

平成 31 年度 4 月期/平成 30 年度 10 月期

京都大学大学院情報学研究科修士課程
先端数理科学専攻

入学者選抜試験問題

【基礎科目】

平成 30 年 7 月 14 日 10:00 – 11:30

- (1) 指示があるまで問題を見てはならない。
- (2) 参考書・ノート類の持ち込みを禁止する。
- (3) 解答時間は 1 時間 30 分である。退室は認めない。
- (4) 基礎科目は全部で 5 題の問題からなっており、全て選択問題である。この中から 3 題選択して解答すること。4 題以上選択した場合は、問題番号の若い順に 3 題のみ採点を行う。
- (5) 各受験者に対し、解答用紙 3 枚と下書用紙 (計算用紙) が配布される。開始後、解答用紙の全てに受験番号と氏名を記入すること。
- (6) 解答にあたっては、解答用紙の所定欄に選択した問題番号を記入し、解答用紙 1 枚につき 1 題を解答すること。
解答用紙の裏面を用いる場合は、解答用紙の指示に従って解答すること。
- (7) 解答用紙 3 枚全てを提出すること。2 題以下しか選択していない場合でも、選択予定の問題番号を記入し、必ず 3 枚の解答用紙を提出すること。
- (8) 問題用紙・下書用紙は持ち帰ること。

1 次の各問に答えよ.

(1) 4行4列の行列 A を

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 & 0 \\ 3 & 7 & -11 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

で定義する. A の rank (階数) を求めよ.

(2) 3行3列の行列 B を

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -2 & -5 & 3 \\ -3 & -7 & 4 \end{pmatrix}$$

で定義する. B^{10} を求めよ.

2 3行3列の行列 C を

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

で定義する. 次の各問に答えよ.

(1) 行列 C の固有値を全て求めよ.

(2) 直交行列 P で $P^{-1}CP$ が対角行列となるようなものをひとつ求めよ.

3 次の各問に答えよ.

(1) n を正整数とする. 実数 t に対して $\exp(t) \geq \sum_{k=0}^{2n-1} \frac{t^k}{k!}$ を示せ.

(2) $\int_0^1 \exp(-x^2) dx$ と 0.7 のいずれが大きいか, あるいは等しいかを判定し, 理由とともに述べよ.

4 次の各問に答えよ.

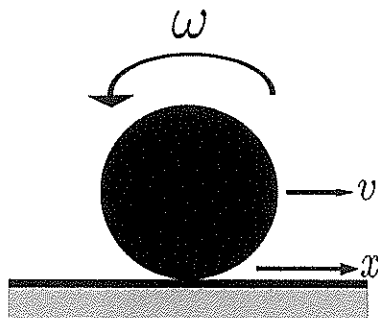
(1) $\cos z = \sqrt{-1}$ を満たす複素数 z のうち, z の実部 $\operatorname{Re} z$ が $-\pi < \operatorname{Re} z \leq \pi$ にあるものを全て求めよ.

(2) $a > 0$ とする. 次の積分の値を求めよ.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos ax}{x^2 + 1} dx.$$

5

水平な粗い床の上を滑らせながら転がした円板の運動を考える。図のように、床と平行に、右向きを正方向とする x 軸をとる。時刻 0 に、この円板を反時計回りに回転させながら x 軸の正方向に滑り出させるとする。床を滑っている間は円板には動摩擦力が働いており、床に対する円板の接地点の速さは徐々に小さくなり、やがては 0 となって、円板は滑らずに一定の速さで転がるようになる。時刻 t での、円板の重心の位置、重心の速度、反時計回りを正の向きにした回転の角速度、床に対する円板の接地点の速度を、それぞれ、時刻 t の関数として、 $x(t)$, $v(t)$, $\omega(t)$, $u(t)$ と表す。時刻 0 での、円板の重心の位置は $x(0) = 0$ 、重心の速度は $v(0) = v_0 > 0$ 、回転の角速度は $\omega(0) = \omega_0 > 0$ であったとする。ただし、円板は鉛直面内で運動するものとし、円板は一様で、その質量を M 、半径を R 、円板と床との間の動摩擦係数を μ 、重力加速度の大きさを g とする。また、 $u(t)$ の正方向は x 軸の正方向と一致させる。



- (1) 円板の慣性モーメントを M と R を用いて表せ。
- (2) $v(t)$ と $\omega(t)$ を、それぞれ、 $\mu, R, g, v_0, \omega_0, t$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) $u(t)$ を $\mu, R, g, v(t), \omega(t)$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) 円板が床を滑りながら進んでいる途中の時刻 t_1 で、円板の重心の速度 $v(t_1)$ が 0 になったとする。 t_1 、および、時刻 0 から時刻 t_1 までの間に重心の進む距離 $x(t_1)$ を、それぞれ、 μ, R, g, v_0, ω_0 のうち必要なものを用いて表せ。
- (5) 円板が滑らずに転がるようになる時刻 t_2 と、時刻 t_2 での重心の速度 $v(t_2)$ を、それぞれ、 μ, R, g, v_0, ω_0 のうち必要なものを用いて表せ。また、 x 軸の正方向にいったん進んだ円板が負方向に動き出すために必要な条件を μ, R, g, v_0, ω_0 のうち必要なものを用いて表せ。