システム情報学専攻

修士課程入学試験問題

専門科目　システム情報学

平成２８年８月２３日（火）　　１０：００～１３：００

第１問から第５問のうち，３問のみを選択して解答せよ．

注　意　事　項

(1) 試験開始の合図まで，この問題冊子を開かないこと．

(2) 本冊子に落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること．ただし試験問題の内容に関する質問に対しては，原則として答えない．

(3) 答案用紙３枚が渡される．１問ごとに必ず１枚の答案用紙を使用すること．必要なときは答案用紙の裏面も使用してよい．

(4) 各答案用紙の指定された箇所に，受験番号およびその用紙で解答する問題番号を忘れずに記入すること．氏名は書いてはならない．

(5) 草稿用紙は本冊子から切り離さないこと．

(6) 解答に関係のない記号，符号などを記入した答案は無効とする．

(7) 問題の解釈に複数の可能性が考えられる場合は，適宜言葉の定義や条件等を付加して解答してよい．

(8) 答案用紙および問題冊子は試験室から持ち出さないこと．

受験番号	

上欄に受験番号を記入すること．

選択した問題番号			

上欄に選択した３つの問題番号を記入すること．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
(切り離さないこと)

第1問

伝達関数が

$$H(z) = \frac{1}{1 - a^2 z^{-2}}$$

で表される因果的な離散時間線形時不変システムを考える．ただし，a は実数の定数で，$0 < |a| < 1$ とする．このシステムに，平均 0, 分散 σ^2 の白色雑音 $\epsilon[n]$ を入力したときの出力信号を $y[n]$ とする．ただし，n は離散時間である．以下の問いに答えよ．

(1) システム $H(z)$ のインパルス応答を求めよ．また，$\epsilon[n]$ と $y[n]$ が満たす差分方程式を導け．

(2) $y[n]$ の自己相関関数 $R_{yy}[m]$，およびパワースペクトル密度 $S_{yy}(\exp(\mathrm{j}\,\omega))$ を求めよ．

(3) $y[n]$ を $\hat{y}[n] = -\sum_{k=1}^{K} c_k y[n-k]$ によって予測することを考える．予測誤差を $e[n] := y[n] - \hat{y}[n]$ とする．

 (a) 自乗平均 $E[|e[n]|^2]$ が最小となるような係数 $c_1, c_2, \ldots, c_K$ を求めよ．ただし E は期待値演算を表すものとする．

 (b) 問い (3)-(a) で得られた係数 $c_1, c_2, \ldots, c_K$ と $H(z)$ との関係を論ぜよ．

 (c) $e[n]$ の自己相関関数を求めよ．

(4) ある時刻 n において $y[n]$ が観測できなかったとして，観測された $y[n-1]$, $y[n-2], y[n+1], y[n+2]$ から $y[n]$ を推定する方法を論ぜよ．また，その方法により得られた推定誤差と，問い (3) で $K = 4$ の場合に得られた予測誤差を比較せよ．

草稿用紙
(切り離さないこと)

草稿用紙

（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第 2 問

抵抗を接続したオペアンプ回路の動作は，図 1 のようなブロック線図を用いて解析することができる．ここで，$G(s)$，$V_I(s)$，$V_O(s)$，$V_F(s)$は，それぞれオペアンプのオープンループゲイン，入力電圧，出力電圧，$G(s)$への入力電圧である．
図 1 を実際のオペアンプ回路に対応させる場合，p，q は +(非反転入力端子)，−(反転入力端子)のどちらかで，αは $V_O(s)$を接地したときの $V_I(s)$から $V_F(s)$への入力ゲインで，βは $V_I(s)$を接地したときの $V_O(s)$から $V_F(s)$へのフィードバックゲインで与えられる．
本問におけるオペアンプの仕様として，$G(s)=A/(1+Ts)$ ($A>0$, $T>0$)，入力インピーダンスは無限大，出力インピーダンスは 0 とする．以下の問いに答えよ．

(1) 図 1 において，p，q をそれぞれ −，+ とするとき，$V_I(s)$から $V_O(s)$への伝達関数を求めよ．

(2) 図 2 に示す非反転増幅器の動作を，図 1 に照らして考える．この場合，α，βの算出は，それぞれ図 3，図 4 の回路で考えることができる．
  (a) 図 2 の伝達関数を求めよ．
  (b) 図 2 の回路が安定動作することを示せ．
  (c) つぎに，A を無限大とする．伝達関数 $H_1(s)$と入力インピーダンス Z_1 を求めよ．

(3) 図 5 に示す反転増幅器の動作を，図 1 に照らして考える．
  (a) 図 5 の伝達関数を求めよ．
  (b) 一般的なオペアンプ(A が 1 よりは十分大きいが有限な値を持つ)に対し抵抗を図 6 のように接続した場合，生じる問題について論じよ．
  (c) つぎに，図 5 において A を無限大とする．伝達関数 $H_2(s)$と入力インピーダンス Z_2 を求めよ．
  (d) 非反転増幅器 $H_1(s)$と反転増幅器 $H_2(s)$を直列に接続することを考える．$H_1(s)$を初段にしたときと $H_2(s)$を初段にしたときの，2 通りの接続法それぞれに適した用途を述べよ．

(4) 図 7 のオペアンプ回路の動作を考える．
  (a) 図 7 の伝達関数を求めよ．
  (b) $R_5>R_7$ は図 7 の回路が安定に動作するための十分条件になっていることを示せ．

(c) つぎに，$R_5>R_7$ でかつ A を無限大とする．伝達関数 $H_3(s)$ と入力インピーダンス Z_3 を求めよ．

(d) オペアンプ回路 $H_3(s)$ を，A がともに無限大の非反転増幅器か反転増幅器のどちらかで実現することは可能か論じよ．

(e) 問い(4)-(d)での議論をもとに，オペアンプ回路 $H_3(s)$ に適した用途について論じよ．

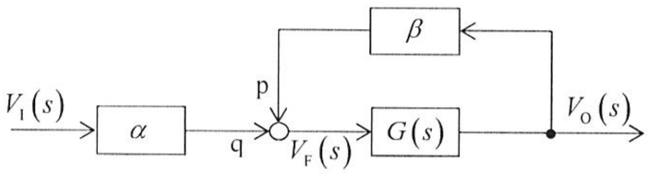

図1

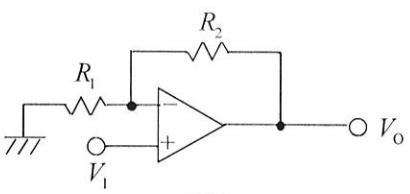

図2

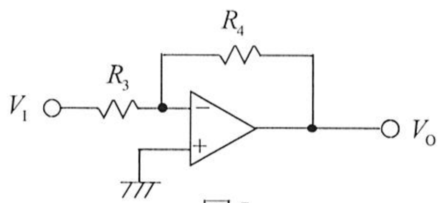

図5

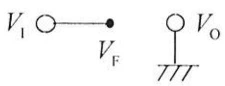

図3

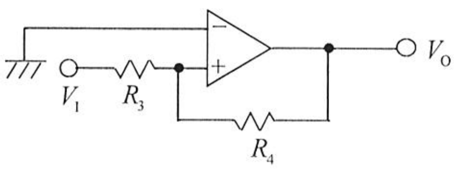

図6

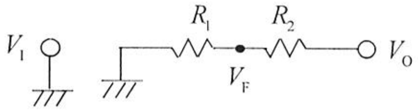

図4

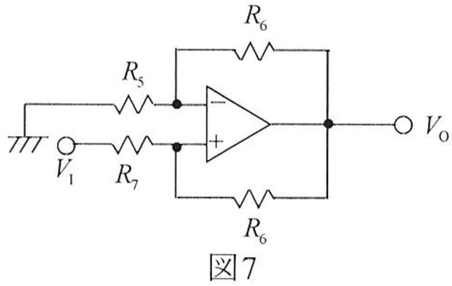

図7

草稿用紙

（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第3問

次の状態空間表現された制御対象 P を考える．

$$P: \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$

ただし，$x(t)$ は状態変数ベクトル，$u(t)$ は入力，$y(t)$ は出力とする．以下の問いに答えよ．

(1)

$$A = A_0 := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix},\ B = B_0 := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},\ C = C_0 := \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{1}$$

とする．

(a) この場合における P の可制御性および可観測性について説明せよ．

(b) 状態フィードバック $u(t) = Fx(t)$ により，閉ループ系の極を $-1, -2$ とする $F = F_0$ を求めよ．

(2) 次の状態空間表現されたシステム G を考える．

$$G: \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{x}(t) = A\hat{x}(t) + Bv(t) - Le(t)$$
$$e(t) := z(t) - C\hat{x}(t) \tag{2}$$

ただし，$\hat{x}(t)$ は状態変数ベクトル，$v(t), z(t)$ は適当な信号とする．

(a) $v(t) = u(t) = F\hat{x}(t), z(t) = y(t)$ とする．このとき，G は P のオブザーバとみなせる．P と G からなる拡大系の極の分布について説明せよ．

(b) 問い (1) の $A = A_0, B = B_0, C = C_0, F = F_0$ の場合，この拡大系の極を $-1, -2, -3, -4$ とする $L = L_0$ を求めよ．

(3) 問い (2) のシステム G において，$v(t) = F\hat{x}(t) + w(t)$ とする．ただし $w(t)$ は新たな外部入力とする．

(a) 信号 $\begin{bmatrix} w^\top(t) & e^\top(t) \end{bmatrix}^\top$ から信号 $\begin{bmatrix} v^\top(t) & z^\top(t) \end{bmatrix}^\top$ への伝達特性を

$$\begin{bmatrix} v(s) \\ z(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D(s) & U(s) \\ N(s) & V(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ e(s) \end{bmatrix} \tag{3}$$

と表す．ただし，$v(s)$, $z(s)$, $w(s)$, $e(s)$ はそれぞれ $v(t)$, $z(t)$, $w(t)$, $e(t)$ のラプラス変換を表すものとする．$D(s)$, $N(s)$, $U(s)$, $V(s)$ を A, B, C, F, L を用いてそれぞれ表せ．

(b) 問い (1) の $A = A_0$, $B = B_0$, $C = C_0$, $F = F_0$ および問い (2) の $L = L_0$ の場合，伝達関数 $D(s)$, $N(s)$, $U(s)$, $V(s)$ をそれぞれ求めよ．

(4) 問い (3) において，信号 $w(t)$ を，ある伝達関数 $Q(s)$ を用いて $w(s) = Q(s)e(s)$ とする．このシステム G を，$z(t)$ を入力，$v(t)$ を出力とするシステム K とみなす．すなわち，$v(s) = K(s)z(s)$，$K(s)$ は K の伝達関数である．

(a) $K(s)$ を $D(s)$, $N(s)$, $U(s)$, $V(s)$, $Q(s)$ の式として表せ．

(b) $u(t) = v(t)$, $z(t) = y(t)$ とする．この場合，閉ループ系全体は P および K からなるフィードバック系とみなせる．問い (1) の $A = A_0$, $B = B_0$, $C = C_0$, $F = F_0$ および問い (2) の $L = L_0$ の場合，関数

$$S(s) := \frac{1}{1 - P(s)K(s)} \tag{4}$$

を $Q(s)$ を用いて書き換えよ (ただし $P(s)$ は P の伝達関数)．また閉ループ系が安定となるための $Q(s)$ に関する条件を説明せよ．

(c) 制御系設計における $Q(s)$ の役割について説明せよ．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第4問

コンピュータシステムに関する以下の問いに答えよ.

(1) 表1の真理値表について，以下の問いに答えよ.

(a) 出力XとYのブール論理式を，それぞれ最小積和形式で示せ.

(b) この真理値表に対応する組み合わせ論理の回路図を，2入力1出力のAND，OR，XORゲートをなるべく少ない数だけ使いMIL記号を用いて示せ.

(c) 問い(1)-(b)の論理回路4つを図1のように接続した．このとき，$A_4,\ldots,A_1$ に 1101，$B_4,\ldots,B_1$ に 0111，C_1 に1を与えると，Y_4 及び $X_4,\ldots,X_1$ はそれぞれ何になるか，理由と共に答えよ.

表1

入力			出力	
A	B	C	X	Y
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

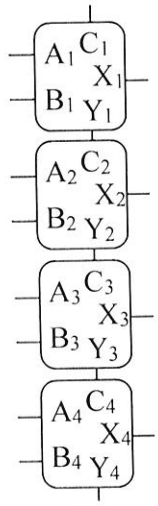

図1

(2) 図1の回路に入力レジスタと出力レジスタを接続して，図2のような論理回路を構成した．レジスタはフリップフロップで構成されている．この論理回路の出力は1クロックサイクル以内に確定しなければならない．各回路の伝搬遅延は，A及びBからX及びYまでが30 ps，CからX及びYまでが20 psである．フリップフロップのセットアップタイムは35 ps, ホールドタイムは10 psである．このとき以下の問いに答えよ.

(a) クロックスキューがない場合，この回路の最大動作周波数は何GHzか答えよ.

(b) この回路を5 GHzで動作させる時の許容できるクロックスキューの最大値を答えよ.

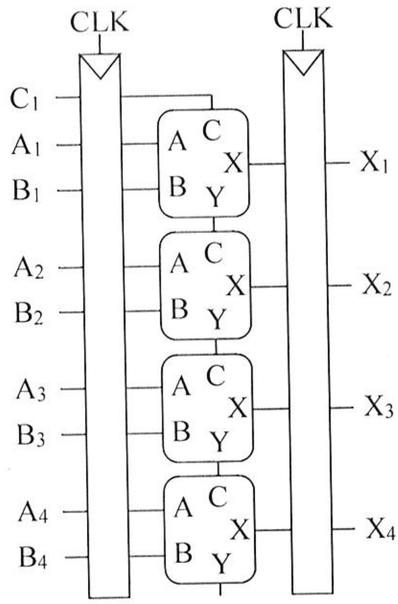

図2

(3) 図 3 の 32 bit MIPS で書かれたプログラムについて，以下の問いに答えよ．MIPS 命令セットの抜粋を図 4 に示す．ただし，MIPS はバイトアドレッシングであり，$0 は常に 0 を返すレジスタ，$sp はスタックのアドレスを格納するレジスタ，$ra はリターンアドレスを格納するレジスタである．

(a) $a0 に 3 を入れて手続き“func”を呼び出した場合, $v0 に返る値を答えよ．

(b) $a0 に 5 を入れて手続き“func”を呼び出した場合，“func”から帰った時点のスタックの内容を図示せよ．

(c) $a0 に n を入れて手続き“func”を呼び出した場合，$v0 に返る値を n で表わせ．また，スタックは何バイト消費するか答えよ．

```
func:
      addi    $sp, $sp, -12
      sw      $a0, 4($sp)
      sw      $ra, 0($sp)
      addi    $t0, $0, 2
      slt     $t0, $a0, $t0
      beq     $t0, $0, else
      addi    $v0, $0, 1
      addi    $sp, $sp, 12
      jr      $ra
else:
      addi    $a0, $a0, -1
      jal     func
      add     $v0, $v0, $v0
      sw      $v0, 8($sp)
      addi    $a0, $a0, -1
      jal     func
      lw      $t0, 8($sp)
      add     $v0, $v0, $t0
      lw      $ra, 0($sp)
      lw      $a0, 4($sp)
      addi    $sp, $sp, 12
      jr      $ra
```

図 3

MIPS 命令セット
($で始まる記号はレジスタ名)

addi　$a, $b, c
　$b と c を足して$a に格納

add　$a, $b, $c
　$b と$c を足して$a に格納

sw　$a, offset($b)
　$b+offset のメモリに$a を格納

lw　$a, offset($b)
　$b+offset のメモリから$a に読込

slt　$a, $b, $c
　$b < $c なら 1，そうでなければ 0 を$a に格納

beq　$a, $b, c
　$a = $b ならラベル c にジャンプ そうでなければ次の命令に進む

jal　a
　次の命令のアドレスを$ra に格納して，ラベル a にジャンプ

jr　$a
　$a のアドレスにジャンプ

j　a
　ラベル a にジャンプ

図 4

(4) 図 3 のプログラムを，より高速かつスタックを消費しないように書き換えて，プログラムの内容と高速に動作する理由を説明せよ．

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）

第5問

図1に示すように，中央に質量 m の質点 M_1 を持つ弦 A_1 が，間隔 L で平行に置かれた2枚の壁の間に，壁と垂直に張力 T で張られている．ただし，重力および，質点の大きさ，弦の直径，質点以外の質量は無視して良いものとする．また，質点の運動は x 軸上に限定されるものとする．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) 質点 M_1 を微小距離 Δx ($|\Delta x| << L$) だけ変位させて保持するのに必要な力を $F = k\,\Delta x$ と表す．このとき，弦の等価的ばね定数 k を求めよ．なお，これ以降の問いでは，質点 M_1 の運動を等価的ばね定数 k のばねにつながれた質量 m の質点の運動とみなしてよい．

(2) 時刻 t における質点 M_1 の変位を，つりあいの位置を原点として $x_1(t)$ と表す．質点 M_1 に対して，速度に比例する粘性抵抗（粘性係数 $c > 0$）が働くとき，$x_1(t)$の一般解を求め，質点 M_1 の挙動について説明せよ．ただし，粘性抵抗は質点 M_1 にのみ働くものとする．

(3) これ以降の問いでは，粘性抵抗は無視できるものとする．図2に示すように，弦 A_1 と同じ特性を持つ弦 A_2 を，弦 A_1 から距離 a だけ離して，壁と垂直に張力 T で固定する．2つの質点 M_1, M_2 の間に，コイルばね（自然長 a, ばね定数 S）を取り付ける．時刻 t における質点 M_1，M_2 の変位を，それぞれの質点のつりあいの位置を原点として，$x_1(t)$，$x_2(t)$と表す．

(a) 時刻 $t = 0$ で以下の初期条件が与えられたとき，$x_1(t)$，$x_2(t)$を求めよ．

$$x_1 = X_0 \ (0 < |X_0| < a), \quad x_2 = 0, \quad \frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = 0, \quad \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = 0$$

(b) 弦 A_1, A_2 の等価的ばね定数 k に比べて，コイルばねのばね定数 S が十分小さいと仮定する．このとき見られる「うなり現象」について，数式を用いて説明せよ．また，うなりの振動数と，図1に示された弦 A_1 単独の固有振動数との関係を求めよ．

(c) 問い(3)-(b)に記した条件のとき, $x_1(t)$, $x_2(t)$の時間変動の概形を示せ．

(4) 図 3 に示すように，図 2 で示された系に弦 A_1 と同じ特性を持つ弦 A_3 を追加する．時刻 t における質点 M_1，M_2，M_3 の変位を，それぞれの質点のつりあいの位置を原点として，$x_1(t)$，$x_2(t)$，$x_3(t)$と表す．この系の固有モードを求め，各モードでの質点の運動について数式と図を用いて説明せよ．

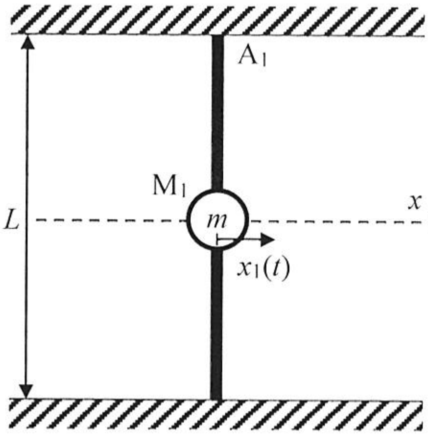

図 1

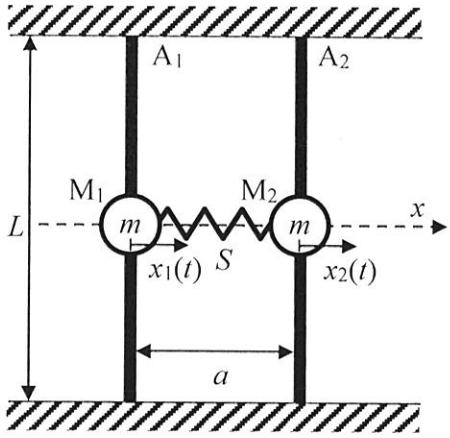

図 2

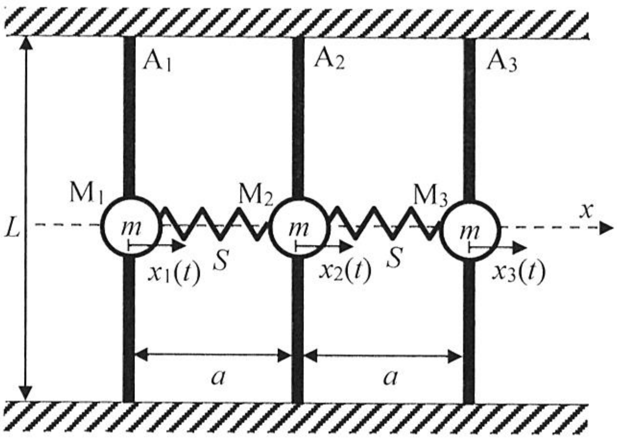

図 3

草稿用紙
（切り離さないこと）

草稿用紙
（切り離さないこと）