筆答専門試験科目（午前）　31 大修
経営工学　時間 9：00〜12：00
問題群 I（基礎的問題）

注意事項

1. 経営工学の筆答専門試験は問題群 I（基礎的問題）と問題群 II（応用問題）からなる．解答に当たっては，それぞれの問題群の表紙に記載された注意事項をよく読み，必ず**両方**の問題群に解答せよ．
2. 問題群 I（基礎的問題）は数理分野から 2 問（A と B），経済学分野から 4 問（A, B, C, D），管理技術分野から 2 問（A と B），経営管理分野から 2 問（A と B）の問題が出題されている．この計 10 問の問題の中から 2 つを選択して解答せよ． 3 つ以上の問題に解答した場合は，すべての解答を無効とする．
3. 各問題は，1 題から 3 題の設問（[1]，[2]. . .）で構成されている．問題の**設問**ごとに必ず**別々の解答用紙**を用いよ． 1 枚の解答用紙に 2 題以上の設問を解答した場合，採点されないことがある．
4. 各設問の解答において，1 枚の解答用紙では足りなくなった際には，2 枚目を使ってよい．なお裏面には記述しないこと．
5. 解答用紙の表紙には問題群 I（基礎的問題），問題群 II（応用問題）よりそれぞれ 2 問ずつ，解答する問題名（数理 A など）を記入せよ．
6. 各解答用紙には**受験番号**を必ず記入せよ．また，解答する設問ごとに**問題群** I か II のいずれかを○で囲み，**問題名**（数理 A, 数理 B. . .），および**設問番号**（[1], [2]. . .）を必ず記入せよ．

（問題群 I）数理 A (50 点)

次の設問 [1], [2] に答えよ．

[1] 次の小問 (1) から (4) に答えよ．

(1) n 次実ベクトル全体の集合 $\mathbb{R}^n$ に対し，部分集合 S が部分空間であることの定義を書け．

(2) 4 次実ベクトル全体の集合 $\mathbb{R}^4$ の部分集合 S として，

$$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4)^T \in \mathbb{R}^4 \mid x_2 = x_3,\ x_3 = -x_4\}$$

を考える．この集合 S が部分空間であることを証明せよ．また，この部分空間の直交基底をひとつ挙げよ．

(3) 3 次実ベクトル全体の集合 $\mathbb{R}^3$ の部分集合 S として，ベクトル $(1,0,0)^T$, $(1,1,0)^T$, および $(0,0,-1)^T$ を含まない次元が 2 の部分空間が存在するか否か，答えよ．存在する場合は，そのような部分空間を，基底を使って記述せよ．存在しない場合は，そのことを証明せよ．

(4) 次の 3 次実ベクトル $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \boldsymbol{x}_3$ について考える．ここで α, β, γ は実数である．

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ \gamma \end{pmatrix}.$$

これらのベクトルが一次独立であるための必要十分条件を，α, β, γ を用いて書け．また，その条件が必要十分であることを証明せよ．

設問 [**2**] は次ページ

[2] 次の小問 (1) から (3) に答えよ．

(1) 関数 $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ を，$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2)^T \in \mathbb{R}^2$(ただし $\boldsymbol{x} \neq \boldsymbol{0}$) に対し，

$$f(\boldsymbol{x}) = -\frac{1}{(\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x})^{3/2}}\boldsymbol{x}$$

と定義する．関数 f の原点以外の点におけるヤコビ行列（ヤコビアン）を求めよ．

(2) (a) 関数 $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} - \{0\}$ に対し，$\dfrac{g'(x)}{g(x)}$ の不定積分を答えよ．

(b) 関数 $g(x) = \dfrac{3x^2 + 2x + 1}{x^3 + x^2 + x}$ は，$x = 0$ に近づくと発散する．このとき，次の積分の値を計算せよ．

$$\lim_{\epsilon \to +0} \left(\int_{-1}^{-\epsilon} g(x)\ dx\ + \int_{\epsilon}^{1} g(x)\ dx \right)$$

(3) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$ の値を計算せよ．

（問題群 I）数理 B (50 点)

次の設問 [1] から [3] に答えよ．

[1] 実数全体の集合を $\mathbb{R}$ とするとき，次の小問 (1) から (3) に答えよ．

(1) 命題 $p,\ q$ に対する次の命題

$$(p \to q) \vee (q \to p)$$

がトートロジー（恒真命題）であるかどうか記述し，そのことを証明せよ．

(2) 2 次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^2$ の部分集合

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < |x| + |y| \leq 1\}$$

が凸集合であるかどうか記述し，そのことを証明せよ．

(3) 2 次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^2$ の部分集合

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid\ 0 < x < 1,\ 0 < y < 1\}$$

が開集合であるかどうか記述し，そのことを証明せよ．

[2] ある都市で，飲料 α, β の好みと食品Ａ，Ｂの好みが関係あるかどうかについて無作為抽出調査を実施した．飲料の好み（α をより好む，β をより好む）と食品の好み（Ａをより好む，Ｂをより好む）に関連性が認められるかどうかを，検定する．このとき，以下の小問 (1) から (3) に答えよ．

(1) どのような帰無仮説，対立仮説の組み合わせになるかを，同時確率と周辺確率の概念を用いて帰無仮説及び対立仮説を作成せよ．

帰無仮説：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

対立仮説：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) このような検定を何というか答えよ．

(3) この検定では，どのような確率分布が用いられるか．その理由と注意点について簡単に説明せよ．

設問 [**3**] は次ページ

[3] ワイブル分布にしたがう連続確率変数の確率密度関数は，パラメーター $\alpha, \beta > 0$ を用いて

$$f(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{\beta x^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}}\right) \exp\left[-\left(\dfrac{x}{\alpha}\right)^{\beta}\right] & (x \geq 0), \\ 0 & (x < 0), \end{cases}$$

となる．この確率変数の分布関数を求めよ．

（問題群 I）経済学 A（50 点）

次の設問[１]に答えよ．

[１] 投入財１と投入財２を二つの生産要素とする生産関数$f(x_1, x_2)$を持つ企業を考える．ただし，x_1は財１の投入量，x_2は財２の投入量を表し，投入財１の価格をw_1，投入財２の価格をw_2で表し，価格はともに正の値をとるとする．以下では，生産量$y > 0$のもとでの企業の費用最小化問題を考える．このとき，以下の小問(1)から(4)に答えよ．

(1) 生産量をyとしたときの企業の費用最小化問題を上の記号を用いて記述せよ．ただし，目的関数および制約式を明示すること．

(2) 生産量がyのとき，投入財１と投入財２の価格がそれぞれ$\overline{w}_1$と$\overline{w}_2$で与えられたもとで，費用を最小にする財１と財２の投入量を$\bar{x}_1$と$\bar{x}_2$とする．そこで，投入財１の価格が$w_1' > \overline{w}_1$に上昇し，投入財２の価格は変化しないとする．生産量がyのとき，投入財１と投入財２の価格がそれぞれ$w_1', \overline{w}_2$のもとで費用を最小にする財１と財２の投入量をx_1'とx_2'と表す．このとき，以下の不等式が成り立つことを証明せよ．

$$\bar{x}_1 \geq x_1' \quad \cdots \quad (*)$$

(3) 生産関数を$f(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$としたとき，小問(2)で定義された$\bar{x}_1$と$x_1'$をそれぞれ求め，$\bar{x}_1 > x_1'$が成立することを示せ．また，この生産関数における費用関数も導出せよ．

(4) 生産関数を$f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$としたとき，小問(2)の不等式$(*)$が等号で成立するような$\overline{w}_1, w'_1, \overline{w}_2$の具体的な数値例を一組挙げよ．また，この生産関数における費用関数も導出せよ．

（問題群 I）経済学 B (50 点)

次の設問 [1] に答えよ．

[1] ケインズ型の短期のマクロ経済モデルを考える．ある国の民間消費 C，民間投資 I，実質の貨幣需要 L がそれぞれ

$$C = C(Y - T), \quad I = I(r), \quad L = L(r, Y),$$

という関数で表されるとする．ここで，Y は国内総生産，r は実質利子率であり，$T > 0$ は固定された租税支払いを表す．それぞれの関数は以下の性質を満たすとする．

$$0 < C'(Y-T) \left(\equiv \frac{dC(Y-T)}{d(Y-T)} \right) < 1,$$
$$I'(r) \left(\equiv \frac{dI(r)}{dr} \right) < 0,$$
$$L_r(r,Y) \left(\equiv \frac{\partial L(r,Y)}{\partial r} \right) < 0, \quad L_Y(r,Y) \left(\equiv \frac{\partial L(r,Y)}{\partial Y} \right) > 0.$$

また，$C, I, L, Y-T, r$ の取り得る値はすべて正であるとする．以下の小問 (1) から (5) に答えよ．

(1) 市場均衡が国内で完結している閉鎖経済均衡を考える．政府支出を一定の $G > 0$ としたとき，財市場の均衡条件を記述せよ．また，仮定された関数の性質を使って，この条件から変数 Y と r の間に負の関係が得られることを示せ．

(2) 同じく閉鎖経済均衡を考える．この国の物価水準，名目の貨幣供給がそれぞれ一定の $P > 0$，$M > 0$ としたとき，貨幣市場の均衡条件を記述せよ．また，仮定された関数の性質を使って，この条件から変数 Y と r の間に正の関係が得られることを示せ．

(3) 小問 (1), (2) で得た財・貨幣の両均衡条件が満たされる Y と r が一意に存在すると仮定し，以下では Y^*，r^* と表記する．このとき，政府による減税 (T の減少) が Y^*，r^* に与える影響を横軸に Y，縦軸に r をとった図に示せ．

次ページにつづく

(4) この国が海外との資産及び財の国際取引を開始し，資産に関しては固定された世界利子率 $\bar{r} > 0$ で自由に取引を行えるようになり，また財に関しては貿易による輸出入が発生し，純輸出 NX が

$$NX = NX(e), \quad NX'(e) \left(\equiv \frac{dNX(e)}{de} \right) > 0,$$

で表されるとする．ここで，変数 e は実質為替レートであり，同一通貨で評価した外国財の自国財に対する相対価格と定義される．ここでも政府支出を一定の G とする．このとき財市場の均衡条件がどのように変わるか答えよ．また，仮定された関数の性質を使って，この条件から得られる変数 Y と e の関係を横軸に Y，縦軸に e をとった図に示せ．

(5) 貨幣市場の均衡条件は小問 (2) と同様に与えられる．貨幣市場，及び小問 (4) の国際財市場の両市場を均衡させる Y と e が一意に存在すると仮定し，それぞれ Y^{**}，e^{**} と表記する．このとき，政府による減税が Y^{**}，e^{**} に与える影響を横軸に Y，縦軸に e をとった図に示せ．また，減税が国内総生産に与える効果を閉鎖経済における効果と比較し，その違いが生まれる直感的な理由を答えよ．

（問題群 I）経済学 C（50 点）

次の設問[１], [２]に答えよ.

[１] ある母集団から無作為抽出しサンプルサイズ 60 の標本を得た．この標本をある特性により A と B に分割し, 以下の古典的回帰モデルを最小二乗法により各々推定した.

$$y = X\beta + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0_n, \sigma^2 I_n)$$

推定すべきβのパラメーター数は 5 であり, 観測数は A が 35, B が 25 であった. 推定の結果，A，B 各組の回帰誤差の分散の推定値は

$$\hat{\sigma}_A^2 = 0.50$$

$$\hat{\sigma}_B^2 = 0.30$$

であった．このとき，有意確率αで

帰無仮説 $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$

対立仮説 $\sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$

を検定したい．どのような統計量を作成し，どのような確率分布の上側確率と臨界値で棄却域を定義するか 60 字程度で説明せよ.

[２] 世帯消費の決定要因を検討するために，国勢調査の結果を市町村別に集計し得られた世帯消費データの平均値を，仮説で用いられている説明変数で，最小二乗推定する際に注意すべき点を 120 字程度で説明せよ.

（問題群 I）経済学 D（50 点）

次の設問[1], [2]に答えよ．

[1]　以下の同時手番の 2 人ゲームを考える．プレイヤー1 は 2 つの選択肢 U, D のいずれか 1 つを選択し，プレイヤー2 はプレイヤー1 の選択を知らずに，2 つの選択肢 L, R のいずれか 1 つを選択する．プレイヤー1 が U, プレイヤー2 が L を選択するとプレイヤー1 は利得 -1，プレイヤー2 は利得 3 を得る．プレイヤー1 が U, プレイヤー2 が R を選択するとプレイヤー1 は利得 4，プレイヤー2 は利得 0 を得る．プレイヤー1 が D, プレイヤー2 が L を選択するとプレイヤー1，プレイヤー2 ともに利得 1 を得る．そして，プレイヤー1 が D, プレイヤー2 が R を選択するとプレイヤー1 は利得x，プレイヤー2 は利得 2 を得る．このとき，以下の小問(1)と(2)に答えよ．

(1) このゲームを戦略形ゲームとして表現せよ（利得表を書け）．

(2) $x = 3$ の場合について，混合戦略まで含めたナッシュ均衡をすべて求めよ．

[2]　以下の 2 人ゲームを考える．最初にプレイヤー1 が 2 つの選択肢 A, B のいずれかを選ぶ．プレイヤー1 が A を選択した場合には，両プレイヤーはそのことを知った上で，設問 [1] の同時手番ゲームで$x = 5$の場合をプレイする．プレイヤー1 が B を選択した場合，ゲームは終了し，プレイヤー1 は利得 2，プレイヤー2 は利得 5 を得る．以下の小問(1)から(4)に答えよ．

(1) このゲームを展開形ゲームとして表現せよ．

(2) 小問(1)のゲームを戦略形ゲームで表現し（利得表を書き），純粋戦略ナッシュ均衡をすべて求めよ．

(3) 小問(1)の展開形ゲームの純粋戦略部分ゲーム完全均衡をすべて求めよ．

(4) 小問(2)で求めた各ナッシュ均衡について，（弱）完全ベイジアン均衡となりうる信念は存在するか．理由を含めて答えよ．

（問題群 I）管理技術 A（50 点）

次の設問[１], [２]に答えよ.

[１] 生産管理の歴史的変遷には，テイラーイズム，フォーディズム，トヨタ生産方式と称される 3 つの代表的なパラダイムが存在し，それぞれ生産の効率化に大きく貢献してきた. これら 3 つのパラダイムに関する以下の小問(1)から(5)に答えよ.

(1) テイラーイズムの内容と, このパラダイムがもたらした生産効率化について, 以下の用語を用いながら簡潔に説明せよ.

課業，時間研究，標準

(2) フォーディズムの内容と, このパラダイムがもたらした生産効率化について, 以下の用語を用いながら簡潔に説明せよ.

3S，ベルトコンベア方式，単能工

(3) トヨタ生産方式の内容と, このパラダイムがもたらした生産効率化について, 以下の用語を用いながら簡潔に説明せよ.

平準化，かんばん方式，目で見る管理

(4) テイラーイズム，フォーディズムによる生産効率化は，その一方で労働者の“人間性疎外”や“働く意欲”などに関する問題を引き起こしたと言われている．1920 年代から行なわれた「ホーソン実験」の結果，これらの問題に関連して得られた示唆について簡潔に説明せよ.

(5) トヨタ生産方式における多能工の育成は, 小問(4)における問題の解決にも寄与したと言われている．その理由について簡潔に説明せよ.

[２] 6 つの工程から構成される流れ系列生産方式の組み立てラインを考える．各工程の作業時間を標準時間設定に十分な技能を持つ専門家が直接時間観測によって測定し，レーティングを行ったところ，以下の表に示す観測値およびレーティング係数を得た．観測値は代表値とみなして構わない．この現場では正味作業時間に対して 20%の余裕を与えることになっている．以下の小問(1)から(4)に答えよ.

次ページにつづく

表　各工程の観測値とレーティング係数

工程	観測値(DM)	レーティング係数
1	65.0	100
2	45.0	120
3	75.0	95
4	90.0	110
5	92.0	100
6	97.0	100

※　ここでのレーティング係数は，正常な作業速度を100 としたものである．

(1) 各工程の標準時間を求めよ．

(2) レーティングに関して，以下の問い①～③に答えよ．

① 一般に用いられるレーティング方法のうち 1 つを取り上げ，その方法について簡潔に説明せよ．

② 正確なレーティングを実施するために必要な正常ペースを体得するための訓練方法の例を簡潔に説明せよ．

③ レーティングを必要としない標準時間の設定方法の例を 1 つ挙げ，その方法の内容を簡潔に説明せよ．

(3) このラインについて，ライン編成効率を求めよ．さらに，1 時間当たりの生産数はいくつか求めよ．

(4) 今後作業改善を実施し，より効率的な作業方法に修正することを考えている．以下に示す方針①～⑥から動作経済の原則に合致しないものをすべて選び，それぞれについて不適切な部分を指摘するとともに，その理由を簡潔に述べよ．

① 同じ作業成果を得る条件の下で，より楽な動作に修正していく．

② 覚醒水準の低下を防ぐために，「考える」動作を標準作業になるべく入れていく．

③ 下肢を使える場合でも使わず，なるべく上肢のみで作業ができるようにする．

④ 手の移動距離をなるべく短くするために，曲線的ではなくより直線的な手の移動に変更する．

⑤ なるべく動作数が少ない作業方法にする．

⑥ 「保持」をなるべくなくすために，適切な治具を導入する．

（問題群 I）管理技術 B (50 点)

次の設問 [1], [2] に答えよ．

[1] 次の小問 (1) と (2) に答えよ．

(1) 次の線形計画問題

$$
\begin{array}{ll}
\text{最小化} & x_1 - x_2 + x_3 \\
\text{制約条件} & 2x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\
 & -x_1 + 2x_3 \leq 5, \\
 & x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0
\end{array}
$$

の双対問題を求めよ．

(2) 状態数 3 のマルコフ連鎖において，時点 0 における状態確率分布が $(0.2, 0.5, 0.3)$ であり，推移確率行列が

$$
P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.4 & 0.4 \end{bmatrix}
$$

であるとする．このマルコフ連鎖の時点 1 における状態確率分布を求め，さらに定常分布を求めよ．

[2] ある製造工程では，新製品の立ち上げに際して，$\bar{x} - R$ 管理図による工程管理を行うことにした．1 日を群とし，午前に 3 個，午後に 3 個ランダムにサンプリングし，$n = 6$ の解析用管理図を作成することにした．実は，この工程では，午前と午後とで，特性値の分散は同じだが，平均が異なっていた．そのことを知らずに管理図を作成した．このとき $\bar{x} - R$ 管理図はどのようになると考えられるか，その理由とともに述べよ．

（問題群Ⅰ）経営管理A（50点）

次の設問[１], [２]に答えよ.

[１] サービスの特性はマーケティング・プログラムの設計に多大な影響を及ぼす．たとえば，無形性がその１つである．この他のサービスの特性を３つ挙げ，それぞれについて，以下の無形性に関する記述のように，その特性とは何かについて事例をまじえつつ説明したうえで，マーケッター（企業）がとりうる対策を述べよ.

「サービスの無形性とは，サービスは購入前に見ることも味わうことも，触れることも匂いをかぐこともできない，という意味である．たとえば，旅行ではパンフレットや案内係の説明によって，旅行ルートを知ることはできる．だが，実際にその旅行に参加してみなければ，提供されるサービスの内容や質を具体的に評価することはできない．
そこで，マーケッターは具体的なエビデンスとプレゼンテーションによってサービスの品質を示す対策をとりうる．たとえば，旅行代理店は安全性評価の高い航空会社や４つ星ホテルの利用を広告で訴求している.」

[２] マーケティング・リサーチにおけるデータには一次データと二次データがある．このとき，以下の小問(1)から(4)に答えよ.

(1) 一次データとは何かを簡潔に述べよ.
(2) 一次データの収集方法を２つ挙げよ.
(3) 二次データとは何かを述べて，具体例を１つ挙げよ.
(4) 二次データを利用する際の問題点を述べよ.

（問題群 I）経営管理 B（50 点）

次の設問[１], [２]に答えよ.

[１]　X 社について下記のような財務情報（年度決算情報）が与えられているとき，次の小問(1)から(5)に答えよ（小数点以下，四捨五入）.

単位：百万円

売上高	1,022
売上原価	300
販売費及び一般管理費	500
受取配当金	8
支払利息	10
災害による損失	25
当期純利益	195
資産合計	1,000
うち流動資産	400
（売掛金及び受取手形の合計 150 百万円を含む）	
負債合計	700
うち流動負債	500
株主資本合計	300

注：上記以外の収益および費用は計上されていない. また税金は考慮しなくてよい.
　前期末の売掛金及び受取手形の合計は 130 百万円である.

(1) 売上高総利益率を求めよ（単位，%）.
(2) 経常利益を求めよ（単位，百万円）.
(3) 株主（自己）資本比率を求めよ（単位，%）.
(4) 流動比率を求めよ（単位，%）.
(5) 売上債権回転日数を求めよ（単位，日）.

設問[2]は次ページ

[２]　次の小問(1)から(5)に答えよ

(1) 完全市場の仮定の下で資本構成に関する MM（モジリアニ＆ミラー）命題が示唆する, レバレッジがあるケースの株式資本コスト r_E と負債資本コスト r_D の関係を数式で示せ．ただし，市場価値に基づく負債自己資本比率を D/E, レバレッジのないケースの株式資本コストを r_U とする．

(2) ある株式のリターンと市場ポートフォリオのリターンの共分散が 0.3, 市場ポートフォリオのリターンの分散は 0.2，安全利子率が 2%，株式市場の市場リスクプレミアムが 6%とする．このとき，この株式の期待収益率を求めよ．

(3) ある国の償還まで 2 年の割引国債の市場金利（利回り）が 4%，償還まで 1 年の割引国債の市場金利（利回り）が 3%で取引されている．このとき，純粋期待仮説の下で今から 1 年後における 1 年物の市場金利は何%であると期待されているか. 解答は%表示とし, 小数点以下第 2 位を四捨五入して解答せよ．

(4) 法人税が存在するケースの WACC（加重平均資本コスト）の算出式において，なぜ負債資本コストには（1－実効税率）が乗じられているか．その理由を，簡潔に説明せよ．

(5) 日本の国債市場が完全に効率的な市場であると仮定する．このとき，償還までの期間 5 年，クーポン（利率）5%（年度末 1 回支払い），額面 100 円，市場価格 100 円の国債への投資の NPV（正味現在価値）はいくらになるか答えよ．