

京都大学大学院情報学研究科  
通信情報システム専攻 修士課程入学選抜試験問題  
(2021 年度 10 月期入学・2022 年度 4 月期入学)

Admissions for October 2021 and for April 2022

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2021年8月1日 9:00－12:00

August 1, 2021 9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎B  
**Problem Set B**

**注意 (NOTES)**

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「**専門基礎B**」の問題用紙で、表紙共に 16 枚 ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は8問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8)ある。**4問を選択して解答すること。** 答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の解答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じのまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set B**” in 16 pages including this front cover.  
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 8 questions;** B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, and B-8. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

## 専門基礎B

**B-1**, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, **B-8**の8問から4問を選択して解答せよ。

### Problem Set B

, Choose and answer 4 questions out of **B-1**, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, and **B-8**.

#### **B-1**

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 下記のデジタル伝送技術に関する問に答えよ。

- (a) 最高周波数が16 kHzのオーディオ信号を、16ビット量子化によりPCM (Pulse Code Modulation) 伝送する。必要なビット速度を求めよ。
- (b) 問(a)のビット列を、16QAM (Quadrature Amplitude Modulation) で伝送する場合に必要なシンボル速度を求めよ。
- (c) 遅延時間差が20  $\mu$ sである2波を持つ伝搬路の周波数伝達関数を示せ。
- (d) 問(a)のビット列を、サブキャリアの変調方式が16QAMであるOFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 信号として、問(c)の伝搬路で伝送する。シンボル間干渉なく、ガードインターバル長をOFDMシンボル長の20%以下とするために必要な最低限のサブキャリア数を求めよ。なお、OFDMシンボルは、ガードインターバルと有効シンボルで構成される。
- (e) NRZ (Non-Return-to-Zero) と位相符号化をそれぞれ説明せよ。それぞれの利点が明確になるようにすること。

(2) 最大システム内呼数が3であり、サーバ数が3である待ち行列M/M/3/3システムにおける呼の到着を考える。 $\lambda$  [呼/秒] と  $\mu$  [呼/秒] は、それぞれ到着率とサービス率である。 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$  とする。システム内の呼数が $n$ である確率を $p(n)$ とする。以下の問に答えよ。

- (a) 状態遷移図を示せ。
- (b) 平衡状態方程式を示せ。
- (c)  $p(0)$ ,  $p(1)$ ,  $p(2)$ , および  $p(3)$  を  $\rho$  を用いて求めよ。
- (d) 呼が損失する確率 (ブロッキング率) を  $\rho$  を用いて求めよ。
- (e) システム内平均呼数を  $\rho$  を用いて求めよ。
- (f) 平均システム内滞在時間を  $\rho$  と  $\lambda$  を用いて求めよ。

Answer all the following questions.

- (1) Answer the following questions related to digital transmission techniques.
  - (a) Find the required bit rate of Pulse Code Modulation (PCM) transmissions using 16-bit quantization to transmit an audio signal with frequency up to 16 kHz.
  - (b) Find the required symbol rate to transmit the bit stream of Question (a) by 16QAM (Quadrature Amplitude Modulation).
  - (c) Find the frequency transfer function of the channel with two paths of  $20\text{ }\mu\text{s}$  delay time difference.
  - (d) Suppose Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) transmissions with 16QAM subcarrier modulation of the bit stream in Question (a) over the channel in Question (c). Find the minimum number of subcarriers in order for the guard interval to be less than or equal to 20% of the OFDM symbol without inter-symbol interference. Note that an OFDM symbol consists of guard interval and effective symbols.
  - (e) Explain each of Non-Return-to-Zero (NRZ) and phase encoding so that the advantages of each are clear.
- (2) Consider call arrivals at the M/M/3/3 queuing system, where the maximum number of calls is three and the number of servers is three.  $\lambda$  [call/second] and  $\mu$  [call/second] are arrival and service rates, respectively.  $\rho$  is defined as  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ .  $p(n)$  is the probability that the number of calls in the system is  $n$ . Answer the following questions.
  - (a) Draw the state transition diagram.
  - (b) Show the equilibrium state equations.
  - (c) Find  $p(0)$ ,  $p(1)$ ,  $p(2)$ , and  $p(3)$  by using  $\rho$ .
  - (d) Find the probability that a call is lost, i.e., blocking probability, by using  $\rho$ .
  - (e) Find the average number of calls in the system by using  $\rho$ .
  - (f) Find the average sojourn time in the system by using  $\rho$  and  $\lambda$ .

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 変調に関する以下の問に答えよ。

搬送波信号 $c(t)$ とベースバンド信号 $s(t)$ は次式で与えられる。

$$c(t) = A \cos 2\pi f_c t \quad (1)$$

$$s(t) = m \cos 2\pi f_m t \quad (2)$$

ただし $A$ ,  $m$ は定数,  $f_c$  は搬送波の周波数,  $f_m$  はベースバンド信号の周波数であり,  $0 < f_m \ll f_c$ とする。

- (a) 式(1), (2)を用いて, 振幅変調 (AM) 信号 $u_{AM}(t)$ , 両側波帯変調 (DSB-SC) 信号 $u_{DSB}(t)$ について式を導出せよ。
- (b) DSB-SC 信号 $u_{DSB}(t)$ のフーリエ変換 $U_{DSB}(f)$ を導出し, 周波数スペクトル $U_{DSB}(f)$ を図示せよ。
- (c)  $m = 1$ の場合, AM 信号 $u_{AM}(t)$ の全電力に対する側帯波電力の比 $\eta_{AM}$ を導出せよ。
- (d) DSB-SC 信号 $u_{DSB}(t)$ を同期検波方式により復調する受信機の構成を図と数式を用いて詳細に説明せよ。

(2) 次に示す変調信号 $y(t)$ に関する以下の問に答えよ。

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t - kT) \cos 2\pi f_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t - kT) \sin 2\pi f_c t$$

ここで,  $f_c$ は搬送波周波数,  $p(t)$ は送信パルス波形,  $T$ はシンボル間隔 ( $f_c \gg 1/T$ ),  $i[k] \in \{-1, 1\}$ および $q[k] \in \{-1, 1\}$ はそれぞれ同相チャネルと直交チャネルの情報系列とする。

- (a) 送信パルス波形にロールオフファクタ $\alpha$ のルートレイズドコサインパルスを用いる場合,  $p(t)$ の周波数伝達関数を式で示せ。
- (b) 問(a)において,  $\alpha = 0$ とした場合の両側帯域幅を示せ。
- (c)  $y(t)$ の変調方式の名称を答え, この変調方式についてグレイ符号を用いたマッピング例を示し, グレイ符号を用いる利点を述べよ。
- (d) 整合フィルタ受信を説明せよ。また, 整合フィルタ受信を行うための受信フィルタのインパルス応答を $h(t)$ としたとき,  $p(t)$ と $h(t)$ との関係式を根拠とともに示せ。

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions related to modulation schemes.

The carrier signal  $c(t)$  and the baseband signal  $s(t)$  are given by the following equations:

$$c(t) = A \cos 2\pi f_c t \quad (1)$$

$$s(t) = m \cos 2\pi f_m t \quad (2)$$

where  $A$  and  $m$  are constant values,  $f_c$  is the frequency of the carrier signal,  $f_m$  is the frequency of the baseband signal, and  $0 < f_m \ll f_c$ .

- (a) Derive the amplitude modulation (AM) signal  $u_{AM}(t)$  and the double sideband with suppressed carrier (DSB-SC) signal  $u_{DSB}(t)$  by using Equations (1) and (2).
- (b) Derive  $U_{DSB}(f)$  which is the Fourier transform of the DSB-SC signal  $u_{DSB}(t)$ . Show the frequency spectrum of  $U_{DSB}(f)$  by using figures.
- (c) Find  $\eta_{AM}$  which is the ratio of the sideband signal power to the total power of the AM signal  $u_{AM}(t)$  in the case of  $m = 1$ .
- (d) Explain the receiver which adopts a coherent detection scheme for DSB-SC signal  $u_{DSB}(t)$  by using figures and equations in detail.

(2) Answer the following questions related to the modulated signal  $y(t)$  shown below:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i[k]p(t - kT) \cos 2\pi f_c t - \sum_{k=-\infty}^{\infty} q[k]p(t - kT) \sin 2\pi f_c t$$

where  $f_c$  is the frequency of the carrier,  $p(t)$  is the transmit pulse shape,  $T$  is the symbol duration ( $f_c \gg 1/T$ ), and  $i[k] \in \{-1, 1\}$  and  $q[k] \in \{-1, 1\}$  are the information sequences of in-phase channel and quadrature channel, respectively.

- (a) Assuming transmit pulse shape is the root raised cosine pulse with the roll-off factor  $\alpha$ , find the frequency transfer function of  $p(t)$ .
- (b) In Question (a), show the double-sided bandwidth when  $\alpha = 0$ .
- (c) Answer the name of the modulation scheme used for  $y(t)$ , draw a mapping with Gray code for this modulation scheme, and describe the advantages of using Gray code.
- (d) Explain matched filter reception. Furthermore, assuming  $h(t)$  is the impulse response of the receive filter when matched filter reception is employed in the receiver, show the relation between  $p(t)$  and  $h(t)$  with reason.

図(a)に示す座標系の原点 O に、 $z$  軸方向に置かれた長さ  $l$  の微小ダイポールアンテナ D に  $z$  軸に沿って電流  $Ie^{j\omega t}$  が流れている。ただし媒質は真空とし、その固有インピーダンスを  $120\pi$  とする。下記のすべての問に答えよ。

Suppose that a current  $Ie^{j\omega t}$  along  $z$ -axis flows in an infinitesimal dipole antenna D with length  $l$  which is located in the direction of  $z$ -axis at the origin O of the coordinate system shown in Figure (a). Here the medium is vacuum, and its intrinsic impedance is given by  $120\pi$ . Answer all the following questions.

- (1) ベクトルポテンシャルが次式で与えられるとき、任意の点における電界および磁界の極座標系における各成分を求めよ。

When the vector potential is given by the following equation, give all the components of the electric and magnetic fields in polar coordinates at any point.

$$A(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu_0 I l}{4\pi r} e^{-jkr} (\cos\theta \mathbf{e}_r - \sin\theta \mathbf{e}_\theta)$$

必要であれば、以下で示す回転の極座標系表現を用いてもよい。

You may use vector rotation in polar coordinates given by the following formula if you need.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin\theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial\theta} (A_\varphi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi} \right\} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \left\{ \frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial A_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right\} \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial\theta} \right\} \mathbf{e}_\varphi$$

- (2) アンテナ D からの放射電力を求めよ。

Give the radiated power from antenna D.

- (3) アンテナ D の放射抵抗を求めよ。

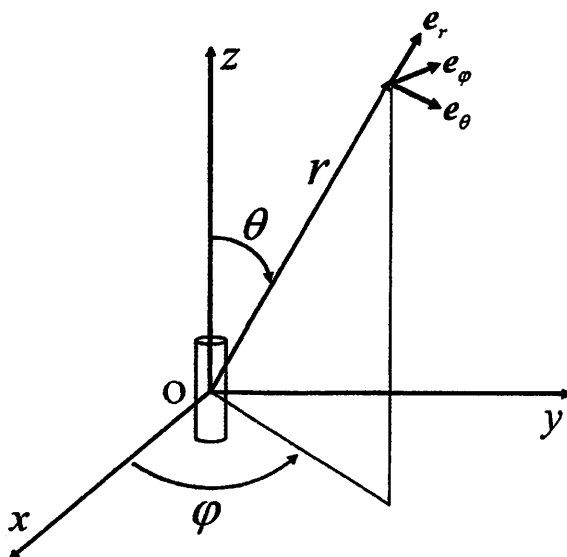
Give the radiation resistance of antenna D.

- (4) アンテナ D の絶対利得を求めよ。

Give the absolute gain of antenna D.

- (5) アンテナ D と同じ特性を持つ 2 本のアンテナを  $z$  軸方向に 1 波長離して設置し、これらを同位相、同振幅の電流で励振したとする。このときの十分遠方における指向性を与える式を示せ。

Suppose that two antennas with the same characteristics as antenna D are placed along  $z$ -axis at a distance of a wavelength, and excited by currents with equal phase and amplitude. Show the formula that gives the directivity for this case at a sufficiently distant point.



図(a)  
Figure (a)

下記のすべての問に答えよ。 $\bar{\phantom{x}}$  は論理否定、 $\cdot$  は論理積、 $+$  は論理和、 $\oplus$  は排他的論理和を表す。

Answer all the following questions.  $\bar{\phantom{x}}$ ,  $\cdot$ ,  $+$ , and  $\oplus$  denote logical negation, logical and, logical or, and exclusive or, respectively.

- (1) 以下に示す論理関数  $f$  について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the logic function  $f$  defined below.

$$f = (a + \bar{b} + d) \cdot (a + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{b} + \bar{c} + d) \cdot (\bar{a} + \bar{c} + \bar{d}) \cdot (\bar{a} + b + \bar{d})$$

- (a) 論理関数  $f$  の最小積和形表現を求めよ。

Give a minimum sum-of-products expression of  $f$ .

- (b) 論理関数  $f$  の最小和積形表現を求めよ。

Give a minimum product-of-sums expression of  $f$ .

- (c) 3 入力 NAND ゲートのみを用いて、論理関数  $f$  を出力とするゲート数最小の論理回路を示せ。なお、入力として、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  およびそれらの否定  $\bar{a}$ 、 $\bar{b}$ 、 $\bar{c}$ 、 $\bar{d}$  が与えられるものとする。

Derive a logic circuit that realizes  $f$  with the minimum number of 3-input NAND gates only. Assume  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  and their complements  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{c}$ ,  $\bar{d}$  are available as inputs.

- (d) 論理関数  $g = b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b}$ 、 $r = b \cdot \bar{c} \cdot d$  を考える。 $f = (g \oplus h) + r$  を満足するすべての論理関数  $h$  の中から、積項数が最小でリテラル数が最も少ない積和形論理式を持つ論理関数の最小積和形表現を求めよ。

Assume logic functions  $g = b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b}$  and  $r = b \cdot \bar{c} \cdot d$ . Among all the logic functions of  $h$  that satisfies  $f = (g \oplus h) + r$ , derive a minimum sum-of-products expression of a logic function that has the minimum number of product terms with the minimum number of literals in its minimum sum-of-products form.

- (2) 図 (a) に示す入力  $x$  と出力  $y$  を持つ順序回路について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the sequential circuit with an input of  $x$  and an output of  $y$  depicted in Figure (a).

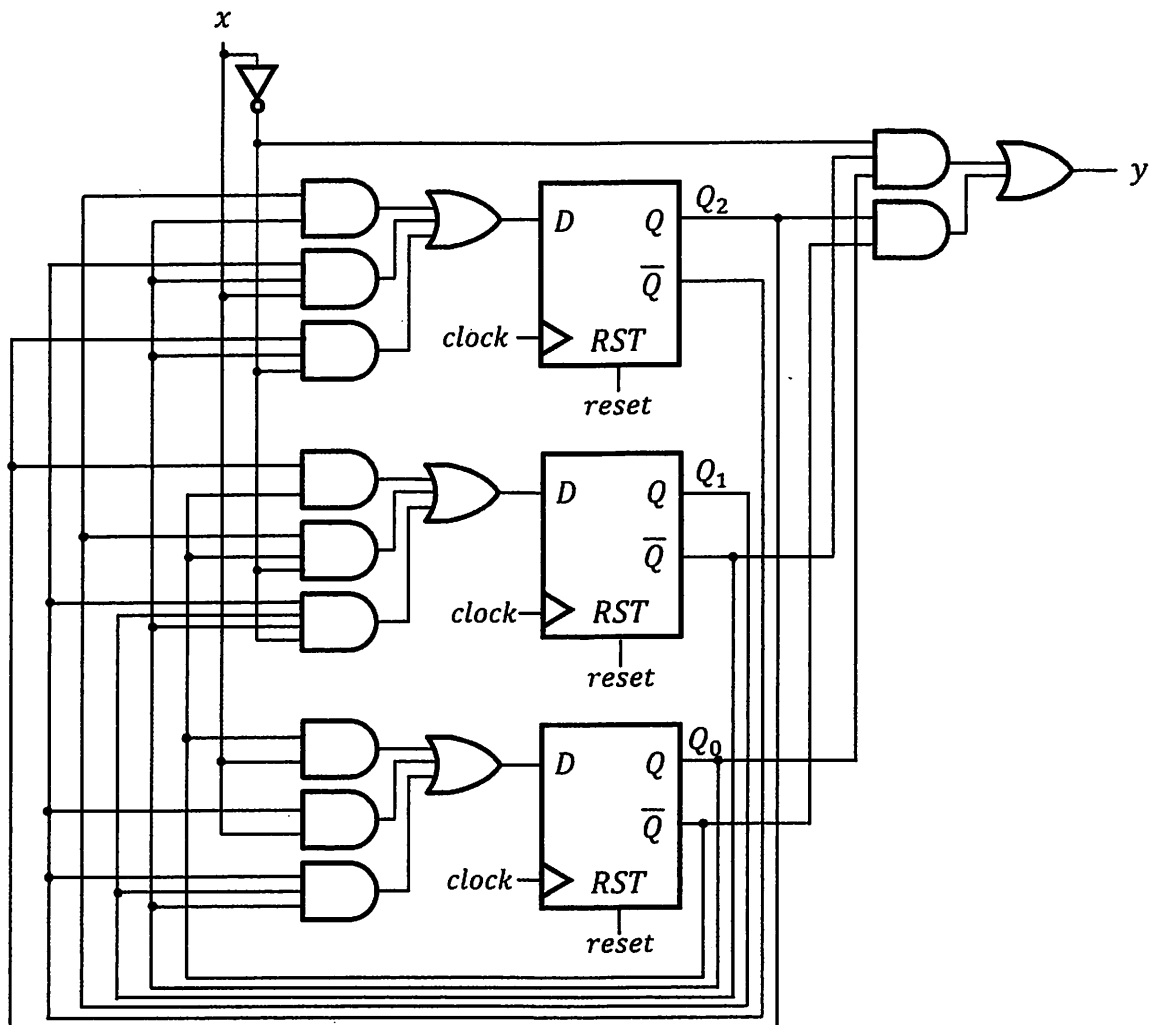
- (a) 状態遷移出力表を示せ。リセットされた状態を初期状態とし、初期状態から回路を動作させても到達できない状態は記載しないこと。

Derive a state transition and output table. Suppose that the reset state is the initial state. Exclude the states that cannot be reached from the initial state in the circuit operation.

- (b) 問 (a) で求めた状態遷移出力表について、状態数が最小であるか答えよ。最小でない場合には、等価な状態の組を示せ。



Answer whether the number of states is minimum regarding the state transition and output table derived in Question (a). If it is not minimum, derive sets of equivalent states.



⊠ (a)

Figure (a)

# B-5

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

(1) 下記のプロセススケジューリングに関する問に答えよ。

Answer the following questions related to process scheduling.

CPU と外部記憶をそれぞれ 1 つずつ有するシステムで  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$  の 5 つのプロセスを実行する場合を考える。 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$  は実行完了までに、それぞれ 10 ミリ秒、5 ミリ秒、2 ミリ秒、3 ミリ秒、4 ミリ秒の CPU 時間を要求する。また、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$  は CPU での処理が完了した後に 5 ミリ秒の外部記憶アクセスを要求する。システムの実行開始時点で実行可能待ち行列は先頭から  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$  の順で埋められている。外部記憶は first-in first-out でスケジューリングされ、CPU と独立に動作でき、外部記憶装置のコンテキストスイッチに掛かる時間は無視できるとする。

例えば、CPU のコンテキストスイッチに要する時間を 0.3 ミリ秒と仮定し、CPU スケジューリングに first-in first-out を用いた時の  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$  のスケジューリング結果は表 (a) の様になる。

Consider the case where five processes,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$ , are executed in a system with one CPU and one external storage device.  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$  require 10 ms, 5 ms, 2 ms, 3 ms, and 4 ms of CPU time, respectively, to complete their execution. In addition,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$  require 5 ms of external memory access after CPU processing is completed. At the start of system execution, the executable queue is filled from the top in the order of  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$ . It is assumed that external storage is scheduled first-in first-out, can operate independently of the CPU, and the time taken for context switching of the external storage can be ignored.

For example, assuming that the time required for the CPU context switch is 0.3 ms and first-in first-out is used for the CPU scheduling, the scheduling results for  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$  are as shown in Table (a).

表 (a): First-in first-out スケジューリングの結果

Table (a): First-in first-out scheduling result.

時刻 [ms] Time [ms]	CPU 使用中のプロセス Process using CPU	外部記憶使用中のプロセス Process using external storage
0-10	$P_1$	—
10-10.3	Context Switch	—
10.3-15.3	$P_2$	—
15.3-15.6	Context Switch	—
15.6-17.6	$P_3$	—
17.6-17.9	Context Switch	$P_3$
17.9-20.9	$P_4$	$P_3$
20.9-21.2	Context Switch	$P_3$
21.2-22.6	$P_5$	$P_3$
22.6-25.2	$P_5$	$P_4$
25.2-27.6	—	$P_4$
27.6-32.6	—	$P_5$

(a) クオアンタム時間が 10 ミリ秒のラウンドロビンを用いた  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$  のスケジューリング結果を、表 (a) と同様の形式で、時刻毎の “CPU 使用中のプロセス” 及び “外部記憶使用中

のプロセス”が分かるように示せ。なお、本問では CPU のコンテキストスイッチに要する時間は無視できるとする。

Show the scheduling results of  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$  using round robin with a quantum time of 10 ms in the same format as Table (a), clearly indicating the “processes using CPU” and “processes using external storage” for each time. Note that in this question, the time required for the CPU context switch can be ignored.

- (b) クオアンタム時間が 5 ミリ秒のラウンドロビンを用いた  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $P_5$  のスケジューリング結果を、表 (a) と同様の形式で、時刻毎の “CPU 使用中のプロセス” 及び “外部記憶使用中のプロセス” が分かるように示せ。なお、本問では CPU のコンテキストスイッチに要する時間は無視できるとする。

Show the scheduling results of  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$  using round robin with a quantum time of 5 ms in the same format as Table (a), clearly indicating the “processes using CPU” and “processes using external storage” for each time. Note that in this question, the time required for the CPU context switch can be ignored.

- (c) クオアンタム時間が 3 ミリ秒のラウンドロビンを用いた  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $P_5$  のスケジューリング結果を、表 (a) と同様の形式で、時刻毎の “CPU 使用中のプロセス” 及び “外部記憶使用中のプロセス” が分かるように示せ。なお、本問では CPU のコンテキストスイッチに要する時間は 0.3 ミリ秒であるとする。また、CPU が連続して同一プロセスを実行する場合にはコンテキストスイッチは発生しないとする。

Show the scheduling results of  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $P_4$ , and  $P_5$  using round robin with a quantum time of 3 ms in the same format as Table (a), clearly indicating the “processes using CPU” and “processes using external storage” for each time. Note that in this question, the time required for CPU context switch is assumed to be 0.3 ms. Also, if the CPU executes the same process continuously, it is assumed that no context switch will occur.

- (2) 下記の計算機に関する問に答えよ。

Answer the following questions related to computer.

- (a) 仮想記憶におけるスラッシングは、どのような場合に起こるか説明せよ。

Explain under what circumstances thrashing in virtual memory occurs.

- (b) 総容量が等しくブロック (ライン) サイズが異なるダイレクト・マップ方式のキャッシュメモリについて考える。ミス率のグラフをブロックサイズの関数として描け。グラフがなぜそのような形状となるか説明すること。

Consider direct mapped cache memories with an equal total capacity and with different block (line) sizes. Sketch the graph of miss ratio as a function of block size and explain why the graph appears as such.

- (c) 現代のプロセッサにおいて、キャッシュメモリが階層化される理由を説明せよ。

Explain why cache memory is organized hierarchically in modern processors.

**B-6**

以下のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1)  $\{a, b\}$  上の文字列のうち、文字列長が偶数であるか、または  $b$  が 2 回以上連続して出現しないような全ての文字列を表す言語を  $L_1$  とする。(例えば  $bbab$  や  $baaba$  は  $L_1$  の要素であるが、 $bba$  は要素ではない。) 以下の問に答えよ。

Let  $L_1$  be the language consisting of all strings over  $\{a, b\}$  whose length is an even number, or that does not contain two or more consecutive  $b$ 's. (For example, the strings  $bbab$  and  $baaba$  are in  $L_1$  but  $bba$  is not.) Answer the following questions.

- (a)  $L_1$  を認識する非決定性有限オートマトンの状態遷移図を示せ。

Draw the state transition diagram of a non-deterministic finite automaton that recognizes  $L_1$ .

- (b)  $L_1$  を生成する正規表現を示し、なぜそれが正しいかを説明せよ。

Describe a regular expression which generates  $L_1$ , and explain why it is correct.

- (2)  $\{0, 1\}$  上の文字列のうち、以下の文法で生成される言語を  $L_2$  とする。(なお  $\lambda$  は空列を表す。開始記号を  $S$  とする。) 以下の問に答えよ。

Let  $L_2$  be the language consisting of all strings over  $\{0, 1\}$  generated by the following grammar. (Here  $\lambda$  means a null string. Let  $S$  be the start symbol.) Answer the following questions.

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda, \\ S \rightarrow SS, \\ S \rightarrow 0S1, \\ S \rightarrow 1S0. \end{cases}$$

- (a)  $L_2$  が文脈自由言語に属するか否かを答え、その理由を述べよ。

Is  $L_2$  a context free language or not? Justify your answer.

- (b)  $L_2$  が正規言語に属するか否かを答え、それを証明せよ。

Prove or disprove:  $L_2$  is a regular language.

- (c) 同じ個数の 0, 1 からなる全ての有限長の文字列の集合を  $L_3$  とする。  $L_2 = L_3$  であるか否かを答え、それを証明せよ。

Let  $L_3$  be the set of all finite length of strings, each of which consists of a same number of 0s and 1s. Prove or disprove:  $L_2 = L_3$ .

- (3) 計算量のクラスに関して、co-NP とはどのような問題のクラスか、定義を述べよ。

Give the definition of the computational complexity class co-NP .

**B-7**

以下の問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

以下の BNF で文法が定義されるプログラミング言語  $\mathcal{L}$  を考える。

$$\begin{aligned} i &::= \text{copy}(p_1, p_2) \mid \text{inc } p \mid \text{dec } p \mid \text{whilepos } p \text{ } [is] \mid \text{return} \\ is &::= i_1; \dots; i_n; \\ p &::= r_0 \mid r_1 \mid r_2 \mid r_3 \end{aligned}$$

$i$  は命令を表すメタ変数,  $is$  は命令列を表すメタ変数,  $p$  は整数を保持するレジスタを識別する名前である。命令列の実行にあたって, 処理系は入力として 4 つの整数  $n_0, n_1, n_2, n_3$  を受け取り, レジスタ  $r_0, r_1, r_2, r_3$  にそれぞれセットし, 命令列に含まれる命令を順番に以下の仕様に沿って実行する。

- **copy**( $p_1, p_2$ ): レジスタ  $p_1$  の値をレジスタ  $p_2$  に書き込む。
- **inc**  $p$ : レジスタ  $p$  の値を 1 増加させる。
- **dec**  $p$ : レジスタ  $p$  の値を 1 減少させる。
- **whilepos**  $p$  [ $is$ ]: レジスタ  $p$  の値が正の数であれば  $is$  を実行した後に再度 **whilepos**  $p$  [ $is$ ] を実行する。そうでなければ何もしない。
- **return**: レジスタ  $r_0$  の値を出力して停止する。

例えば, **whilepos**  $r_1$  [**dec**  $r_1$ ; **inc**  $r_0$ ]; **return**; で定義されるプログラム  $sum$  は, 入力  $n_0$  と  $n_1$  について,  $n_1$  が非負整数であれば  $n_0 + n_1$  を返すプログラムである。

- (1)  $sum$  は  $n_1$  が負である場合にはどのような動作をするか。
- (2) 非負整数  $n_1$  と  $n_2$  の積を返す  $\mathcal{L}$  のプログラムを書け。
- (3) 言語  $\mathcal{L}$  のインタプリタのプログラムを示せ。解答に先立ち, 使用するプログラミング言語を以下から一つ選択し明示すること: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, Haskell. 解答にあたっては以下の点に留意すること。
  - **copy**( $p_1, p_2$ ) 命令と **whilepos**  $p$  [ $is$ ] 命令に対する動作が理解できるように解答せよ。完全な実装を示す必要はない。
  - 字句解析器や構文解析器を実装に含める必要はない。インタプリタは抽象構文木を入力として受け取るものと仮定してよい。
  - 動作の理解を容易にするために, ソースコードには適宜説明を加えること。特に命令, 命令列, レジスタをどのように表現したかを明記すること。
  - 言語仕様に未定義な動作があれば, 解答においてその未定義動作をどのように扱ったかを説明すること。
- (4) オペレーティングシステムに関する以下の用語についてそれぞれ説明せよ。括弧内の語句はすべて使用すること。図を用いてもよい。
  1. 仮想メモリのアドレス変換 (アドレス変換表, テーブルベースレジスタ)
  2. テストアンドセット命令 (アトミック, クリティカルセクション)
  3. プロセス間通信 (同期通信, 非同期通信, ポート, パイプ)

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

$\mathcal{L}$  is a programming language whose syntax is defined by the following BNF.

$$\begin{aligned} i &::= \text{copy}(p_1, p_2) \mid \text{inc } p \mid \text{dec } p \mid \text{whilepos } p [is] \mid \text{return} \\ is &::= i_1; \dots i_n; \\ p &::= r_0 \mid r_1 \mid r_2 \mid r_3 \end{aligned}$$

$i$  is a metavariable that represents *instructions*;  $is$  represents *instruction sequences*; and  $p$  represents identifiers for *registers* that store integers. An interpreter executes an instruction sequence as follows: It takes four integers  $n_0, n_1, n_2, n_3$  as input, assigns them to registers  $r_0, r_1, r_2, r_3$  respectively, and executes the instructions sequentially. Each instruction is executed as follows.

- **copy**( $p_1, p_2$ ): Writes the value of the register  $p_1$  to the register  $p_2$ .
- **inc**  $p$ : Increments the value of the register  $p$  by 1.
- **dec**  $p$ : Decrements the value of the register  $p$  by 1.
- **whilepos**  $p [is]$ : Executes  $is$  and then **whilepos**  $p [is]$  if the value of the register  $p$  is positive; does nothing otherwise.
- **return**: Outputs the value of the register  $r_0$  and then terminates.

For example, a program *sum* defined by **whilepos**  $r_1 [\text{dec } r_1; \text{inc } r_0]; \text{return}$ ; takes integers  $n_0$  and  $n_1$  as input and outputs  $n_0 + n_1$  if  $n_1$  is nonnegative.

- (1) What is the output of *sum* if  $n_1$  is a negative integer?
- (2) Write an  $\mathcal{L}$  program that takes nonnegative integers  $n_1$  and  $n_2$  as input and outputs  $n_1 \times n_2$ .
- (3) Describe a program that implements an interpreter for  $\mathcal{L}$ . First declare one programming language that you use from the following alternatives: C, C++, Java, Python, Scheme, Racket, OCaml, and Haskell. Your answer should satisfy the following conditions.
  - Your answer should describe how your interpreter works for the instructions **copy**( $p_1, p_2$ ) and **whilepos**  $p [is]$ . You do *not* need to write complete source code of your interpreter.
  - You do *not* need to include a lexer nor a parser. Assume that your interpreter takes an abstract syntax tree of  $\mathcal{L}$  as input.
  - You need to add explanation to your source code so that it can be easily understood.
  - You should explain how you deal with undefined behavior in the above specification, if any.
- (4) Explain the following terms related to operating systems. Use all the words/phrases in the parentheses. You may use figures.
  1. Address translation of virtual memory (address translation table, table base register)
  2. Test and set instruction (atomic, critical section)
  3. Inter-process communication (synchronous communication, asynchronous communication, port, pipe)

下記の全ての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 型付入計算を下に示す構文, 簡約規則, 型付け規則によって定義する. ただし,  $x, y, z$  は変数を表し,  $[x := N]$  は変数  $x$  へ  $N$  を代入する操作, 簡約関係  $M \longrightarrow M'$  は簡約規則で閉じた最小の関係, 関係  $M \longrightarrow^* M'$  はその反射的推移的閉包とする.  $\alpha, \beta$  は型変数を表し, 型環境  $\Gamma$  は, 変数と型の組  $x : \tau$  の有限列で変数に重複がないものである. 空列は  $\bullet$  で表記する. 型付け関係  $\Gamma \vdash M : \tau$  は型付け規則で閉じた最小の関係とする.

構文:

$$\begin{array}{lcl} \text{項 } M, N, P & ::= & x \mid Z \mid (S M) \mid (\lambda x. M) \mid (M M) \mid (I M M M) \\ \text{型 } \tau & ::= & \text{nat} \mid \tau \rightarrow \tau \end{array}$$

簡約規則:

$$\begin{array}{lcl} ((\lambda x. M) N) & \longrightarrow & M[x := N] \\ (I Z N P) & \longrightarrow & P \\ (I (S M) N P) & \longrightarrow & (I M N (N P)) \end{array} \quad \frac{M \longrightarrow M'}{(M N) \longrightarrow (M' N)} \quad \frac{M \longrightarrow M'}{(I M N P) \longrightarrow (I M' N P)}$$

型付け規則:

$$\begin{array}{c} \frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \quad \frac{}{\Gamma \vdash Z : \text{nat}} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \text{nat}}{\Gamma \vdash (S M) : \text{nat}} \quad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\lambda x. M) : \tau_1 \rightarrow \tau_2} \\ \frac{\Gamma \vdash M : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash (M N) : \tau_2} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \text{nat} \quad \Gamma \vdash N : \tau \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (I M N P) : \tau} \end{array}$$

(a)  $(I (S Z) (\lambda x. (S (S x))) Z) \longrightarrow^* N$  を満たす  $N$  を全て挙げよ.

(b)  $(I (\underbrace{S(S \cdots (S Z) \cdots)}_n) (\lambda x. (S (S x))) Z)$  の正規形がどのような項になるか答えよ.

(c) 型付け関係  $\bullet \vdash M_2 : \text{nat} \rightarrow (\text{nat} \rightarrow \text{nat})$  が成立し, かつ, 以下の性質 (A) を満たす  $M_2$  を与えよ.

性質 (A): 任意の自然数  $m, n$  に対し,

$$M_2 (\underbrace{S(S \cdots (S Z) \cdots)}_m) (\underbrace{S(S \cdots (S Z) \cdots)}_n) \longrightarrow^* (\underbrace{S(S \cdots (S Z) \cdots)}_{m+n})$$

が成立する.

(2)  $p, q$  を命題変数を表す記号として, 論理式  $A, B$  を BNF  $A, B ::= p \mid \perp \mid A \supset B \mid A \vee B$  で定義する. 論理体系 ND を以下の推論規則で定義する. ここで,  $\Gamma$  は論理式の有限集合を表すとする.

$$\begin{array}{c} \frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \supset B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B} \\ \frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash A_1 \vee A_2 \quad \Gamma \cup \{A_1\} \vdash B \quad \Gamma \cup \{A_2\} \vdash B}{\Gamma \vdash B} \end{array}$$

以下の判断 (a)~(b) の ND における導出を与えよ.

(a)  $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$

(b)  $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset ((p \supset \perp) \supset q)$

A typed  $\lambda$ -calculus is defined by the following syntax in BNF, reduction rules, and typing rules. Here,  $x, y$ , and  $z$  range over the set of variables,  $[x := N]$  denotes substitution of  $N$  for  $x$ , the reduction relation  $M \rightarrow M'$  is the least relation closed under the reduction rules, and the relation  $\rightarrow^*$  is its reflexive and transitive closure. Let  $\alpha$  and  $\beta$  range over the set of type variables. A type environment  $\Gamma$  is a finite sequence of pairs  $x : \tau$  of a variable and a type, where the variables are pairwise distinct. The empty sequence is denoted by  $\bullet$ . The typing relation  $\Gamma \vdash M : \tau$  is the least relation closed under the typing rules.

Syntax:

Terms  $M, N, P ::= x \mid \mathbf{Z} \mid (\mathbf{S} M) \mid (\lambda x. M) \mid (M M) \mid (\mathbf{I} M M M)$   
 Type  $\tau ::= \mathbf{nat} \mid \tau \rightarrow \tau$

Reduction rules:

$((\lambda x. M) N) \rightarrow M[x := N]$   
 $(\mathbf{I} \mathbf{Z} N P) \rightarrow P$   
 $(\mathbf{I} (\mathbf{S} M) N P) \rightarrow (\mathbf{I} M N (N P))$   
 $\frac{M \rightarrow M'}{(M N) \rightarrow (M' N)} \quad \frac{M \rightarrow M'}{(\mathbf{I} M N P) \rightarrow (\mathbf{I} M' N P)}$

Typing rules:

$\frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \quad \frac{}{\Gamma \vdash \mathbf{Z} : \mathbf{nat}} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \mathbf{nat}}{\Gamma \vdash (\mathbf{S} M) : \mathbf{nat}} \quad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash M : \tau_2}{\Gamma \vdash (\lambda x. M) : \tau_1 \rightarrow \tau_2}$   
 $\frac{\Gamma \vdash M : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \Gamma \vdash N : \tau_1}{\Gamma \vdash (M N) : \tau_2} \quad \frac{\Gamma \vdash M : \mathbf{nat} \quad \Gamma \vdash N : \tau \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash P : \tau}{\Gamma \vdash (\mathbf{I} M N P) : \tau}$

- (a) Enumerate all terms  $N$  that satisfy  $(\mathbf{I} (\mathbf{S} \mathbf{Z}) (\lambda x. (\mathbf{S} (\mathbf{S} x))) \mathbf{Z}) \rightarrow^* N$ .
- (b) Describe the normal form of  $(\mathbf{I} (\underbrace{\mathbf{S} (\mathbf{S} \dots (\mathbf{S} \mathbf{Z}) \dots)}_n) (\lambda x. (\mathbf{S} (\mathbf{S} x))) \mathbf{Z})$ .
- (c) Give an  $M_2$  that satisfies the typing relation  $\bullet \vdash M_2 : \mathbf{nat} \rightarrow (\mathbf{nat} \rightarrow \mathbf{nat})$  and the following property (A).

**Property (A):** for any natural numbers  $m$  and  $n$ , the following holds.

$$M_2 (\underbrace{\mathbf{S} (\mathbf{S} \dots (\mathbf{S} \mathbf{Z}) \dots)}_m) (\underbrace{\mathbf{S} (\mathbf{S} \dots (\mathbf{S} \mathbf{Z}) \dots)}_n) \rightarrow^* (\underbrace{\mathbf{S} (\mathbf{S} \dots (\mathbf{S} \mathbf{Z}) \dots)}_{m+n})$$

- (2) Let  $p$  and  $q$  range over propositional variables. Logical formulas, ranged over by  $A$  and  $B$ , are defined by the following BNF:  $A, B ::= p \mid \perp \mid A \supset B \mid A \vee B$ . The proof system ND is defined by the following inference rules.  $\Gamma$  stands for a finite set of logical formulas.

$$\frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \supset B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}$$

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B} \quad \frac{\Gamma \vdash A_1 \vee A_2 \quad \Gamma \cup \{A_1\} \vdash B \quad \Gamma \cup \{A_2\} \vdash B}{\Gamma \vdash B}$$

Give a derivation of each judgment below in ND.

(a)  $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset (q \vee p)$

(b)  $\emptyset \vdash (p \vee q) \supset ((p \supset \perp) \supset q)$