 (Specialized subjects)

(8/28)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】 【Q2】).

【Q1】 Consider a discrete memoryless source with source alphabet $\mathcal{X} = \{a, b, c, d\}$ whose probability mass function $p(x)$ is given by the following table ($0 < \alpha \leq \frac{1}{2}$).

x	a	b	c	d
$p(x)$	$\frac{\alpha}{2}$	$\frac{1-\alpha}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Answer the following questions.

- (1) Find the entropy of this information source as a function of α .
- (2) Find a binary Huffman code for this source when $0 < \alpha < \frac{1}{4}$.
- (3) Find the expected code length for the Huffman code derived in (2) as a function of α .
- (4) Find the expected code length of a binary Huffman code for this source when $\frac{1}{4} \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$.
- (5) Let $L(\alpha)$ be the expected code length of a binary Huffman code for this source. Draw a graph of $L(\alpha)$ for $\alpha \in (0, \frac{1}{2}]$.

専門科目 (Specialized subjects)

(9/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Suppose that the probability transition matrix of a Markov source $X_1X_2\cdots$ over alphabet $\{1, 2, 3\}$ is given by

$$P = (p_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.25 & 0.5 \\ 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{pmatrix},$$

where p_{ij} denotes the conditional probability of $X_{t+1} = j$ given $X_t = i$. Answer the following questions.

- (1) Prove that one of eigenvalues of P equals 1.
- (2) Suppose that v is a left eigenvector of P corresponding to the eigenvalue 1 and that the sum of v 's all elements equals 1. Explain v 's meaning in the considered Markov source. Here, a left eigenvector of P corresponding to the eigenvalue λ is a nonzero row vector v satisfying $vP = \lambda v$.
- (3) Find a right eigenvector of P corresponding to the eigenvalue 1. Here, a right eigenvector of P corresponding to the eigenvalue λ is a nonzero column vector u satisfying $Pu = \lambda u$.
- (4) For any vector v , let $\|v\|_1$ denote the sum of absolute values of all elements of v . Show that $\|vP\|_1 \leq \|v\|_1$ for any row vector v .
- (5) Show that the absolute value of any eigenvalue of P is not larger than 1.

専門科目 (Specialized subjects)

(10/28)

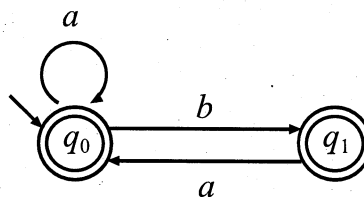
6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

C. 【オートマトンと言語 (Automata and formal languages) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】以下の状態遷移図を持つ非決定性有限オートマトン $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ に対し、次の各問いに答えよ。ただし、 $K = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\delta, q_0, F = \{q_0, q_1\}$ は、それぞれ状態の集合、アルファベット、遷移関数、初期状態、最終状態の集合を表す。



- (1) M が受理する長さ4の文字列をすべて列挙せよ。
- (2) M が受理する言語 L_1 に含まれる文字列を説明せよ。
- (3) L_1 を受理する状態数最小の決定性有限オートマトンの状態遷移図を与えよ。
- (4) 文字 a で始まり文字 b で終わる Σ 上の文字列の集合を言語 L_2 とする。言語 $L_1 \cap L_2$ を受理する状態数最小の決定性有限オートマトンの状態遷移図を与えよ。

【問2】 $1+2+3$ や $4+4-10$ のように数の加減算を行う式を扱える、次の文脈自由文法 G を考える。文法 G の終端記号は $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -$ 、非終端記号は S, N, D 、開始記号は S であり、生成規則は次の通りである。

$$S \rightarrow N \mid S+N \mid S-N$$

$$N \rightarrow D \mid DN$$

$$D \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$$

開始記号 S から生成規則に従った書換えにより導出できる文字列が、 G によって生成さ

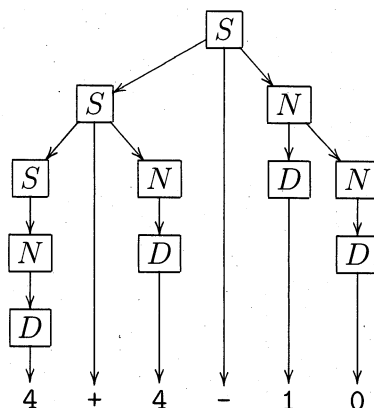
専門科目 (Specialized subjects)

(11/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

れる文字列である。例えば G は文字列 $4+4-10$ を次の導出木により生成する。



次の各問い (1), (2) に答えよ。

(1) 次の各文字列は G によって生成されるか。されるならば導出木を与え、されないならば理由を説明せよ。

(a) $5+13+9$

(b) 25

(c) 空文字列

(d) $-4+15$

(2) G は $05+3-0007$ のように個々の数を表す部分の先頭に不要な 0 が付いた文字列も生成してしまう。このような文字列が生成されないように修正した文法 G' を考える。 G' の終端記号は $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -$, 非終端記号は S, N, M, D , 開始記号は S であり, 生成規則は次の通りである。ただし ε は空文字列を表す。

$$S \rightarrow N \mid S+N \mid S-N$$

$$N \rightarrow 0 \mid \boxed{\text{i}}$$

$$M \rightarrow \varepsilon \mid \boxed{\text{ii}} \mid \boxed{\text{iii}}$$

$$D \rightarrow 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$$

G' が意図の通りになるよう空欄 $\boxed{\text{i}}$, $\boxed{\text{ii}}$, $\boxed{\text{iii}}$ を埋めよ。ただし G により生成される文字列のうち, 排除したい文字列以外は, すべて G' により生成されるようにすること。また他の数字が直後に続かない単独の 0 が現れることは許すものとする。 G' は例えば 0 や $1+301$ や $0+0-203$ を生成するが, 00 や $1+0301$ は生成しない。

専門科目 (Specialized subjects)

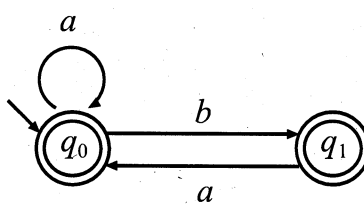
(12/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】).

【Q1】 Answer the following questions for the non-deterministic finite automaton $M = (K, \Sigma, \delta, q_0, F)$ which has the following state transition diagram. Here $K = \{q_0, q_1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, δ, q_0 , and $F = \{q_0, q_1\}$ represent the set of states, the alphabet, the transition function, the initial state, and the set of final states, respectively.



- (1) Give all strings of length 4 accepted by M .
- (2) Describe the strings in the language L_1 accepted by M .
- (3) Give a state transition diagram of the deterministic finite automaton that accepts L_1 and has the minimum number of states.
- (4) Let the language L_2 be the set of strings over Σ that begin with the letter a and end with the letter b . Give a state transition diagram of the deterministic finite automaton that accepts the language $L_1 \cap L_2$ and has the minimum number of states.

【Q2】 Consider the following context-free grammar G , which is designed to handle expressions of additions and subtractions of numbers, such as $1+2+3$ and $4+4-10$. The grammar G has terminal symbols $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -$, non-terminal symbols S, N, D , the start symbol S , and the following production rules:

$$S \longrightarrow N \mid S+N \mid S-N,$$

$$N \longrightarrow D \mid DN,$$

$$D \longrightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9.$$

The strings generated by G are those that can be derived from the start symbol S by applying the production rules. For example, G generates the string $4+4-10$ with the

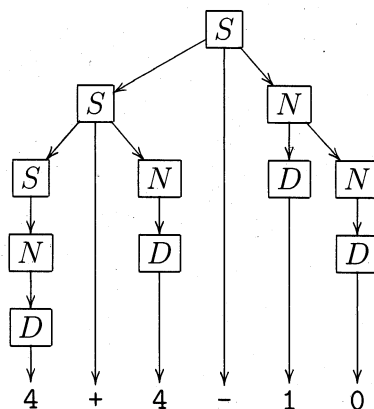
専門科目 (Specialized subjects)

(13/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

following derivation tree.



Answer the following questions (1) and (2).

(1) For each of the following strings, answer whether it is generated by G . If it is, give a derivation tree. If not, explain the reason.

- (a) 5+13+9
- (b) 25
- (c) the empty string
- (d) -4+15

(2) The grammar G generates strings, such as 05+3-0007, that contain a number with an unnecessary leading 0. To avoid generating such strings, we want to design a revised grammar G' . The grammar G' has terminal symbols 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, non-terminal symbols S , N , M , D , and the start symbol is S . The production rules are as follows, where ε denotes the empty string:

$$S \longrightarrow N \mid S+N \mid S-N,$$

$$N \longrightarrow 0 \mid \boxed{\text{i}},$$

$$M \longrightarrow \varepsilon \mid \boxed{\text{ii}} \mid \boxed{\text{iii}},$$

$$D \longrightarrow 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9.$$

Fill in the blanks $\boxed{\text{i}}$, $\boxed{\text{ii}}$, $\boxed{\text{iii}}$ to define G' as desired. Make sure that G' generates all strings generated by G except those that we intend to exclude. Note

専 門 科 目 (Specialized subjects)

(14/28)

6 分野から 2 分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙 1 部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

that we allow a single 0 that is not immediately followed by another digit. For example, G' should generate 0, 1+301 and 0+0-203, but should not generate 00 nor 1+0301.

専門科目 (Specialized subjects)

(15/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

D. 【電磁気学 (Electromagnetism) 分野】

【問1】～【問3】から2問を選び、解答用紙の問題番号欄に解答した問題番号を記入せよ。

【問1】図1に示すように、誘電率 ϵ_0 の真空中に置かれた面積 S 、間隔 d の平行平板コンデンサの極板A、Bの間に、面積 S 、厚さ t ($t < d$) の導体板CをAC間の距離が x になるようにA、Bに平行に挿入した場合について以下の問いに答えよ。ただし端効果は無視できるものとする。

- (1) A、Bを接地した状態でCに正電荷 Q を与えた。CのAに面した表面に現れる電荷 Q_1 、CのBに面した表面に現れる電荷 Q_2 を求めよ。
- (2) AC間の空間に蓄えられる静電エネルギー W_1 、BC間の空間に蓄えられる静電エネルギー W_2 を求めよ。
- (3) Aに作用する力 F_1 とBに作用する力 F_2 を求めよ。

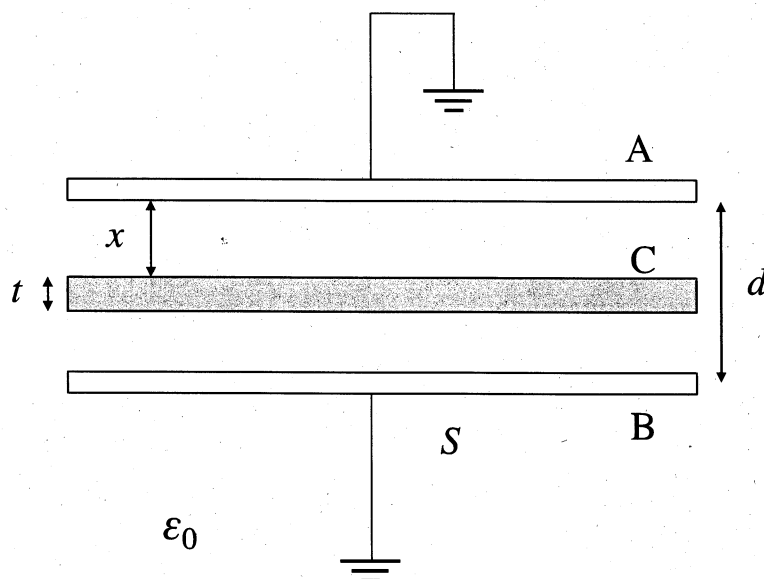


図1

専門科目 (Specialized subjects)

(16/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】図2に示すように、半径が a の内部導体と半径が c で厚さの無視できる外部導体により同軸ケーブルが構成されており、内外導体には反平行電流 I が一様に流れている。

- (1) 図2(a)に示す様に導体間に二つの磁性体を層状に挿入した。磁性体1と2の透磁率はそれぞれ μ_1 , μ_2 である。磁性体1と2における磁界の強さ $H_1(r)$ と $H_2(r)$ を内部導体の中心からの距離 r の関数として示せ。また、磁性体1と2における磁束密度 $B_1(r)$ と $B_2(r)$ を求めよ。
- (2) 図2(a)の場合について、二つの磁性体内に蓄えられる単位長当りの磁気エネルギー U_m を求めよ。またこの結果から、同軸ケーブルの単位長当りの自己インダクタンス（外部インダクタンス） L を求めよ。
- (3) 図2(b)に示す様に導体間の左右それぞれに透磁率が μ_1 と μ_2 の二つの磁性体を挿入した。ただし、二つの磁性体の体積は等しいとする。二つの磁性体内に発生する磁界の強さ $H_1(r)$, $H_2(r)$, 及び磁束密度 $B_1(r)$, $B_2(r)$ を求めよ。

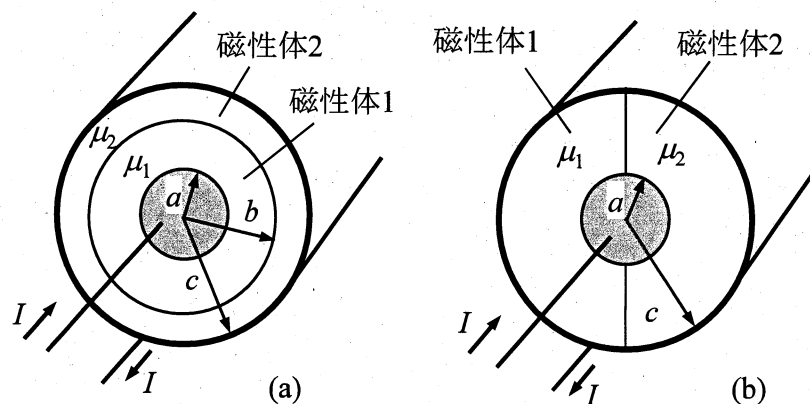


図2

専門科目 (Specialized subjects)

(17/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問3】図3(a)に示すように、半径 a 、単位長さ当たりの巻数 n の無限に長いソレノイドコイルを真空中に置いた。次に、図3(b)に示すように、時刻 $t=0$ で電流 I を流し始め、時刻 $t=T$ で電流が I_s になるように一定の割合で増加させ、その後は一定電流 I_s を流した。真空の透磁率を μ_0 とする。

- (1) 時刻 t において、ソレノイドコイルの内側および外側に発生する磁束密度の大きさ B を求めよ。
- (2) 図3(c)に示すように、ソレノイドコイルと同軸上に、半径 r の1回巻きの円形コイルを置いた。時刻 t において、円形コイルに生じる起電力の大きさ V を求めよ。
- (3) (2)の結果を用いて、ソレノイドコイルの中心軸から r 離れた位置における時刻 t での電界の大きさ E を求めよ。
- (4) ソレノイドコイルの中心軸から r 離れた位置における時刻 t でのポインティングベクトル \mathbf{S} の大きさと向きを求めよ。
- (5) (4)の結果を用いて、時刻 $t=0$ から $t=T$ の間にソレノイドコイルの単位長さ当たりに蓄えられるエネルギー U を求めよ。またその導出過程も示せ。

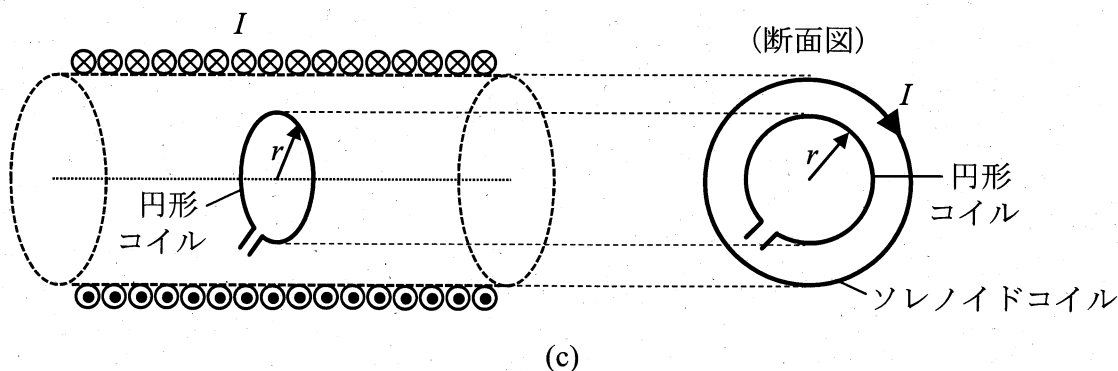
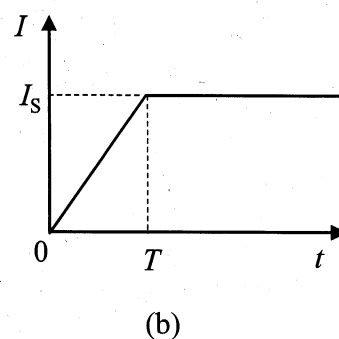
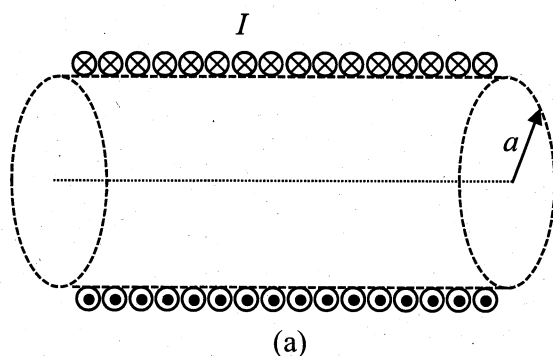


図3

専門科目 (Specialized subjects)

(18/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Select two out of the three questions 【Q1】～【Q3】 and write the number of the selected question on the answer sheet.

【Q1】 As shown in Fig. 1, a pair of parallel conductor A and B with the area S and the spacing d is placed in vacuum with permittivity ϵ_0 . A conductor plate C is parallelly inserted between A and B so that the space between A and C becomes x . It can be assumed that the edge effect is negligible.

- (1) The electrical charge Q is given to the plate C while plates A and B are kept at earth potential. Give the electrical charge Q_1 which appears on the plate C surface facing the conductor A. Also give the electrical charge Q_2 which appears on the plate C surface facing the conductor B.
- (2) Give the electrostatic energy W_1 stored in the space between A and C. Also give the electrostatic energy W_2 stored in the space between B and C.
- (3) Give the electrostatic force F_1 acting on A. Also give the electrostatic force F_2 acting on B.

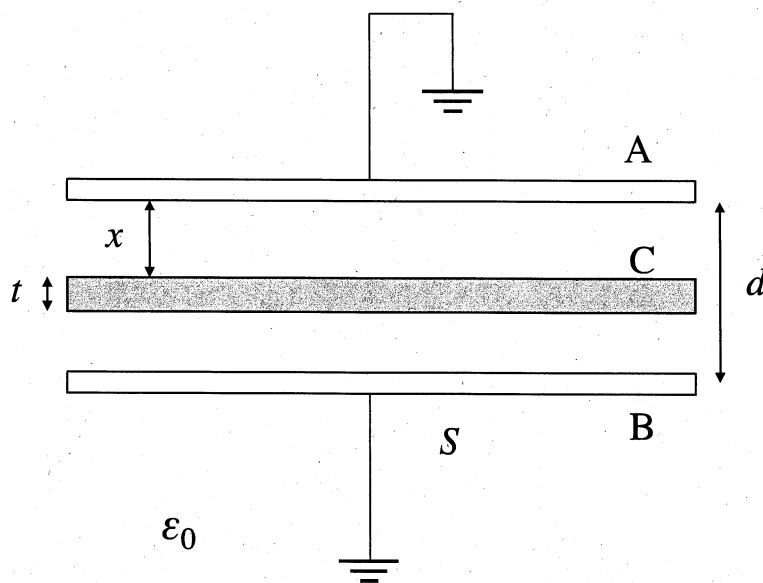


Fig. 1

専門科目 (Specialized subjects)

(19/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 As shown in Fig. 2, there is a co-axial cable made of an inner conductor with radius a and an outer conductor with radius c , where thickness of the outer conductor can be neglected. Uniform current I is flowing in the two conductors oppositely.

- (1) Two coaxial layer magnetic materials are inserted between the conductors as shown in Fig. 2(a). Permeability of the material 1 and 2 are μ_1 and μ_2 , respectively. Give the magnetic field $H_1(r)$ and $H_2(r)$ in the material 1 and 2 as a function of r from the center of the inner conductor. Also, give the magnetic flux density $B_1(r)$ and $B_2(r)$ in the material 1 and 2.
- (2) In the case shown in Fig. 2(a), give the magnetic energy U_m stored in the two materials per unit length. Also, give the self inductance (external inductance) L of the co-axial cable per unit length.
- (3) Two magnetic materials with permeability μ_1 and μ_2 are inserted into left-side part and right-side part between the conductors as shown in Fig. 2(b). Here, volumes of material 1 and 2 are equal with each other. Give the magnetic field $H_1(r)$ and $H_2(r)$, and the magnetic flux density $B_1(r)$ and $B_2(r)$ in the two materials.

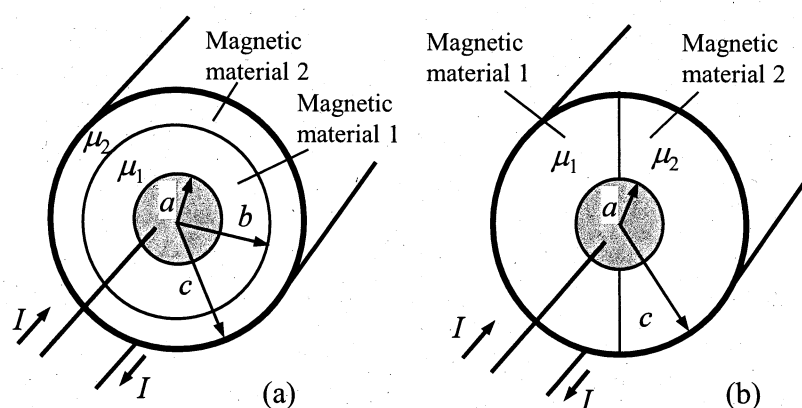


Fig. 2

専門科目 (Specialized subjects)

(20/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q3】 An infinitely long solenoid coil of radius a having n turns per unit length is placed in vacuum, as shown in Fig. 3 (a). The current I flowing through the solenoid coil is zero at time $t = 0$, and increases steadily to I_s in time T , as shown in Fig 3 (b). For time $t \geq T$, a constant current I_s flows through the solenoid coil. The permeability of vacuum is μ_0 .

- (1) Give the magnitude of the magnetic flux density B both inside and outside the solenoid coil at time t .
- (2) A one-turn circular coil of radius r is placed coaxially to the solenoid coil, as shown in Fig. 3 (c). Give the magnitude of the electromotive force V induced in the circular coil at time t .
- (3) Give the magnitude of the electric field E at a distance r from the axis of the solenoid coil at time t using the result obtained in question (2).
- (4) Give the magnitude and direction of the Poynting vector \mathbf{S} at a distance r from the axis of the solenoid coil at time t .
- (5) Give the energy stored per unit length of the solenoid coil, U , at time $t = T$ using the result obtained in question (4). Also, show how to derive the energy U .

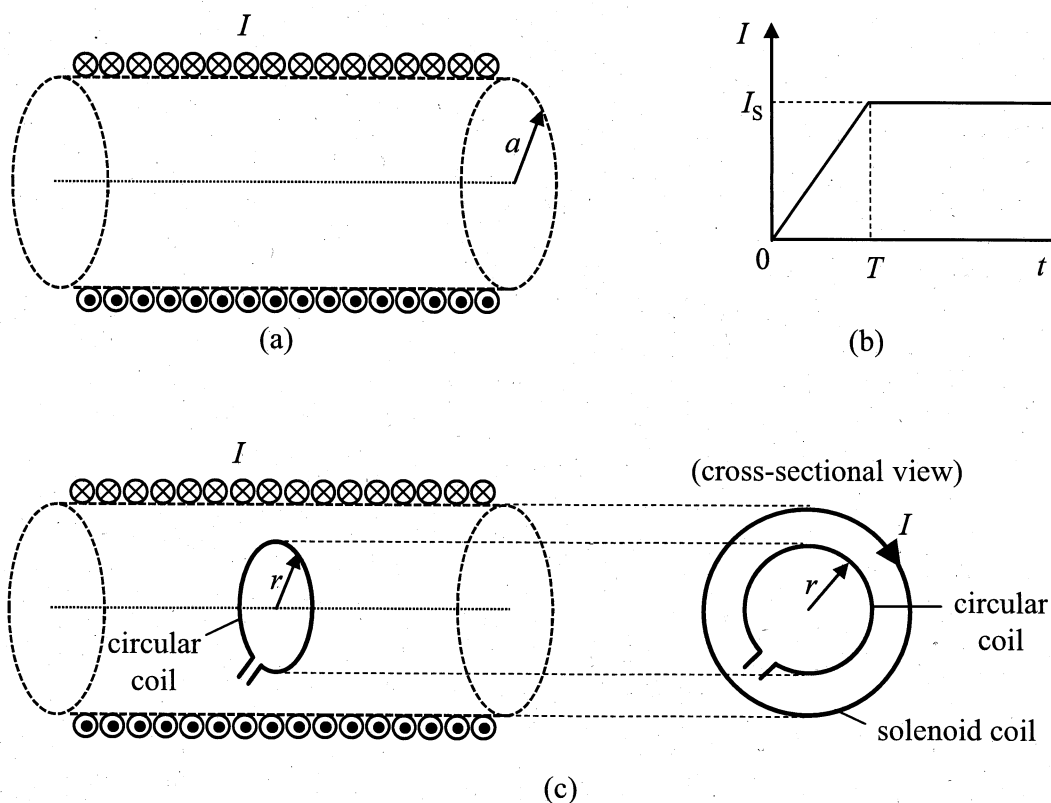


Fig. 3

専門科目 (Specialized subjects)

(21/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

E. 【アルゴリズム／プログラミング (Algorithms and programming) 分野】

次の各問い（【問1】【問2】）に答えよ。

【問1】与えられた数列 a_1, a_2, \dots, a_n のうち、 $i < j$ かつ $a_i > a_j$ ($1 \leq i, j \leq n$) であるとき、 (a_i, a_j) を反転と呼ぶ。

(1) 数列 1, 6, 3, 5, 2, 4, 7 の反転の個数を求めよ。

(2) 与えられた数列 a_1, a_2, \dots, a_n の反転の個数を数える効率の良いアルゴリズムを与えよ。

【問2】図1に max-heap を扱うアルゴリズムを示す。配列 $A[1..A.length]$ が、max-heap 条件を満たすとは、配列 A が次の条件を満たすときである（ただし、 $A.length$ は配列 A が含む要素数）。

$$A[\text{Parent}(i)] \geq A[i] \quad (2 \leq i \leq A.length)$$

即ち、根 ($A[1]$) 以外の節点 i の値が、その節点 i の親 $\text{Parent}(i)$ の値以下の時である。このとき、次の各問いに答えよ。

$\text{Parent}(i)$

1 return $\lfloor i/2 \rfloor$

$\text{Left}(i)$

1 return $2*i$

$\text{Right}(i)$

1 return $2*i + 1$

$\text{MaxHeapify}(A, i)$

1 $l \leftarrow \text{Left}(i)$

2 $r \leftarrow \text{Right}(i)$

3 if $l \leq A.\text{heapSize} \ \&\& \ A[l] > A[i]$

4 largest $\leftarrow l$

5 if $r \leq A.\text{heapSize} \ \&\& \ A[r] > A[\text{largest}]$

6 largest $\leftarrow r$

7 if largest $\neq i$

8 exchange $A[i]$ with $A[\text{largest}]$

9 $\text{MaxHeapify}(A, \text{largest})$

図1: max-heap を扱うアルゴリズムの擬似コード（次ページへ続く）

専門科目 (Specialized subjects)

(22/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

BuildMaxHeap(A)

```
1  A.heapSize ← A.length
2  for i ← ⌊A.length/2⌋ downto 1
3      MaxHeapify(A, i)
```

図1: (続き) **max-heap** を扱うアルゴリズムの擬似コード

- (1) 配列 $A = \{25, 18, 14, 6, 13, 10, 2, 5, 7, 11\}$ は, **max-heap** を満たすか, 理由を述べよ。
- (2) 配列 $A = \{27, 15, 5, 18, 14, 10, 3, 12, 7, 11, 4, 8, 6, 1\}$ に対する $\text{MaxHeapify}(A, 3)$ の動作を示せ。
- (3) 図1のアルゴリズムの記法にならい, 配列 A をヒープソートでソートする手続き $\text{HeapSort}(A)$ を記述せよ。 $\text{HeapSort}(A)$ を記述する際, 図1の手続き MaxHeapify と手続き BuildMaxHeap を用いること。

専門科目 (Specialized subjects)

(23/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】【Q2】).

【Q1】 Given a sequence of numbers a_1, a_2, \dots, a_n , (a_i, a_j) is an inversion if $i < j$ and $a_i > a_j$ hold ($1 \leq i, j \leq n$).

(1) Count the number of inversions in the sequence 1, 6, 3, 5, 2, 4, 7.

(2) Give an algorithm for efficiently counting the number of inversions in a given sequence of numbers a_1, a_2, \dots, a_n .

【Q2】 Figure 1 shows algorithms handling a **max-heap**. When array $A[1..A.length]$ satisfies the following condition, array A represents a **max-heap**, where $A.length$ means the number of elements included in array A .

$$A[\text{Parent}(i)] \geq A[i] \quad (2 \leq i \leq A.length)$$

This means, the value of a node i other than root $A[1]$ is at most the value of its parent $\text{Parent}(i)$. Answer the following questions.

$\text{Parent}(i)$

1 return $\lfloor i/2 \rfloor$

$\text{Left}(i)$

1 return $2*i$

$\text{Right}(i)$

1 return $2*i + 1$

$\text{MaxHeapify}(A, i)$

1 $l \leftarrow \text{Left}(i)$

2 $r \leftarrow \text{Right}(i)$

3 if $l \leq A.\text{heapSize} \ \&\& \ A[l] > A[i]$

4 $\text{largest} \leftarrow l$

5 if $r \leq A.\text{heapSize} \ \&\& \ A[r] > A[\text{largest}]$

6 $\text{largest} \leftarrow r$

7 if $\text{largest} \neq i$

8 exchange $A[i]$ with $A[\text{largest}]$

9 $\text{MaxHeapify}(A, \text{largest})$

Fig. 1: Pseudo code for algorithms handling a **max-heap** (Continued on the next page)

専門科目 (Specialized subjects)

(24/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

BuildMaxHeap(A)

```
1  A.heapSize ← A.length
2  for i ← ⌊A.length/2⌋ downto 1
3      MaxHeapify(A, i)
```

Fig. 1: (Continued) Pseudo code for algorithms handling a **max-heap**

- (1) Is the array $A = \{25, 18, 14, 6, 13, 10, 2, 5, 7, 11\}$ a **max-heap**? Explain the reason.
- (2) Illustrate the operation of $\text{MaxHeapify}(A, 3)$ on the array $A = \{27, 15, 5, 18, 14, 10, 3, 12, 7, 11, 4, 8, 6, 1\}$.
- (3) Define a procedure $\text{HeapSort}(A)$ that sorts elements in array A by heapsort, according to the descriptive method in the algorithms shown in Figure 1. Use the procedure MaxHeapify and the procedure BuildMaxHeap shown in Figure 1 when you define the procedure $\text{HeapSort}(A)$.

専門科目 (Specialized subjects)

(25/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

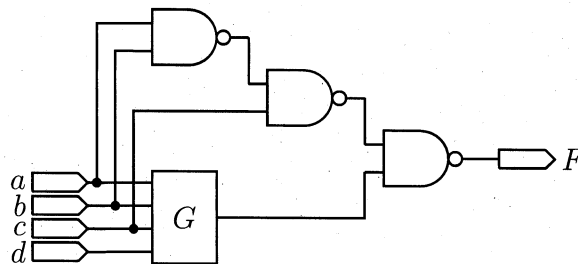
Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

F. 【計算機アーキテクチャ(Computer architecture) 分野】

次の各問い (【問1】～【問3】) に答えよ。

【問1】以下の真理値表で与えられた論理関数 $F(a, b, c, d)$ を図で示されるように関数 $G(a, b, c, d)$ および NAND ゲートを使って実現することを考える。関数 G の最簡積和形を示せ。

a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1



専門科目 (Specialized subjects)

(26/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【問2】 5つのステージからなるパイプライン式データパスを有するマイクロプロセッサについて考える。実装されたパイプラインステージは、IF（命令取得）、ID（命令デコード）、EX（実行）、MEM（メモリアクセス）、ならびに、WB（ライトバック）である。以下の各問いに答えよ。

- (1) パイプラインの導入によりプロセッサ性能が向上する理由を説明せよ。
- (2) このパイプライン構造で発生する RAW (Read After Write) ハザードを解消する方法を少なくとも2つ挙げ、それぞれの実現法を簡潔に説明せよ。
- (3) プログラム実行時間は、「実行命令数」「CPI(Clock cycles Per Instruction)」「クロックサイクル時間」の積で近似できる。このパイプラインのステージ数を増加した場合、改善を期待できる項を選択し、その理由を説明せよ。
- (4) 一般に、パイプライン段数を増加し続けた場合、プロセッサ性能向上の度合いは次第に小さくなる傾向にある。その理由を述べよ。

【問3】 16ビットのアドレス (adr[15:0]) を入力とするダイレクトマップキャッシュの設計について考える。バイトアドレッシング方式であり1語は4バイトとする。各キャッシュアクセスにおいて、adr[15:8]、adr[7:4]ならびにadr[3:0]は、それぞれ、タグフィールド、インデックスフィールド、オフセットフィールドとして参照される。以下の問いに答えよ。

- (1) キャッシュブロックサイズを答えよ。
- (2) キャッシュブロックの総数を答えよ。
- (3) キャッシュの初期状態は空であるとする。以下の16進表現されたバイトアドレスに対してメモリアクセスが順次発生した場合のキャッシュ・ミス率を答えよ。

0x0000 ⇒ 0x0004 ⇒ 0x0020 ⇒ 0x1120 ⇒ 0x1104 ⇒ 0x0004 ⇒ 0x1120 ⇒ 0x0020
⇒ 0x0024 ⇒ 0x0020

専門科目 (Specialized subjects)

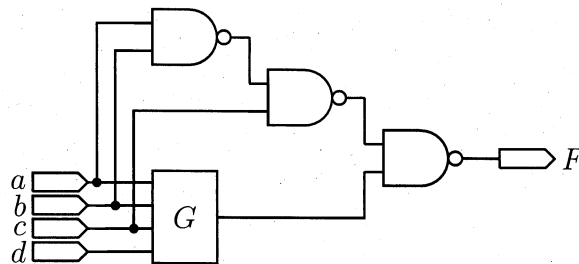
(27/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。
 Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

Answer the following questions (【Q1】～【Q3】).

【Q1】 Let $F(a, b, c, d)$ be a logic function whose truth table is shown below. Consider that F is composed of another subfunction $G(a, b, c, d)$ and NAND gates as shown in the below figure. Show the minimum sum of products form of G .

a	b	c	d	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1



専門科目 (Specialized subjects)

(28/28)

6分野から2分野を選び解答すること。選んだ分野毎に解答用紙1部を用いよ。また、大問一つあたり一枚の解答用紙を用いよ。

Select 2 fields out of the 6 fields and answer the questions. Use a set of answer sheets for each of the fields you selected and use a separate answer sheet for each question.

【Q2】 Let us consider a microprocessor that has a 5-stage pipelined datapath. The implemented pipeline stages are IF (Instruction Fetch), ID (Instruction Decode), EX (EXecution), MEM (MEMory access), and WB (Write Back). Answer the following questions.

- (1) Explain why the performance of a processor can be improved by introducing pipelining.
- (2) Show at least two approaches to resolve RAW (Read After Write) hazards that occur in the pipelined datapath, and explain how to implement them briefly.
- (3) Program execution time can be approximated by the product of three items, “instruction count”, “CPI (Clock cycles Per Instruction)”, and “clock cycle time”. Select an item that can be improved by increasing the number of pipeline stages and explain why.
- (4) In general, if you increase the number of pipeline stages, then the degree of processor performance improvement tends to reduce gradually. Explain why.

【Q3】 Consider designing a direct-mapped cache memory that inputs a 16-bit address ($\text{adr}[15:0]$). Suppose a byte-addressing scheme and the word size is 4 bytes. On each cache access, $\text{adr}[15:8]$, $\text{adr}[7:4]$, and $\text{adr}[3:0]$ are referenced as a tag field, an index field, and an offset field, respectively. Answer the following questions.

- (1) Answer the cache block size.
- (2) Answer the total number of cache blocks.
- (3) Suppose the cache is initially empty. Find the cache miss rate, when the memory accesses with the following hexadecimal byte-addresses are issued sequentially.
 $0x0000 \Rightarrow 0x0004 \Rightarrow 0x0020 \Rightarrow 0x1120 \Rightarrow 0x1104 \Rightarrow 0x0004 \Rightarrow 0x1120 \Rightarrow 0x0020$
 $\Rightarrow 0x0024 \Rightarrow 0x0020$