

2022 年度

電気工学専攻・電子工学専攻

修士課程教育プログラム 学力検査 問題

**科目名：専門基礎 a**

日時：2021 年 7 月 31 日(土) 9 時～12 時 00 分

(注意)

1. 問題冊子と解答用紙は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は a-1 から a-5 までの 5 問ある。そのうち、4 問を解答せよ。
3. 各問題のページ数は、各問題番号のすぐ後ろに記してある。
4. 解答用紙は 4 枚である。1 問題について 1 枚の解答用紙を用いること。
5. 問題冊子と解答用紙のホチキス留めは外してはならない。もし、外れた場合は、直ちに申し出ること。
6. 「解答はじめ」の指示の後、解答用紙各葉の所定欄に受験番号、氏名、科目名、問題番号をはっきり記入すること。
7. 回路記号については最後のページの新旧対照表を参照すること。

a—1 [この問題は長さ 2 ページである.]

以下の設問に答えよ. ただし,  $i$  は虚数単位 (imaginary unit),  $z$  は複素変数 (complex variable) とする. また複素関数 (complex function)  $f(z)$  を

$$f(z) = \frac{p^2}{z^2 + p^2}$$

とする. ただし  $p > 0$  とする. また, 閉曲線 (closed curve)  $C$  を下図に示すように次式で定義する.

$$C = C_1 + C_r + C_2 + C_R$$

ただし,

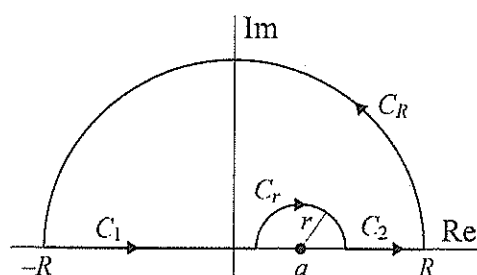
$$C_1 = \{z | z = x, -R \leq x \leq a - r\}$$

$$C_r = \{z | z = a + re^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq \pi\}$$

$$C_2 = \{z | z = x, a + r \leq x \leq R\}$$

$$C_R = \{z | z = Re^{i\theta}, 0 \leq \theta \leq \pi\}$$

とする. ここで,  $0 < r < p < R$  および  $-(R-r) < a < (R-r)$  とする. また  $a$  は実定数 (real constant) とする. 以下の設問における積分は図中の矢印の向きに行う.



(i)  $f(z)$  の極 (poles) をすべて求めよ.

(ii)  $C$  に沿う次の周回積分 (contour integral)  $I_C$  を求めよ.

$$I_C = \frac{1}{\pi} \oint_C \frac{f(z)}{z - a} dz$$

(iii)  $C_r$  上の積分  $\int_{C_r} \frac{f(z)}{z - a} dz$  を,  $z = a + re^{i\theta}$  を用いて  $\theta$  についての積分に変形し, 次の極限值 (limit value) を求めよ.

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \int_{C_r} \frac{f(z)}{z - a} dz$$

(iv) 以下が成り立つことを示せ.

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_{C_R} \frac{f(z)}{z-a} dz = 0$$

(v) 前問 (ii), (iii), (iv) の結果を用いて, 次の積分により  $g(a)$  を求めよ.

$$g(a) = \frac{1}{\pi} \text{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)}{x-a} dx$$

ただし, 上記の実軸上の積分は次のコーシーの積分主値 (Cauchy principal value of integral) として定義する.

$$\text{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)}{x-a} dx = \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{R \rightarrow \infty} \left\{ \int_{C_1} \frac{f(x)}{x-a} dx + \int_{C_2} \frac{f(x)}{x-a} dx \right\}$$

(vi) 前問における  $a$  を  $\omega$  と書き,  $g(\omega)$  を用いて

$$h(\omega) = f(\omega) + ig(\omega)$$

と  $h(\omega)$  を定義する. ただし,  $\omega$  は実変数 (real variable) として扱う. 次のフーリエ逆変換 (inverse Fourier transformation) によって,  $t > 0$  における  $H(t)$  を求めよ.

$$H(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

a-2 [この問題は長さ 1 ページである.]

以下の  $2 \times 2$  行列 (matrix)

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha \\ \beta & -\beta \end{pmatrix} \quad (1)$$

について考える. ここで,  $\alpha, \beta$  は正の実定数 (positive real constants) である. 以下の設問に答えよ.

- (i) 行列  $A$  の固有値 (eigenvalues) および固有ベクトル (eigenvectors) を求めよ.
- (ii)  $2 \times 2$  正則行列 (nonsingular matrix)  $P$  について,  $D = P^{-1}AP$  が対角行列 (diagonal matrix) であるとする.  $D$  および  $P$  を示せ. ただし,  $P$  を

$$P = \begin{pmatrix} 1 & c \\ 1 & d \end{pmatrix} \quad (2)$$

の形で与えるものとし,  $c, d$  は  $c^2 + d^2 = \alpha^2 + \beta^2$ ,  $c \geq 0$  を満たす実定数 (real constants) とする.

- (iii) 実変数 (real variable)  $t$  の実関数 (real functions)  $x(t), y(t)$  が以下の2 階連立微分方程式 (second-order simultaneous differential equations)

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

を満たすとする. 以下の変数変換 (variable transformation)

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} \quad (4)$$

を行い, 実関数  $u(t), v(t)$  に関する連立微分方程式を導け. さらに, 式 (3) の一般解 (general solution) を求めよ.

- (iv)  $2 \times 2$  行列  $B$  が  $A$  と可換 (commutative), すなわち  $AB = BA$  であるとする. このとき,  $A, B$  と上で求めた  $D, P$  が

$$ABP = BPD \quad (5)$$

を満たすことを証明せよ. さらに,  $A$  の固有ベクトルは  $B$  の固有ベクトルでもあることを示せ.

a-3 [この問題は長さ2ページである.]

以下の設問に答えよ.

- (i) 図1のように, 半径  $a$  の導体 (conductor) 球 A が誘電率 (permittivity)  $\epsilon_0$  の空気中に置かれている. 導体球 A に電荷 (charge)  $Q$  を与えたとき, 以下の問に答えよ. ただし, 導体球 A の中心 O からの距離を  $r$  とする.

(a)  $r > a$  における電界 (electric field) の大きさ  $E$  を求めよ.

(b)  $r < a$  における電界の大きさ  $E$  を求めよ.

- (ii) 図2のように, 半径  $a$  の導体球 B が誘電率  $\epsilon_1$  の誘電体 (dielectric) 1 と誘電率  $\epsilon_2$  の誘電体 2 に接している ( $\epsilon_2 > \epsilon_1$ ). 誘電体 1 と誘電体 2 は, 導体球 B の中心 O を通る平面 S で接している.  $r > a$  の領域において, 平面 S より上方では誘電体 1 が, 平面 S より下方では誘電体 2 が無限遠 (infinity) まで広がっている. 導体球 B が誘電体 1 と接している半球 (hemisphere) 状の面を  $S_1$ , 導体球 B が誘電体 2 と接している半球状の面を  $S_2$  とする. 導体球 B に電荷  $Q$  を与えたとき, 電位 (electric potential)  $V(r)$  は次式で表すことができる.

$$V(r) = \frac{k}{r} \quad (r \geq a) \quad (1)$$

ただし,  $k$  は定数,  $r$  は中心 O からの距離とする. 以下の問に答えよ.

(a) 面  $S_1$  において誘電体 1 に出入りする電束密度 (electric flux density) の大きさ  $D_1$  を求めよ.

(b) ガウスの法則 (Gauss' law) を用いて定数  $k$  を求めよ.

(c) 導体球 B の表面上の電位  $V_a$  を求めよ.

(d) 面  $S_1$  上の表面電荷密度 (surface charge density)  $\sigma_1$  および面  $S_2$  上の表面電荷密度  $\sigma_2$  を求めよ.

(e) 面  $S_1$  および面  $S_2$  に作用する単位面積あたりの静電力 (electrostatic force) の大きさを求めよ.

(f) 導体球 B に作用する静電力の大きさと向きを求めよ.

- (iii) 誘電率  $\epsilon_3$ , 質量密度 (mass density)  $\rho$  の誘電体液 (liquid) が誘電率  $\epsilon_0$  ( $\epsilon_3 > \epsilon_0$ ) の空気と接している. 液面は水平であり, 液面より下方では誘電体液が, 液面より上方では空気が十分遠方まで広がっている. 図3のように, 帯電していない半径  $a$ , 質量  $m$  の導体球 C を誘電体液に静かに浮かべたところ, 導体球 C の体積の  $1/4$  が液面下にあった. 電荷  $Q$  を導体球 C に与えて帯電させたところ, 図4のように導体球 C の中心 O の高さが液面と同じとなり, 導体球は静止した. 重力加速度 (gravitational acceleration) は下向きで大きさを  $g$  とする. 電荷  $Q$  を  $a, g, \epsilon_0, \epsilon_3, \rho$  を用いて示せ. ただし, 導体球 C の重心 (center of gravity) は中心 O にあり, また, 静電力を求めるにあたっては誘電体液と空気はそれぞれ液面の下方と上方で無限遠まで広がっているとみなしてよく, 静電力, 浮力 (buoyancy), 重力 (gravity force) 以外の力は考えなくてよい.

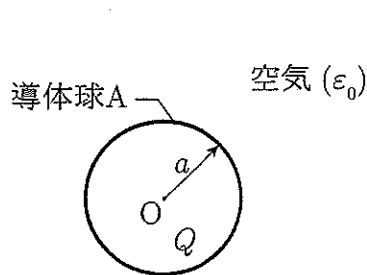


図1

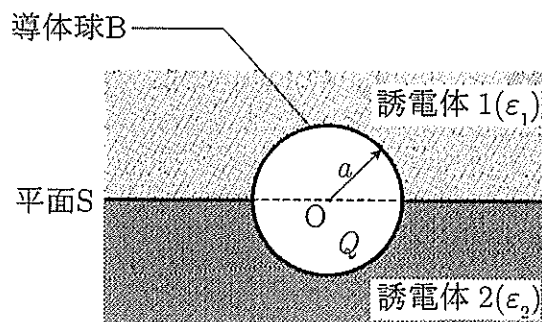


図2

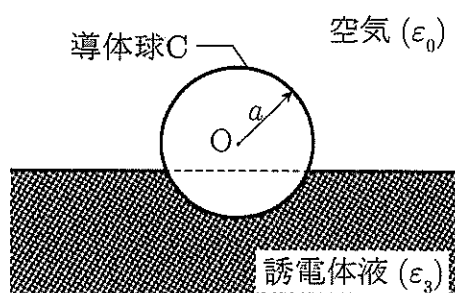


図3

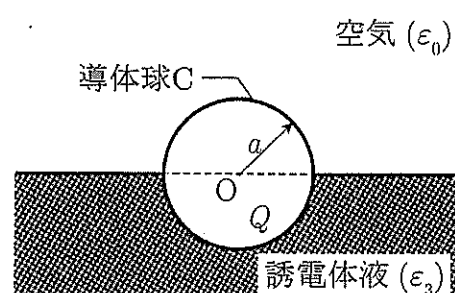


図4

a-4 [この問題は長さ2ページである.]

以下の設問に答えよ。ただし、 $\omega$  は角周波数 (angular frequency) である。

(i) 図1の交流電圧源 (AC voltage source)  $E$  を含む回路において、以下の問に答えよ。

- (a) 抵抗の電圧  $V_1(\omega)$ ,  $V_2(\omega)$  を求めよ。
- (b)  $R = \sqrt{L/C}$  のとき、電流  $I(\omega)$  を求めよ。

(ii) 図2の直流電圧源 (DC voltage source)  $E$  を含む回路において、以下の問に答えよ。ただし、キャパシタ (capacitor) の初期電圧 (initial voltage) とインダクタ (inductor) の初期電流 (initial current) は0とする。

- (a) 時刻  $t = 0$  にスイッチを閉じた。抵抗の電圧  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  を求めよ。
- (b)  $R = \sqrt{L/C}$  のとき、電流  $i(t)$  を求めよ。

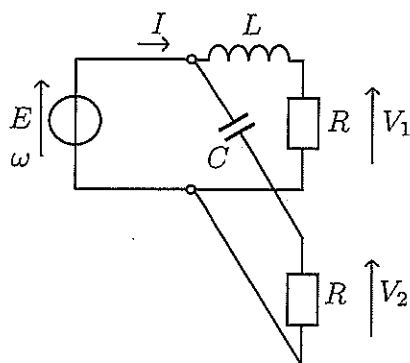


図1

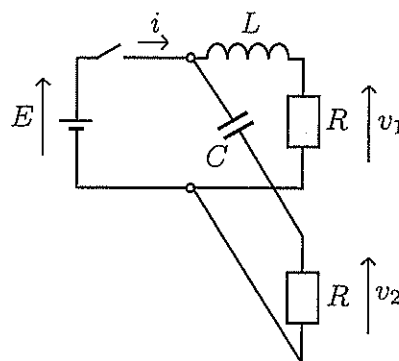


図2

(iii) 図3の直流電圧源  $E$  と特性インピーダンス (characteristic impedance)  $Z_0$ , 伝搬速度 (propagation velocity)  $g$ , 長さ  $l$  の等しい3本の無損失分布定数線路 (lossless transmission line) を含む回路を考える。ただし、キャパシタの初期電圧、インダクタの初期電流、線路の初期電圧および初期電流は0とし、 $R = Z_0 = \sqrt{L/C}$  とする。

- (a) 時刻  $t = 0$  にスイッチを閉じた。電圧  $v(t)$  と電流  $i(t)$  を求めよ。
- (b) 抵抗の電圧  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  を求めよ。また、 $l/g = CR = L/R$  のときの  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  の波形 (waveform) を図示せよ。

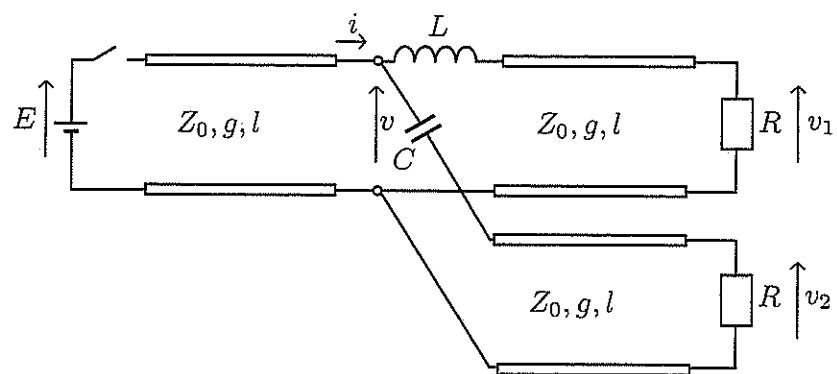


图 3



a—5 [この問題は長さ2ページである.]

質量 (mass)  $m$  の粒子に関する, 時間に依存しないシュレーディンガー方程式 (time-independent Schrödinger equation) は以下で与えられる.

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) \quad (1)$$

ここで,  $\hbar = h/2\pi$  は換算プランク定数 (reduced Planck constant),  $\mathbf{r}$  は粒子座標を示す位置ベクトル,  $\psi(\mathbf{r})$  は粒子の波動関数 (wave function),  $E$  は粒子のエネルギー (energy),  $V(\mathbf{r})$  はポテンシャル (potential) である. 以下の設問に答えよ.

- (i) 座標  $x$  の 1次元系 (one dimensional system) において,  $0 < x < w$  で  $V = 0$ , それ以外で  $V = +\infty$  とするポテンシャルに粒子が束縛 (bound) されている状態を考える. 以下の問に答えよ.

(a) 式 (1) の一般解は  $\psi(x) = c_1 \exp(ikx) + c_2 \exp(-ikx)$  であり, 境界条件 (boundary condition) から粒子の波動関数を  $\psi(x) = A \sin kx$  とできる. ここで, 正の実数  $k$  の満たす条件を求めよ. ただし,  $c_1, c_2$  は定数,  $A$  は実定数 (real constant),  $i$  は虚数単位 (imaginary unit) である.

(b) 粒子のエネルギー固有値 (energy eigenvalues) を求めよ.

(c) ここで,  $w = 1 \text{ nm}$  の 1次元井戸 (well) に閉じ込められた電子1つについて考える. 電子は問 (b) で求めたエネルギー準位をとるとする. 電子が吸収放出する電磁波のうち, 最も波長 (wavelength) の長い電磁波の波長を求めよ. ここで,  $\pi = 3.1$ ,  $\hbar = 1.1 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ , 電子の質量を  $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ , 真空中の光速を  $3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$  とし, 有効数字1桁で解答せよ.



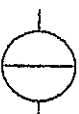
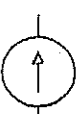












- (ii) 3次元空間において  $N$  個の電子が1辺  $L$  の立方体に閉じ込められているとする. 立方体の頂点のひとつを実空間座標の原点, 原点で直交する3辺を  $x, y, z$  軸とし,  $x, y, z \geq 0$  の領域で考えると, 電子の波動関数を  $\psi(x, y, z) = A \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z)$  とできる. ここで,  $A$  は実定数,  $k_x, k_y, k_z > 0$  であり, 電子間相互作用 (electron-electron interaction) を無視する. 以下の問に解答せよ.

(a) 電子のエネルギー固有値を求めよ.

(b)  $L = 10 \text{ nm}$  の立方体に10個の電子が閉じ込められているとする. 絶対零度 (absolute zero point) において, 低いエネルギー準位から電子が状態を占有 (occupy) していくとき, 電子の取りうる最大エネルギーを有効数字1桁の eV 単位で求めよ. ただし, 設問 (i) 問 (c) で与えられた数値に加え, 素電荷 (elementary charge) の値として  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  を用いよ.

- (c) 問 (b) の系において、温度  $T$  を絶対零度から上昇させたときに生じる電子のエネルギー準位の占有確率 (occupation probability) の変化について、定性的 (qualitative) に論じよ。

電気電子回路の記述に使用する図記号に関しては、下記の表に左右に示す記号は同等のものとみなす。

	新図記号 (New symbols)	旧図記号 (Older symbols)
理想電圧源 (Ideal voltage source)		
理想電流源 (Ideal current source)		
抵抗器 (Resistor)		
T接続 (T-connection)	 	
導体の二重接続 (Double junction of conductors)	 	 
接続しない2系統の交差 (Crossing of two systems without connection)		 

2022 年度

電気工学専攻・電子工学専攻  
修士課程教育プログラム 学力検査 問題

**科目名：専門基礎 b**

日時：2021 年 7 月 31 日(土) 13 時 00 分～15 時 30 分

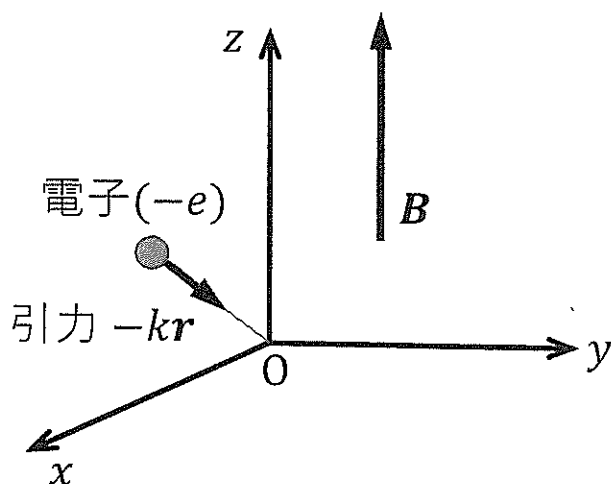
(注意)

1. 問題冊子と解答用紙は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は b-1 から b-4 までの 4 問ある。そのうち、3 問を解答せよ。
3. 各問題のページ数は、各問題番号のすぐ後ろに記してある。
4. 解答用紙は 3 枚である。1 問題について 1 枚の解答用紙を用いること。
5. 問題冊子と解答用紙のホチキス留めは外してはならない。もし、外れた場合は、直ちに申し出ること。
6. 「解答はじめ」の指示の後、解答用紙各葉の所定欄に受験番号、氏名、科目名、問題番号をはっきり記入すること。
7. 回路記号については最後のページの新旧対照表を参照すること。

**b**—**1** [この問題は長さ 1 ページである.]

真空 (vacuum) 中での電子 (electron) の運動に関して以下の設問に答えよ. 図に示したように, 電子は, 時刻  $t$  に直交座標系 (rectangular coordinate system)  $xyz$  の  $\mathbf{r} = (x(t), y(t), z(t))$  に位置し, 位置ベクトル  $\mathbf{r}$  に比例した引力  $-\mathbf{kr}$  により原点  $O$  に対して束縛 (bound) されている. ただし,  $k > 0$  である. また,  $z$  方向に磁束密度 (magnetic flux density)  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$  の一様 (uniform) で時間的に変化しない磁界 (magnetic field) が存在する. 電子の質量 (mass) を  $m$ , 電気素量 (elementary charge) を  $e (> 0)$  とし, 重力 (gravity) および電子の運動に伴う電磁界 (electromagnetic field) の変化は無視してよい. 虚数単位 (imaginary unit) は  $j$  とする.

- (i)  $x, y, z$  の各方向に関する電子の運動方程式 (equations of motion) を書け.
- (ii) 電子の初期位置が  $(0, 0, z_0)$ , 初速度 (initial velocity) が  $0$  のとき, 時刻  $t$  における電子の位置  $z(t)$  を求め, その運動の特徴を述べよ.
- (iii) 磁界に垂直な平面内での電子の運動の特徴を理解するため, 以下の問に答えよ.
  - (a) 設問 (i) の運動方程式から  $x(t) + jy(t) \equiv Q(t)$  が満たす微分方程式を導出せよ. また,  $Q(t)$  の一般解 (general solution) を求めよ.
  - (b) 問 (a) の微分方程式は, 電子が円運動をする場合を解としてもつことを示し, さらに, そのとき異なる二つの角周波数 (angular frequency) をとりうることを示せ. また, この二つの角周波数の大きさの差を求めよ.



b—2 [この問題は長さ2ページである.]

バイポーラトランジスタ (bipolar transistor) を用いた増幅回路 (amplifier) の交流成分 (AC component) について、以下の設問に答えよ。ただし、トランジスタは適切な直流バイアス電圧 (DC bias voltage) によって活性領域 (active region) で動作しており、交流電圧および交流電流は小信号 (small signal) として扱う。

- (i) ベース接地 (common-base) 増幅回路の交流成分の等価回路 (equivalent circuit) を図1に示す。電圧  $e_s$  の交流電圧源 (AC voltage source) によって供給される電流を  $i_s$  とする。また、定数 (constant)  $\alpha$  を用いて、コレクタ (collector) 電流  $i_c$  とエミッタ (emitter) 電流  $i_e$  の関係を  $i_c = \alpha i_e$  とする。以下の問に答えよ。
- (a) 電流利得 (gain)  $A_1 = i_c/i_s$  を求めよ。
- (b) ベース・エミッタ間電圧  $v_{be}$  を、 $e_s$ ,  $i_s$ ,  $R_E$  を用いて表せ。
- (c)  $v_{be} \approx 0$  と近似できるとき、電圧利得  $A_v = v_c/e_s$  を求めよ。
- (ii) 図2にベース接地のトランジスタの小信号等価回路を示す。 $\alpha'$  は定数である。以下の問に答えよ。
- (a) 端子 E-B 間を開放 (open) したときの出力アドミタンス  $h_o = i_2/v_2$  を求めよ。
- (b) 端子 C-B' 間を短絡 (short) し、端子 E-B 間に接続した理想電流源から電流  $i_1$  を供給したとき、電流  $i'$  を  $i_1$  を用いて表せ。
- (c) 端子 C-B' 間を短絡したときの電流利得  $h_f = i_2/i_1$  を求めよ。
- (d) 端子 C-B' 間を短絡したときの入力インピーダンス  $h_i = v_1/i_1$  を求めよ。

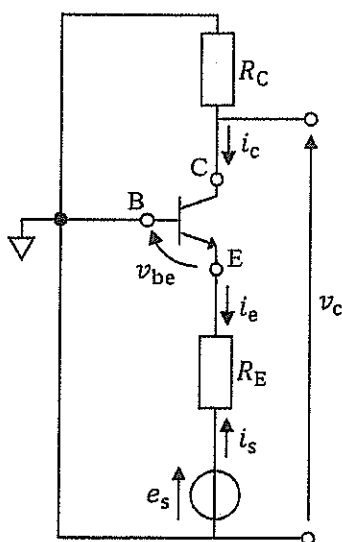


図1

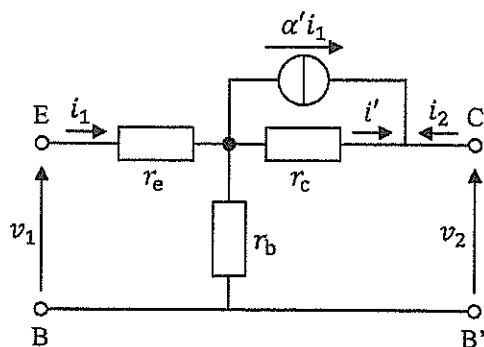


図2

(iii) 図3にバイアス抵抗  $R_1$ ,  $R_2$  および容量 (capacitance)  $C$  のバイパスコンデンサ (bypass capacitor) を含むベース接地増幅回路の交流成分の等価回路を示す。ここで、設問 (ii) の  $h_i$ ,  $h_f$ ,  $h_o$  を用いると、図2の小信号等価回路は図4のようになり、図3の回路全体の小信号等価回路は図5のように示すことができる。以下の問に答えよ。ただし、図3～図5の電圧および電流はフェーザ (phasor) で表しており、入力電圧  $v_i$  の角周波数 (angular frequency) を  $\omega$  とする。

(a) 図5のインピーダンス  $Z$  を式で表せ。

(b)  $\omega$  が  $\omega \gg 1/(R_1C)$ ,  $\omega \gg 1/(R_2C)$  の条件を満たすとき、図5の等価回路の電流利得  $A_2 = i_c/i_i$  を求めよ。

(c) 問 (b) の条件において、図2に示した定数  $\alpha'$  を用いて  $A_2 \approx -\alpha'$  となるように近似したい。図2～図4に示した回路素子 (element) や回路パラメータ (parameter) に対し、この近似に必要な条件式を以下のア～クから全て選択せよ。

ア  $R_1 \gg R_2$ ,    イ  $R_2 \gg R_1$ ,    ウ  $R_3 \gg 1/h_o$ ,    エ  $1/h_o \gg R_3$ ,  
 オ  $R_4 \gg h_i$ ,    カ  $h_i \gg R_4$ ,    キ  $r_c \gg r_b$ ,    ク  $r_e \gg r_c$

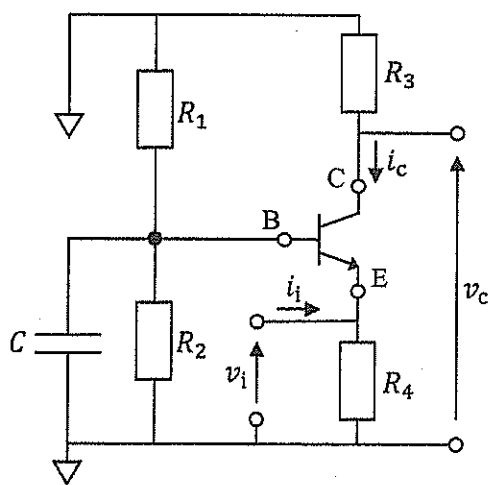


図3

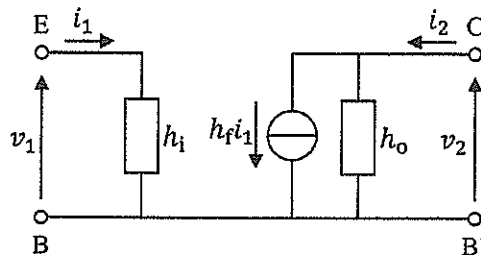


図4

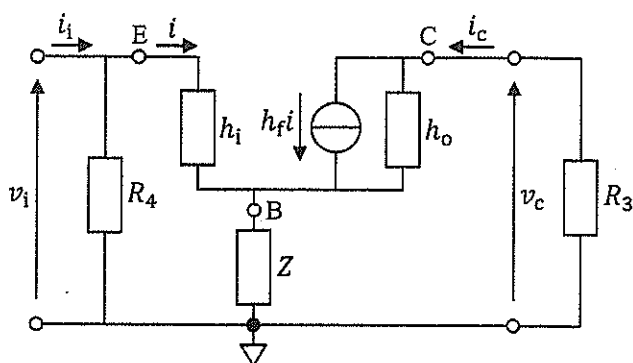


図5

**b**—**3** [この問題は長さ1ページである.]

伝達関数 (transfer function) が

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}$$

で与えられる制御対象 (controlled object) に対して, 図1のブロック線図 (block diagram) で表されるフィードバック制御系 (feedback control system) を構成する. ただし,  $C(s)$  は制御装置 (controller) の伝達関数,  $r$  は目標値 (reference),  $y$  は制御量 (controlled variable) を表している.

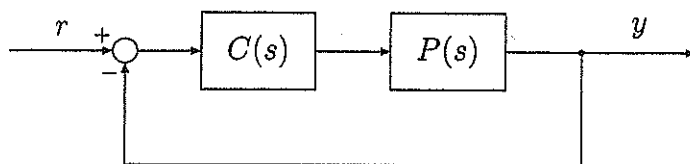


図1

(i) 以下の問に答えよ.

(a) 制御対象  $P(s)$  の単位ステップ応答 (unit step response) を求めよ.

(b) 適当な  $C(s)$  のもと, 図1の制御系の単位ステップ応答が

$$y(t) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{2}te^{-2t} \quad (t \geq 0)$$

となった. 閉ループ伝達関数 (closed-loop transfer function) を求めよ.

(c) 図1のブロック線図を図2のブロック線図へ等価変換 (equivalent transformation) できるために  $C(s)$ ,  $C_1(s)$ ,  $C_2(s)$  が満たすべき条件を示せ.

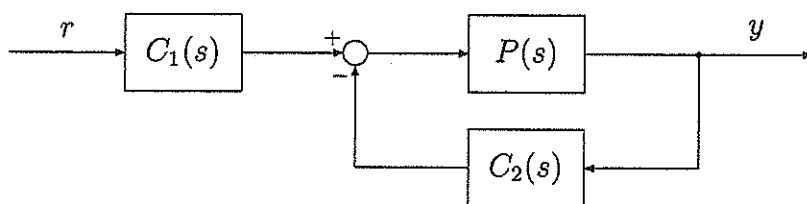


図2

(ii) 図1において,  $C(s) = \frac{K}{s}$  ( $K > 0$ ) の場合を考える. 以下の問に答えよ.

(a) 一巡伝達関数 (loop transfer function) のベクトル軌跡 (vector locus) の概形を描け. ただし, 実軸との交点の座標および漸近線 (asymptote) を明記すること.

(b) 問(a)の解答に基づいて, 制御系が安定 (stable) となる  $K$  の範囲を求めよ.



b-4 [この問題は長さ1ページである.]

半導体に関する以下の設問に答えよ。ただし、素電荷 (elementary charge) を  $e$ , ボルツマン定数 (Boltzmann constant) を  $k$ , 絶対温度 (absolute temperature) を  $T$  とする。

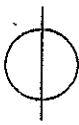
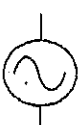
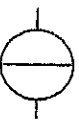
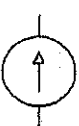
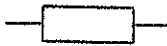











- (i) 伝導電子密度 (conduction electron density) を  $n$ , 正孔密度 (hole density) を  $p$ , 真性キャリア密度 (intrinsic carrier density) を  $n_i$  とするとき, これらの間に成り立つ関係式を示せ。次に, ドナー密度 (donor density) が  $N_d$  の  $n$  型半導体において, ドナーの半分がイオン化しているとき, この半導体中の伝導電子密度および正孔密度を求めよ。ただし,  $N_d \gg n_i$  が成立するものとする。
- (ii) 室温において, ドナーがほぼすべてイオン化している  $n$  型半導体について, ドナー密度を広い範囲で変化させたときの フェルミ準位 (Fermi level) の変化を理由とともに述べよ。
- (iii)  $n$  型半導体における伝導電子密度の 温度依存性 (temperature dependence) を図示し, そのように変化する理由を説明せよ。また, この温度依存性から 禁制帯幅 (band gap) を求める方法を説明せよ。
- (iv) 一様にドーピングされたドナー密度  $N_d$  の  $n$  型半導体と金属で構成される理想的な ショットキー障壁 (Schottky barrier) を考える。 拡散電位 (built-in potential) を  $V_d$ , 半導体の 比誘電率 (relative permittivity) を  $\epsilon_s$ , 真空の誘電率 (permittivity of vacuum) を  $\epsilon_0$  とするとき, 電圧  $V$  を印加した時の単位面積当たりの 空乏層容量 (depletion layer capacitance)  $C$  を表す式を導出せよ。さらに, この式を用いて  $N_d$  を実験的に求める方法を述べよ。
- (v) 非縮退 (non-degenerate) 半導体で構成される理想的な  $pn$  接合において,  $p$  型および  $n$  型の 中性領域 (neutral region) における正孔密度を, それぞれ  $p_p, p_n$  とする。この時, 拡散電位  $V_d$  を求めよ。ただし, 以下の関係式 (1) を用いてよい。

$$J_p(x) = ep(x)\mu_p F(x) - eD_p \frac{dp(x)}{dx} \quad (1)$$

ここで,  $J_p$  は 正孔電流密度 (hole current density),  $x$  は接合面に対して垂直な方向の 空間座標 (space coordinate) であり,  $p$  型から  $n$  型に向かう向きを正とする。  $p(x)$  は正孔密度,  $\mu_p$  は 正孔移動度 (hole mobility),  $F(x)$  は 電界 (electric field),  $D_p$  は正孔の 拡散係数 (diffusion coefficient) である。

さらに,  $p_p = 1.0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n$  型半導体中の電子密度  $n_n = 1.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , 真性キャリア密度  $n_i = 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ ,  $T = 300 \text{ K}$  のとき,  $V_d$  の値を有効数字2桁で求めよ。ただし,  $\ln 10 = 2.3$  という近似を用いてもよい。

電気電子回路の記述に使用する図記号に関しては、下記の表に左右に示す記号は同等のものとみなす。

	新図記号 (New symbols)	旧図記号 (Older symbols)
理想電圧源 (Ideal voltage source)		
理想電流源 (Ideal current source)		
抵抗器 (Resistor)		
T接続 (T-connection)	 	
導体の二重接続 (Double junction of conductors)	 	 
接続しない2系統の交差 (Crossing of two systems without connection)		 

## 問題の補足

科目 専門基礎 a

内容 a-5 設問 (ii)

電子はパウリの排他原理 (Pauli exclusion principle) に従うものとする。