

# 732G57 Maskininlärning för statistiker

## Föreläsning 1

---

Josef Wilzén

IDA, Linköping University, Sweden

- Introduktion
  - Kursupplägg
  - Introduktion till Data Mining och Maskininlärning
- Översikt av metoder
- Modellval och generalisering

- Lärare och examinator: Josef Wilzén, mail: [josef.wilzen@liu.se](mailto:josef.wilzen@liu.se)
- Ny kurs! Ersätter 732G12 Data-Mining
- Struktur: [Kurshemsidan](#), Lisam, Teams
- Kurslitteratur
- Upplägg:
  - Föreläsningar
  - Datorövningar/labbar
  - Projektarbete
  - Datortentamen

- Föreläsningar
  - Presenterar metoder, teori
- Datorövningar
  - Använd metoderna för att lösa övningar/problem
  - Förberedelse för projekt samt tentamen
- Projektarbete
  - Större uppgift där ni ska analysera eget datamaterial
  - Seminarie där man ska presentera och opponera
- Datortentamen
  - Påminner om datorövningar, kan ha något teoretiskt inslag
- Generativ AI/chatGPT

- Antal respondenter: 20
- Antal svar: 13 (65%)
- Helhetsbetyg: 4,62
- Förändringar till detta år:
  - Ny kurs 2025
    - 1-2 nya föreläsningar
    - Ev mindre förändringar på labbar/föreläsningar/projekt

- Möjligt att ha 2 bonuspoäng på tentamen.
- Krav: Delta aktivt på 9 av 14 datorlaborationern
- Delta aktivt innebär:
  - Vara på plats och jobba med kursen.
  - Ställa en fråga och visa upp en lösning för läraren.
- Använda bonuspoängen:
  - Kan bara användas under de tre tillfällen kopplade till årets omgång.
  - Kan bara användas för att bli godkänd.

- Grupper om två.
- Gruppanmälan på Lisam.
- Eget datamaterial.
- Två steg:
  - Välja data, separat inlämning
  - Självva projektet: skriftlig och muntlig redovisning

Vad behöver ni ha med er?

- Linjär algebra
- Matematisk analys
- Programmering
- Regression
- Statistik teori



# Introduktion - Inläarning och studieteknik

- Ni har eget ansvar för era studier
- **Inläarning kräver aktivt arbete!**
- Digitala distraktioner
- Halvfart → kursen tar ca 20 h / vecka
- Svårt att ta igen i slutet om man inte arbetar kontinuerligt under kursens gång.
- Gör upp en egen studieplan → uppdatera vid behov
- Många lär sig bra genom att studera med andra
- Viktigt att arbeta med övningsuppgifterna
- **Generativ AI**

# Introduktion - Vad är statistik

**Från SCB:** Med statistik menas vetenskapen om metoder för insamling, bearbetning, redovisning och analys av data. Statistik är också den siffermässiga beskrivningen av en viss företeelse, till exempel i tabellform. Statistik har alltså två betydelser: dels metodiken eller processen, dels informationen eller själva produkten.

- Börjar med data som vi vill analysera.
- Konstruerar en modell som beskriver något samband.
- Osäkerhet/slumptal kan finnas i problemet och ska vara med i modellen.
- Beskriv vår modell matematiskt med fördelningar och ekvationer.
- Härled och implementera parameterskattningar.
- Använd vår modell för inferens och predikation.

# Intoduktion - Exempel: Linjär regression

Vi har respons  $\mathbf{y}$  och förklarande variabler  $\mathbf{X}$ .

Vi antar ett linjärt samband mellan  $\mathbf{y}$  och  $\mathbf{X}$ .

Deterministisk modell:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta.$$

Stokastisk modell:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \sigma_{\varepsilon}^2).$$

Vi kan skatta parametrar med  $\hat{\beta} = (\mathbf{X}^{\top}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\top}\mathbf{y}$

Inferens genom att konstruera test eller konfidensintervall

Predikation genom att beräkna respons  $\hat{y}$  för nya värden  $\mathbf{X}_{\text{test}}$ .

**Från Wikipedia:** Det handlar om metoder för att med data "träna" datorer att upptäcka och "lära" sig regler för att lösa en uppgift, utan att datorerna har programmerats med regler för just den uppgiften.

**Från Wikipedia:** ... betecknar verktyg för att söka efter mönster, samband och trender i stora datamängder. Verktögen använder beräkningsmetoder för multivariat statistisk analys kombinerat med beräkningseffektiva algoritmer för maskininlärning och mönsterigenkänning hämtade från artificiell intelligens.

Sorta överlapp mellan maskininlärning och data mining.

- Maskininlärning, mest fokus på predikationer.
- Data mining, mer fokus på att utforska dataset och hitta samband.

"Statistical learning"  $\approx$  Maskininlärning.

Bilda grupper om 3 och diskutera er fram till två stora eller komplexa datamängder, beskriv vad det är för mängder och vilken information som kan finnas.



- Transaktionsdatabaser
- Hälsoregister
- Sociala nätverk
- Väder / klimatdata
- Börsdata
- Korpus

Tabellformat:

id	Variabel 1	Variabel 2	Variabel 3	...
1	.	.	.	...
2	.	.	.	...
3	.	.	.	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

- Rader är objekt, record, observation, transaktion etc.
- Kolumner är variabler, attribut, kovariat etc.
- Finns andra format, t.ex. tidsserier, texter, bilder etc.

Finns många olika dataskalor:

- Nominell
  - Ex. "RÖD", "GRÖN", "BLÅ"
- Binär
  - 0 eller 1
- Ordinal
  - Ex. "LÅG", "MELLAN", "HÖG"
- Intervall/kvot
  - Ex.  $[0, 1]$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{R}^+$

## Exempel på processen:

1. Problemformulering
2. Samla in data
3. Datahantering
  - Gå från rådata till användbar data
  - Ta bort sakanade värden, outliers, skalning
  - Kolla på metadata, plottar
4. Modellering
  - Skatta modeller och gör predikationer
5. Evaluering
  - Jämför med problemformuleringen!

- Saknade värden
  - Eliminera objekt eller attribut
  - Skatta saknade värden (imputering)
  - Ignorera saknade värden
- Förbearbeta data
  - Aggregering
  - Urval
  - Reducera dimensionalitet
  - Diskretisering
  - Variabelomvandling
  - Skalning

- Supervised learning
  - Klassificering och regression
  - Varje observation består av en responvariabel och förklarande variabler
- Unsupervised learning
  - Ett antal variabler, men ingen responsvariabel
- Semisupervised learning
  - Värdet på responsvariabeln finns bara på en delmängd av observationerna
- Reinforcement learning
  - Handlar om att lära sig agera optimalt i en miljö.
  - Använda data för att lära sig ett beteende.

- Supervised learning:
  - Prediktera morgondagens elpris
  - Identifiera objekt i en bild
  - Skapa en beskrivande text från en bild
- Unsupervised learning:
  - Identifiera köpmönster
  - Hitta liknande grupper av läkemedelsmolekyler
  - Hitta bedragare bland bankkunder

- Modellering
- Klassificering
- Regression
- Klusteranalys



# Att välja en lämplig modell

För en lämplig modell gäller:

- Modellen ska fånga upp den relevanta strukturen i problemet och kunna svara på frågeställningen!
- Modellen ska vara så enkel som möjligt.
- Modellen ska gå att beräkna i rimlig tid.
- Vi vill att modellen ska **generalisera** till ny liknande data.

# Att välja en lämplig modell - Exempel

Standardmodell med additivt brus:

$$y = f(x|\omega) + \varepsilon, \quad \mathbb{E}[\varepsilon] = 0, \quad \mathbb{V}[\varepsilon] = \sigma_\varepsilon^2.$$

- $f$  är en okänd funktion
- $\omega$  är parametrar till  $f$
- $\varepsilon$  är slumpmässig felterm
- Exempel på funktioner:

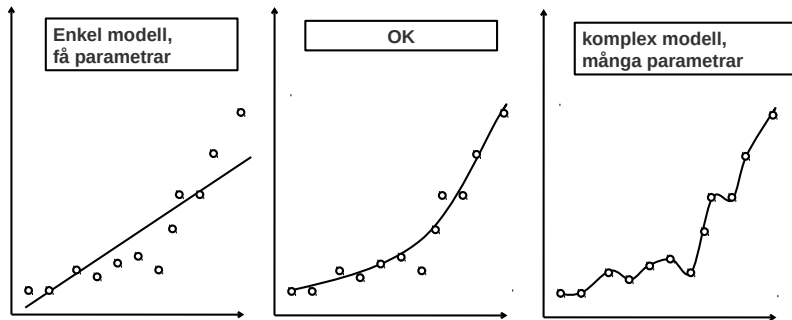
$$f(x|\omega) = \omega_1 \cdot x + \omega_2$$

$$f(x|\omega) = \omega_3 \cdot \sin(2\pi\omega_1 x + \omega_2) + \omega_4$$

$$f(x|\omega) = \exp(-\omega_1(x - \omega_2)^2)$$

$$f(x|\omega) = \omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \omega_3 x_3$$

# Vilken modell är lämplig?



- Underanpassning: Modellen fångar inte upp relevanta strukturer i problemet.
- Överanpassning: Modellen fångar upp bruset i datan.

- För att hjälpa oss i modellval definierar vi en förlustfunktion/kostnadsfunktion
  - Givet data ger kostnadsfunktionen ett värde på hur bra modellen anpassar datan.
- Vanliga exempel:
  - Mean squared error (MSE)

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i | \hat{w}))^2$$

- Mean absolute error (MAE)

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - f(x_i | \hat{w})|$$

- Cross entropy loss
- Missclassification loss

Standardprocessen:

- Dela upp din data i slumpmässiga delar:
  - Träningsdata
  - Valideringsdata
  - Testdata
- Olika proportioner kan användas
  - $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$
  - $(0.5, 0.25, 0.25)$
  - $(0.8, 0.1, 0.1)$
- Träningsdata bör inte vara minst.
- Notera: i många källor/på internet så används ofta "test data" för att beskriva valideringsdata. Dvs de använder "test data" för att välja den bästa modellen

# Hur hittar vi bästa modellen?

Börja med att ta fram några kandidatfunktioner

M1(?,?)

M2(?,?,?)

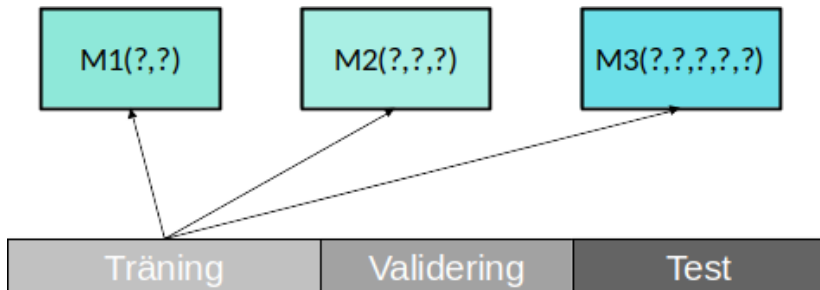
M3(?,?,?,?,?)

Träning

Validering

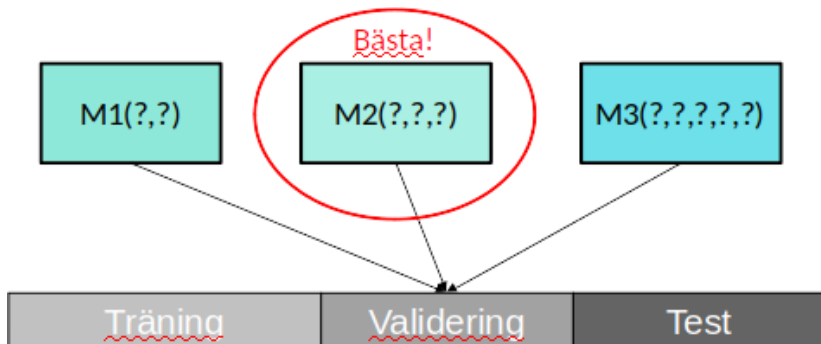
Test

Använd träningsdata för att skatta parametrarna i modellerna.



# Valideringsdata

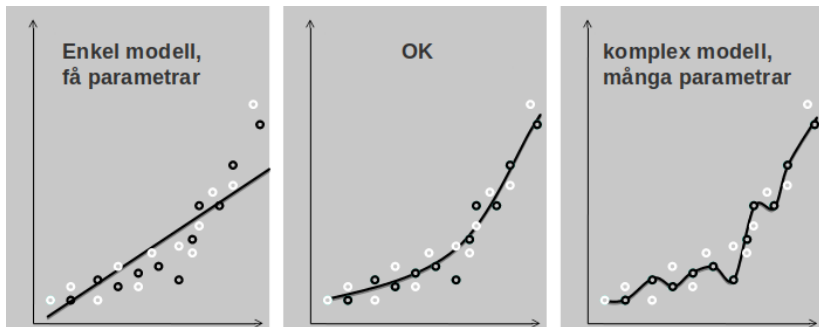
Använd valideringsdatan för att välja den bästa skattade funktionen utifrån lämplig felfunktion.



Vi kan iterera mellan att skatta med träningsdata och utvärdera på valideringsdatan



# Valideringsdata

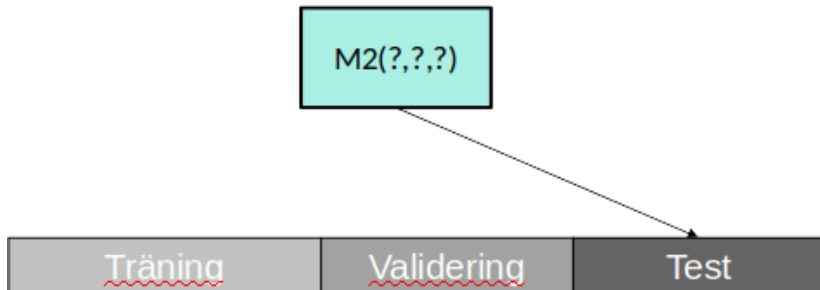


Här är träningsdata svart och valideringsdata vit.

# Testdata

Vi använder testdatan för att få en väntevärdesriktig skattning av felfunktionen på ny data → vi skattar testfelet

Vi bör *inte* ändra något på modellen när vi ska använda den på testdata. Varför?



# Leave-one-out cross-validation

Givet ett antal modeller görs följande för varje modell:

1. Ta bort en observation och anpassa modellen till återstående data.
2. Använd den anpassade modellen för att beräkna felet på den borttagna observationen.
3. Upprepa 1 och 2 för alla datapunkter. Beräkna genomsnittet för felfunktionen över alla observationer.

Välj modellen med lägs genomsnittlig felfunktion.

OBS! Om vi har  $n$  observationer måste vi anpassa varje modell  $n$  gånger.

## Leave-one-out cross-validation

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{21} & & x_{p1} & y_1 \\ x_{12} & x_{22} & & x_{p2} & y_2 \\ x_{1j} & x_{2j} & & x_{pj} & y_j \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ x_{1n} & x_{2n} & & x_{pn} & y_n \end{pmatrix}$$

Dela upp datan i  $k$  olika block. Givet ett antal modeller görs följande för varje modell:

1. Ta bort ett block och anpassa modellen till återstående data.
2. Använd den anpassade modellen för att beräkna felet på de borttagna observationerna.
3. Upprepa 1 och 2 för alla block. Beräkna genomsnittet för felfunktionen över alla olika block.

Välj modellen med lägs genomsnittlig felfunktion.

OBS! Om vi har  $K$  block måste vi anpassa varje modell  $K$  gånger.

## K-fold cross-validation

$X_{11}$	$X_{21}$	$X_{p1}$	$y_1$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$X_{1K}$	$X_{2K}$	$X_{pK}$	$y_K$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$X_{1,jK+1}$	$X_{2,jK+1}$	$X_{p,jK+1}$	$y_{jK+1}$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$X_{1,(j+1)K}$	$X_{2,(j+1)K}$	$X_{p,(j+1)K}$	$y_{(j+1)K}$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$X_{1,(m-1)K+1}$	$X_{2,(m-1)K+1}$	$X_{p,(m-1)K+1}$	$y_{(m-1)K+1}$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$X_{1,mK}$	$X_{2,mK}$	$X_{p,mK}$	$y_{p,mK}$

Givet en modell

$$y = f(x) + \varepsilon, \quad \mathbb{E}[\varepsilon] = 0, \quad \mathbb{V}[\varepsilon] = \sigma_\varepsilon^2$$

med skattad funktion  $\hat{y} = \hat{f}(x_{\text{test}})$ .

Om vi beräknar MSE får vi:

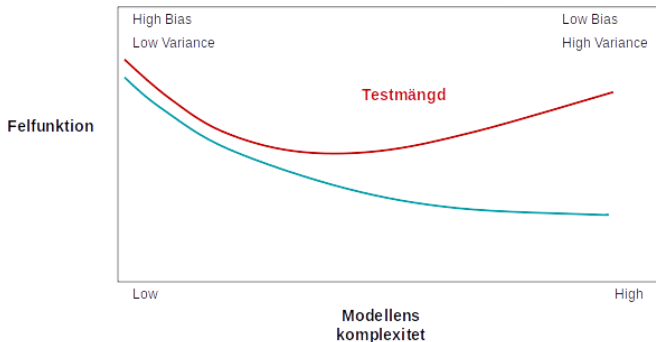
$$\mathbb{E} \left[ \left( y_{\text{test}} - \hat{f}(x_{\text{test}}) \right)^2 \right] = \mathbb{V}[\varepsilon] + \mathbb{V} \left[ \hat{f}(x_{\text{test}}) \right] + \text{Bias} \left[ \hat{f}(x_{\text{test}}) \right]^2$$

- Brusvariansen  $\mathbb{V}[\varepsilon]$ : irreducibelt brus
- Modellens varians  $\mathbb{V}[\hat{f}(x_{\text{test}})]$ : hur mycket ändras  $\hat{f}$  när vi byter dataset
- Modellens systematiska fel  $\text{Bias}[\hat{f}(x_{\text{test}})]$ : modelleringsfel i modellen

# Bias-variance-trade-off

Vi vill ha:

- Låg bias och låg varians → en modell som generaliserar bra på ny liknande data!



- För vissa komplexa modeller: **Double descent** → testfelet minskar för att sedan öka, men för att sedan minska igen



