

京都大学大学院情報学研究科
通信情報システム専攻 修士課程入学選抜試験問題
(2019年度10月期入学・2020年度4月期入学)

Admissions for October 2019 and for April 2020

Entrance Examination for Master's Program

Department of Communications and Computer Engineering

Graduate School of Informatics, Kyoto University

2019年8月6日 9:00－12:00

August 6, 2019 9:00 a.m. - 12:00 noon

専門基礎B

Problem Set B

注意 (NOTES)

1. 解答開始の合図があるまで中を見てはいけない。
2. これは「専門基礎B」の問題用紙で、表紙共に17枚ある。解答開始の合図があった後、枚数を確認、落丁または不鮮明なものがあれば直ちに申し出ること。
3. 問題は8問(B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, B-8)ある。4問を選択して解答すること。答案用紙の問題番号欄に問題番号を記入すること。
4. 解答は問題ごとに答案用紙1枚を使うこと。答案用紙1枚に2問以上の解答もしくは1問の回答を2枚以上の答案用紙に書いた場合は無効にすることがある。なお、必要な場合「裏に続く」と明記した上で裏面を使用してもよい。
5. 答案用紙は4枚綴じたまま使用し、切り離さないこと。
6. 答案用紙の綴じ込みがはずれた場合は、直ちに申し出ること。
7. 解答は日本語または英語で行うこと。

1. Do not open the pages before a call for starting.
2. This is the “**Problem Set B**” in 17 pages including this front cover.
After the call of starting, check all pages are in order and notify proctors (professors) immediately if missing pages or with unclear printings are found.
3. **Answer 4 of the following 8 questions;** B-1, B-2, B-3, B-4, B-5, B-6, B-7, and B-8. State the Question Numbers you choose on the Answer Sheet.
4. Use one sheet for each question. If required, the reverse side may be used, stating “Over” at the end of the page. Note that in case two or more questions are answered in one sheet or two or more sheets are used for one question, they may be regarded as no answers.
5. Do not separate the pages of answer sheets; keep them bound.
6. Notify proctors (professors) immediately if the pages are separated for some reason.
7. Answer the questions either in Japanese or English.

専門基礎B

B-1, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, **B-8**の8問から**4問**を選択して解答せよ。

Problem Set B

Choose and answer **4 questions** out of **B-1**, **B-2**, **B-3**, **B-4**, **B-5**, **B-6**, **B-7**, and **B-8**.

B-1

下記のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) デジタル伝送技術に関する以下の問に答えよ。

- (a) 最高周波数が 20 kHz のオーディオ信号を、24 ビット量子化により PCM (Pulse Code Modulation) 伝送する。必要なビット速度を求めよ。
- (b) 遅延時間差が $20 \mu\text{s}$ である 2 波を持つ伝搬路の周波数伝達関数を示せ。
- (c) 問 (a) のビット列を、サブキャリアの変調方式が 16QAM (Quadrature Amplitude Modulation) である OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 信号として、問 (b) の伝搬路で伝送する。ガードインターバル長を OFDM シンボル長の 20% 以下とするために必要な最低限のサブキャリア数を求めよ。なお、OFDM シンボルは、ガードインターバルと有効シンボルで構成される。
- (d) 周波数選択性フェージング対策技術として OFDM 伝送が用いられる理由を説明せよ。

(2) 単位時間当たりの平均到着数を λ とする呼がポアソン過程に従って到着するとき、時間 t の間に k 個の呼が到着する確率 $P(k, t)$ は、次式で与えられる。

$$P(k, t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

$\lambda = 4$ [呼/分] として、以下の問に答えよ。

- (a) 4 分間に 1 呼も到着しない確率を答えよ。
- (b) 3 分間に 3 呼以上到着する確率を答えよ。
- (c) 最初の呼が到着するまでの平均時間を答えよ。
- (d) 続いて到着する 2 つの呼の到着間隔が t 以下となる確率を答えよ。

continued on next page			
次	頁	へ	続
			く

Answer all the following questions.

- (1) Answer the following questions related to digital transmission techniques.
 - (a) Find the required bit rate of Pulse Code Modulation (PCM) transmissions using 24-bit quantization to transmit an audio signal with frequency up to 20 kHz.
 - (b) Find the frequency transfer function of the channel with two paths of $20\mu\text{s}$ delay time difference.
 - (c) Suppose Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) transmissions with 16QAM (Quadrature Amplitude Modulation) subcarrier modulation of the bit stream in Question (a) over the channel in Question (b). Find the minimum number of subcarriers in order for the guard interval to be less than or equal to 20% of the OFDM symbol. Note that an OFDM symbol consists of guard interval and useful information.
 - (d) Explain the reason why OFDM is utilized to cope with frequency selective fading channels.
- (2) Consider that calls arrive following a Poisson process with the average number of calls per unit time, λ . The probability, $P(k, t)$, that k calls arrive during a period of time t is given by:

$$P(k, t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}.$$

When $\lambda = 4$ [call/min], answer the following questions.

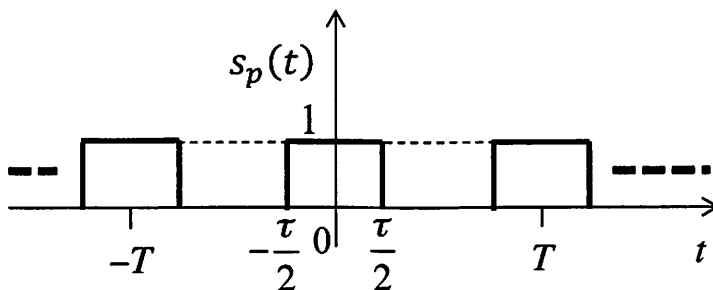
- (a) Answer the probability that no call arrives during a period of four minutes.
- (b) Answer the probability that three or more calls arrive during a period of three minutes.
- (c) Answer the average time until the first call arrival.
- (d) Answer the probability that the inter-arrival time of two consecutive calls is less than or equal to t .

B-2

下記のすべての間に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) 以下の間に答えよ。

図(a)に示す周期信号 $s_p(t)$ は次式で与えられる。



図(a)

$$s_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT) \quad (1)$$

$$\text{ただし、} s(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \leq \frac{\tau}{2}) \\ 0 & (|t| > \frac{\tau}{2}) \end{cases}, \tau < T \text{ である。}$$

(a) 周期信号 $s_p(t)$ を次式のように複素フーリエ級数展開するとき、 c_n を導出せよ。

$$s_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n t / T} \quad (2)$$

(b) 周期信号 $s_p(t)$ を Δt だけ遅延した $s_p(t - \Delta t)$ に対する複素フーリエ係数 c'_n を c_n を用いて導出せよ。

(c) 周期信号 $s_p(t)$ のフーリエ変換を $S_p(f)$ としたとき、 $s_p(t)$ に $\cos 2\pi f_0 t$ を乗算した信号 $x(t)$ のフーリエ変換を導出せよ。

(2) デジタル変調に関する以下の間に答えよ。

(a) 16QAM 変調されたパスバンド信号の式を示せ。ただし、ルートレイズドコサインロールオフパルス波形を $p(t)$ 、I チャネルおよび Q チャネルの情報系列を $i[k] \in \{-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1\}$, $q[k] \in \{-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1\}$, シンボル間隔を T , 搬送波の周波数を f_c とする。

(b) ロールオフ率 1 について、ルートレイズドコサインロールオフナイキストフィルタの周波数伝達関数を図示せよ。シンボル間隔を T とする。

(c) 16PSK 変調を説明せよ。また 16QAM 変調が 16PSK 変調より有利な点を説明せよ。

Answer all the following questions.

(1) Answer the following questions.

The periodic signal $s_p(t)$, which is shown in Figure (a) is given by the following equation:

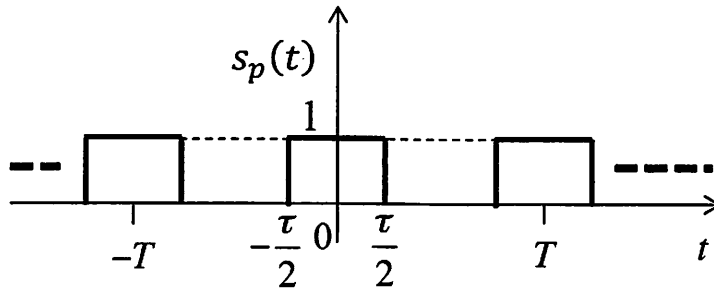


Figure (a)

$$s_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT), \quad (1)$$

$$\text{where } s(t) = \begin{cases} 1 & (|t| \leq \frac{\tau}{2}) \\ 0 & (|t| > \frac{\tau}{2}) \end{cases}, \quad \tau < T.$$

(a) Find c_n of the complex Fourier series of the periodic function $s_p(t)$, which is given by the following equation:

$$s_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n t / T}. \quad (2)$$

(b) The Fourier coefficient of the periodic signal $s_p(t - \Delta t)$ is c'_n , where $s_p(t - \Delta t)$ is the delayed signal of $s_p(t)$ and Δt is delay time. Find c'_n by using c_n .

(c) The signal $x(t)$ is derived from the multiplication of $s_p(t)$ and $\cos 2\pi f_0 t$.

Find the Fourier transform of $x(t)$ by using $S_p(f)$ which is the Fourier transform of $s_p(t)$.

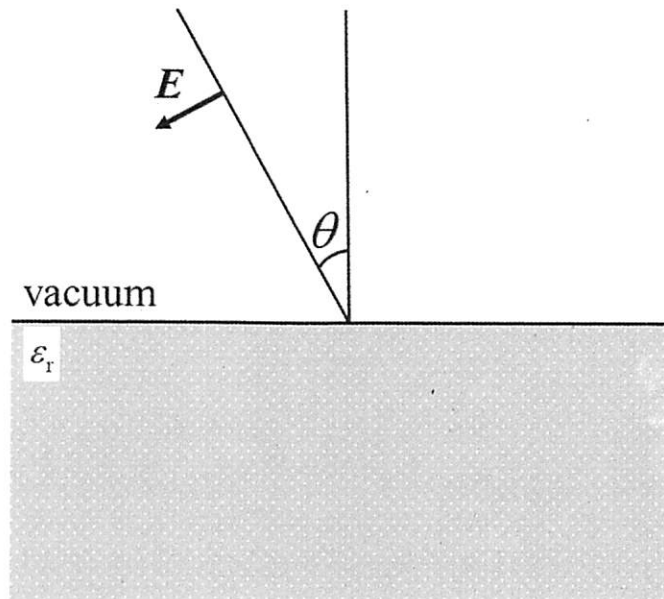
(2) Answer the following questions related to digital modulation techniques.

- (a) Find the formula that gives the 16QAM modulated pass-band signal, where the root raised cosine roll-off pulse is $p(t)$, the information sequences of I channel and Q channel are $i[k] \in \left\{-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1\right\}$ and $q[k] \in \left\{-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1\right\}$, respectively, the symbol duration is T , and the frequency of the carrier is f_c .
- (b) Draw the frequency response of the root raised cosine rolloff filter with the rolloff factor 1, where the symbol duration is T .
- (c) Explain 16PSK modulation and the advantage of 16QAM in comparison with 16PSK.

B-3

下記のすべての問に答えよ. (English translation is given on the next page.)

- (1) 2つの媒質 1 および 2 が無限大平面境界において接しているとする. 媒質 1 は真空, 媒質 2 は比誘電率 $\epsilon_r (>1)$, 比透磁率 1, 導電率 0 をもつとする. 図(a)に示すように, 媒質 1 において, この境界面の法線と θ の角をなす方向から平面電磁波が境界面に入射したとする. ただし, その電界は, 法線と入射波の進行方向が作る平面内にあるものとする. このとき次の問に答えよ.
- (a) 媒質 1 中における入射平面電磁波の電界と磁界の間に成り立つ関係を述べよ.
- (b) 境界面において電磁界について成り立つ境界条件を述べよ.
- (c) 問(b)の条件から, 電界に関する反射率を導け.
- (d) 反射率が 0 となる条件を求めよ.



図(a)

- (2) アンテナに関する次の用語を説明せよ.
- (a) 指向性利得
- (b) 有効開口面積
- (c) フェーズドアレイアンテナ

continued on next page
次 頁 へ 続 く

Answer all the following questions.

- (1) Suppose that two media 1 and 2 are separated by an infinite planar boundary. The medium 1 is a vacuum, and the medium 2 has the relative permittivity, relative permeability, and conductivity of $\epsilon_r (> 1)$, 1, and 0, respectively. As shown in Figure (a), we consider a planar electromagnetic wave in medium 1 incident on the boundary at an angle θ measured from the normal line of the boundary. Here the electric field of the wave is contained in the plane determined by the normal line and the direction of propagation. Answer the following questions.
- (a) Show the relations between the electric and magnetic fields of the incident planar wave in medium 1.
 - (b) Show the boundary conditions that the electromagnetic field should satisfy.
 - (c) Derive the reflectivity of the electric field from the conditions derived in Question (b).
 - (d) Give the condition that the reflectivity becomes 0.

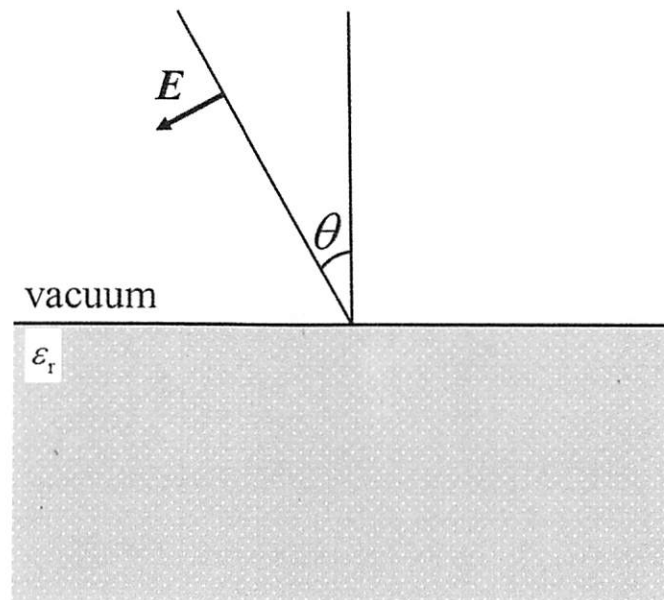


Figure (a)

- (2) Explain the meanings of the following terms related to the antenna.
- (a) Directional gain
 - (b) Effective aperture area
 - (c) Phased array antenna

B-4

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 以下に示す論理関数 f について、以下の問に答えよ。

Answer the following questions on the logic function f defined below.

$$f = (a + b + c) \cdot (a + b + \bar{c}) \cdot (a + \bar{b} + \bar{c}) \cdot (\bar{a} + \bar{c} + d) \cdot (\bar{a} + b + \bar{c})$$

- (a) 論理関数 f の最小積和形表現を求めよ。

Give a minimal sum-of-products expression of f .

- (b) 論理関数 f の最小和積形表現を求めよ。

Give a minimal product-of-sums expression of f .

- (c) 論理関数 $g = b \cdot \bar{c} + a$, $r = a \cdot b \cdot d$ とする。 $f = g \cdot h + r$ を満足する全ての論理関数 h の中から、積項数が最小でリテラル数が最も少ない積和形論理式を持つ論理関数の最小積和形表現を求めよ。

Assume $g = b \cdot \bar{c} + a$ and $r = a \cdot b \cdot d$. Among all the logic functions of h that satisfies $f = g \cdot h + r$, derive a minimal sum-of-products expression of a logic function that has the minimum number of product terms with the minimum number of literals in its minimal sum-of-products form.

- (d) 3入力 NAND ゲートのみを用いて、論理関数 f を出力とするゲート数最小の論理回路を示せ。なお、入力として、 a 、 b 、 c 、 d およびそれらの否定 \bar{a} 、 \bar{b} 、 \bar{c} 、 \bar{d} が与えられるものとする。

Derive a logic circuit that realizes f with the minimum number of 3-input NAND gates only. Assume a , b , c , d and their complements \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} , \bar{d} are available as inputs.

- (e) f の d によるブール微分を $\frac{\partial f}{\partial d} = f(a, b, c, 0) \oplus f(a, b, c, 1)$ と定義する。 $\frac{\partial f}{\partial d}$ の最小積和形表現を求めよ。

The Boolean difference of $f(a, b, c, d)$ with respect to d is defined as

$\frac{\partial f}{\partial d} = f(a, b, c, 0) \oplus f(a, b, c, 1)$. Derive a minimal sum-of-products expression of $\frac{\partial f}{\partial d}$.

- (2) 1ビットの信号 x を入力とし、1ビットの信号 z を出力とする Mealy 型同期式順序回路を設計する。この回路は、1が連続して2回入力されると1を出力し、以降0が2回連続して入力されるまで1を出力しつづける。その他の場合は0を出力する。この回路において、例えば、0101110011が入力された場合の出力は0000111001となる。以下の問に答えよ。

Suppose that we design a Mealy-type synchronous sequential circuit that has a one-bit input x and a one-bit output z . This circuit outputs 1 when two consecutive 1s have been input, and continues to output 1 until two consecutive 0s have been input. It outputs 0 otherwise. For example, when 0101110011 is fed to the circuit, it produces 0000111001. Answer the following questions.

continued on next page
次 頁 へ 続 く

- (a) この回路の状態遷移図を示せ。

Derive a state transition diagram of the circuit.

- (b) 状態数を最小化した状態遷移表と出力表を求めよ。状態数が最小であることをどのようにして確認したかを説明せよ。また、0101110011の入力に対する状態遷移と出力の様子を説明せよ。

Show the state transition table and the output table with the minimum number of states. Explain how you have verified that the number of states is minimal. Also, explain the state transition and the output sequence for the input sequences of 0101110011.

- (c) この回路を最少数のDフリップフロップを用いて実現する。各フリップフロップの入力を与える論理関数の最小積和形表現を求めよ。なお、Dフリップフロップの初期値は0とする。Dフリップフロップの入力と出力を表す論理変数をそれぞれ d と q で表し、各フリップフロップは添字1, 2, ...で区別する。添字は状態に割り当てた符号の左端ビットから1, 2, ...と振るものとする。状態割り当てを明記すること。

We would like to implement the circuit with the minimum number of D flip-flops. Derive the excitation function of each D flip-flop in a minimal sum-of-products form. Here, the initial value of a D flip-flop is assumed to be 0, and logic variables of the output and the input of a D flip-flop are q and d , respectively. D flip-flop(s) should be distinguished by subscripts 1, 2, ... from the leftmost bit of the assigned states. The state assignment should be explained clearly.

- (d) 出力 z の最小積和形表現を求めよ。

Derive the output z in a minimal sum-of-products form.

下記のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) 計算機に関する下記の用語の意味を説明せよ。

Explain the meanings of the following technical terms related to computers.

- (a) スーパースカラプロセッサ
Superscalar processor
- (b) ポーリングと割込み
Polling and interrupt
- (c) 制御（分岐）ハザード
Control (branching) hazard

- (2) 32 ビット語長の RISC プロセッサにより図 (a) に示す C プログラムの一部を実行する。ただし、整数 (int) 型変数は 32 ビット幅、配列 a[] の先頭アドレスは 0x10000 であり、メモリ上では連続して配置され値が代入済みである。変数 i と x は常にレジスタ上にある。ループの最適化は行われな。すなわち、a[i] と a[32*i] のロード命令は、i がインクリメントされながらこの順に発行される。以下の問に答えよ。

A 32 bit/word RISC processor executes a fragment of C-program shown in Figure (a). The size of integer variables (int) is 32 bit, the array a[] starts at address 0x10000, addresses of the array elements are contiguous, and their values have been already set. Assume variables i and x are always on registers. No loop optimization is carried out, i.e., load instructions for a[i] and a[32*i] are issued in this order while i is incremented. Answer the following questions.

- (a) このプロセッサはデータキャッシュ D1 を持つ。D1 はデータ総容量 512 バイト（タグやフラグは含まない）、32 バイトブロックのダイレクト・マップ・キャッシュである。D1 のタグ、インデックス、オフセットのビット数を答えよ。

Assume the processor has a data cache D1, which is a direct mapped cache with total data capacity of 512 bytes (which does not include tag field and flags) and 32 byte block. Answer the number of bits for tag, index, and offset of D1.

- (b) 図 (a) のプログラム実行前にキャッシュ D1 は空である。i = 0 のループ実行の後、i = 1 のループでは a[1], a[32] が順にアクセスされる。D1 へのこれら 2 つのアクセスが、それぞれヒットするかミスするか答えよ。

Cache D1 is empty before executing the program in Figure (a). After the execution of loop i = 0, a[1] and a[32] are accessed in series in the the loop of i = 1. Determine each of the two accesses to D1 hits or misses.

- (c) 図 (a) のプログラム実行における D1 の総ヒット回数およびミス回数を求めよ。

Find the total hit counts and miss counts in cache accesses of D1 during the execution of the program in Figure (a).

- (d) キャッシュD1 を、データ総容量 512 バイト (タグやフラグは含まない)、32 バイトブロック、LRU 置き換えの 2 ウェイ・セット・アソシアティブ・キャッシュD2 に置き換える。D2 の tag, index, offset のビット数を答えよ。

The data cache D1 is replaced with a 2-way set associative cache D2, with total data capacity of 512 bytes (which does not include tag field and flags), 32 byte block, and LRU replacement policy. Determine the number of bits for tag, index, and offset of D2.

- (e) 図 (a) のプログラム実行前にキャッシュ D2 は空である。i = 0 のループ実行の後、i = 1 のループでは a[1], a[32] が順にアクセスされる。D2 へのこれら 2 つのアクセスが、それぞれヒットするかミスするか答えよ。

Cache D2 is empty before executing the program in Figure (a). After the execution of loop i = 0, a[1] and a[32] are accessed in series in the the loop of i = 1. Determine each of the two accesses to D2 hits or misses.

- (f) 図 (a) のプログラム実行における D2 の総ヒット回数およびミス回数を求めよ。

Find the total hit counts and miss counts in cache accesses of D2 during the execution of the program in Figure (a).

```
int a[4096];
int x = 0;
for (int i = 0; i < 32; i++) {
    x += a[i] + a[32*i];
}
```

図 (a): C プログラムの一部

Figure (a) Fragment of C program.

B-6

以下のすべての問に答えよ。

Answer all the following questions.

- (1) L_1 を $\{0, 1\}$ 上の文字列のうち、最後から 2 番目の位置に 0 があるような文字列からなる言語とする (例えば、010100 と 011101 は L_1 の要素である)。 L_1 を認識する決定性有限オートマトンを与えよ。ただし、4 状態を用いること。

Let L_1 be the language consisting of all strings over $\{0, 1\}$ containing 0 in the second position from the end (for example, the strings 010100 and 011101 are in L_1). Give a deterministic finite automaton that recognizes this language. The automaton should use 4 states.

- (2) L_2 を $\{0, 1\}$ 上の文字列のうち、ちょうど二つの 1、あるいは偶数個の 0 を含むような文字列からなる言語とする。

Let L_2 be the language consisting of all strings over $\{0, 1\}$ that contain exactly two 1s, or contain an even number of 0.

- (a) L_2 を認識する非決定性有限オートマトンを与えよ。ただし、 ε 遷移を用いても良い。

Give a nondeterministic finite automaton with ε -moves that recognizes L_2 .

- (b) L_2 を認識する決定性有限オートマトンを与えよ。

Give a deterministic finite automaton that recognizes L_2 .

- (3) L_3 を $\{0, 1\}$ 上の文字列のうち、整数 $n \geq 1$ に対して $0^{n+1}1^{2n}$ と書ける文字列からなる言語とする。

Let L_3 be the language consisting of all strings over $\{0, 1\}$ of the form $0^{n+1}1^{2n}$ for some integer $n \geq 1$.

- (a) ポンピング補題 (反復補題) を用いて、 L_3 が正規言語でないことを証明せよ。

Using the pumping lemma, show that L_3 is not a regular language.

- (b) L_3 を生成する文脈自由文法を与えよ。

Give a context-free grammar generating L_3 .

- (4) 決定性有限オートマトン A の状態遷移図が与えられたとき、 A の認識する言語が有限かどうか判定する方法を説明せよ。

Describe a method to decide, when given the state transition diagram of a deterministic finite automaton A , whether the language recognized by A is finite.

B-7

以下のすべての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

文脈自由文法 G は終端記号の集合 $\mathcal{T} := \{x, +, *, (,)\}$, 非終端記号の集合 $\mathcal{N} := \{E, E', T, T', F\}$, 開始記号 E と, 以下の導出規則からなる.

$$\begin{aligned} E &\rightarrow TE' \\ E' &\rightarrow +TE' \\ E' &\rightarrow \epsilon \\ T &\rightarrow FT' \\ T' &\rightarrow *FT' \\ T' &\rightarrow \epsilon \\ F &\rightarrow x \\ F &\rightarrow (E) \end{aligned}$$

ただし, ϵ は空列を表す.

- (1) 各 $X \in \mathcal{N}$ について, 以下の性質を満たす集合 **FIRST**(X) を求めよ. 求める方法も書け.

$$\mathbf{FIRST}(X) = \{a \in \mathcal{T} \mid \exists w. E \rightarrow^* aw\}$$

ただし, w は $\mathcal{T} \cup \mathcal{N}$ の要素の有限列, \rightarrow^* は導出規則に従った有限回の書き換えを表す.

- (2) 各 $X \in \mathcal{N}$ について, 以下の性質を満たす集合 **FOLLOW**(X) を求めよ. 求める方法も書け.

$$\mathbf{FOLLOW}(X) = \{a \in \mathcal{T} \mid \exists w_1, w_2. E \rightarrow^* w_1 X a w_2\}$$

ただし, w_1, w_2 は $\mathcal{T} \cup \mathcal{N}$ の要素の有限列, \rightarrow^* は導出規則に従った有限回の書き換えを表す.

- (3) 文法 G は LL(1) 文法か. 理由とともに答えよ.
- (4) 以下の用語について説明せよ. 図を用いてもよい.
- (a) セマフォ (Semaphore)
 - (b) テストアンドセット命令 (Test-and-Set instruction)
 - (c) プロセス間の同期通信と非同期通信 (Synchronous and asynchronous interprocess communication)
 - (d) 銀行家のアルゴリズム (Banker's algorithm)

continued on next page			
次	頁	へ	続
			<

Answer all the following questions.

The context-free grammar G consists of the set \mathcal{T} of terminal symbols $\{x, +, *, (,)\}$; the set \mathcal{N} of non-terminal symbols $\{E, E', T, T', F\}$; the start symbol E ; and the following production rules:

$$\begin{aligned}E &\rightarrow TE' \\ E' &\rightarrow +TE' \\ E' &\rightarrow \epsilon \\ T &\rightarrow FT' \\ T' &\rightarrow *FT' \\ T' &\rightarrow \epsilon \\ F &\rightarrow x \\ F &\rightarrow (E)\end{aligned}$$

ϵ denotes the empty string.

- (1) For each $X \in \mathcal{N}$, give the set **FIRST**(X) that satisfies the following property:

$$\mathbf{FIRST}(X) = \{a \in \mathcal{T} \mid \exists w. E \rightarrow^* aw\}.$$

In the above definition, w ranges over the set of the finite sequences over $\mathcal{T} \cup \mathcal{N}$; the relation \rightarrow^* represents the finite-time rewriting with the production rule. You should explain the method for computing **FIRST**(X).

- (2) For each $X \in \mathcal{N}$, give the set **FOLLOW**(X) that satisfies the following property:

$$\mathbf{FOLLOW}(X) = \{a \in \mathcal{T} \mid \exists w_1, w_2. E \rightarrow^* w_1 X a w_2\}.$$

In the above definition, w_1 and w_2 range over the set of the finite sequences over $\mathcal{T} \cup \mathcal{N}$; the relation \rightarrow^* represents the finite-time rewriting with the production rule. You should explain the method for computing **FOLLOW**(X).

- (3) Answer whether the grammar G is an LL(1) grammar. You should also explain the reason.
- (4) Explain the following terms. You may use figures.
- (a) Semaphore
 - (b) Test-and-Set instruction
 - (c) Synchronous and asynchronous interprocess communication
 - (d) Banker's algorithm

B-8

以下の全ての問に答えよ。(English translation is given on the next page.)

(1) ペアを持つλ計算を下に示すBNFと簡約規則によって定義する。

項:

$$M, N ::= x \mid \lambda x.M \mid M M \mid \langle M, M \rangle \mid \pi_1(M) \mid \pi_2(M)$$

簡約規則:

$$\begin{array}{lcl} (\lambda x.M) N & \longrightarrow & M[x := N] \\ \pi_1(\langle M_1, M_2 \rangle) & \longrightarrow & M_1 \\ \pi_2(\langle M_1, M_2 \rangle) & \longrightarrow & M_2 \\ \hline M & \longrightarrow & N \\ \lambda x.M & \longrightarrow & \lambda x.N \end{array} \quad \begin{array}{lcl} \hline M & \longrightarrow & M' \\ M N & \longrightarrow & M' N \\ \hline M & \longrightarrow & M' \\ \langle M, N \rangle & \longrightarrow & \langle M', N \rangle \\ \hline M & \longrightarrow & M' \\ \pi_1(M) & \longrightarrow & \pi_1(M') \end{array} \quad \begin{array}{lcl} \hline N & \longrightarrow & N' \\ M N & \longrightarrow & M N' \\ \hline N & \longrightarrow & N' \\ \langle M, N \rangle & \longrightarrow & \langle M, N' \rangle \\ \hline M & \longrightarrow & M' \\ \pi_2(M) & \longrightarrow & \pi_2(M') \end{array}$$

ただし, $[x := N]$ は代入操作, 簡約関係 $M \longrightarrow M'$ は簡約規則で閉じた最小の関係, 関係 \longrightarrow^* はその反射的推移的閉包とする。

- (a) 項 $M = (\lambda x.\pi_2(x) z) \langle (\lambda y.z), (\lambda y.y)x \rangle$ に対し, $M \longrightarrow^* N$ を満たす N を全て挙げよ。
- (b) 正規形を持たない項をひとつ挙げ, 正規形を持たない理由を説明せよ。
- (c) 項 T, F をそれぞれ $\lambda x.\pi_1(x)$, $\lambda x.\pi_2(x)$ とする。この時, 以下を満たす項 M が存在することを証明せよ。

$$\begin{array}{l} (M T) T \longrightarrow^* T \\ (M T) F \longrightarrow^* T \\ (M F) T \longrightarrow^* T \\ (M F) F \longrightarrow^* F \end{array}$$

(2) 論理式 A, B を以下のBNFで定義する。

$$A, B ::= p \mid \perp \mid A \wedge B \mid A \supset B$$

ここで p は命題変数を表す。論理体系 ND を以下の推論規則で定義する。ここで, Γ は論理式の有限集合を表すとする。 $\neg A$ は $A \supset \perp$ の略記である。

$$\begin{array}{c} \frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash B} \\ \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \supset B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B} \end{array}$$

以下の判断のNDにおける導出を与えよ。

- (a) $\emptyset \vdash A \supset (B \supset A)$
- (b) $\{A \supset (B \supset C)\} \vdash (A \wedge B) \supset C$
- (c) $\emptyset \vdash \neg(A \wedge (\neg A))$
- (d) $\{A \supset B\} \vdash (\neg B) \supset (\neg A)$

Answer all the following questions.

(1) The λ -calculus with pairs is defined by the following BNF and reduction rules.

Terms:		
$M, N ::= x \mid \lambda x.M \mid M M \mid \langle M, M \rangle \mid \pi_1(M) \mid \pi_2(M)$		
Reduction rules:		
$(\lambda x.M) N \longrightarrow M[x := N]$	$\frac{M \longrightarrow M'}{M N \longrightarrow M' N}$	$\frac{N \longrightarrow N'}{M N \longrightarrow M N'}$
$\pi_1(\langle M_1, M_2 \rangle) \longrightarrow M_1$	$\frac{M \longrightarrow M'}{\langle M, N \rangle \longrightarrow \langle M', N \rangle}$	$\frac{N \longrightarrow N'}{\langle M, N \rangle \longrightarrow \langle M, N' \rangle}$
$\pi_2(\langle M_1, M_2 \rangle) \longrightarrow M_2$	$\frac{M \longrightarrow M'}{\pi_1(M) \longrightarrow \pi_1(M')}$	$\frac{M \longrightarrow M'}{\pi_2(M) \longrightarrow \pi_2(M')}$
$\frac{M \longrightarrow N}{\lambda x.M \longrightarrow \lambda x.N}$		

Here, $[x := N]$ denotes substitution, the reduction relation $M \longrightarrow M'$ is the least relation closed by the reduction rules, and the relation \longrightarrow^* is its reflexive and transitive closure.

- (a) Enumerate all the terms N that satisfy $(\lambda x.\pi_2(x) z) (\langle \lambda y.z, (\lambda y.y)x \rangle) \longrightarrow^* N$.
- (b) Find a term without a normal form and explain why it does not have a normal form.
- (c) Let terms T and F to be $\lambda x.\pi_1(x)$ and $\lambda x.\pi_2(x)$, respectively. Prove that there exists a term M such that

$$\begin{aligned}
 (M T) T &\longrightarrow^* T \\
 (M T) F &\longrightarrow^* T \\
 (M F) T &\longrightarrow^* T \\
 (M F) F &\longrightarrow^* F.
 \end{aligned}$$

(2) Logical fomulas, ranged over by A and B , are defined by the following BNF.

$$A, B ::= p \mid \perp \mid A \wedge B \mid A \supset B$$

Here, p stands for a propositional variable. The proof system ND is defined by the following inference rules. Γ stands for a finite set of logical formulas and $A \supset \perp$ is abbreviated to $\neg A$.

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{\Gamma \cup \{A\} \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash A} \quad \frac{\Gamma \vdash A \wedge B}{\Gamma \vdash B} \\
 \frac{\Gamma \cup \{A\} \vdash B}{\Gamma \vdash A \supset B} \quad \frac{\Gamma \vdash A \supset B \quad \Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash B}
 \end{array}$$

Give a derivation of each judgment below in ND.

- (a) $\emptyset \vdash A \supset (B \supset A)$
- (b) $\{A \supset (B \supset C)\} \vdash (A \wedge B) \supset C$
- (c) $\emptyset \vdash \neg(A \wedge (\neg A))$
- (d) $\{A \supset B\} \vdash (\neg B) \supset (\neg A)$