2021年度
電気工学専攻・電子工学専攻
修士課程教育プログラム　学力検査　問題

科目名：専門基礎 a

日時：2020年8月3日(月)　9時～12時30分

（注意）

1. 問題冊子と解答用紙は係員の指示があるまで開かないこと．
2. 問題は a-1 から a-6 までの6問ある．そのうち，5問を解答せよ．
3. 各問題のページ数は，各問題番号のすぐ後ろに記してある．
4. 解答用紙は5枚である．1問題について1枚の解答用紙を用いること．
5. 問題冊子と解答用紙のホチキス留めは外してはならない．もし，外れた場合は，直ちに申し出ること．
6. 「解答はじめ」の指示の後，解答用紙各葉の所定欄に受験番号，氏名，科目名，問題番号をはっきり記入すること．
7. 回路記号については最後のページの新旧対照表を参照すること．

$\boxed{\text{a}}$ — $\boxed{1}$ [この問題は長さ1ページである.]

次の複素積分 (complex integral) について考える.

$$I = \oint_L \frac{e^{iz}}{\cosh z} dz \tag{1}$$

ここで，複素変数 (complex variable) z は実変数 (real variables) x, y により $z = x + iy$ で表され，積分経路 (integration path) L は図のように L_1 $(-R \leq x \leq R,\ y = 0)$，$L_2$ $(x = R,\ 0 \leq y \leq \pi)$，$L_3$ $(-R \leq x \leq R,\ y = \pi)$，$L_4$ $(x = -R,\ 0 \leq y \leq \pi)$ からなる長方形の経路である．また，R は正の定数 (positive constant) であり，i は虚数単位 (imaginary unit) を表す．以下の設問に答えよ．

(i) 複素平面 (complex plane) における被積分関数 (integrand) の極 (poles) をすべて求めよ．

(ii) 設問 (i) で求めた極の中から積分経路 L に囲まれる極を選び，その周りで複素関数 (complex function) $f(z) = 1 + e^{2z}$ をテーラー級数 (Taylor's series) に展開せよ．

(iii) 式 (1) の複素積分 I を求めよ．

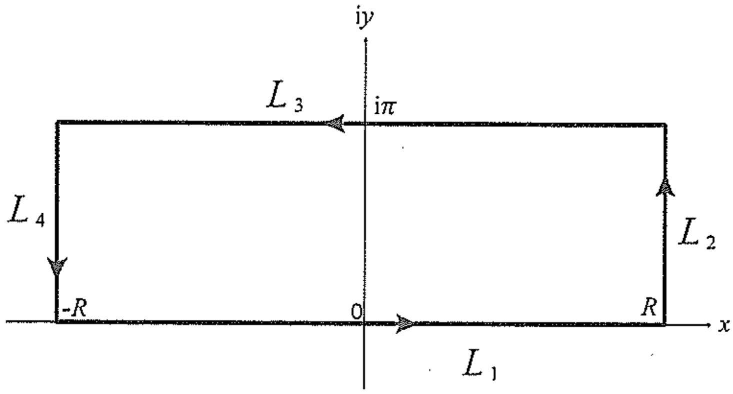
(iv) 図中の積分経路 L_2, L_4 における積分値が，$R \to \infty$ のときにいずれも 0 となることを示せ．

(v) 次の定積分 (definite integral) I_1 を求めよ．

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{\cosh x} dx \tag{2}$$

(vi) 次の定積分 I_2 を求めよ．

$$I_2 = \int_0^{\infty} \frac{\cos x}{\cosh x} dx \tag{3}$$



$\boxed{\mathrm{a}}$ — $\boxed{2}$ [この問題は長さ1ページである.]

実変数 (real variable) t の実関数 (real functions) $x(t)$, $y(t)$ に関する連立微分方程式 (simultaneous differential equations)

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} \mathrm{e}^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}, \ A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

について考える. ただし, a は実定数 (real constant) である. また, $x(t)$, $y(t)$ は2階微分可能 (second-order differentiable) であるとする. 以下の設問に答えよ.

(i) 行列 (matrix) A の固有値 (eigenvalues) および固有ベクトル (eigenvectors) を求めよ.

(ii) $a = 0$ とする. 微分方程式 (1) の一般解 (general solution) を求めよ.

(iii) $a = 2$ とする. このとき, 以下の問に答えよ.

(a) 微分方程式 (1) の一般解を求めよ.

(b) 初期条件 (initial condition) $x(0) = 1$, $y(0) = 1$ を満たす解は

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \mathrm{e}^{-t} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ \mathrm{e}^{-t} \end{pmatrix} \tag{2}$$

であることを示せ.

(c) 問 (b) の式 (2) における $x(t)$, $y(t)$ を用いて定積分

$$I = \int_0^{\pi} \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2}\, \mathrm{d}t \tag{3}$$

を求めよ.

$\boxed{\text{a}}$ − $\boxed{3}$ [この問題は長さ2ページである.]

真空 (vacuum) の誘電率 (permittivity) を ε_0, 位置ベクトルの原点を O(0, 0, 0) として, 以下の設問に答えよ.

(i) 図1のように, 真空中の点 $A(0,0,\delta/2)$ と点 $B(0,0,-\delta/2)$ にそれぞれ点電荷 (point charge) q, $-q$ が置かれているとして, 以下の問に答えよ. ただし, 電位 (electric potential) は, 無限遠で0となるようにとるとする.

(a) 位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ の観測点 P における, 点電荷 q, $-q$ による電位を, $\boldsymbol{r}$ の大きさ r および $\boldsymbol{r}$ が z 軸となす角 θ を用いて示せ.

(b) 点電荷間の距離 δ が小さく, r が δ に比べ十分大きいとき, 点電荷の組は電気双極子 (electric dipole) とみなすことができる. このときの任意の点 P における電位 V が,

$$V = \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

と表されることを示せ. ここで, $\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{\delta}$ は電気双極子モーメント, $\boldsymbol{\delta}$ は, 点電荷 $-q$ から q へと向かう大きさ δ のベクトルである. また, 二次以上の微小量は無視できるとする.

(c) 点電荷による電位と比べ, 電気双極子による電位にはどのような特徴があるかを説明せよ.

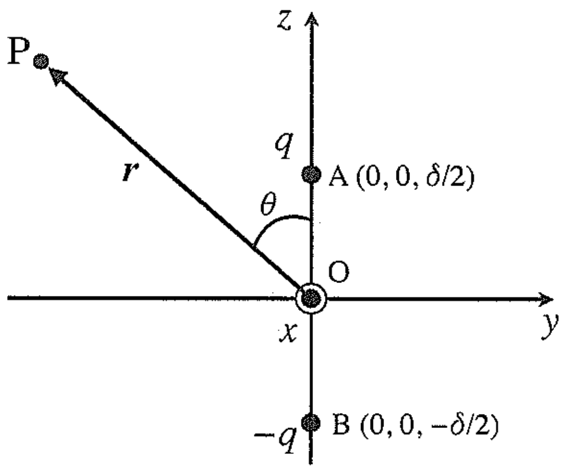


図1

(ii) 真空中に，接地 (ground) された無限平面導体 (infinite plane conductor) が $z=0$ に置かれている．無限平面導体から距離 d の点 $\mathrm{C}(0,0,d)$ の位置ベクトルを $\boldsymbol{d}$ とする．ただし，$d>0$ である．$z>0$ の領域にある任意の観測点 R の位置ベクトルを $\boldsymbol{r}$ として，以下の問に答えよ．ただし，電気双極子を構成する荷電粒子間の距離は，d および，$|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{d}|$ よりも十分に小さいとする．

(a) 図2のように，点Cに点電荷 q を置く．このような場合，影像法 (image method) を用いて，$z>0$ の領域での電位を求めることができるが，影像電荷 (image charge) をどのように置けばよいか，理由もあわせて答えよ．

(b) 図3のように，点Cに，y 軸の正の向きを向いた電気双極子 $\boldsymbol{p}'$ を置いた場合を考える．影像法を適用するためには，どの位置に，どのような大きさと向きの影像の電気双極子を置けばよいか答えよ．また，この場合の点Rにおける電位を，$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{d}$，$\boldsymbol{p}'$ を用いて示せ．

(c) 図4のように，点Cに，z 軸の正の向きを向いた電気双極子 $\boldsymbol{p}''$ を置いた場合を考える．影像法を適用するためには，どの位置に，どのような大きさと向きの影像の電気双極子を置けばよいか答えよ．また，この場合の点Rにおける電位を，$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{d}$，$\boldsymbol{p}''$ を用いて示せ．

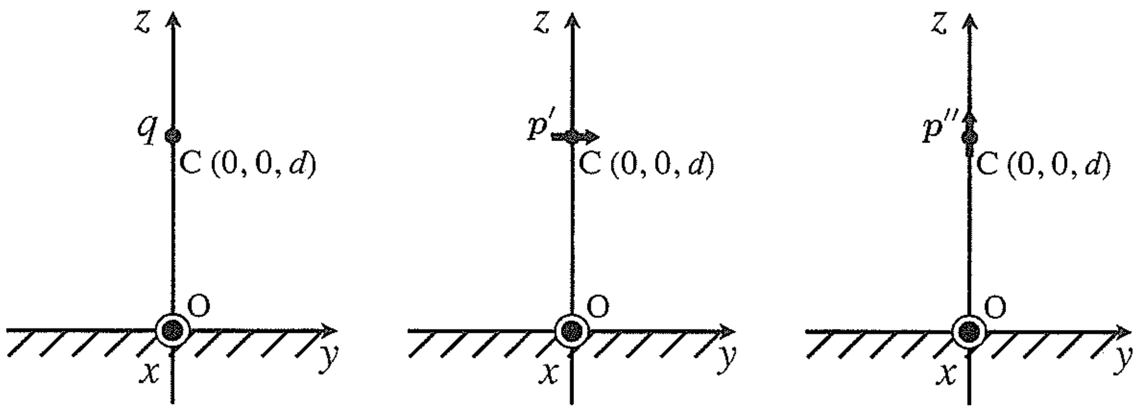


図2　図3　図4

$\boxed{\text{a}}$ — $\boxed{4}$ [この問題は長さ1ページである.]

以下の設問に答えよ.

(i) 図1のように角周波数 (angular frequency) ω の交流電圧源 (AC voltage source)E を含む回路において, 以下の問に答えよ.

(a) 図1の端子対 (port)A-B から右をみたインピーダンス (impedance)Z を求めよ.

(b) Z の力率 (power factor) が1になるときの C の条件を求めよ.

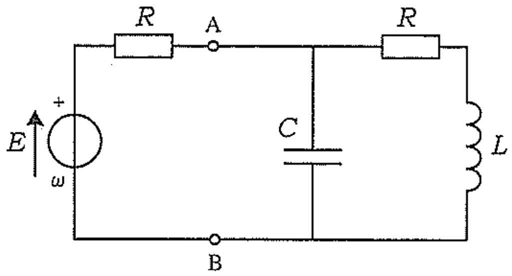


図1

(ii) 図2のように直流電圧源 (DC voltage source)E と2つのスイッチ (switch)$\mathrm{S}_1, \mathrm{S}_2$ を含む回路において, 以下の問に答えよ. ただし, 時刻 $t<0$ のとき $v(t)=0$ で $\mathrm{S}_1, \mathrm{S}_2$ は開放 (open) であり, また $\tau = CR$ とする.

(a) $t=0$ においてスイッチ S_1 を閉じる. $t>0$ における $v(t)$ を求めよ.

(b) さらに, $t=\tau$ においてスイッチ S_2 を閉じると, $t>\tau$ において $i(t)$ が減衰振動 (damped oscillation) の成分を持った. このときの R の値の範囲を示せ.

(c) $\lim_{t\to\infty} i(t)$ を求めよ.

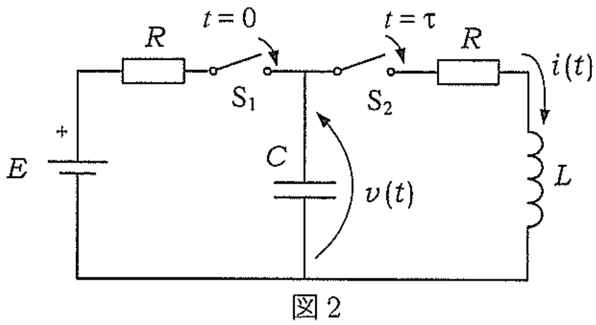


図2

$\boxed{\text{a}}$ — $\boxed{5}$ [この問題は長さ2ページである.]

以下の設問に答えよ.

(i) 式(1)で表される周波数応答 (frequency response) $H(\omega)$ を示す帯域通過フィルター (bandpass filter) について，以下の問に答えよ.

$$H(\omega) = \frac{A_\mathrm{r}}{1 + \mathrm{j}Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} \tag{1}$$

ここで ω は角周波数 (angular frequency), ω_0, A_r, Q は定数である. $|H(\omega)| \geq |A_\mathrm{r}|/\sqrt{2}$ となる帯域幅 (bandwidth) を $\Delta\omega$ とすると, $Q = \omega_0/\Delta\omega$ である. j は虚数単位である.

(a) 図1に示す回路の周波数応答 $H_0(\omega) = \tilde{V}_\mathrm{o}/\tilde{V}_\mathrm{i}$ を求めよ.

(b) $H_0(\omega)$ は, $\omega_0 = 1/CR$ とすると式(1)と同じ形になる. A_r と Q を求めよ. $H(\omega)$ は式(2)で表すこともできることを参考にしてよい.

$$H(\omega) = \frac{A_\mathrm{r}\dfrac{1}{Q}\left(\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)}{1 + \dfrac{1}{Q}\left(\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \tag{2}$$

(c) $|H'(\omega)| = |A_\mathrm{r} - H(\omega)|$ の周波数特性 (frequency characteristic) をグラフに描け. $\omega = \omega_0$ での値, ならびに $\omega \ll \omega_0$ および $\omega \gg \omega_0$ での収束値をグラフ中に示すこと. 形状は概形でよい.

(ii) 図2に示す回路に関する以下の問に答えよ. ここで, k, ℓ は正の定数である. オペアンプ (operational amplifier) の特性は理想的 (ideal) とし, 仮想短絡 (virtual short) が成り立つとしてよい.

(a) オペアンプ#2からの帰還 (feedback) がない, すなわち $k \to 0$ の場合について, オペアンプ#1の回路の入出力特性 $\tilde{V}_{\mathrm{o}1}/\tilde{V}_\mathrm{i}$ を求めよ.

(b) $k > 0$ として, オペアンプ#1の回路の $\tilde{V}_\mathrm{i}$, $\tilde{V}_{\mathrm{o}1}$, および $\tilde{V}_{\mathrm{o}2}$ の関係式を求めよ.

(c) オペアンプ#2の非反転入力端子 (non-inverting input terminal) の電圧 $\tilde{V}_{+2}$ と $\tilde{V}_{\mathrm{o}1}$ との関係式を求めよ. 設問(i)の $H_0(\omega)$ を使って表した式でもよい.

(d) オペアンプ#2の反転入力端子 (inverting input terminal) の電圧 $\tilde{V}_{-2}$ と, $\tilde{V}_{\mathrm{o}2}$, および $\tilde{V}_{\mathrm{o}1}$ との関係式を求めよ.

(e) オペアンプ#2の回路の周波数応答 $H_2(\omega) = \tilde{V}_{o2}/\tilde{V}_{o1}$ を求めよ．設問 (ii) 問 (c) と同様に，$H_0(\omega)$ を用いて表してもよい．

(f) 回路全体の周波数応答 $H_t(\omega) = \tilde{V}_{o2}/\tilde{V}_i$ は，$\omega_0 = 1/CR$ とすると，設問 (i) 問 (c) の $H'(\omega)$ の形で表される．A_r と Q を求めよ．

(g) k を大きくしていくと $|H_t(\omega)|$ はどのように変化するか，簡単に述べよ．定性的な説明でよい．

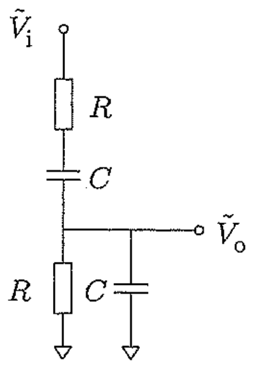


図1

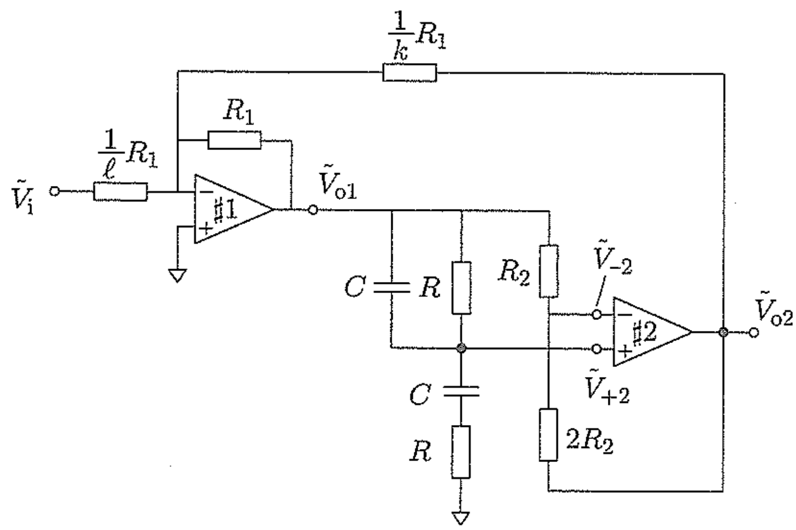


図2

$\boxed{\text{a}}$ — $\boxed{6}$ [この問題は長さ 1 ページである.]

一次元のポテンシャル $V(x)$ 中における質量 (mass) m の粒子 (particle) について以下の設問に答えよ．ただし空間座標を x，虚数単位 (imaginary unit) を i，プランク定数 (Planck constant) を $h = 2\pi\hbar$ とし，粒子のエネルギー (energy) を E，波動関数 (wave function) を $\psi(x)$ とする．

(i) この粒子がしたがう時間によらないシュレーディンガー方程式 (Schrödinger equation) を記せ．

(ii) $-a < x < a$ で $V(x) = 0$，$x \leq -a$ および $x \geq a$ で $V(x) = +\infty$ であるとき，波動関数の境界条件 (boundary condition) を記せ．また規格化された (normalized) 波動関数とエネルギー固有値 (energy eigenvalue) を求めよ．

(iii) 同じエネルギー固有値をもつ線形独立 (linear independence) な波動関数が存在することを縮退 (degeneracy) という．一次元束縛状態 (bound state) ではエネルギー固有値に縮退がないことを証明してみよう．一次元束縛状態とは $\psi(+\infty) = \psi(-\infty) = 0$ となる状態をいう．以下では $\psi_1(x)$，$\psi_2(x)$ という縮退した波動関数があるといったん仮定し，上記の束縛状態の場合にはその仮定が矛盾することを証明する．空欄 $\boxed{\quad\text{A}\quad}$〜$\boxed{\quad\text{F}\quad}$ に適切な式または数値を示せ．導出の過程を示す必要はない．

『$\psi_1(x)$，$\psi_2(x)$ に関するシュレーディンガー方程式は，E，ポテンシャル $V(x)$ を用いてそれぞれ

$$\boxed{\quad\text{A}\quad} = E\psi_1(x) \tag{1}$$

$$\boxed{\quad\text{B}\quad} = E\psi_2(x) \tag{2}$$

となる．(1)，(2) の両辺にそれぞれ $\psi_2(x)$，$\psi_1(x)$ を左から掛け，辺々引き算すると

$$\boxed{\quad\text{C}\quad} = 0 \tag{3}$$

となるが，この式は

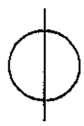
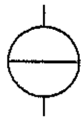
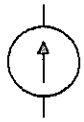
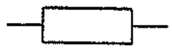
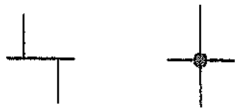
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\boxed{\quad\text{D}\quad}\right) = 0 \tag{4}$$

と書き換えることができる．両辺を x で積分し，積分定数として β を用いると

$$\boxed{\quad\text{D}\quad} = \beta \tag{5}$$

が得られる．$\psi(+\infty) = \psi(-\infty) = 0$ より，β は $\boxed{\quad\text{E}\quad}$ となる．(5) の両辺を $\psi_1(x)\psi_2(x)$ で割り，両辺を x で積分すると $\boxed{\quad\text{F}\quad} = \gamma$ (γ は定数) となる．これは $\psi_1(x)$ と $\psi_2(x)$ が比例関係にあることを意味し，仮定と矛盾する．』

電気電子回路の記述に使用する図記号に関しては，下記の表に左右に示す記号は同等のものとみなす。

	新図記号 (New symbols)	旧図記号 (Older symbols)
理想電圧源 (Ideal voltage source)		
理想電流源 (Ideal current source)		
抵抗器 (Resistor)		
T接続 (T-connection)		
導体の二重接続 (Double junction of conductors)		
接続しない2系統の交差 (Crossing of two systems without connection)		

2021年度
電気工学専攻・電子工学専攻
修士課程教育プログラム　学力検査　問題

科目名：専門基礎 b

日時：2020年8月3日(月)　13時30分～16時

（注意）

1. 問題冊子と解答用紙は係員の指示があるまで開かないこと．
2. 問題は b-1 から b-4 までの 4 問ある．そのうち，3 問を解答せよ．
3. 各問題のページ数は，各問題番号のすぐ後ろに記してある．
4. 解答用紙は 3 枚である．1 問題について 1 枚の解答用紙を用いること．
5. 問題冊子と解答用紙のホチキス留めは外してはならない．もし，外れた場合は，直ちに申し出ること．
6. 「解答はじめ」の指示の後，解答用紙各葉の所定欄に受験番号，氏名，科目名，問題番号をはっきり記入すること．

$\boxed{\mathrm{b}}$ — $\boxed{1}$ [この問題は長さ2ページである.]

媒質 (medium) 中での平面波 (plane wave) の伝搬 (propagation) に関し，以下の設問に答えよ．ただし，媒質 I，II 中の誘電率 (permittivity) は ε_1，ε_2 であり，導電率 (conductivity) は $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ であり，透磁率 (permeability) はともに μ_0 である．入射する平面波の角周波数 (angular frequency) は ω とする．また，媒質 I および媒質 II の特性インピーダンス (characteristic impedance) を η_1，η_2 とする．

(i) 図1のように，yz 平面を入射面 (incident plane) として，平面波が xy 平面 (z=0) で接している媒質 I から媒質 II に入射している．ただし，平面波の電界 (electric field) は入射面に垂直 (perpendicular) とする．E_x^{i} は入射波 (incident wave) の電界，E_x^{r} は反射波 (reflected wave) の電界，E_x^{t} は透過波 (transmitted wave) の電界，H^{i} は入射波の磁界 (magnetic field)，H^{r} は反射波の磁界，H^{t} は透過波の磁界である．

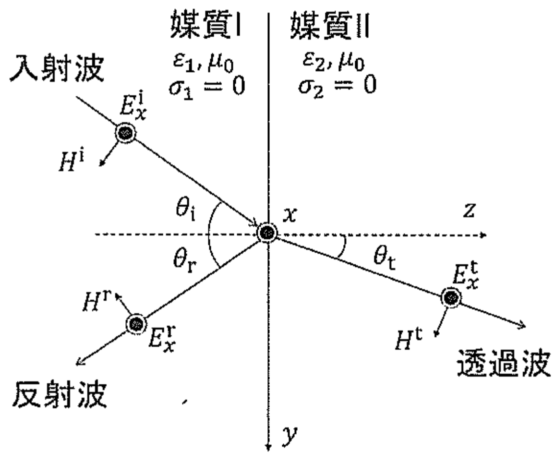


図1

(a) 媒質 I の特性インピーダンスは $E_x^{\mathrm{i}}/H^{\mathrm{i}}$ で表すことができる．媒質の誘電率および透磁率を用いて，媒質 I の特性インピーダンス η_1 を示せ．ただし，式の導出過程を示す必要はない．

(b) 媒質 I，II 中を伝搬する平面波の伝搬定数 (propagation constant)k_1，k_2 をそれぞれ示せ．ただし，式の導出過程を示す必要はない．

(c) 平面波が媒質 I から媒質 II へ入射角 (incident angle)θ_{i} で入射し，透過する場合を考える．媒質 I，II の境界面における電界の接線成分の連続性を利用して，透過角 θ_{t} と入射角 θ_{i} の関係を，k_1，k_2 を含む形で導出せよ．

(d) 媒質I，IIの境界面における電界と磁界の接線成分の連続性を利用して，媒質I，IIの境界面での電界の反射係数 (reflection coefficient)R と透過係数 (transmission coefficient)T を，η_1，η_2 を含む形で導出せよ．

(ii) 図2のように，平面波が境界面に垂直に入射した場合 (θ_i=0) を考える．

(a) 媒質I，IIの特性インピーダンス η_1，η_2 を用いて電界の反射係数 R を示せ．

(b) 媒質I中の $z=-s$ の点における電界 E_x を，E_x^i を含む式で示せ．

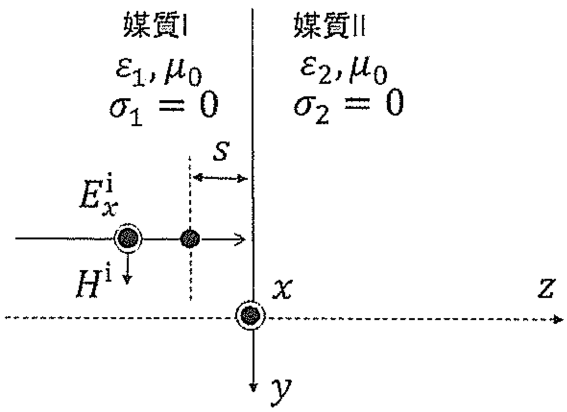


図2

b − 2 [この問題は長さ2ページである.]

以下の設問に答えよ.

(i) 0以上10以下のいずれかの整数 (integer) を入力 (input) とし，それが3か4か7で割り切れる (exactly divided) 場合は1を，そうでない場合は0を出力 (output) する組み合わせ回路 (combinational logic circuit) を作成する．以下の問に答えよ.

(a) 入力を4ビットの2進数 $[x_0x_1x_2x_3]_2$ で，出力を Y で表したときの真理値表 (truth table) を示せ.

(b) Y を与える論理関数 (logic function) を x_0, x_1, x_2, x_3 を用いた最小積和形表現 (minimal sum-of-products form) で示せ.

(c) Y を与える論理関数を x_0, x_1, x_2, x_3 を用いた最小和積形表現 (minimal product-of-sums form) で示せ.

(d) この組み合わせ回路を最少数 (minimum number) の2入力 NAND 素子 (2-input NAND gates) のみを用いて作成したときの回路図 (circuit diagram) を示せ．論理関数から回路図を導いた手順を説明すること．入力端子 (input terminals) には x_0, x_1, x_2, x_3 およびそれらの否定 (negation) $\overline{x_0}, \overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}$ を用いてよい.

(ii) 時刻 $t = 0, 1, 2, \cdots$ のそれぞれにおいて，0から3までの整数のいずれかを入力とし，1ビットの信号 Z を出力とする Mealy 型同期式順序回路 (Mealy-type synchronous sequential circuit) を設計する．ただし，同じ数は連続して入力されないものとする．この回路は，$t = 0, 1$ の場合には0を出力する．また，$t \geq 2$ において $t-2, t-1, t$ での入力が単調増加 (monotonically increasing) であった場合，すなわち 012, 013, 023, 123 のいずれかであった場合には1を，その他の場合には0を出力する．たとえば 0123023012 を左から順に入力したときの出力は 0011001001 となる．以下の問に答えよ.

(a) この回路の動作を表す状態遷移図 (state transition diagram) を示せ.

(b) この回路の動作を表す状態遷移表 (state transition table) と出力表 (output table) を示せ．最少の状態数を用いるとともに，状態数が最少であることの理由を説明すること．また，023101 を左から順に入力したときの状態遷移を説明し，そのときの出力系列が 001000 となることを示せ.

(c) この回路を最少のDフリップフロップ (flip-flops) を用いて実現する．回路への入力信号 (input signal) を $(x_0, x_1) = (0,0), (0,1), (1,0), (1,1)$ で定義 (define) し，それぞれを整数 0, 1, 2, 3 に対応付ける．各Dフリップフロップの入力と出

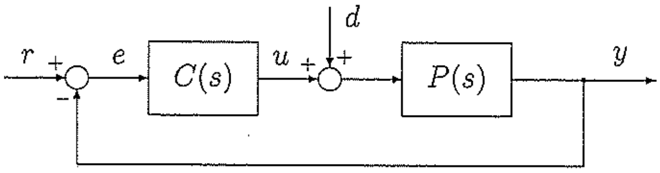
力を表す論理変数 (logic variables) をそれぞれ d_i と q_i で表し，添字 (subscript) i は状態に割り当てた符号 (code) の左端ビット (leftmost bit) から順に $1, 2, \ldots$ と振るものとする．また，$t=0$ において $q_i=0$ とした D フリップフロップを使って設計するものとする．Z および d_i を与える論理関数の最小積和形表現を x_0, x_1, q_i を使って示せ．状態割り当て (state assignment) を明記すること．

b — 3 [この問題は長さ1ページである.]

下図で与えられるフィードバック制御系 (feedback control system) を考える．ただし，$P(s)$ は制御対象 (controlled object) の伝達関数 (transfer function)，$C(s)$ は制御装置 (controller) の伝達関数を表している．また，r は目標値 (reference)，e は偏差 (error)，u は操作量 (manipulating variable)，d は外乱 (disturbance)，y は制御量 (controlled variable) である．$P(s)$, $C(s)$ が

$$P(s) = \frac{2}{s^2+2s+2}, \quad C(s) = K\frac{1+Ts}{1+10Ts} \quad (K>0, T>0)$$

で与えられているものとして，以下の設問に答えよ．



(i) 目標値から偏差への伝達関数，外乱から制御量への伝達関数をそれぞれ $P(s)$, $C(s)$ を用いて表せ．

(ii) $P(s)$ の単位ステップ応答 (unit step response) を求めよ．

(iii) $C(s)$ の周波数応答 (frequency response) $C(\mathrm{j}\omega)$ に対するボード線図 (Bode diagram)（ゲイン (gain) 線図および位相 (phase) 線図）の概形を描け．ただし，j は虚数単位 (imaginary unit) であり，ω は角周波数 (angular frequency) である．

(iv) 一巡伝達関数 (loop transfer function) $P(s)C(s)$ の周波数応答が実数 (real number) となる $\omega \in (0,\infty)$ が存在するための必要十分条件は，$(0<)\ T<T^*$ となる．T^* の値を求めよ．

(v) $T<T^*$ の場合と $T \geq T^*$ の場合のそれぞれについて，一巡伝達関数の周波数応答に対するベクトル軌跡 (vector locus) の概形を描け．ただし，T^* は前設問で求めた値とする．また，$T<T^*$ のとき，この周波数応答が実数値をとる $\omega \in (0,\infty)$ において，その実数は負であることを用いてよい．

(vi) 単位ステップ目標値 (unit step reference) に関する定常偏差 (steady-state error) および単位ステップ外乱に関する定常偏差に着目する．とくに，$K\ (>0)$ を適切に定めることによりこれらの大きさを両方ともいくらでも小さくできるかどうかを考える．前設問までの議論を適切に組み合わせることにより，これが可能であるための必要十分条件が $T \geq T^*$ で与えられることを示せ．

b — 4 [この問題は長さ2ページである.]

禁制帯幅 E_g をもつ半導体を考える．その表面から，E_g より大きい光子エネルギー (photon energy) をもち，単位面積あたりの強度 (intensity) I_0 の光を，表面に対して垂直に照射した．ここで，この光の波長を λ とする．表面での反射はなく，この光は半導体内部に侵入するものとする．また，半導体表面を原点として半導体の内部方向に x 座標をとる．以下の設問に答えよ．

(i) 半導体に，単位面積，単位時間あたりに入射する光子 (photon) の数を求めよ．ここで，プランク定数 (Planck constant) を h，光速 (speed of light) を c とせよ．

(ii) 位置 x における単位面積あたりの光の強度 $I(x)$ は $I(x) = I_0 \mathrm{e}^{-\alpha x}$ と与えられる．ただし，α は位置 x に依存しないとする．また，e は自然対数 (natural logarithm) の底 (base) である．ここで，α は何と呼ばれるか．

(iii) 半導体に入射した光子のうち，$x = 0$ から $x = 1/\alpha$ までの間でその何%が失われるか計算せよ．ここで，e=2.7 として求めよ．

(iv) 次に，図1のような2種類の pn 接合 (junction) を形成し，(a) は p 型半導体側，(b) は n 型半導体側から波長 λ の光を照射した場合を考える．この光に対して，$\alpha = 10^3\ \mathrm{cm}^{-1}$ とする．ここで，pn 接合の界面 (interface) の位置を x_0=0.30 μm とし，空乏層は p 型層，n 型層のそれぞれに 0.05 μm ずつ拡がっているものとする．また，(a), (b) ともに n 型層における正孔 (hole) の拡散距離 (diffusion length)L_p を 5.0 μm，p 型層における電子の拡散距離 L_n を 20 μm とする．

(a), (b) それぞれの場合について，回路に光電流が流れる機構を，pn 接合のバンド図を用いて説明せよ．また，(a) と (b) のいずれの光電流の方が大きいか，考察して述べよ．ただし，欠陥 (defect) による再結合 (recombination) は無視でき，また (a) の n 型層および (b) の p 型層は少数キャリアの拡散距離に対して十分厚いものとする．

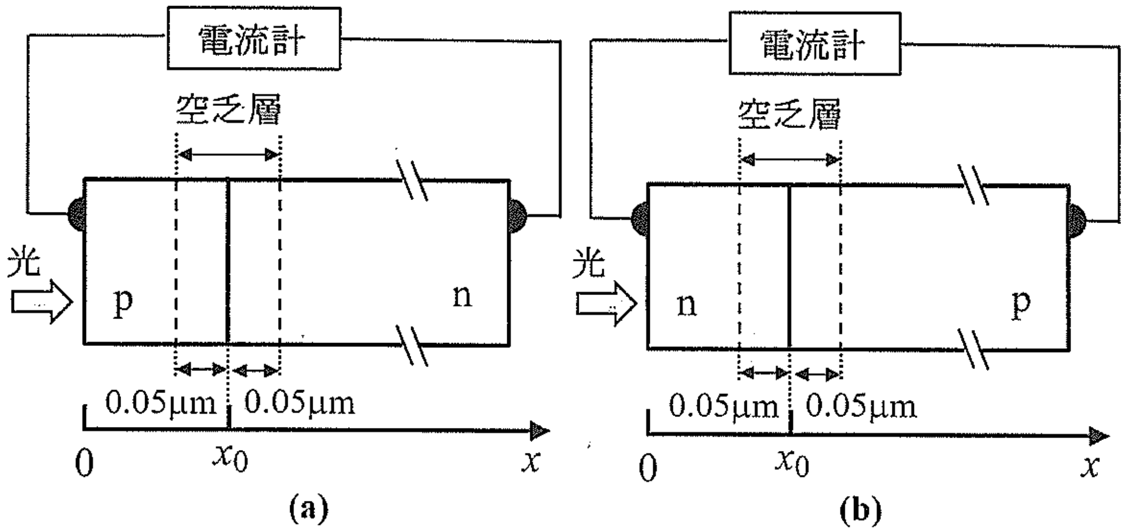


図 1: 2 種類の pn 接合