2.1 风险度量

### 2.1.1标准差、半方差、下偏矩指标

无论是在实业界还是在学术研究中，标准差都是最为常用的风险度量指标。在上世纪50年代，Markowitz就使用期望收益率、方差和协方差来确定出投资有效边界，使得边界上的每个投资组合都使得在给定目标方差的情况下最大化期望收益率，或使得在给定目标收益率的情况下最小化方差。在后面的研究中，许多学者发现投资者对于风险的看法并不是对称的，因为他们更加关注金融资产的下行风险。Roy (1952)将投资者可以接受的最低收益率定义为灾难水平，并表示投资者倾向于选择使得收益率水平低于灾难水平程度最小的组合。他将Markowitz理论中的优化问题修改为，其中r为资产组合的预期收益率，d为灾难水平，为标准差。后来，Markowitz (1959)进一步提出了两种衡量下行风险的指标：均值下半方差与目标下半方差：

其中为收益率均值，为目标收益率。上面两大指标对于资产组合理论产生了重大影响，但也引起了学术界在金融资产分布的偏度描述上的极大争议。基于此背景，Bawa (1975)首次提出了下偏矩LPM的概念,其具体定义如下：

其中a为下偏矩的阶数,为目标收益率。（1）在时，LPM被称为低于目标收益率的概率;（2）在时，LPM被称为低于目标收益率的平均值，此时该指标可以用于描述风险中性的投资者；（3）当时，LPM被称为低于目标的风险，此时可以用于描述风险厌恶的投资者;（4）随着a的增加，投资者对于风险更为厌恶。在后面很长的一段时间里，有关于LPM中阶数a的确定方法引起了学术界的极大关注，很多相关的计算机算法以及有关于LPM性质的研究也得以发展。

### 2.1.2 在险价值类指标

除了发展半方差、下偏矩等风险度量指标之外，为了应对1990年代的金融灾难，J. P. Morgan (1994)引入了在险价值VaR的概念，其定义如下：

其中X为给定的随机变量，为置信水平。这一指标在当时得到了研究人员和实务人员的广泛关注。但随着研究的不断深入，这一指标却受到了不少质疑，因为它不满足Artzner. P (1999)提出的风险度量指标一致性条件，从而无法良好的度量尾部风险以及极端事件发生的风险。Artzner (1999)提出了新的风险度量指标条件风险价值CVaR，其定义如下：

其中要求X为连续随机变量。该指标可以弥补VaR的不足，因为它具有一致相容性，可以较好的度量尾部发生的风险。Rockafellar 和 Uryasevb (2002)认为VaR指标的另外一个缺陷是无法描述在损失超过该指标的临界值后事实上可能遭受的损失程度，它只是在损失分布的尾部为提供了一个损失的最低界限，并且倾向于乐观，而没有遵循风险管理中盛行的保守主义。另外，他们认为CVaR相较与VaR指标的优势还在于其满足次可加性，能够度量超过VaR部分的风险，还能够解决规模较大的资产组合的优化问题。但是，当投资组合损失的密度函数不是连续函数时，CVaR也不再是一致风险度量指标。于是，Dirk Tasche(2002)又提出了期望损失ES：

该指标很好的克服了的不足，至今也被实务界广泛运用。

2.2 风险平价模型

Markowitz模型标志着现代资产组合理论的发展进入新的阶段。后来，许多学者发现该模型具有参数敏感性较强、风险度量不足等问题并对其进行了完善。与此同时，许多学者以及实务界人士开始将眼光投向其他资产组合模型。

美国著名的桥水基金在1996年首次提出了风险平价的思想，并以此创建了全天候策略基金。该模型的核心思想是通过确定资产组合中各类资产的权重，使得各类资产对于该组合的风险贡献相等。在该模型中一个投资组合的总风险可以写成：

每个资产对于投资组合的边际风险以及风险贡献可以写成：

后来，Q.Edward (2005)利用罗素1000指数、美国投资债券指数进行了实证分析，发现基于风险平价模型的投资组合表现明显好于单个金融资产。与此同时，由风险平价模型得到的策略具有较高的平均收益率与夏普比率，从而证明了风险平价模型能够充分分散金融风险，提高资产组合收益的稳健性。