# 大学院情報理工学研究科
# 博士前期課程一般入試　入学試験問題
# （2022年8月17日実施）

## 【機械知能システム学専攻】

## 専門科目：［必須問題（数学）］

**※注意事項**

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．必須問題（数学）の問題冊子はこの注意事項を含めて３枚、解答用紙は２枚である。
（計算用紙は含まない）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

4．必須問題（数学）の試験時間は60分である。

5．問題は数学基礎２問である。すべての問題を解答すること。

6．解答は、問題ごとに専用の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

7．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

8．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

9．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施）

**必須問題（数学）**

**機械知能システム学専攻**

# 数学基礎

以下の問1，問2に答えよ．

問1. 以下の設問に答えよ．

(1) 直交座標空間にある曲線Cが $\theta \geq 0$ で定義された極座標表示の関数 $r = a\theta$（ただし, $a$は正の定数）によって表される場合を考える．$\theta = \dfrac{\pi}{2}$ のときの曲線Cの接線の傾きを求めよ．

(2) $D: 0 \leq x \leq y \leq 1$ における $\displaystyle\iint_D xe^{y^3}\,dxdy$ の値を求めよ．ただし，$e$は自然対数の底である．

(3) 次の微分方程式の一般解を求めよ．ただし，$e$は自然対数の底である．

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = e^{2x}$$

**キーワード：Keywords**

直交座標空間：orthogonal coordinates space, 曲線：curve, 極座標表示：polar coordinates indication, 関数：function, 正の定数：positive constant, 接線：tangential line, 傾き：slope, 値：value, 自然対数：natural logarithm, 底：base, 微分方程式：differential equation, 一般解：general solution

【次ページに続く】

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022年8月17日実施）

## 必須問題（数学）

## 機械知能システム学専攻

# 数学基礎

［前ページから続く］

**問 2.** 以下の設問に答えよ．

(1) $\mathbb{R}^n$をn次元の実数空間とし，線形写像 $F:\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ が次式で定義されている．

$$F: \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 & -7 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

線形写像$F$の核 Ker $F$の次元の数を答えよ．さらに，線形写像$F$の像 Im $F$の基底を１組求めよ．なお，基底はそれぞれ大きさを１に正規化したものとすること．

(2) 次の $x_1, x_2, x_3$ に関する連立１次方程式が一意解をもつとき，定数 $a$ が満たすべき条件と，そのときの解 $x_1, x_2, x_3$ を求めよ．

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 + ax_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 = a \end{cases}$$

(3) 定数$a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$によって次式のように行列$A$が定義されている．

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

行列$A$の固有値は$k_1, k_2$であり，$k_1 \neq k_2$とし，それぞれの固有値に対応する固有ベクトル $v_1, v_2$ は任意定数 $t$ を用いて次式で与えられるとする．

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} t, \quad v_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ b \end{bmatrix} t$$

このとき，行列$A$が対角化可能であるための条件式を求めよ．また，行列$A$を対角化することで得られる行列を$B$とし，行列$B$の対角要素が $k_1, k_2$ となる場合について，対角化に用いる正則行列$P$を求め，行列$A$と行列$B$の関係を$P$を用いて表現せよ．

キーワード：Keywords
次元：dimension，実数空間：real space，線形写像：linear mapping，定義：definition，核：kernel，像：image，基底：basis，正規化：normalization，連立１次方程式：simultaneous linear equations，一意解：unique solution，定数：constant，条件：condition，解：solution，行列：matrix，固有値：eigenvalue，固有ベクトル：eigenvector，任意定数：arbitrary constant，対角化可能：diagonalizable，対角化：diagonalization，対角要素：diagonal element，正則行列：regular matrix

大学院情報理工学研究科
博士前期課程一般入試　入学試験問題
（2022年8月17日実施）

# 【機械知能システム学専攻】

## 専門科目：［必須問題（物理学）］

**※注意事項**

1．試験開始の合図があるまで問題冊子を開いてはいけない。

2．必須問題（物理学）の問題冊子はこの注意事項を含めて４枚、解答用紙は２枚である。（計算用紙は含まない）

3．試験開始の合図の後、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

4．必須問題（物理学）の試験時間は60分である。

5．問題は物理学基礎２問である。すべての問題を解答すること。

6．解答は、問題ごとに専用の解答用紙を使用すること。
必要なら裏面を使用してもよいが、その場合は表面下に「裏面へ続く」と記入すること。
解答は必ず解答用紙に記入すること。計算用紙に解答を記入しても採点の対象とはならない。

7．試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせること。

8．試験終了後、この問題冊子は持ち帰ること。

9．解答は英語でもよい。

問題は次のページからです。

このページは問題冊子の枚数には
含みません。

大学院情報理工学研究科　博士前期課程：一般入試（2022 年 8 月 17 日実施））

## 必須問題（物理学）

## 機械知能システム学専攻

# 物理学基礎

以下の問１，問２に解答せよ．

問１

図 1-(a) のように，水平な床面の上に剛体の半円板が置かれている．半円板の中心を P，重心を G とする．床面に沿って $x$ 軸，鉛直上向きに $y$ 軸をそれぞれ取り，つり合いの姿勢 (半円板の弦が水平になるような姿勢) での半円板と床面の接点を原点 O とする．半円板の半径を $R$，質量を $M$，重心 G 点まわりの半円板の慣性モーメントを $I$ とし，線分 $\overline{\mathrm{PG}}$ の長さを $c$ とする．重力加速度 $g$ は鉛直下向きに働くとし，転がり抵抗は無視できる．以下の問いに答えよ．

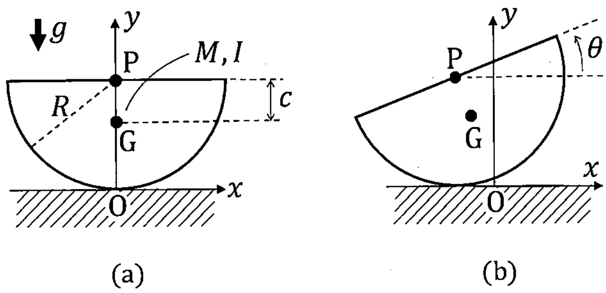


図 1　水平な床面に置かれた剛体の半円板

(1) 図 1-(a)の状態をつり合いの姿勢として，半円板が床の上を滑らずに回転して振動する．図 1-(b)のように傾き角を $\theta$ とする時の半円板の中心 P の位置座標 $(p_x, p_y)$ と重心 G の位置座標 $(X, Y)$ を，それぞれ $R, c, \theta$ を用いて表せ．

(2) 重心 G の速度 $(\dot{X}, \dot{Y}) \equiv \left(\frac{dX}{dt}, \frac{dY}{dt}\right)$ を $R, c, \theta, \dot{\theta}$ を用いて表せ．

(3) この系の全運動エネルギーを $R, c, M, I, \theta, \dot{\theta}$ を用いて表せ．

(4) つり合いの姿勢 $(\theta = 0)$ の時の重心 G の位置を基準として，この系の位置エネルギーを表せ．

(5) 傾き角 $\theta$ を変数として，この系の運動方程式を表せ．

(6) 単振動に近似して，この系の振動の周期を求めよ．

キーワード: keyword
水平: horizontal, 床面: flat surface, 剛体の半円板: rigid semicircle, 中心: center, 重心: center of gravity, 鉛直: vertical, 上向き: upward, つり合いの姿勢: balanced posture, 半円板の弦: chord of the semicircle, 接点: contact point, 原点: origin, 半径: radius, 質量: mass, 慣性モーメント: inertia moment, 線分: line segment, 長さ: length, 重力加速度: gravitational acceleration, 下向き: downward, 転がり抵抗は無視できる: rolling resistance can be ignored, 滑らずに回転: rolling without slipping, 振動: oscillation, 傾き角: tilting angle, 位置座標: position coordinates, 速度: velocity, 系: system, 全運動エネルギー: the total kinetic energy, 位置エネルギー: positional energy, 変数: variable, 運動方程式: equation of motion, 単振動: simple harmonic oscillation, 近似: approximation, 振動の周期: period of oscillation

【次ページへ続く】

必須問題（物理学）

機械知能システム学専攻

# 物理学基礎

【前ページから続く】

問2

次の問に答えよ．ただし以下の補足1および補足2を必要に応じて用いてもよい．また，図1，図2中の軸 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ は互いに直交するものとし，$\vec{i} = (1,0,0), \vec{j} = (0,1,0), \vec{k} = (0,0,1)$ とする．以下の問においてベクトルの成分を答える場合は，軸 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ に沿った値をこの順番で表現せよ．なお断りのない限り以下の議論は真空中でのものとする．

1. 円形コイルを用いてなるべく空間的に一様な磁界を作ることを考える．まず半径 $a$，巻数 $N$ の円形コイル A を，図1上の軸 $\vec{j}$ とコイルの軸が平行になるように置いたとき，コイル中心から軸 $\vec{k}$ と平行な線が交わる（図1上のコイルの最上部）点上にある微小部分 $d\vec{s}$ が，コイルの軸上でコイル面から $b$ だけ離れた点 $P$ に作る磁界 $d\vec{H}$ を求め，ベクトルの成分を用いて表現せよ．なお微小部分 $d\vec{s}$ において大きさ $I$ の電流が，図1上で紙面奥から手前に流れているものとする．
2. 円形コイル A 全体が点 $P$ に作る磁界を求め，ベクトルの成分を用いて表現せよ．
3. 次に，同じ円形コイル B を点 $P$ からコイル A の軸上でさらに距離 $b$ だけ離して設置する．コイル A と同じく，軸 $\vec{j}$ とコイルの軸が平行になるようにし，コイル A と同じ大きさの電流を同じ向きに流す．このとき，点 $P$ からコイル軸上でコイル B 側に $x$ だけ離れた点 $Q$ の磁界を求め，ベクトルの成分を用いて表現せよ．
4. 点 $Q$ は点 $P$ の近傍であるという条件に限定して考えることにし，点 $Q$ の磁界を $x$ の2次式で近似したうえで，ベクトルの成分を用いて表現せよ．
5. 前問の条件のもとで，点 $P$ の近傍で点 $Q$ の磁界がその位置によらず，空間的に一様になる条件を求めよ．またそのときの点 $Q$ の磁界をベクトルの成分を用いて表現せよ．

補足1：ビオ・サバールの法則

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times (\vec{x} - \vec{r})}{|\vec{x} - \vec{r}|^3}$$

ここで $\vec{x}$ は観測点の位置ベクトル，$\vec{r}$ は電流素片 $Id\vec{s}$ の位置ベクトルを表す．

補足2：テイラー級数展開の公式

$$f(x)\,|_{x\sim a} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

【次ページへ続く】

【前ページから続く】

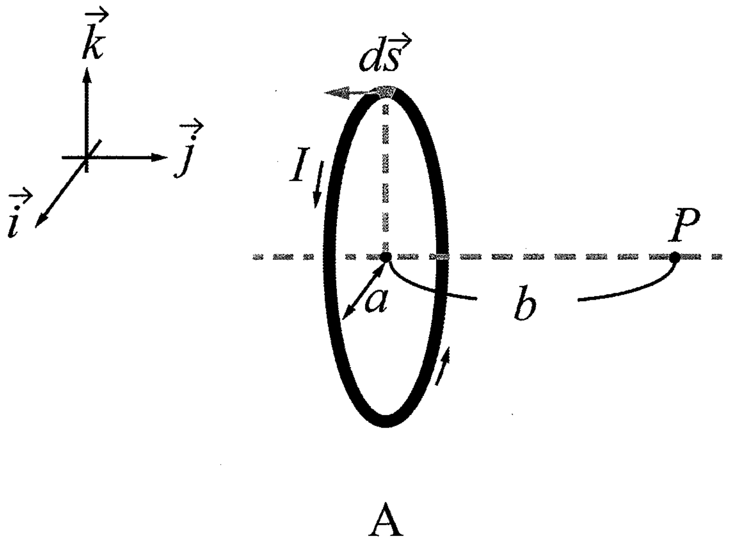


図１

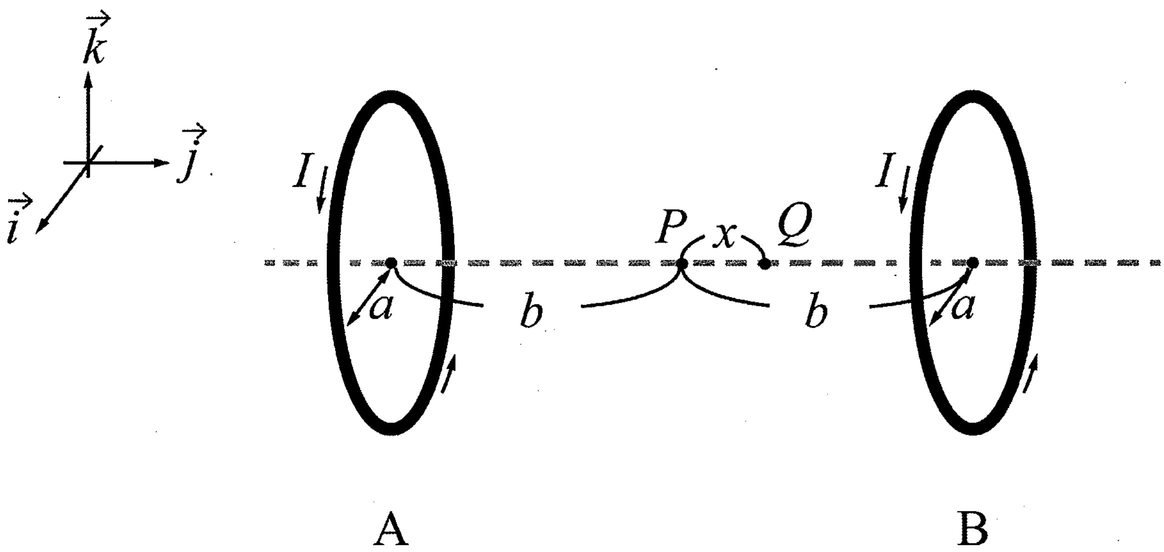


図２

キーワード：Keywords
軸:axis, 直交:orthogonal, ベクトルの成分:vector components, 値:values, 順番:order, 真空中:in a vacuum, 円形コイル:circular coil, 空間的に一様:spatially uniform, 磁界:magnetic field, 半径:radius, 巻数:number of turns, コイルの軸:coil axis, 並行:parallel, コイル中心:coil center, 線:line, 交わる:crossing, 点:point, 微小部分:infinitesimal element, 離れた:distant, 大きさ:magnitude, 電流:current, 紙面奥から手前に流れている:flowing from the back of the paper to the front, 距離:distance, 近傍:neighborhood, 条件:condition, ２次式で近似:quadratic approximation, 位置:position, ビオ・サバールの法則:Biot-Savart law, 観測点:observation point, 位置ベクトル:position vector, 電流素片:current element, テイラー級数展開の公式:Formula of Taylor-series expansion