

**(English Instructions are provided in Page 2)**

(修士課程用)

令和 3 年度

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
環境システム学専攻

## 注意事項

### (専門科目 A)

令和 2 年 8 月 18 日 (火) 9 時 30 分～10 時 30 分

1. 試験開始の合図があるまで、問題ファイルを開かないこと。
2. 問題ファイルは 4 ページから成っている。前半は日本語版で、後半は英語版である。
3. 解答用紙と草稿用紙に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。
4. 専門科目 A と記載された解答用紙 (2 枚) を使用すること。
5. すべての解答用紙に、解答する問題番号を明示すること。
6. 解答に関係のない記号、符号などを記入した答案は無効とする。
7. 草稿用紙は 2 枚使用して構わない。
8. 試験中は常にカメラおよびマイクを ON にしておくこと。
9. ネットワークトラブル等が発生した場合は、直ちに環境システム学専攻入試委員に連絡を取り、指示を仰ぐこと。

TEL : 070-1481-1372 (海外から : +81-70-1481-1372)

上記がつかない場合 : 04-7136-4696 (海外から : +81-4-7136-4696)

(日本語の注意事項は 1 ページ目に記載)

Master Course

## Entrance Examination 2021

Department of Environment Systems  
Graduate School of Frontier Sciences  
The University of Tokyo

### Instructions

### (Specialized Subject A)

18 August, 2020 9:30–10:30

1. Do not open the problem file until the examiner instructs you to do so.
2. The problem file consists of 4 pages. The first half is Japanese version and the second half is English version.
3. Write your examinee number in the specified space of each answer sheet and sheet for notes. Do not write your name in them.
4. Use two answer sheets described as Specialized Subject A.
5. Specify the problem number on each answer sheet.
6. Any answer sheets with marks or symbols irrelevant to your answers will be considered invalid.
7. You can use two sheets for notes.
8. Always keep the camera and microphone turned on during the examination.
9. Contact the Entrance examination committee, Department of Environment Systems, and follow the instructions if you encounter network problems etc.

TEL: 070-1481-1372 (From countries other than Japan: +81-70-1481-1372)

If the above does not work: 04-7136-4696

(From countries other than Japan: +81-4-7136-4696)

# 専門科目 A

日本語版 Japanese version

以下の A1～A3 のうちから一つを選び、文章を読んだうえで、下線部に示される考え方について、関連する具体的事例を挙げつつ、自分の意見や考えを含めて論じよ。なお、解答にあたっては、選択した文章の番号（A1 など）を解答用紙の問題番号の欄に記入し、解答用紙 2 枚以内で書くこと。

A1: A major problem worldwide is the potential loss of fisheries, forests, and water resources. Understanding of the processes that lead to improvements in or deterioration of natural resources is limited, because scientific disciplines use different concepts and languages to describe and explain complex social-ecological systems (SESs). Without a common framework to organize findings, isolated knowledge does not cumulate. Until recently, accepted theory has assumed that resource users will never self-organize to maintain their resources and that governments must impose solutions. Research in multiple disciplines, however, has found that some government policies accelerate resource destruction, whereas some resource users have invested their time and energy to achieve sustainability. (Ostrom, 2009, *Science*, **325**, 419-422 の一部)

A2: The present annual worldwide energy consumption has already attained a level of over 400 exajoules and is expected to further augment steeply from the increase in world population and the rising demand of energy in the developing countries. This implies enhanced depletion of fossil fuel reserves leading to further aggravation of the environmental pollution. Quality of life on earth is threatened unless renewable energy resources can be developed in the near future. Chemistry is expected to make important contributions to identify environmentally friendly solutions of the energy problem. (Grätzel, 2005, *Chemistry Letters*, **34**, 8-13 の一部)

A3: Verification and validation of numerical models of natural systems is impossible. This is because natural systems are never closed and because model results are always nonunique. Models can be confirmed by the demonstration of agreement between observation and prediction, but confirmation is inherently partial. Complete confirmation is logically precluded by the fallacy of affirming the consequent and by incomplete access to natural phenomena. Models can only be evaluated in relative terms, and their predictive value is always open to question. (Oreskes et al., 1994, *Science*, **263**, 641-646 の一部)

（これで日本語版の問題は終わりです）

# Specialized Subject A

English version 英語版

Choose one of the 3 extracts (A1, A2, or A3) below, and read the entire extract you have chosen. Then, discuss the opinion indicated by the underline, using related case examples and by including your own personal opinion. Be sure to write the number of the extract you have chosen (A1 etc.) in the problem number box on your answer sheet. Use two answer sheets for your answer.

A1: A major problem worldwide is the potential loss of fisheries, forests, and water resources. Understanding of the processes that lead to improvements in or deterioration of natural resources is limited, because scientific disciplines use different concepts and languages to describe and explain complex social-ecological systems (SESSs). Without a common framework to organize findings, isolated knowledge does not cumulate. Until recently, accepted theory has assumed that resource users will never self-organize to maintain their resources and that governments must impose solutions. Research in multiple disciplines, however, has found that some government policies accelerate resource destruction, whereas some resource users have invested their time and energy to achieve sustainability. (From Ostrom, 2009, *Science*, **325**, 419-422)

A2: The present annual worldwide energy consumption has already attained a level of over 400 exajoules and is expected to further augment steeply from the increase in world population and the rising demand of energy in the developing countries. This implies enhanced depletion of fossil fuel reserves leading to further aggravation of the environmental pollution. Quality of life on earth is threatened unless renewable energy resources can be developed in the near future. Chemistry is expected to make important contributions to identify environmentally friendly solutions of the energy problem. (From Grätzel, 2005, *Chemistry Letters*, **34**, 8-13)

A3: Verification and validation of numerical models of natural systems is impossible. This is because natural systems are never closed and because model results are always nonunique. Models can be confirmed by the demonstration of agreement between observation and prediction, but confirmation is inherently partial. Complete confirmation is logically precluded by the fallacy of affirming the consequent and by incomplete access to natural phenomena. Models can only be evaluated in relative terms, and their predictive value is always open to question. (From Oreskes et al., 1994, *Science*, **263**, 641-646)

(The end of the problem)

**(English Instructions are provided in Page 2)**

(修士課程用)

令和 3 年度

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
環境システム学専攻

## 注意事項

### (専門科目 B)

令和 2 年 8 月 18 日 (火) 13 時 30 分～14 時 30 分

1. 試験開始の合図があるまで、問題ファイルを開かないこと。
2. 問題ファイルは 32 ページから成っている。前半は日本語版で、後半は英語版である。
3. 解答用紙と草稿用紙に受験番号を記入せよ。氏名を記入してはならない。
4. 専門科目 B は 5 つの問題から成る。問題 1 を必ず選択するとともに、残りの 4 問（問題 2～5）の中から 1 問を選択しなければならない。
5. 専門科目 B と記載された解答用紙のうち、4 枚を問題 1 に、4 枚を選択した問題に使用すること。
6. すべての解答用紙に、解答する問題番号を明示すること。
7. 解答に関係のない記号、符号などを記入した答案は無効とする。
8. 草稿用紙は 4 枚使用して構わない。
9. 試験中は常にカメラおよびマイクを ON にしておくこと。
10. ネットワークトラブル等が発生した場合は、直ちに環境システム学専攻入試委員に連絡を取り、指示を仰ぐこと。

TEL : 070-1481-1372 (海外から : +81-70-1481-1372)

上記が繋がらない場合 : 04-7136-4696 (海外から : +81-4-7136-4696)

(日本語の注意事項は 1 ページ目に記載)

Master Course

## Entrance Examination 2021

Department of Environment Systems  
Graduate School of Frontier Sciences  
The University of Tokyo

### Instructions

#### (Specialized Subject B)

18 August, 2020 13:30-14:30

1. Do not open the problem file until the examiner instructs you to do so.
2. The problem file consists of 32 pages. The first half is Japanese version and the second half is English version.
3. Write your examinee number in the specified space of each answer sheet and sheet for notes. Do not write your name in them.
4. Specialized Subject B consists of five problems. Problem 1 is mandatory, and from the remaining four problems (Problems 2 to 5), you must choose one additional problem to answer.
5. Use the answer sheets described as Specialized Subject B. Use four answer sheets for Problem 1 and four answer sheets for your selected Problem.
6. Specify the problem number on each answer sheet.
7. Any answer sheets with marks or symbols irrelevant to your answers will be considered invalid.
8. You can use four sheets for notes.
9. Always keep the camera and microphone turned on during the examination.
10. Contact the Entrance examination committee, Department of Environment Systems, and follow the instructions if you encounter network problems etc.

TEL: 070-1481-1372 (From countries other than Japan: +81-70-1481-1372)

If the above does not work: 04-7136-4696

(From countries other than Japan: +81-4-7136-4696)



# 専門科目 B

日本語版 Japanese version

(問題 1 を選択するとともに、  
残りの 4 問 (問題 2 から 5 まで) の中から 1 問を選択すること)

# 1

(1) A 市で感染症 X が流行している。感染症 X の検査薬として Y が存在し、その感度は 70%、特異度は 99%である。いま Y を用いて全数検査を実施したところ、感染率は 2.0%と計測された。実際の感染率を求めよ。答えの導出過程も示すこと。なお、感度とは、実際に罹患している人の中で、検査で陽性を示す人の割合である。また、特異度とは、実際に罹患していない人の中で、検査で陰性を示す人の割合である。

(2) 人為起源の二酸化炭素（分子量：44）は  $2.6 \times 10^{13} \text{ kg/year}$  の速度で大気中に放出されており、 $1.1 \times 10^{13} \text{ kg/year}$  の速度で生物圏と海洋に吸収されているとする。大気における二酸化炭素の質量保存が以下の式で表されるとき、人為起源による対流圏での二酸化炭素の増加率（単位：ppm/year）を求めよ。答えの導出過程も示すこと。ただし、二酸化炭素の成層圏への大気輸送は無視し、生物圏と海洋への吸収以外の大気からの消失過程は無視できるものとする。なお、大気中の空気の全モル数は、 $N_a = 1.8 \times 10^{20} \text{ mol}$  であり、そのうち 85%は対流圏に存在するものとする。

$$\frac{dm_{\text{CO}_2}}{dt} = E - L$$

$m_{\text{CO}_2}$ :二酸化炭素の質量

$E$ : 二酸化炭素の放出速度

$L$ : 二酸化炭素の吸収速度

(問題 1 は次ページに続く)

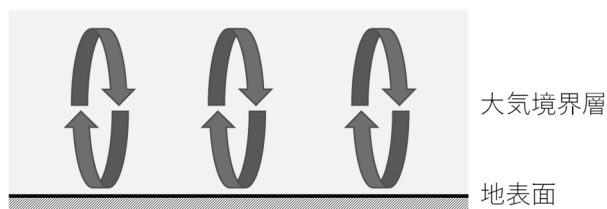
(3) 体積  $V$  の水中に汚染物質  $P$  が濃度  $C_0$  で溶解している。ここに活性炭を投入して  $P$  を吸着除去する操作を考える。なお、この活性炭による  $P$  の吸着特性は、以下のフロイントリッヒ型の関係式で表されるものとする。

$$q = KC^{1/2}$$

ここで、 $q$  は活性炭単位質量あたりの  $P$  の平衡吸着量、 $C$  は水中の  $P$  の平衡濃度、 $K$  は定数である。

この水中に質量  $M$  の活性炭を投入して系内が平衡に達したとき、 $P$  の濃度は初期濃度から 60% 低下していた。水中から活性炭をすべて取り出し、新たに質量  $M$  の活性炭を投入した場合の、 $P$  の平衡濃度を求めよ。答えの導出過程も示すこと。ただし、 $P$  以外の共存物質の影響は無視できるものとする。

(4) 大気は、地表面付近で温められて上昇し、上空で冷やされて下降するため、図のように混合が発生する。このようなことが起こっている大気の層を大気境界層と呼ぶ。大気境界層の厚さは変化し、最大 2 km にも及ぶが、数百 m 以下となることもある。いま、ヒートアイランド対策として省エネルギーを実施し、排熱を減らすと、地表付近の気温の低減効果は、冬の日の出前に最大となった。その理由を答えよ。なお、省エネルギーの量は時間や季節にかかわらず一定であるとする。また、晴れていて風のない穏やかな日について考えるものとする。

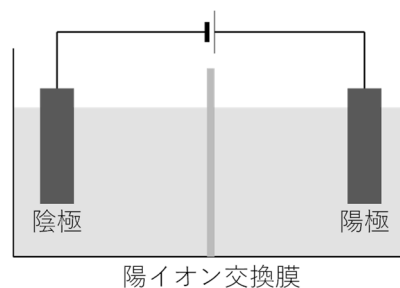


(問題は次ページに続く)

## 2

(1) 日本では、天日塩を水に溶かした塩水から、イオン交換膜法によって塩素を製造する。具体的には、塩水を入れた容器を陽イオン交換膜で隔て、電流を流す。陽極では天日塩を酸化し、陰極では水を還元する。陽イオン交換膜は陽イオンのみを通過させる。このとき、水酸化ナトリウムと水素も併産される。以下の問いに答えよ。なお、水の密度は  $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、気体は理想気体とせよ。 $\text{m}^3_{\text{N}}$  は標準状態 ( $0^\circ\text{C}$ 、 $1.0 \text{ atm}$ ) 下での体積を意味する。また、分子量や式量は次の通りとする。

$$\text{H}_2 = 2.0, \text{NaOH} = 40, \text{Cl}_2 = 71$$



(1-1) 塩化ナトリウム水溶液の電気分解について考える。

(1-1-1) 図の陽極および陰極における反応を化学反応式で示せ。また、塩化ナトリウムから塩素を製造する全体の過程を化学反応式で示せ。

(1-1-2) (1-1-1)の反応式をもとに、塩素を  $1.0 \text{ kg}$  製造する場合の、入出力データをまとめた表 1 の空欄 A、B に入る数字を求めよ。計算過程も示すこと。

表 1 塩素を  $1.0 \text{ kg}$  製造する場合の入出力データ

入力	NaCl	1.7	kg
	H <sub>2</sub> O	0.00051	m <sup>3</sup>
出力	Cl <sub>2</sub>	1.0	kg
	NaOH	A	kg
	H <sub>2</sub>	B	m <sup>3</sup> <sub>N</sub>

(問題 2 は次ページに続く)

(1-2) さまざまな工場を調査した結果を平均すると、天日塩から塩素を製造するプロセスについて、主要な項目の入出力データが、表 2 のように整理できた。

表 2 天日塩から塩素を製造するプロセスの主要な項目の入出力データ

入力	NaCl	1.5	kg
	CaCl <sub>2</sub>	0.070	kg
	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	0.063	kg
	HCl	0.022	kg
	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	0.012	kg
	電力	2.5	kWh
	蒸気（水）	2.1	kg
	N <sub>2</sub>	0.024	m <sup>3</sup> <sub>N</sub>
	水 1	0.0040	m <sup>3</sup>
	水 2	0.068	m <sup>3</sup>
出力	Cl <sub>2</sub>	1.0	kg
	NaOH	1.0	kg
	H <sub>2</sub>	0.29	m <sup>3</sup> <sub>N</sub>

(1-2-1) 水 1 は、塩素を製造するための原料（プロセス水）である。水 2 について、投入されている目的を推定せよ。

(1-2-2) 表 1 と表 2 とでは、含まれている項目も数値も異なる。その理由のひとつとして、天日塩は塩化ナトリウムのみから構成されず、不純物を含んでいることが挙げられる。他の考えられる理由のうち主要なものを 2 つ挙げよ。

(1-3) 実際の製品やサービスは、当該製品・サービスを生成するプロセスだけではなく、そのプロセスに必要な原材料を生成するプロセスなど、さまざまなプロセスを経て生成されている。これらの製品やサービスのライフサイクルでの環境影響を評価するライフサイクルアセスメントでは、1 つのプロセスで複数の有価物が出力される場合、入力のすべてをそれぞれの出力に対応させず、入力を各出力で配分する方法が用いられる。

(1-3-1) 入力を各出力で配分することの意義を答えよ。図を用いて説明してもよい。

（問題 2 は次ページに続く）

(1-3-2) 表 2 に示す塩素の製造では、塩素のほか、有価物である水酸化ナトリウムや水素も製造される。モル量を基準として配分した場合、塩素 1.0 kg を製造するために必要となる塩化ナトリウムの質量を求めよ。答えの導出過程も示すこと。

(1-3-3) モル量や質量以外の基準に基づく配分方法を提案せよ。また、どのようなプロセスであれば、モル量や質量と比較して、提案した配分方法の方が望ましいか、理由とともに説明せよ。

(2) シェアサイクルに関する以下の文章を読み、問いに答えよ。

都市部での交通渋滞の緩和策や観光戦略として、シェアサイクルの導入が進められており、日本国内では 200 以上の都市において導入されている。シェアサイクルとは、他の人々と自転車をシェア (共有) し、必要なタイミングで自転車を利用するためのシステムであり、①その導入により環境負荷を低減する効果も期待されている。

シェアサイクルの形態としては、自転車をエリア内に設置されたポートにて借り出し・返却する「ステーション型」に加え、特定のポートを設置せず任意の場所に自転車を乗り捨てできる②「ステーションレス型」が近年普及しつつある。

(2-1) 下線部①に関して、期待される環境負荷の低減効果について、解答用紙 5 行程度で説明せよ。

(2-2) 下線部②に関して、シェアサイクル事業者にとって「ステーションレス型」は「ステーション型」と比較してどのような利点と欠点があるか説明せよ。また、その欠点を解決する方法を一つ提案せよ。解答用紙 5 行程度で答えること。

(問題は次ページに続く)

### 3

以下の（１）から（６）に答えよ。答えの導出過程を必ず記入すること。

（１）以下の微分方程式の一般解を求めよ。

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = e^x + e^{-x}$$

（２）実数 $x$ 、 $y$ に対して、以下のような制約条件

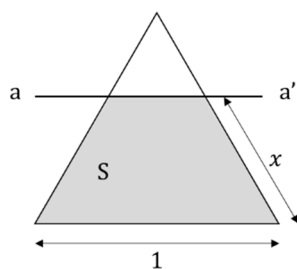
$$\begin{cases} 2y - x^2 \geq 0 \\ y - 3x \leq 0 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

があるものとする。このとき、以下の問いに答えよ。

(2-1)  $x$ の最大値および $y$ の最大値を、それぞれ求めよ。

(2-2)  $2y - x$ の最小値を求めよ。

（３）下図のように一辺の長さが１の正三角形がある。底辺と平行な直線  $a$ - $a'$  よりも下の部分について、面積を $S$ 、斜辺の長さを $x$ とする。 $S/(1+2x)$ が最大値となるとき $x$ を求めよ。



（問題 3 は次ページに続く）

(4) 実正方行列 $A$ に対して、指数行列 $e^A$ を以下に定義する。なお、 $I$ は単位行列である。

$$e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!} = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \cdots$$

(4-1)

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ のとき、行列 $A$ の対角行列 $B$ を求めよ。

(4-2)  $e^B$ を用いて $e^A$ を表せ。

(5) 以下の連立方程式の最小二乗解を求めよ。

$$-x + y = 1$$

$$x + y = 3$$

$$y = 1$$

$$x = 3$$

(6) 2点 $A$ と $B$ が数直線上の $-1$ と $1$ の間を独立かつ連続一様に動くとき、2点 $A$ と $B$ のそれぞれの数直線上の位置座標の絶対値の和が $0.5$ 以下を満たす確率を求めよ。

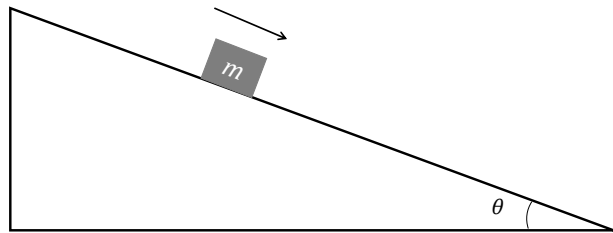
(問題は次ページに続く)



## 4

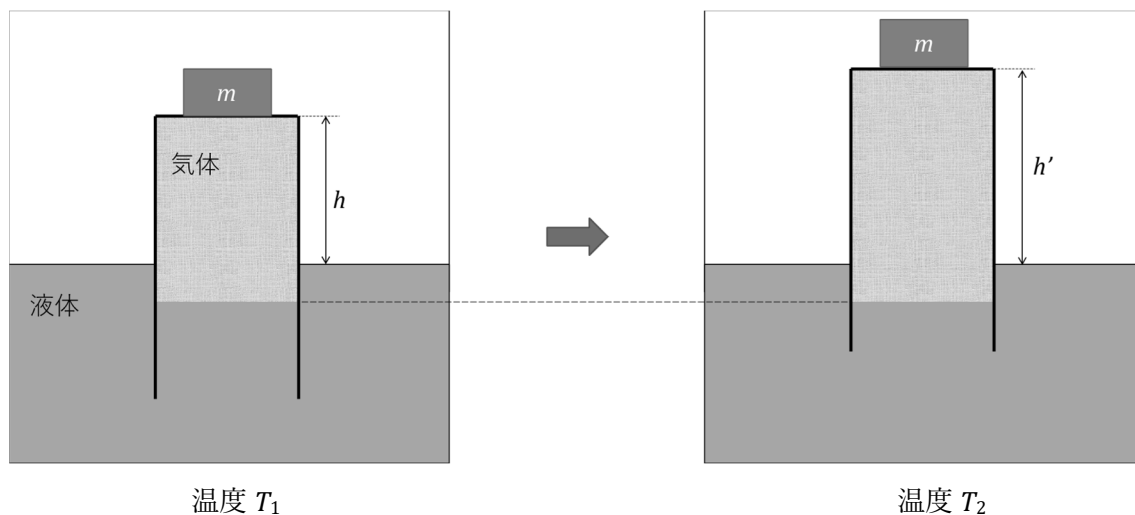
以下の（１）から（４）の問いに答えよ。(4-2)を除いて、答えの導出過程を記入すること。

（１）水平面となす角  $\theta$  の斜面を質量  $m$  の物体が等速度  $v$  で滑り落ちているとき、摩擦力が物体にする仕事率を求め、それがこの物体のエネルギーの変化率に等しいことを示せ。ただし動摩擦係数を  $\mu$ 、重力加速度を  $g$  とする。



（問題 4 は次ページに続く）

(2) 真空中に置かれた液体に、下部が開いている十分大きな断面積  $S$  を持つ円筒形の容器を、上に質量  $m$  のおもりを置き、中に  $n$  モルの気体を入れた状態で、円筒の側面が鉛直になるように浮かべた。この系の温度が  $T_1$  であるとき、容器外の液面から容器の上面までの高さが  $h$  であった (左の図)。重力加速度を  $g$ 、気体定数を  $R$ 、液体の密度を  $\rho$ 、気体の定圧モル比熱を  $C_p$ 、定積モル比熱を  $C_v$  として以下の問いに答えよ。なお、容器の重さや厚さは無視できるとする。また、気体は理想気体とみなし、その重さは無視する。



(2-1) 容器の内と外との液面の高さの差を求めよ。

(2-2) 容器内の気体の圧力を  $T_1$  を用いて表せ。

次に、系の温度を  $T_1$  から  $T_2$  に上昇させたところ、容器内の気体は膨張し容器はまっすぐ上に押し上げられたが、容器の内と外との液面の高さの差は変化しなかった (右の図)。なお、液体の密度や容器の形状は温度が変化しても変わらず、流体の粘性は無視できる。また、気体は液体に溶け込まず、液体は蒸発しないものとする。

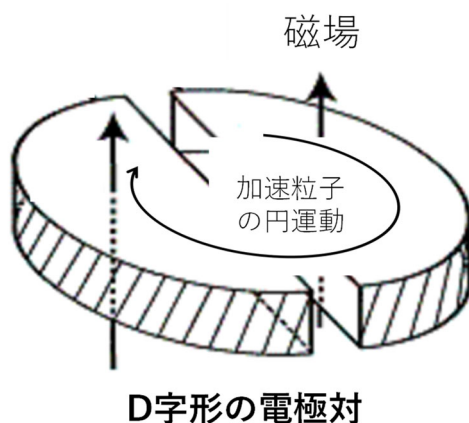
(2-3) この過程で気体が受け取った熱量を求めよ。

(2-4) この過程で気体が得た内部エネルギーを求めよ。

(2-5) 温度が  $T_2$  になったときの容器外の液面から容器の上面までの高さ  $h'$  を求めよ。

(問題 4 は次ページに続く)

(3) 一様な磁場中で、磁場と垂直な面内で荷電粒子が運動すると、軌道は円を描く。磁場と垂直な面上に対向する一対の D 字型の電極を置き、電極間を通過するたびに粒子が加速されるように交流電場をかけると、加速されるたびに粒子の円運動半径は大きくなる。装置の最外周で、偏向電極などにより加速された粒子を取り出す。このような放射線発生装置（加速器）について、以下の問いに答えよ。

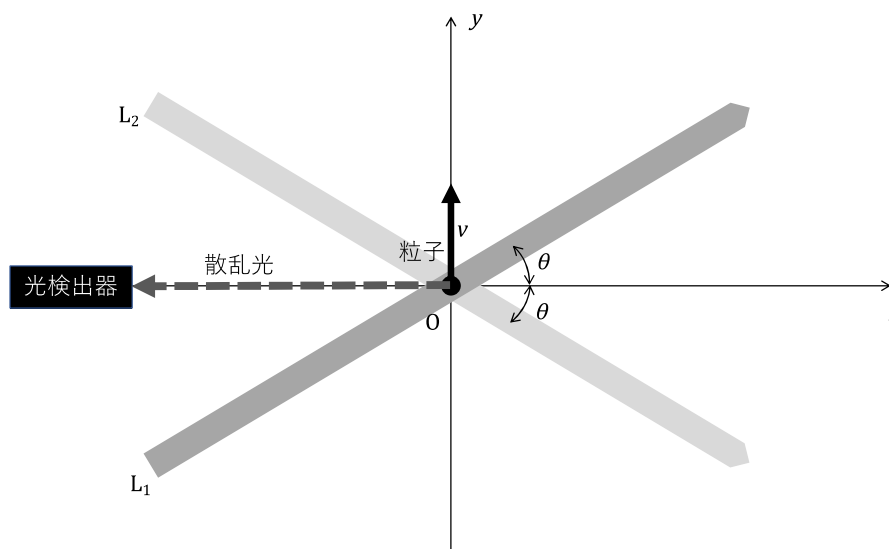


(3-1) 電荷  $q$ 、質量  $m$  をもつ粒子が角速度  $\omega$  で、その装置の磁束密度  $B$  の中で円運動するとき、非相対論的速度の範囲では、粒子の角速度  $\omega$  が粒子の速度によらず一定になることを示せ。

(3-2) このような装置で発生させた高速粒子をあるターゲット核種に衝突させると、医療で利用する放射性同位体の製造をすることができる。加速した陽子 1 個を  $^{18}\text{O}$  に当てると、ある放射性同位体と中性子 1 個が生成された。この反応で生成された同位体は何か。

(問題 4 は次ページに続く)

(4) 粒子が浮遊している空気にレーザー光を照射し、その散乱光を計測することによって粒子の速度を求めたい。0 を原点とする  $x$ - $y$  平面内で 0 を通るように波長  $\lambda$  の可視レーザー光  $L_1$  を  $x$  軸の正方向に対して  $\theta$  ( $0 < \theta < \pi/2$ ) の角度で照射する。空気に浮遊して流れている粒子が  $x$ - $y$  平面上を  $y$  軸方向に速さ  $v$  で 0 を通る場合を考える。 $x$  軸上の  $x < 0$  の位置に光検出器を置き、0 における粒子からの散乱光だけを光検出器で測定する。光速を  $c$  として以下の問いに答えよ。ただし粒子は球形で剛体であるとする。



(4-1) 光検出器に到達する粒子からの散乱光の周波数を求めよ。

(4-2) 可視レーザー光では(4-1)の周波数が非常に高いため光検出器が追従できず、 $L_1$  だけでは粒子の速度を求めることはできなかった。そこで波長が  $L_1$  と同じであるもう 1 つの可視レーザー光  $L_2$  を、進行方向が  $x$  軸に対して  $L_1$  と対称となるように同時に照射すると、粒子の速度を求めることができた。その理由を示せ。

(問題は次ページに続く)

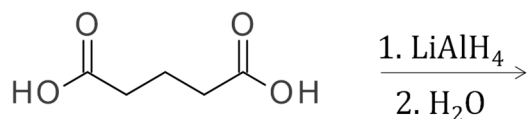
## 5

(1) 次の反応で主に生成する有機物の構造式を答えよ。

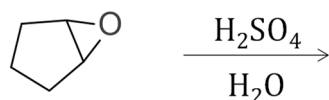
(1-1)



(1-2)

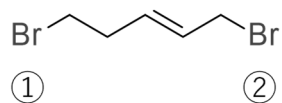


(1-3)

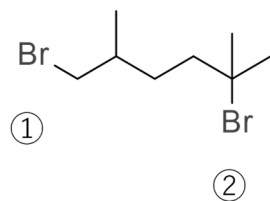


(2) 化合物の反応性について、以下の問いに答えよ。

(2-1) 以下の化合物の二つの臭素原子 (①、②) のうち、S<sub>N</sub>1 反応における反応性の高い臭素原子は①、②のどちらか答えよ。またその理由を簡潔に説明せよ。



(2-2) 以下の化合物の二つの臭素原子 (①、②) のうち、S<sub>N</sub>2 反応における反応性の高い臭素原子は①、②のどちらか答えよ。またその理由を簡潔に説明せよ。



(問題 5 は次ページに続く)

(3) 酸素種に関する以下の問いに答えよ。

(3-1)  $O_2$  の反結合性軌道を占有する電子数を答えよ。

(3-2)  $O_2$ 、 $O_2^-$ 、 $O_2^{2-}$ 、 $O_2^+$  について結合距離が短いものから順に記せ。その理由も述べよ。

(4) 結晶に関する以下の問いに答えよ。導出過程も示せ。

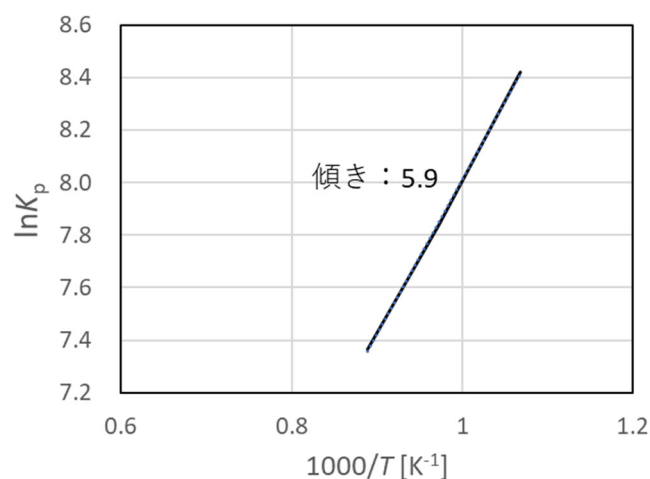
Si 結晶は立方晶であり、単位格子あたり 8 つの原子を含む。格子定数を  $a_0$  としたとき、面指数  $(hkl)$  と面間隔  $d_{hkl}$  の関係は次式で表される。

$$a_0 = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \cdot d_{hkl}$$

Si 結晶の  $(220)$  面の面間隔  $d_{220}$  は、X 線回折測定によって得られる。 $d_{220}$ 、Si のモル質量  $M$ 、および Si 結晶の密度  $\rho$  を用いてアボガドロ定数  $N_A$  を表せ。

(問題 5 は次ページに続く)

(5)  $\text{NiO(s)} + \text{CO(g)} \rightleftharpoons \text{Ni(s)} + \text{CO}_2\text{(g)}$  の反応について、平衡定数  $K_p$  と温度  $T$  の逆数のプロットを以下に示す。縦軸は  $K_p$  の自然対数を表している。CO と  $\text{CO}_2$  について理想気体を仮定し、以下の問いに答えよ。



(5-1)  $K_p$  を CO と  $\text{CO}_2$  の分圧 ( $P_{\text{CO}}$ 、 $P_{\text{CO}_2}$ ) で表せ。

(5-2) 以下のギブズーヘルムホルツの式 ( $G$ : ギブズ自由エネルギー、 $H$ : エンタルピー) を基に、 $T$ 、反応エンタルピー  $\Delta H$ 、および気体定数  $R$  ( $8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) を用いて以下のファントホッフの式の右辺を表せ。導出過程も示せ。

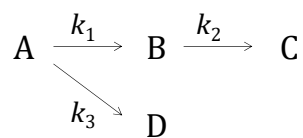
$$\left( \frac{\partial G}{\partial T} \right)_p = -\frac{H}{T^2} \quad (\text{ギブズーヘルムホルツの式})$$

$$\frac{d \ln K_p}{dT} = \boxed{\phantom{000000}} \quad (\text{ファントホッフの式})$$

(5-3)  $\ln K_p$  と  $T$  の逆数の関係は直線で近似され、図に示す傾きの値が得られた。1000 K における標準反応エンタルピー  $\Delta H^0$  を求めよ。

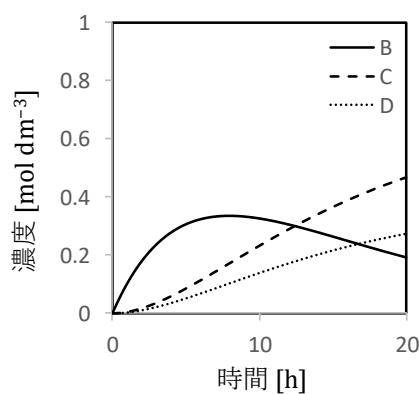
(問題 5 は次ページに続く)

(6) 化合物 A は、液相において以下の反応経路で化合物 B、C、D に変化する。それぞれの反応は一次反応であり、反応速度係数はそれぞれ  $k_1 = 3.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 、 $k_2 = 2.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 、 $k_3 = 1.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  である。以下の問いに答えよ。



(6-1) A の初期濃度を  $1.0 \text{ mol dm}^{-3}$  として、反応を開始して 9.5 h 後の A の濃度を求めよ。必要に応じて、 $\ln 2 = 0.69$ 、 $\ln 3 = 1.1$ 、 $\ln 5 = 1.6$  を用いよ。導出過程も示せ。

(6-2) 以下の図は化合物 B、C、D の濃度変化を表したものであるが、一つの化合物の挙動に誤りがある。その化合物を解答し、そのように判断した理由を簡潔に記せ。



(これで日本語版の問題は終わりです)



# Specialized Subject B

English version 英語版

Make sure to choose **Problem 1** and one additional problem from the remaining four problems (**Problems 2 to 5**).

# 1

( 1 ) An infectious disease X is spreading in city A. Y exists as a test agent for infectious disease X. Y has a sensitivity of 70% and a specificity of 99%. When the total population was tested using Y, the infection rate was measured as 2.0%. Find the actual infection rate including your solution process. The sensitivity is the proportion of positives that are correctly identified as such. The specificity is the proportion of actual negatives that are correctly identified as such.

( 2 ) Assume that anthropogenic carbon dioxide (molecular weight :44) is emitted to atmosphere with an emission rate of  $2.6 \times 10^{13}$  kg/year and is absorbed into the biosphere and ocean with an absorption rate of  $1.1 \times 10^{13}$  kg/year. Calculate the increasing rate (unit: ppm/year) of carbon dioxide in the troposphere from the anthropogenic source under the assumption that mass balance of carbon dioxide in the atmosphere is expressed by the following equation. Write your answer including your solution process. Ignore both the atmospheric transportation of carbon dioxide to the stratosphere and the removal process from the atmosphere except the absorption into the biosphere and ocean. The total number of moles of air in the atmosphere,  $N_a$ , is  $1.8 \times 10^{20}$  mol and 85% of  $N_a$  exists in the troposphere.

$$\frac{dm_{\text{CO}_2}}{dt} = E - L$$

$m_{\text{CO}_2}$  : mass of carbon dioxide

$E$  : emission rate of carbon dioxide

$L$  : absorption rate of carbon dioxide

(Problem 1 continues to the next page.)

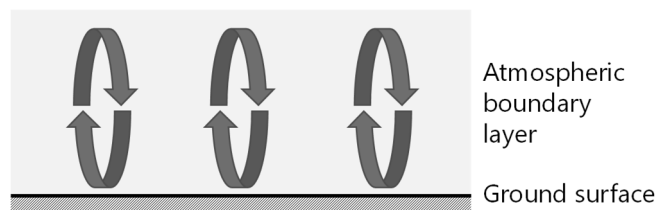
( 3 ) A pollutant P is dissolved in water of volume  $V$  and its concentration is  $C_0$ . Consider an operation of adsorptive removal of P by applying activated carbon. Here, adsorption of P on this activated carbon is expressed with the following Freundlich-type equation:

$$q = KC^{1/2}$$

where  $q$  is the equilibrium amount of P adsorbed on a unit mass of activated carbon,  $C$  is equilibrium concentration of P in water, and  $K$  is a constant.

When mass  $M$  of activated carbon was added in the water and the system reached equilibrium, concentration of P was lowered by 60% from its initial value. If the activated carbon is completely taken out of the water and another mass  $M$  of activated carbon is added to the water, what will the equilibrium concentration of P be? Write your answer including your solution process. You may assume that effect of compounds other than P is negligible.

( 4 ) The atmosphere warms up near the ground surface and rises, and cools down in the upper air and descends, resulting that mixing occurs as shown in the figure. The atmospheric layer in which this occurs is called the atmospheric boundary layer. The thickness of the atmospheric boundary layer varies, reaching a maximum of 2 km, but can be several hundred meters or less. Now, when energy saving is implemented as a countermeasure against urban heat islands and the exhaust heat is reduced, the effect of reducing the atmospheric temperature near the ground surface is highest before the sunrise in winter. Answer why. Assume a calm, sunny day with no wind and that the amount of energy saving is constant regardless of time and season.

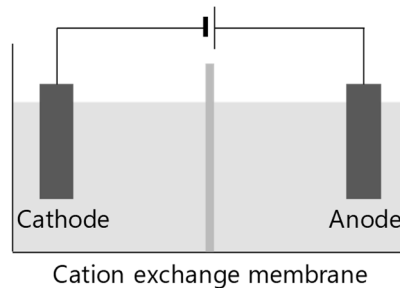


(Problem continues to the next page.)

## 2

(1) In Japan, chlorine is produced from salt water obtained by dissolving sun salt in water by the ion-exchange membrane method. Specifically, a container containing salt water is separated by a cation exchange membrane, and electric current flows to oxidize the salt at the anode and to reduce the water at the cathode. A cation exchange membrane allows only cations to pass through. At this time, sodium hydroxide and hydrogen are also produced. Answer the following questions. The density of water should be  $1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , and the gas should be an ideal gas.  $\text{m}^3_{\text{N}}$  means the volume under standard conditions ( $0^\circ\text{C}$ ,  $1.0 \text{ atm}$ ). The molecular weight and formula weight are as follows.

$$\text{H}_2 = 2.0, \text{NaOH} = 40, \text{Cl}_2 = 71$$



(1-1) Consider the electrolysis of sodium chloride solution in water.

(1-1-1) Show the reaction at the anode and that at the cathode in the figure by chemical reaction formulae. Also, show the whole process of producing chlorine from sodium chloride by chemical reaction formula.

(1-1-2) Based on the reaction formula in (1-1-1), fill in the blanks A and B in Table 1 that summarizes the input/output data when producing 1.0 kg of chlorine. Write your answer including your calculation process.

Table 1 Input/output data when producing 1.0 kg of chlorine

Input	NaCl	1.7	kg
	H <sub>2</sub> O	0.00051	m <sup>3</sup>
Output	Cl <sub>2</sub>	1.0	kg
	NaOH	A	kg
	H <sub>2</sub>	B	m <sup>3</sup> <sub>N</sub>

(Problem 2 continues to the next page.)

(1-2) By averaging the results of a survey of various plants, the input and output data of major items in the process of producing chlorine from sun salt can be summarized as shown in Table 2.

Table 2 Input/output data of major items  
in the process of producing chlorine from sun salt

Input	NaCl	1.5	kg
	CaCl <sub>2</sub>	0.070	kg
	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	0.063	kg
	HCl	0.022	kg
	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	0.012	kg
	Electricity	2.5	kWh
	Steam (water)	2.1	kg
	N <sub>2</sub>	0.024	m <sup>3</sup> <sub>N</sub>
	Water 1	0.0040	m <sup>3</sup>
	Water 2	0.068	m <sup>3</sup>
Output	Cl <sub>2</sub>	1.0	kg
	NaOH	1.0	kg
	H <sub>2</sub>	0.29	m <sup>3</sup> <sub>N</sub>

(1-2-1) Water 1 is a raw material for producing chlorine (process water). Estimate the purpose for which Water 2 has been input.

(1-2-2) Table 1 and Table 2 have different items and numerical values. One of the reasons is that sun salt does not consist only of sodium chloride but contains impurities. Write two major reasons among the other possible reasons.

(1-3) An actual product or service is generated through various processes such as the process of generating the product/service as well as a process of generating raw materials necessary for the process. The life cycle assessment evaluates the environmental impacts of products and services in the life cycle. When multiple valuable materials are outputs in one process, an evaluation method is used such that not all of the inputs correspond to their respective outputs, but the inputs are allocated to their respective outputs.

(Problem 2 continues to the next page.)

(1-3-1) Answer the significance of allocating the inputs to their respective outputs. You may use figures if you want.

(1-3-2) In the production of chlorine shown in Table 2, in addition to chlorine, valuable substances such as sodium hydroxide and hydrogen are also produced. If allocated on a molar basis, find the mass of sodium chloride needed to produce 1.0 kg of chlorine. Provide your solution process as well.

(1-3-3) Propose an allocation method based on criteria other than a molar basis and a mass basis. In addition, explain in what process the proposed allocation method is preferable compared to a molar basis or a mass basis, together with the reason.

( 2 ) Read the following text on bicycle sharing and answer the questions.

Bicycle-sharing system has been introduced widely for traffic jam mitigation in urban areas and for tourism. In Japan, more than 200 cities have implemented a bicycle-sharing system. Bicycle sharing is a system to share bicycles with other people and to use them as desired.

① Implementation of this system is expected to reduce environmental impact.

Bicycle-sharing system includes the “station type” in which users pick up and return the bicycles at cycle ports installed within the area and ② the “stationless type”, that is increasing recently, where ports are not set and users can drop off the bicycles at any place.

(2-1) Concerning the underlined part ①, what is the expected effect to reduce environmental impact? Explain using 5–6 lines on your answer sheet.

(2-2) Concerning the underlined part ②, explain the merits and demerits for the operator of the “stationless type”, compared with the “station type”. In addition, provide a possible solution to any of the demerits. Answer using 5–6 lines on your answer sheet.

(Problem continues to the next page.)

### 3

Answer the following questions ( 1 ) to ( 6 ) . Provide your solution process for each answer.

( 1 ) Find the general solution of the following differential equation.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - y = e^x + e^{-x}$$

( 2 ) Consider the real numbers  $x$  and  $y$  constrained by the following conditions,

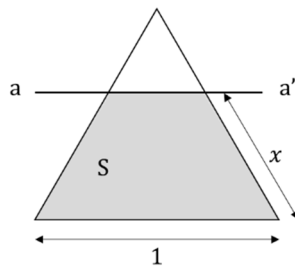
$$\begin{cases} 2y - x^2 \geq 0 \\ y - 3x \leq 0 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$$

and answer the following questions.

(2-1) Find the maximum values of  $x$  and  $y$ , respectively.

(2-2) Find the minimum value of  $2y - x$ .

( 3 ) There is an equilateral triangle with side lengths 1 as shown in the following figure. Consider the area  $S$  and the length of a side  $x$  under the line  $a-a'$  parallel to the base of triangle. Find the value of  $x$  when  $S/(1 + 2x)$  takes the maximum value.



(Problem 3 continues to the next page.)

( 4 ) For a real square matrix  $A$ , the exponential matrix  $e^A$  is defined as follows:

$$e^A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A^k}{k!} = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \cdots,$$

where  $I$  is an identity (unit) matrix.

(4-1) Find the diagonal matrix  $B$  for the given matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

(4-2) Express  $e^A$  in terms of  $e^B$ .

( 5 ) Find the least squares solution to the following simultaneous equations.

$$-x + y = 1$$

$$x + y = 3$$

$$y = 1$$

$$x = 3$$

( 6 ) The points A and B on the number line move independently and continuously uniformly in a range of  $-1$  to  $1$ . Find the probability such that the summation of absolute values of each coordinate position on the number line is equal to or less than  $0.5$ .

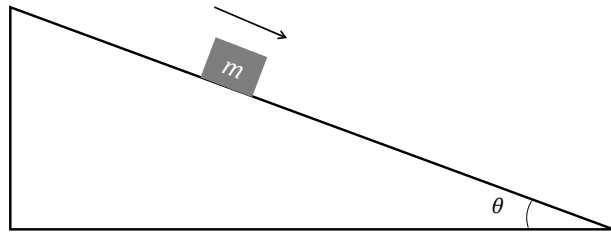
(Problem continues to the next page.)



## 4

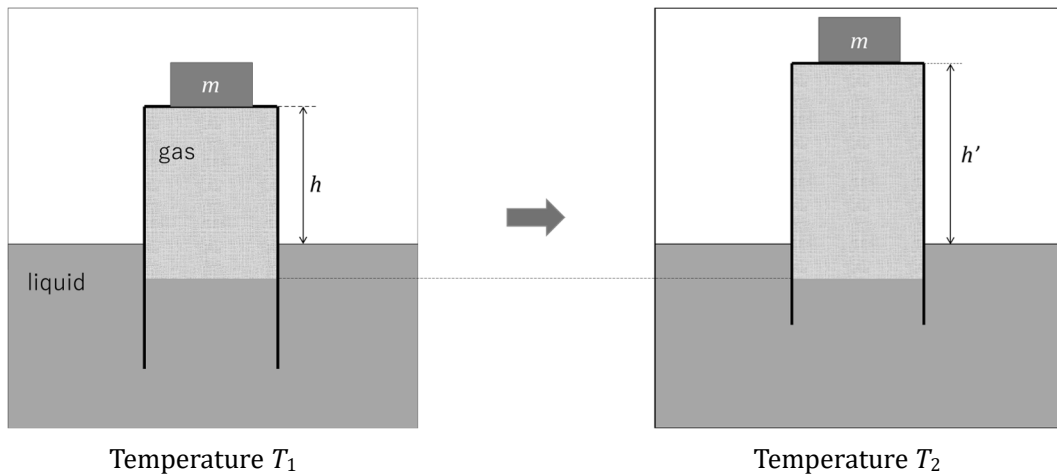
Answer the following questions ( 1 ) to ( 4 ) . Provide your solution process for each answer, except for (4-2).

( 1 ) An object with a mass of  $m$  slides down with a constant velocity  $v$  on the slope which has an angle  $\theta$  to the horizontal. Find the rate of work that the frictional force does on the object, and show that it is equal to the rate of change in the energy of this object. Let the coefficient of the kinetic friction be  $\mu$  and the acceleration of gravity be  $g$ .



(Problem 4 continues to the next page.)

( 2 ) A cylindrical container which has an open bottom of sufficiently large cross-sectional area  $S$ , with a weight of mass  $m$  on the top and  $n$  moles of gas inside, is floating in a liquid in a vacuum so that the side of the cylinder is vertical. When the temperature of this system was  $T_1$ , the height from the liquid surface outside the container to the top of the container was  $h$  (left figure). Let the gravitational acceleration be  $g$ , the gas constant be  $R$ , the density of the liquid be  $\rho$ , the molar specific heat of the gas at constant pressure be  $C_p$ , and the molar specific heat of the gas at constant volume be  $C_v$ . The weight and thickness of the container can be ignored. The gas is assumed to be an ideal gas and its weight can be ignored.



(2-1) Find the difference in the height of the liquid levels between inside and outside of the container.

(2-2) Express the pressure of the gas in the container using  $T_1$ .

Next, when the temperature of the system was raised from  $T_1$  to  $T_2$ , the container moved straight upward because the gas in the container expanded, however, the difference in the height of the liquid levels between inside and outside of the container did not change (right figure). The density of the liquid and the shape of the container do not change as the temperature changes, and the viscosity of the fluids can be negligible. It is assumed that the gas is not dissolved into the liquid and the liquid does not evaporate.

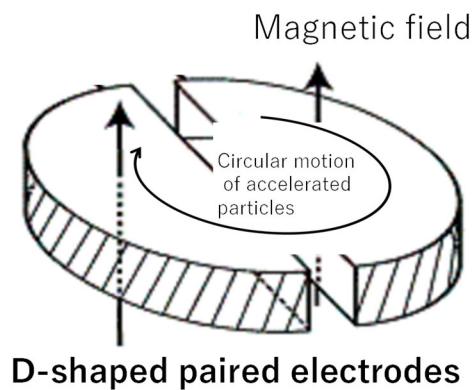
(2-3) Find the amount of heat received by the gas in the process.

(Problem 4 continues to the next page.)

(2-4) Find the internal energy gained by the gas in the process.

(2-5) Find the height from the liquid level outside the container to the top of the container,  $h'$ , when the temperature reached  $T_2$ .

( 3 ) In a uniform magnetic field, when a charged particle moves in a plane perpendicular to the magnetic field, the orbital shape of the particle becomes circular. A pair of D-shaped electrodes are placed on a plane perpendicular to a magnetic field. When an alternating electric field is applied to accelerate a particle as it passes between the paired electrodes, the radius of circular motion of the particle increases with each acceleration. At the outermost of the device, the accelerated particle is taken out using a deflection electrode, etc. Answer following questions about such a radiation generator (accelerator).

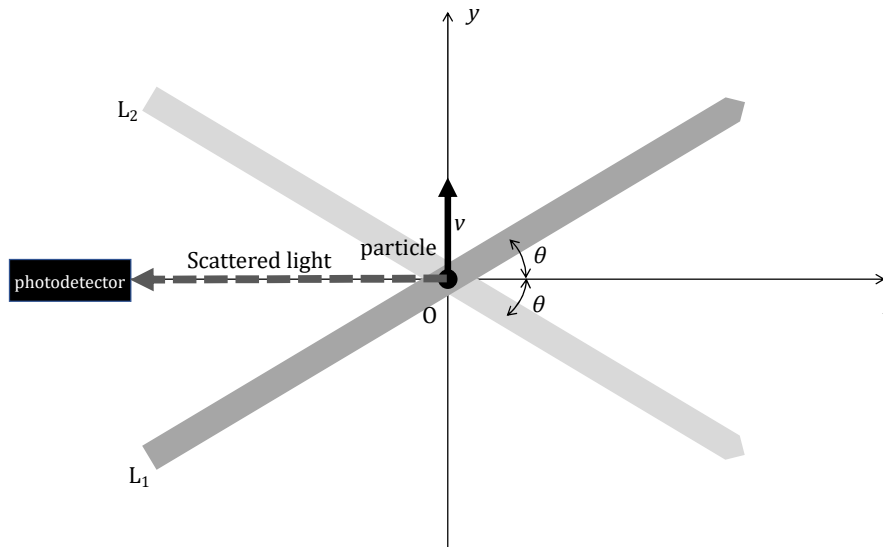


(3-1) Prove that when a particle with charge  $q$  and mass  $m$  has an angular velocity  $\omega$  and makes circular motion in the magnetic flux density  $B$  of the device, the angular velocity  $\omega$  of the particle in the range of non-relativistic velocity should be constant regardless of its velocity.

(3-2) By colliding a high-speed particle generated by such a device with a target nuclide, it is possible to produce a radioactive isotope to be used in medicine. Collision of one accelerated proton with an  $^{18}\text{O}$  produced a radioactive isotope and one neutron. What is the isotope produced in this reaction?

(Problem 4 continues to the next page.)

( 4 ) A particle is floating in the air. Let's determine the velocity of a particle by irradiating the air with a laser light and measuring the scattered light. In the  $x$ - $y$  plane with  $O$  as the origin, a visible laser light,  $L_1$ , of wavelength  $\lambda$  is irradiated through  $O$  at an angle of  $\theta$  ( $0 < \theta < \pi/2$ ) with respect to the positive direction of the  $x$ -axis. Suppose a particle floating in the air passes through  $O$  in the  $x$ - $y$  plane with velocity  $v$  in the  $y$ -axis direction. A photodetector is placed on the  $x$ -axis at  $x < 0$  to measure only the light scattered from the particle at  $O$ . Let the speed of light be  $c$ . The particle is assumed to be spherical and rigid.



(4-1) Find the frequency of the scattered light from the particle reaching the photodetector.

(4-2) For visible laser light, the frequency found in (4-1) was too high to be measured. Therefore, it was not possible to determine the particle velocity from  $L_1$  alone. The velocity of the particle was able to be determined when another visible laser light,  $L_2$ , was irradiated simultaneously. The wavelength of  $L_2$  was the same as that of  $L_1$  and the travel direction of  $L_2$  was symmetrical to that of  $L_1$  with respect to the  $x$ -axis. Explain why the velocity of the particle was able to be determined.

(Problem continues to the next page.)

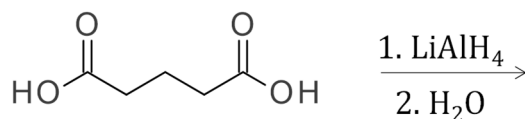
## 5

( 1 ) Show the structural formula of organic compound for the main product of each reaction.

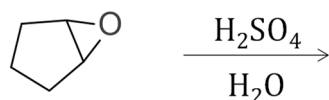
(1-1)



(1-2)

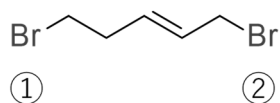


(1-3)

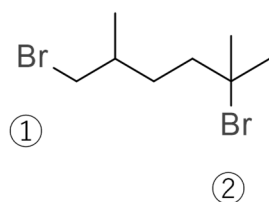


( 2 ) Answer the following questions concerning the reactivity of chemical compounds.

(2-1) In the two bromine atoms (①, ②) in the following compound, answer which of the bromine atom (①, ②) is more reactive in the S<sub>N</sub>1 reaction? Concisely explain your reason as well.



(2-2) In the two bromine atoms (①, ②) in the following compound, answer which of the bromine atom (①, ②) is more reactive in the S<sub>N</sub>2 reaction? Concisely explain your reason as well.



(Problem 5 continues to the next page.)

( 3 ) Answer the following questions about oxygen species.

(3-1) Answer the number of electrons occupying the antibonding orbitals of  $O_2$ .

(3-2) Write  $O_2$ ,  $O_2^-$ ,  $O_2^{2-}$ ,  $O_2^+$  in order of increasing the bond length. Explain your reason as well.

( 4 ) Answer the following question about crystal. Show the derivation process as well.

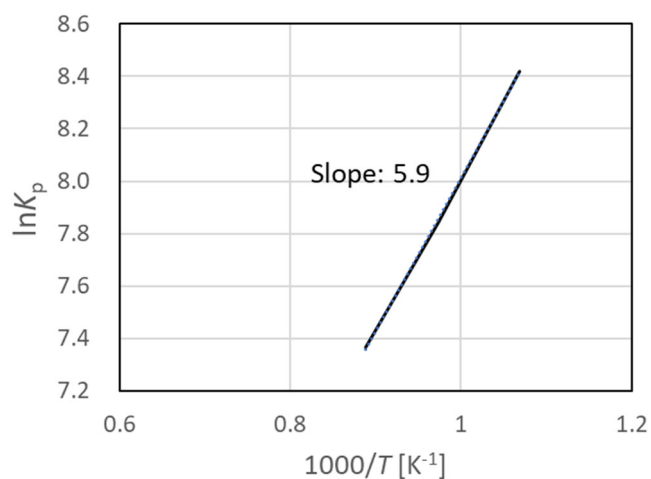
Si crystal has a cubic structure and contains eight atoms in the unit cell. When the lattice constant is  $a_0$ , the relationship between face index ( $h\ k\ l$ ) and interplanar spacing  $d_{hkl}$  can be expressed as the following equation.

$$a_0 = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \cdot d_{hkl}$$

The interplanar spacing  $d_{220}$  for (2 2 0) plane of Si crystal can be obtained by the X-ray diffraction measurement. Let  $M$  be the molar mass of Si and  $\rho$  be the density of Si crystal. Find Avogadro constant  $N_A$  using  $d_{220}$ ,  $M$ , and  $\rho$ .

(Problem 5 continues to the next page.)

( 5 ) For the reaction:  $\text{NiO(s)} + \text{CO(g)} \rightleftharpoons \text{Ni(s)} + \text{CO}_2\text{(g)}$ , the plot of the equilibrium constant  $K_p$  vs. inverse of temperature  $T$  is shown below. Vertical axis is the natural logarithm of  $K_p$ . Suppose CO and  $\text{CO}_2$  are ideal gases. Answer the following questions.



(5-1) Express  $K_p$  using partial pressure of CO ( $P_{\text{CO}}$ ) and that of  $\text{CO}_2$  ( $P_{\text{CO}_2}$ ).

(5-2) Based on the Gibbs-Helmholtz equation ( $G$ : Gibbs free energy,  $H$ : enthalpy), find the right term of the following van 't Hoff equation using  $T$ , reaction enthalpy  $\Delta H$ , and gas constant  $R$  ( $8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ). Show the derivation process as well.

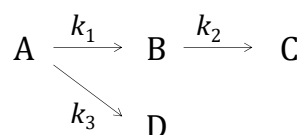
$$\left( \frac{\partial G}{\partial T} \right)_p = -\frac{H}{T^2} \quad (\text{Gibbs-Helmholtz equation})$$

$$\frac{d \ln K_p}{dT} = \boxed{\phantom{000000}} \quad (\text{van 't Hoff equation})$$

(5-3) The relationship between  $\ln K_p$  vs. inverse of  $T$  is approximated by a straight line, and the value of the slope shown in the figure was obtained. Find the standard enthalpy of reaction  $\Delta H^0$  at 1000 K.

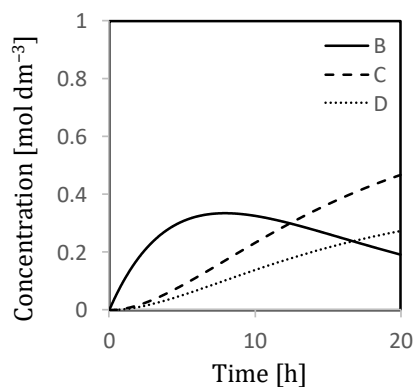
(Problem 5 continues to the next page.)

( 6 ) In liquid phase, compound A converts to compounds B, C, and D according to the following reaction paths. Each reaction is the first order reaction, and the reaction rate coefficients are  $k_1 = 3.2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  ,  $k_2 = 2.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  ,  $k_3 = 1.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$  . Answer the following questions.



(6-1) When the initial concentration of A is  $1.0 \text{ mol dm}^{-3}$ , answer the concentration of A after 9.5 h from the start of the reaction. You can use  $\ln 2 = 0.69$ ,  $\ln 3 = 1.1$ ,  $\ln 5 = 1.6$ , if necessary. Show the derivation process as well.

(6-2) The changes in the concentration of compounds B, C, and D are as shown in the following figure, and the behavior of one compound is incorrect. Answer the compound, and concisely explain your reason.



(The end of the problem)