

筆答専門試験科目（午前） 情報通信（必答科目）

29 大修

時間 9 : 30 ~ 11 : 00

注 意 事 項

1. すべての解答用紙に受験番号を記入せよ。
2. 次の2題すべてに解答せよ。
3. 解答は1題ごとに別々の解答用紙に、問題番号を明記した上で記入せよ。必要であれば、解答用紙の裏面に記入してよいが、解答用紙の表面にその旨を明記すること。
4. 1枚の解答用紙に2題以上の解答を記入した場合はそれらの解答を無効とすることがある。
5. 1題の解答を2枚以上の解答用紙に記入した場合はその解答を無効とすることがある。
6. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。
7. 導出過程も答案用紙に記入すること。

この空白ページは落丁および印刷ミスではありません

H1.

- 1) x を実変数としたとき, 任意の実数 α に対して次の不定積分を求めよ.

$$\int x^\alpha dx$$

- 2) m, n を $m \leq n$ である任意の正の整数とし, $f(x)$ は実変数の実数値関数であるとする.

- a) $f(x)$ が閉区間 $[m, n+1]$ 上で連続かつ単調減少であるとき,

$$\int_m^{n+1} f(x) dx \leq \sum_{k=m}^n f(k)$$

であることを示せ.

- b) $f(x)$ が閉区間 $[m-1, n]$ 上で連続かつ単調減少であるとき,

$$\sum_{k=m}^n f(k) \leq \int_{m-1}^n f(x) dx$$

であることを示せ.

- 3) 任意の正の整数 n に対して次の不等式が成立することを示せ.

$$\log_e(n+1) \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$$

- 4) 任意の正の整数 n に対して次の不等式が成立することを示せ.

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 2$$

- 5) 任意の正の整数 n に対して次の不等式が成立することを示せ.

$$\log_e n! \geq 1 - n + n \log_e n$$

H2.

1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -12 & 8 \end{pmatrix}$ が与えられるとき、以下の間に答えよ.

a) A の固有多項式を求めよ.

b) A の固有値 λ_1, λ_2 (ただし, $\lambda_1 > \lambda_2$) と, これらに対応する長さ 1 の固有ベクトルを求めよ.

c) $A^5 - 6A^4 - 3A^3 + 17A^2 - A + 19I_2$ を求めよ. ただし, I_2 は 2 次の単位行列である.

2) 行列 $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}$ が与えられるとき、以下の間に答えよ.

a) B の固有値をすべて求め、各固有値 λ に対して、 $(B - \lambda I_3)$ の階数を求めよ. ただし, I_3 は 3 次の単位行列である.

b) 正則行列 $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 9 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ が与えられるとき、 $PJ = BP$ を満たす 3 次正方行列 J を求めよ.

c) B^n を求めよ. ただし, n は自然数とする.

筆答専門試験科目（午前） 情報通信（選択科目）

29 大修

時間 11:30～13:00

注 意 事 項

1. すべての解答用紙に受験番号を記入せよ。
2. 次の6題の中から2題を選択して解答せよ。3題以上解答した場合はすべて無効とする。
3. 解答は1題ごとに別々の解答用紙に、問題番号を明記した上で記入せよ。必要であれば、解答用紙の裏面に記入してよいが、解答用紙の表面にその旨を明記すること。
4. 1枚の解答用紙に2題以上の解答を記入した場合はそれらの解答を無効とすることがある。
5. 1題の解答を2枚以上の解答用紙に記入した場合はその解答を無効とすることがある。
6. 電子式卓上計算機等の使用は認めない。
7. 導出過程も答案用紙に記入すること。

この空白ページは落丁および印刷ミスではありません

S1.

- 1) $+1$ または -1 のみの値をとる 2 つの離散型確率変数 T, U の同時確率分布が

$$\Pr[T = -1, U = -1] = 0.4$$

$$\Pr[T = -1, U = +1] = 0.3$$

$$\Pr[T = +1, U = -1] = 0.2$$

$$\Pr[T = +1, U = +1] = 0.1$$

で与えられる.

- a) U の確率分布は $\Pr[U = -1] = 0.6, \Pr[U = +1] = 0.4$ で与えられる. これを用いて, U の期待値と分散を求めよ.
 - b) T の確率分布を求めよ.
 - c) T の累積分布関数を図示せよ.
 - d) 条件付き確率 $\Pr[T = +1|U = +1]$ の値を求めよ.
 - e) 確率変数の組 T, U の共分散を求めよ.
 - f) 確率変数の組 T, U が統計的に独立であるか否か, 理由とともに答えよ.
- 2) 2 つの連続型確率変数 X, Y の同時確率密度関数 $f_{XY}(x, y)$ が

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (|x| + |y| \leq 1) \\ 0 & (|x| + |y| > 1) \end{cases}$$

で与えられる.

- a) 領域 $|x| + |y| \leq 1$ を xy 平面上に図示せよ.
- b) $X = Y = 0$ となる確率を求めよ.
- c) $X \geq 0$ かつ $Y \geq 0$ となる確率を求めよ.
- d) $X + Y \geq 0$ となる確率を求めよ.
- e) X の確率密度関数を求めよ.
- f) 確率変数の組 X, Y が統計的に独立か否か, 理由とともに答えよ.

S2. 変調信号 $m(t)$ が単一角周波数 ω_m の成分しか持たず、振幅 V_m (正の定数) を用いて

$$m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$$

と与えられているとする。この信号を用いて、振幅 V_c 、角周波数 ω_c (ただし $\omega_c \gg \omega_m$) の搬送波 $c(t)$

$$c(t) = V_c \cos(\omega_c t)$$

を振幅変調 (AM) し、送信する。ただし、変調指数 m_a を

$$m_a = \frac{V_m}{V_c}$$

とし、 $0 < m_a < 1$ とする。以下の問に答えよ。

- 1) $c(t)$ を $m(t)$ で振幅変調した AM 信号 $s(t)$ を、 $V_m, \omega_m, V_c, \omega_c$ を用いて表せ。
- 2) 変調指数 $m_a = 0.25$ のときの、AM 信号 $s(t)$ の概形を、横軸を時間 t 、縦軸を $s(t)$ として、振幅の最大値及び最小値がわかるように図示せよ。
- 3) 1) で用いた記号を利用して、AM 信号 $s(t)$ に含まれる、USB(上側帯波, Upper Side Band) $u(t)$ 、および LSB(下側帯波, Lower Side Band) $l(t)$ を、それぞれ表せ。
- 4) 伝送路を通過した受信側での観測 AM 信号 $\tilde{s}(t)$ に含まれる USB $\tilde{u}(t)$ および LSB $\tilde{l}(t)$ が、それぞれ次のようであったとする。

$$\tilde{u}(t) = V_u \cos[(\omega_c + \omega_u)t],$$

$$\tilde{l}(t) = V_l \cos[(\omega_c - \omega_l)t].$$

ただし、 $\omega_c \gg \omega_u$ 、 $\omega_c \gg \omega_l$ とする。同期検波により、受信側での観測 AM 信号 $\tilde{s}(t)$ から信号 $V_u \cos(\omega_u t) + V_l \cos(\omega_l t)$ に比例する成分を抽出する手順を、数式を用いながら示せ。

- 5) 同期検波により、4) での受信側観測 AM 信号 $\tilde{s}(t)$ から信号 $V_u \sin(\omega_u t) - V_l \sin(\omega_l t)$ に比例する成分を抽出する手順を、数式を用いながら示せ。

S3. 端子対 1-1' を入力端子対, 端子対 2-2' を出力端子対とする線形受動回路に関する以下の問に答えよ.

- 1) 図 S3.1(a)~(c) に示す二端子対回路の基本行列 (F パラメータ) を求めよ. ただし, Z, Z_1, Z_2 はインピーダンス, Y はアドミタンスをそれぞれ表す複素数とする.
- 2) 図 S3.2 に示す二端子対回路の F パラメータの値が, それぞれ零でない実部を持つ複素数 A, B, C, D で与えられているとする.
 - a) 図 S3.2 に示す回路の出力端子対にアドミタンス Y を接続したとき, 入力端子対から見たアドミタンスを求めよ.
 - b) 図 S3.2 に示す回路の入力端子対に電圧 V_0 の交流電圧源 (正弦波交流とし, V_0 はフェーザ表現で実効値は $|V_0|$. 以下同様) とインピーダンス Z_0 の直列回路を接続し, 出力端子対を短絡した. このとき短絡した出力端子間に流れる電流 (短絡電流) の値を求めよ.
 - c) 図 S3.2 に示す回路の入力端子対に電圧 V_0 の交流電圧源を, 出力端子対に負荷としてアドミタンス Y をそれぞれ接続したとき, 負荷で消費される平均電力 (有効電力) が最大となるアドミタンスと有効電力の最大値を求めよ.
 - d) 図 S3.2 に示す回路とアドミタンス Y を用いて図 S3.3 に示す二端子対回路を構成した. この回路の入力端子対に電圧 V_0 の交流電圧源を接続し出力端子対を短絡したとき, 出力端子対の短絡電流の値を求めよ.
 - e) 図 S3.3 に示す回路の入力端子対に電圧 V_0 の交流電圧源を接続し出力端子対を短絡したとき, アドミタンス Y の有効電力が最大となる Y の値を求めよ.

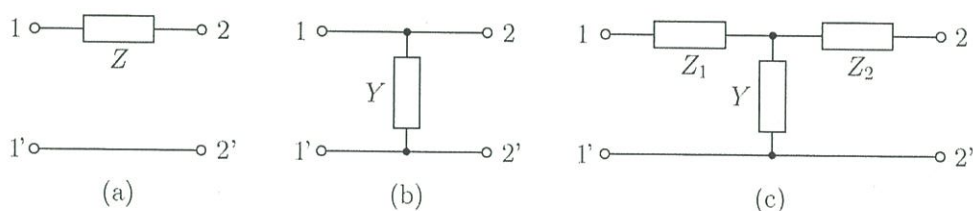


図 S3.1

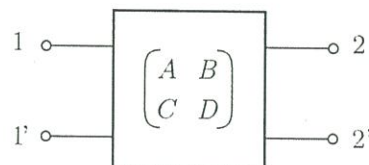


図 S3.2

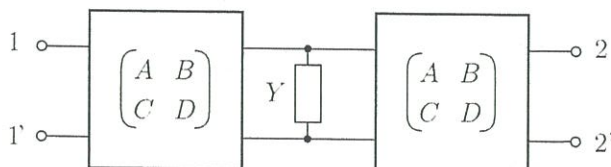


図 S3.3

S4. 非負整数を最上位ビットから1ビットずつ入力し、その非負整数を整数定数 N ($N \geq 2$) で割った商を最上位ビットから1ビットずつ出力する順序回路を考える。順序回路の1ビット入力 x と1ビット出力 z について、時刻 k ($k \geq 0$) におけるこれらの値をそれぞれ $x^{(k)}$, $z^{(k)}$ と表す。時刻0から時刻 k までの入力系列 $x^{(0)}x^{(1)} \dots x^{(k)}$ を $k+1$ ビット非負整数 X_k ($x^{(0)}$ が最上位ビット) と見たとき、 $k+1$ ビットの商 $Z_k = \lfloor X_k/N \rfloor$ を表現する出力系列 $z^{(0)}z^{(1)} \dots z^{(k)}$ ($z^{(0)}$ が最上位ビット) が生成される。これらの系列が表現する非負整数値 X_k と Z_k は、以下の漸化式で定義される。

$$\begin{aligned} X_0 &= x^{(0)}, & X_k &= 2X_{k-1} + x^{(k)} \\ Z_0 &= z^{(0)}, & Z_k &= 2Z_{k-1} + z^{(k)} \end{aligned}$$

また、 R_{k+1} を X_k/N の余りとする ($R_{k+1} = X_k \bmod N$)。ただし、 $R_0 = 0$ とする。 $X_k = 2X_{k-1} + x^{(k)}$ の両辺に $\bmod N$ を施すことによって、以下の漸化式が導かれる。

$$R_0 = 0, \quad R_{k+1} = (2R_k + x^{(k)}) \bmod N$$

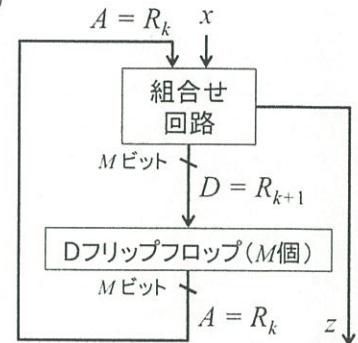


図 S4.1: 順序回路の構成

図 S4.1 に、1 ビット出力 z と M ビット出力 D の組合せ回路と、 M 個の「D フリップフロップ」からなる順序回路の構成図を示す。図中の D は、順序回路の次状態の余り ($D = R_{k+1}$) を表し、 A は、順序回路の現状態の余り ($A = R_k$) を表す。図 S4.2 に、 x と A から z と D を計算する図 S4.1 中の組合せ回路の動作を示す。

- | | | |
|---|---|-------------------------------------|
| ① | $B = 2A + x$ | (A を 2 倍し x を算術加算した値を B とする) |
| ② | $z = \begin{cases} 1 & (B \geq N) \\ 0 & (B < N) \end{cases}$ | ($z = \lfloor B/N \rfloor$ と等価) |
| ③ | $D = \begin{cases} B - N & (B \geq N) \\ B & (B < N) \end{cases}$ | ($D = B \bmod N$ と等価) |

図 S4.2: 図 S4.1 中の組合せ回路の動作

ここで、 $R_0 = 0$, $R_{k+1} = X_k \bmod N$ より、 $k \geq 0$ において $0 \leq R_k \leq N-1$ なので、 $0 \leq A \leq N-1$, $0 \leq B \leq 2N-1$ 及び $0 \leq D \leq N-1$ が成り立つ。

x の論理否定を \bar{x} と表し、 x と y の論理積を $x \cdot y$ と表し、 x と y の論理和を $x \vee y$ と表す。以下の問題で、論理式の解答を示す場合は、最小数の AND 項からなる NOT-AND-OR 形式 (「積項の和」形式) の論理式で解答せよ。

表 S4.1: $N = 5$ のときの入力系列 1011001 ($X_6 = 89$) に対する順序回路の動作

- 1) 表 S4.1 に、 $N = 5$ のときの入力系列 1011001 ($X_6 = 89$) に対する順序回路の動作の一部分を示す。
- 表 S4.1 を完成せよ。
 - Z_6 と Z_7 を求めよ。

時刻 (k)	0	1	2	3	4	5	6
入力 (x)	1	0	1	1	0	0	1
現状態の余り ($A = R_k$)	0						
$B = 2A + x$	1						
出力 (z)	0						
次状態の余り ($D = R_{k+1}$)	1						

- 2) $N = 3$ のとき、 $0 \leq A \leq 2$, $0 \leq B \leq 5$ が成り立つので、 A を 2 ビット信号 $A = (a_1a_0)$ と表し、 B を 3 ビット信号 $B = (b_2b_1b_0)$ と表すこととする。 a_1, a_0, x を用いた論理式で b_2, b_1, b_0 をそれぞれ表せ。

(次ページにつづく)

(前ページのつづき)

- 3) $N = 3$ のとき, $C = B - 3$ を 2 の補数表現で出力する組合せ回路を考える. ここで, $0 \leq B \leq 5$, $-3 \leq C \leq 2$ が成り立つので, これらの値を 3 ビット信号 $B = (b_2b_1b_0)$, $C = (c_2c_1c_0)$ と表すこととする. 表 S4.2 に, $C = B - 3$ を出力する組合せ回路の入出力値とこれらに対応する真理値表を示す. ここで, B の範囲に含まれない値 (6 と 7) の入力に対しては, 出力がドントケア (*) となることを示している.

表 S4.2 : $C = B - 3$ の真理値表

入力 (B)		出力 ($C = B - 3$)	
B	$b_2b_1b_0$	C	$c_2c_1c_0$
0	0 0 0	-3	1 0 1
1	0 0 1	-2	1 1 0
2	0 1 0	-1	1 1 1
3	0 1 1	0	0 0 0
4	1 0 0	1	0 0 1
5	1 0 1	2	0 1 0
6	1 1 0	*	* * *
7	1 1 1	*	* * *

- a) b_2, b_1, b_0 を用いた論理式で c_2, c_1, c_0 をそれぞれ表せ.
b) z と D の計算を以下に示す式で行うことを考える.

$$z = \begin{cases} 1 & (C \geq 0) \\ 0 & (C < 0) \end{cases}$$

$$D = \begin{cases} C' & (C \geq 0) \\ B' & (C < 0) \end{cases}$$

ただし, $D = (d_1d_0)$, $C' = (c_1c_0)$, $B' = (b_1b_0)$ とする. このとき, z, d_1, d_0 は次式で表すことができる. ア ~ オ に入る論理式を示せ.

$$\begin{aligned} z &= \text{ア} \\ d_1 &= b_1 \cdot \text{イ} \vee c_1 \cdot \text{ウ} \\ d_0 &= b_0 \cdot \text{エ} \vee c_0 \cdot \text{オ} \end{aligned}$$

- 4) 前ページの図 S4.2 に示した図 S4.1 中の組合せ回路の動作は, 現状態 q と入力 x から, 次状態 q_n への遷移と出力 z を定義しているといえることができる. そこでここでは, 余り $R_k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ の各値に対して N 個の状態 $Q_0, Q_1, Q_2, \dots, Q_{N-1}$ をそれぞれ対応させ

表 S4.3 : $N = 3$ の順序回路の状態遷移表

	次状態 (q_n)		出力 (z)	
	入力 (x)			
現状態 (q) \backslash	0	1	0	1
Q_0	Q_0	Q_1	0	0
Q_1	Q_2	Q_0	0	1
Q_2	Q_1	Q_2	1	1

たときの状態遷移表を作成して, その状態遷移表から順序回路を設計することを考える. 表 S4.3 に, $N = 3$ のときの状態遷移表を示す. 例えば, 現状態 $q = Q_1$ のとき, $A = R_k = 1$ である. このとき, $x = 0$ の場合は, $B = 2A + x = 2$ となるので, $z = 0$ ($B < 3$) を出力し, 次状態 $q_n = Q_2$ に遷移する ($R_{k+1} = D = B = 2$). また, $x = 1$ の場合は, $B = 2A + x = 3$ となるので, $z = 1$ ($B \geq 3$) を出力し, 次状態 $q_n = Q_0$ に遷移する ($R_{k+1} = D = B - 3 = 0$).

- a) $N = 5$ のときの状態遷移表を, 表 S4.3 の例にならって示せ.
b) $N = 5$ のとき, 現状態を $q = (a_2a_1a_0)$ と表し, 次状態を $q_n = (d_2d_1d_0)$ と表す. また, 5 つの状態 Q_0, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 について, 表 S4.4 の状態割り当てを行う. このとき, a_2, a_1, a_0, x を用いた論理式で d_2, d_1, d_0, z をそれぞれ表せ.

表 S4.4 : $N = 5$ の状態割り当て

状態	$a_2a_1a_0$
Q_0	0 0 0
Q_1	0 0 1
Q_2	0 1 1
Q_3	0 1 0
Q_4	1 0 0

S5. 縦幅が m , 横幅が n である 2 次元正方格子を考える. 隣り合う点は互いに 1 離れているものとする. 左上の原点 $(0, 0)$ を始点とし, 格子上を通り右下の終点 (m, n) に至る単調な経路を考える. ただし, 経路が単調であるとは, その経路をたどるに従って終点までの距離が減少する経路のことである. 例えば, $m = 2, n = 3$ のとき, $(0, 0) \rightarrow (1, 0) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (2, 3)$ は単調経路であるが, $(0, 0) \rightarrow (1, 0) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (0, 2) \rightarrow (0, 3) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (2, 3)$ は単調経路ではない. さて, 格子の各点 (i, j) には非負の得点 $R(i, j)$ が与えられているとする. $R(0, 0) = 0, R(m, n) = 0$ とする. 以下の問に答えよ. ただし, 必要ならば関数 \max を用いてよい. $\max(x, y)$ は, $x \geq y$ なら x を返し, そうでなければ y を返す. また, 小問中の擬似コード内では, $R(i, j)$ は $R[i][j]$ と表されている.

- 1) 各単調経路の得点は, その経路が通るすべての点の得点 $R(i, j)$ を足し合わせた合計得点であるとする. 次の擬似コードは, $(0, 0)$ から (m, n) へ至る単調経路の得点の最大値 max_score を求めるアルゴリズムである.

```
f[0][0] = 0;
for(i=1; i<=m; i++){ f[i][0] = f[i-1][0] + R[i][0];}
for(j=1; j<=n; j++){ f[0][j] = f[0][j-1] + R[0][j];}

for(i=1; i<=m; i++){
  for(j=1; j<=n; j++){
    f[i][j] = max(f[i][j-1] + R[i][j], f[i-1][j] + R[i][j]);
  }
}
max_score = f[m][n];
```

- a) $m = 3, n = 4$ で, 各点の得点が

$$\begin{aligned} R(0, 0) &= 0, & R(0, 1) &= 1, & R(0, 2) &= 1, & R(0, 3) &= 2, & R(0, 4) &= 3, \\ R(1, 0) &= 1, & R(1, 1) &= 2, & R(1, 2) &= 3, & R(1, 3) &= 2, & R(1, 4) &= 1, \\ R(2, 0) &= 2, & R(2, 1) &= 1, & R(2, 2) &= 2, & R(2, 3) &= 1, & R(2, 4) &= 1, \\ R(3, 0) &= 3, & R(3, 1) &= 1, & R(3, 2) &= 2, & R(3, 3) &= 1, & R(3, 4) &= 0, \end{aligned}$$

であるとき, アルゴリズムを実際に適用して, 各 $f[i][j]$ の値を求めた. 空欄(ア), (イ), (ウ), (エ), (オ), (カ)を埋めよ(空欄(カ)はこのアルゴリズムの最終的な出力である).

$$\begin{aligned} f[0][0] &= 0, & f[0][1] &= 1, & f[0][2] &= 2, & f[0][3] &= 4, & f[0][4] &= 7, \\ f[1][0] &= 1, & f[1][1] &= 3, & f[1][2] &= 6, & f[1][3] &= \boxed{\text{ア}}, & f[1][4] &= \boxed{\text{イ}}, \\ f[2][0] &= 3, & f[2][1] &= 4, & f[2][2] &= 8, & f[2][3] &= \boxed{\text{ウ}}, & f[2][4] &= \boxed{\text{エ}}, \\ f[3][0] &= 6, & f[3][1] &= 7, & f[3][2] &= 10, & f[3][3] &= \boxed{\text{オ}}, & f[3][4] &= \boxed{\text{カ}}. \end{aligned}$$

- b) 各点の得点が問 1a) に書かれているように与えられているとき, $(0, 0)$ から (m, n) へ至る単調経路のうち, 得点が最大となるようなものを一つ答えよ.
- 2) 次に, 各単調経路の得点は, 経路上の点でかつ経路の方向が変わるすべての点の得点 $R(i, j)$ を足し合わせた合計得点であるとする. 例えば, $m = 3, n = 4$ で, 各点の得点が問 1a) に書かれているように

(次ページにつづく)

与えられているとき、単調経路 $(0,0) \rightarrow (1,0) \rightarrow (1,1) \rightarrow (1,2) \rightarrow (1,3) \rightarrow (1,4) \rightarrow (2,4) \rightarrow (3,4)$ の得点は、 $R(1,0) + R(1,4) = 1 + 1 = 2$ となる。さて、 $(0,0)$ から (m,n) へ至る単調経路の得点の最大値 max_score を、二つの異なる考え方で求める。 $R(0,0) = 0$, $R(m,n) = 0$ なので、それらを足すか否かについては考える必要がない。

- a) 一つ目の考え方では、2つの2次元配列 $f_right[i][j]$, $f_down[i][j]$ を用いる。 $f_right[i][j]$ は、 (i,j) の次に右方向へ進むと仮定したときの、 $(0,0)$ から (i,j) へ至る単調経路の得点の最大値を表す。 $f_down[i][j]$ は、 (i,j) の次に下方向へ進むと仮定したときの、 $(0,0)$ から (i,j) へ至る単調経路の得点の最大値を表す。次の擬似コードは、この考え方をを用いて $(0,0)$ から (m,n) へ至る単調経路の得点の最大値 max_score を求めるアルゴリズムである。空欄(キ), (ク)に入る式を答えよ。空欄(ク)はこのアルゴリズムの最終的な出力である。

```
f_right[0][0] = 0; f_down[0][0] = 0;
for(i=1; i<=m; i++){ f_right[i][0] = R[i][0]; f_down[i][0] = 0;}
for(j=1; j<=n; j++){ f_right[0][j] = 0; f_down[0][j] = R[0][j];}

for(i=1; i<=m; i++){
  for(j=1; j<=n; j++){
    f_right[i][j] = max(f_right[i][j-1], f_down[i-1][j] + R[i][j]);
    f_down[i][j] = ;
  }
}
max_score = ;
```

- b) 二つ目の考え方では、2つの2次元配列 $f_left[i][j]$, $f_up[i][j]$ を用いる。 $f_left[i][j]$ は、左側から (i,j) に到達したと仮定したときの、 $(0,0)$ から (i,j) へ至る単調経路の得点の最大値を表す。ただし、 (i,j) における得点 $R(i,j)$ は、加算すべきか否かが未定であるため加算されていない。 $f_up[i][j]$ は、上側から (i,j) に到達したと仮定したときの、 $(0,0)$ から (i,j) へ至る単調経路の得点の最大値を表す。同じく、 $R(i,j)$ は加算されていない。次の擬似コードは、この考え方をを用いて $(0,0)$ から (m,n) へ至る単調経路の得点の最大値 max_score を求めるアルゴリズムである。空欄(ケ), (コ), (サ)に入る式を答えよ。空欄(サ)はこのアルゴリズムの最終的な出力である。

```
f_left[0][0] = 0; f_up[0][0] = 0;
for(i=1; i<=m; i++){ f_left[i][0] = 0; f_up[i][0] = 0;}
for(j=1; j<=n; j++){ f_left[0][j] = 0; f_up[0][j] = 0;}

for(i=1; i<=m; i++){
  for(j=1; j<=n; j++){
    f_left[i][j] = ;
    f_up[i][j] = ;
  }
}
max_score = ;
```

S6. 透磁率 μ_0 の真空中にある円形の導線を考える. 導線の太さは無視できるものとする. 以下の間に答えよ.

- 1) 図 S6.1 に示すように半径 a の円形の導線が原点 O を中心として xy 平面上にあり, 円上の矢印の向きに電流 I が流れている. このとき z 軸上の点 P における磁束密度 \mathbf{B} を求めたい.

a) 導線を流れる電流 I によって原点 O に生じる磁束密度の向きを図示せよ. ただし図には円形導線と点 P を含めること.

b) 導線上の点 S における電流素片 $I d\mathbf{s}$ が点 P につくる磁束密度 $d\mathbf{B}$ の大きさ $|d\mathbf{B}|$ を求めよ. ただし線素片の大きさ $|d\mathbf{s}| = ds$, 線分 OS が x 軸となす角を ϕ , $OP = D$ とする.

c) b)において $d\mathbf{B}$ の x, y, z 各成分を求めよ.

d) c)の $d\mathbf{B}$ を円形導線 1 周にわたって積分することにより, \mathbf{B} の x, y, z 各成分 B_x, B_y, B_z は

$$B_x = 0, \quad B_y = 0,$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + D^2)^{3/2}}$$

となることをそれぞれ示せ.

- 2) 図 S6.2 のように半径 a と b の円形導線 ①, ② が間隔 D だけ離れて正対しており, この 2 つの円形導線の中心は z 軸上にある. また, $b \ll D$ であり, ① に電流を流したとき, ② の内側の磁束密度は一様で円の中心の磁束密度と一致するとみなせる. このとき, 問 1) の結果を用いて, 2 つの円形導線の間の相互インダクタンス M を求めよ.

- 3) 図 S6.3 のように半径 a の円形導線 ① に電源 E と可変抵抗 R をつなぎ, R を変化させて図中の矢印の向きに流れる電流 I を次第に大きくしたときを考える. このとき, 半径 b の円形導線 ② に誘導起電力が生じる. なお, 図中の円形導線を電源につなぐための切れ目及び付加された回路が磁界の発生や電磁誘導に与える影響は無視できるものとする.

a) 誘導起電力によって ② に生じる電流は,

図中の矢印 ①, ② のどちらの向きに流れるか, 理由を付して答えよ.

- b) 2 つの円形導線の間隔を D とする. 電流の時間変化が一定のもとで, ② に生じる誘導起電力を最大にする ① の半径 a を求めよ. ただし, 問 2) と同様に $b \ll D$ であり, 起電力は ② 中心における z 軸方向の磁束密度の時間変化に比例すると考えよ.

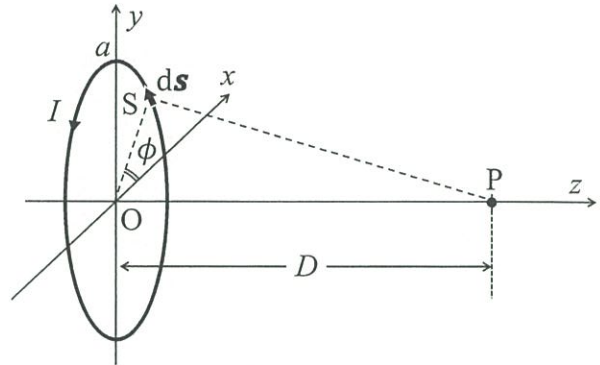


図 S6.1

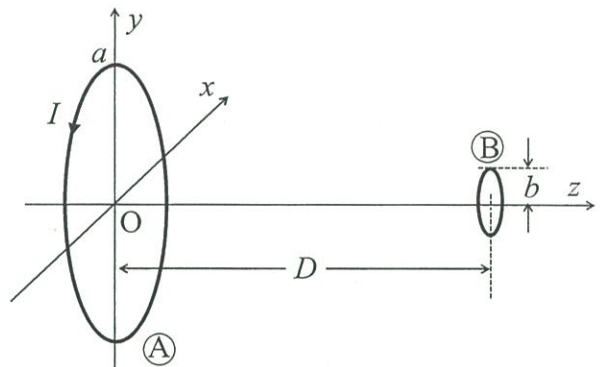


図 S6.2

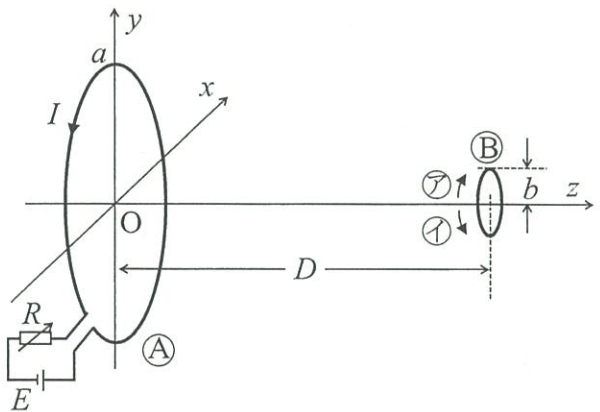


図 S6.3